

О.В. Пьянков, Д.О. Смышников
**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ПОИСК МЕСТ РАСПОЛОЖЕНИЙ
ГРУПП ЗАДЕРЖАНИЯ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ РИСКА ОХРАННОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Пьянков О.В., Смышников Д.О. Автоматизированный поиск мест расположенных групп задержания для снижения риска охранной деятельности.

Аннотация. Сохранение материальных и нематериальных ценностей собственников всегда было актуальной задачей в организации охраны имущества. Ее решение с помощью технических средств и мобильных групп задержания обеспечивает сохранность ценностей и позволяет уменьшить риск охранной деятельности. Под риском охранной деятельности понимается классический подход, который связывает величину ущерба с вероятностью его причинения на охраняемом объекте. Для определения вероятности вводится допущение, при котором осуществляется ограничение параметров, влияющих на ее значение, в частности используется только время прибытия группы задержания.

Рассматривается задача определения месторасположения группы задержания на местности с рассредоточенными объектами в целях минимизации суммарного риска охранной деятельности. В качестве решения сформулированной задачи предлагается поиск мест расположения групп задержания с учетом величины ущерба и текущих координат объекта на плоскости. Приводятся примеры расчета месторасположений групп задержания на плоскости.

Вводится и обосновывается целевая функция Φ эффективности охранной деятельности, связывающая финансово-экономические показатели охранной организации с величиной риска охранной деятельности. Проведен анализ поведения функции Φ при изменении количества групп задержания, показано наличие экстремума функции, определен интервал нахождения экстремума.

Предложено вычислять расстояния между объектами на карте местности и использовать их для определения координат в новой вспомогательной плоскости. Вычисление координат осуществляется с использованием матриц Грама. Приведен вычислительный пример.

Разработан пошаговый алгоритм распределения охраняемых объектов между группами задержания с минимизацией суммарного риска охранной деятельности, приведен пример его использования.

Определен порядок поиска месторасположения группы задержания на местности по найденным координатам на плоскости, проиллюстрирован процесс поиска. На основе полученных результатов предложен общий алгоритм поиска месторасположения группы задержания.

Ключевые слова: риск охранной деятельности, оптимизация размещения групп задержания, матрица Грама, определение координат, матрица расстояний.

1. Введение. Сохранность материальных ценностей от преступных посягательств всегда было одной из главных забот граждан и различных организаций – как частных, так и государственных форм собственности. Эволюция методов обеспечения сохранности прошла путь от простейших способов (найм охранников, установка дополнительных препятствий, замков и т.п.) до применения современных сложных технических комплексов с интегрированными системами безопасности.

Несомненно, справедливым можно считать утверждение о наличии прямой пропорциональности между стоимостью материальных ценностей и вероятностью или желанием ими завладеть незаконными способами. В связи с этим принято считать, что затраты собственников на обеспечение сохранности материальных ценностей, как правило, пропорциональны их стоимости или величине ущерба, который может быть нанесен в случае незаконного ими овладения третьими лицами [1, 2].

На эффективность сохранности материальных ценностей могут влиять различные факторы: технические, организационные, экономические, кадровые и другие. Для большинства крупных собственников охрана имеющихся материальных ценностей требует привлечения значительных сил и средств, при этом может пострадать эффективность основной деятельности, в связи с чем предоставление охранных услуг сторонними охранными предприятиями, как частными, так и государственными, становится востребованной собственниками возможностью сохранить имущество.

В связи с бурным развитием телекоммуникационных технологий передачи и обработки информации, средств и систем связи в настоящее время широкое распространение получила охрана имущества с использованием технических средств охраны, которые устанавливаются внутри помещений и осуществляют наблюдение за состоянием охраняемого объекта (здания, дома, квартиры, гаража, магазина и т.п.). Информацию о состоянии охраняемого объекта технические средства охраны передают на пульт централизованного наблюдения, оператор которого может быстро реагировать на изменение состояния и направлять мобильные группы задержания на осмотр охраняемых объектов для предотвращения кражи. Одним из достоинств такого подхода к организации централизованной охраны является экономическая целесообразность, значительно снижающая стоимость предоставляемых охранных предприятием охранных услуг. В то же время к недостатку централизованной охраны можно отнести имеющуюся у нарушителя возможность проникнуть на охраняемый объект через зоны, в которых технические средства охраны заменены инженерно-техническими элементами укрепленности (решетками, замками, дополнительными дверями и т. д.) или отсутствуют полностью. Данный недостаток устраняется периодическим контролем целостности периметра объекта путем проведения его наружного осмотра, возлагаемого на мобильные группы задержания (ГЗ). Группы задержания, осуществляя патруль на автотранспорте, следуют по заданному маршруту, который предусматривает осмотр охраняемых объектов. Построение оптимальных маршрутов и определение мест расположения групп за-

держания становятся важными задачами охранных организаций, решение которых позволяет обеспечивать сохранность ценностей собственников [2].

Разными авторами в качестве критериев оптимальности при построении маршрута ГЗ могут выбираться различные подходы. Так одним из критериев выбран промежуток времени, затрачиваемый группой задержания на объезд охраняемых объектов [3]. Несомненно, что данный критерий должен учитываться, однако его применение при определении вероятности причинения ущерба должно осуществляться наравне с характеристиками охраняемого объекта (например, инженерно-технической укрепленностью, перечнем охраняемых ценностей и т.п.). Важно отметить, что непрерывное патрулирование группами задержания не может гарантировать стопроцентную безопасность ценностей на охраняемых объектах, однако может требовать дополнительных значительных по объему расходов на горюче-смазочные материалы, амортизацию автотранспорта и тому подобное, и в итоге привести к увеличению затрат на охранную услугу, то есть к увеличению тарифа для конкретного собственника. Таким образом группам задержания предлагается находиться преимущественно в местах стоянок, месторасположение которых повышает сохранность материальных ценностей [4].

2. Постановка задачи исследования. Критерием, который предлагается использовать при поиске мест расположений групп задержания, является минимизация риска охранной деятельности [5]. Классическое определение риска основывается на интеграции вероятности причинения ущерба на охраняемом объекте с величиной ущерба:

$$R = p \cdot s, \quad (1)$$

где R – риск охранной деятельности; p – вероятность причинения ущерба; s – величина, возмещаемая охранной организацией собственнику в случае причинения ему ущерба.

Под ущербом понимается:

– финансово-экономический ущерб, который может быть рассчитан по стоимости материальных ценностей на охраняемом объекте;

– государственно-политический ущерб, определяющий ухудшение криминогенной обстановки в стране или регионе, появление негативного международного и общественного резонанса, негативных публикаций в средствах массовой информации, которые подрывают международный авторитет государства и формируют негативное отношение к органам внутренних дел;

– репутационный ущерб, который в случае предоставления охранных услуг частными компаниями способствует оттоку потенциальных потребителей, клиентов.

Размер величины возмещения, как правило, соответствует величине ущерба и закрепляется в ходе заключения договора на охранные услуги между собственником и охранной организацией.

При расчете R воспользуемся предложенным в [4] подходом, в котором учитывается только время прибытия $t_{\text{приб.}}$ группы задержания на охраняемый объект после срабатывания охранной сигнализации и поступления в центр наблюдения сигнала тревоги:

$$p = \begin{cases} \frac{t_{\text{приб.}}}{t_{\text{макс.}}}, & t_{\text{приб.}} < t_{\text{макс.}}, \\ 1, & t_{\text{приб.}} \geq t_{\text{макс.}} \end{cases}, \quad (2)$$

где $t_{\text{приб.}}$ – время прибытия группы задержания на охраняемый объект; $t_{\text{макс.}}$ – максимальное время прибытия на охраняемый объект (данная величина в зависимости от вида охраняемых ценностей может варьироваться от 1 до 10 минут), при превышении которого вероятность причинения ущерба становится максимальной, то есть равной единице.

Поскольку величина ущерба s в первую очередь зависит от времени нахождения нарушителя на охраняемом объекте, то следовательно, учитывая выражение (2), можно принять $s = \text{const}$. Другими словами, за какое время группа задержания прибывает на охраняемый объект, на такое значение увеличится риск охранной деятельности, при этом само значение величины ущерба s (потенциально возможно) не изменится.

На местности охраняемые объекты находятся на различном расстоянии друг от друга, и выбор места расположения (стоянки) ГЗ ставит необходимость решения задачи поиска координат точки на плоскости, для которой сумма всех рисков R_{Σ} по всем объектам будет минимальной.

В реальной жизни перемещение групп задержания не может происходить по прямой (использование летательных транспортных средств будем считать экономически нецелесообразным), в связи с чем требуются некоторые уточнения. Во-первых, предлагается измерить расстояния r_{AB} , r_{BB} , r_{AB} между всеми охраняемыми объектами на местности с учетом движения по существующим дорогам (рис. 1), далее с

учетом этих расстояний на вводимой вспомогательной плоскости Oxy должны быть размещены все охраняемые объекты. Только после этого должна решаться задача по определению координат точки, для которой R_{Σ} минимально.

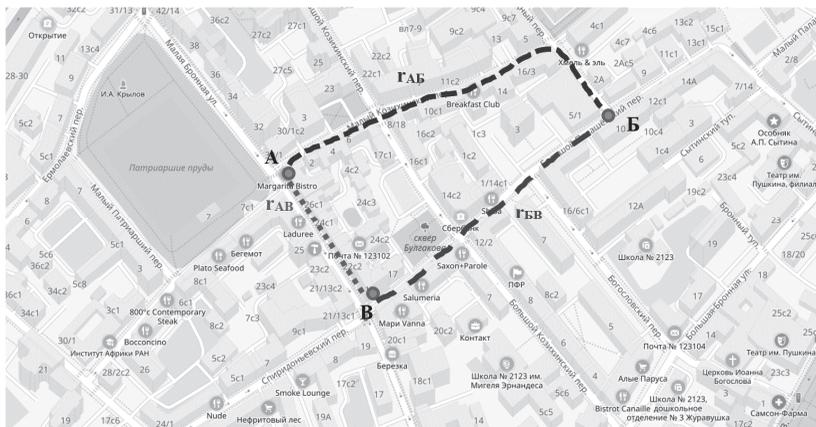


Рис. 1. Размещение охраняемых объектов А, Б, В на местности

В первом приближении постановка и решение задачи определения координат сводится к поиску центра масс в соответствии со следующим выражением [6, 7]:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i \vec{r}_i \cdot s_i}{\sum_i s_i}, \quad (3)$$

где \vec{r}_i – радиус-вектор до i -го охраняемого объекта, взятый в некоторой координатной плоскости; s_i – величина ущерба.

В подтверждение возможности применения выражения (3) рассмотрим пример, представленный на рисунке 2, на котором приведены этапы расчета центра масс для двух охраняемых объектов А, Б. Указанные объекты имеют координаты (0; 4), (3; 0); а значения возможного ущерба s_i для каждого объекта определяются в размерах 10000 руб. для каждого объекта. Рассматривая отрезок AB , можно предположить, что место стоянки ГЗ должно находиться посередине этого отрезка. Проверим обоснованность применения выражения (3) для поиска места расположения ГЗ.

Тогда с учетом (3):

$$\bar{r}_c = \frac{(0;4) \cdot 10000 + (3;0) \cdot 10000}{10000 + 10000} = (1,5;2).$$

Месторасположение ГЗ и расстояния до охраняемых объектов указаны на рисунке 2, полученные координаты соответствуют середине отрезка AB . Если принять максимальное время прибытия для каждого охраняемого объекта $t_{\max} = 10 \text{ мин} = 1/6 \text{ часа} \approx 0,17 \text{ часа}$, среднюю скорость движения равной 40 км/ч , то суммарный риск будет равен $R_{\Sigma} = \sum R_i \approx 7353 \text{ руб.}$ Промежуточные этапы расчета также представлены на рисунке 2.

Объекты	X	Y	S, руб.
А	0	4	10000
Б	3	0	10000

Место ГЗ	1,50	2,00
----------	------	------

Скорость v , км/ч	40
t_{\max} , час	0,17

Объекты	А	Б
Расстояние, км	2,50	2,50
$t_{\text{приб.}}$, час	0,06	0,06
Вероятность	0,37	0,37
Риски R_i	3676,47	3676,47
Сумма рисков	7352,94	

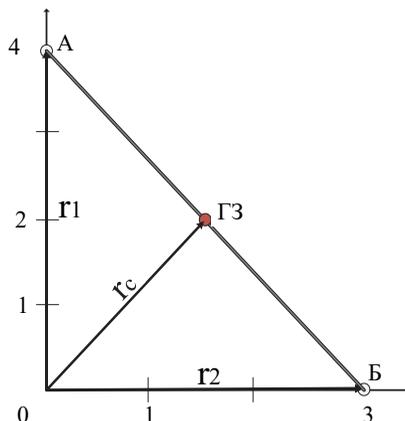


Рис. 2. Пример расчета местоположения ГЗ

Простота и доступность реализации процедуры расчета позволяют осуществить поиск месторасположения группы задержания даже в MS Excel при любых изменениях исходных данных.

Так небольшие изменения в исходных данных (см. рис. 3) с увеличением числа охраняемых объектов А, Б, В, с соответствующими координатами (1; 5), (4; 1), (1; 1) и значениями возможного ущерба 15000, 20000 и 10000, позволяют определить месторасположение ГЗ:

$$\bar{r}_c = \frac{(1;5) \cdot 15000 + (4;1) \cdot 20000 + (1;1) \cdot 10000}{15000 + 20000 + 10000} = (2,33;2,33).$$

Объекты	X	Y	S, руб.
А	1	5	15000
Б	4	1	20000
В	1	1	10000

Место ГЗ	1,50	2,00
----------	------	------

Скорость v, км/ч	40
------------------	----

t _{max} , час	0,17
------------------------	------

Объекты	А	Б	В
Расстояние, км	2,98	2,13	1,89
t _{приб.} , час	0,07	0,05	0,05
Вероятность	0,44	0,31	0,28
Риски R _i	6576,67	6277,57	2772,97
Сумма рисков	15 627,21		

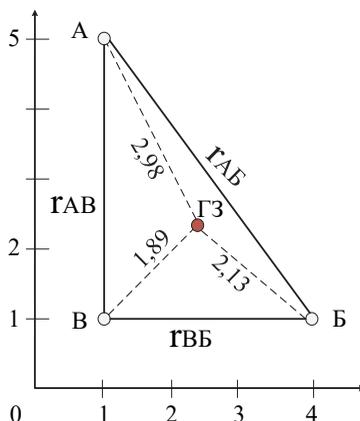


Рис. 3. Пример расчета местоположения ГЗ

Суммарный риск в этом случае будет равен $R_{\Sigma} = \sum R_i = 15627,21$ руб.

Однако считать полученный результат оптимальным нельзя. Так при использовании разных численных методов (наискорейшего спуска, роевого алгоритма, метод Нелдера – Мида) был получен результат, соответствующий минимальному суммарному риску $R_{\Sigma} = 15505,74$ руб., с координатами ГЗ (3,02, 1,58). В листинге 1 приведен код программы на языке Python, демонстрирующий применение метода Нелдера – Мида.

Как можно заметить, в данном случае разность с оптимальным значением составила 121,47 руб. или 0,78 % от суммарного риска. Таким образом, выражение (3) может быть применено для начальной оценки R_{Σ} или как начальная точка в числовых методах оптимизации.

В то же время необходимость учета материальных затрат на содержание ГЗ требует от охранных предприятий экономического обоснования их числа, то есть оптимизации. Рассмотрим два предельных случая.

1. У каждого охраняемого объекта выставить ГЗ, то есть $t_{приб.} = 0$ мин. Вероятность кражи будет сведена к нулю, но материальные затраты будут максимальны.

2. Отказаться от ГЗ, брать плату только за мониторинг систем охранной сигнализации и передавать тревожные сообщения в органы внутренних дел, то есть подразделениям полиции. В этом случае, учитывая загруженность сотрудников полиции и необходимость выполнения ими своих непосредственных задач, время прибытия нарядов по-

лиции на охраняемый объект практически всегда будет превышать максимально допустимый параметр $t_{приб.} \geq t_{макс.}$, следовательно, ущерб от совершаемых посягательств на охраняемые материальные ценности и, соответственно, риск будут максимальными.

```
import numpy as np
from scipy.optimize import minimize

def riskk(xk,yk,xgz,ygz,sk,vk,tmaxk): #функция риска
rk=((xk-xgz)**2+(yk-ygz)**2)**0.5; risk=(sk*rk)/(vk*tmaxk); tprib=rk/vk
if (tprib<tmaxk): out=risk
else: out=sk
return out

t_maxk=1/6 #максимальное время прибытия
v_k=40 #средняя скорость движения
Xk=[ [1,5], [4,1], [1,1] ] # координаты объектов
S=(15000, 20000, 10000) # величины ущерба

def Rc(cXk,cS): # функция вычисления центра масс
out_x=0; out_y=0; s=0
for i in range(len(cS)):
s+=cS[i]; out_x+=cXk[i][0]*cS[i]; out_y+=cXk[i][1]*cS[i]
out_x=out_x/s; out_y=out_y/s
return [out_x,out_y]

GZ=Rc(Xk,S) #начальные координаты ГЗ
def Srisk(GZ): # функция вычисления суммарного риска
Sr=0
for i in range(3):
Sr+=riskk(Xk[i][0],Xk[i][1],GZ[0],GZ[1],S[i],v_k,t_maxk)
return Sr

# поиск минимума методом Нелдера-Мида
res = minimize(Srisk, GZ, method='Nelder-Mead', options={'xtol': 1e-7, 'disp': True})
print(res)
```

Листинг 1. Поиск методом Нелдера – Мида координат ГЗ, соответствующих минимальному суммарному риску

Вполне понятно, что ни один из предельных случаев не является удовлетворительным. Разрешением данных двух предельных случаев будет вариант, в котором ГЗ распределены между m охраняемыми объектами с учетом их территориального размещения. Другими словами, необходимо оценить разность между риском охранной деятельности и затратами на содержание групп задержания для различных значений n .

Как было предложено ранее, риск охранной деятельности связан с вероятностью причинения ущерба (2), которая зависит от расстояния,

которое необходимо преодолеть группе задержания для прибытия на охраняемый объект. Тогда выражение (3) позволяет определить местоположение ГЗ на плоскости, где сумма рисков для всех объектов минимальна только в том случае, когда время прибытия будет линейно зависеть от расстояния между ГЗ и охраняемым объектом. Доказательством линейной зависимости может служить то, что основное количество объектов находится под охраной в ночное время, когда дороги преимущественно свободны и движение по ним не затруднено. В дневное время, когда под охраной находятся места хранения имущества граждан (квартиры, дома, гаражи и т.п.), выражение (3) также может быть применено, если в качестве скорости движения ГЗ выбрать некоторое усредненное значение для каждого охраняемого объекта. Учитывая, что перечень охраняемых объектов будет изменяться в течение дня, предлагается осуществлять поиск места стоянки группы задержания с интервалом в 4 часа [8]. Кроме того, рассчитывать время прибытия на охраняемый объект необходимо с учетом текущей ситуации на дороге, для чего можно использовать различные интернет-сервисы, например «Яндекс.Маршрутизация» [9, 10], открытые данные OpenStreetMap [11, 12], библиотеку GraphHopper [13, 14] и другие. Таким образом, можно констатировать, что при предоставлении охраняемыми предприятиями своих услуг количество ГЗ и места их стоянок будут меняться. Следовательно, требуется найти такое размещение стоянок групп задержания, при котором целевая функция (4) достигает своего максимального значения:

$$\Phi = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n c_j - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m_j} \frac{s_{ij} \cdot d_{ij}}{v_{ij} \cdot t_{\max,ij}} \rightarrow \max, \quad (4)$$

где a_i – величина платы, взимаемая с собственника за предоставляемые услуги охраны; m – общее количество охраняемых объектов; c_j – стоимость содержания j -ой группы задержания; n – количество групп задержания; $t_{\max,ij}$ – максимальное допустимое время прибытия j -ой группы задержания на i -й охраняемый объект; s_{ij} – величина возможного ущерба на i -ом объекте, охраняемом j -ой группы задержания; d_{ij} – расстояние от j -ой группы задержания до i -ого объекта; v_{ij} – средняя скорость движения j -ой группы задержания при следовании к i -му объекту; m_j – количество охраняемых объектов, контролируемых j -ой группой задержания.

Учитывая, что при заданных a_i , c_j , n и m значения первых сумм в выражении (4) не меняются и являются постоянными, то для

максимизации Φ необходимо уменьшить значение последнего выражения, которое обозначим как:

$$R_{\Sigma} = \sum_{j=1}^n R(\vec{r}_j) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m_j} \frac{s_{ij} \cdot d_{ij}}{v_{ij} \cdot t_{\text{макс.}ij}}, \quad (5)$$

где радиус-вектор \vec{r}_j , взятый в некоторой координатной плоскости, указывает на расположение j -ой группы задержания, обслуживающей m_j объектов.

В таком случае задача (4) может сводиться к задаче поиска такого места стоянки, при котором суммарный риск охранной деятельности будет минимальным:

$$C = \{\vec{r}_{j\text{opt}}\} = \arg \min \sum_{j=1}^n R(\vec{r}_j), \quad (6)$$

где $C = \{\vec{r}_{j\text{opt}}\}$ – множество мест расположений групп задержания, для которых риск охранной деятельности минимален.

3. Решение задачи. Будем искать решение задачи (6) исходя из возможности формирования матрицы расстояний $D = \|d_{ik}\|_1^m$ между m рассматриваемыми объектами для $n = l$ групп задержания. На первом шаге необходимо проверить выполнение правила треугольника для всех объектов (например, для рисунка 1 сумма расстояний АВ и ВС между вершинами треугольника должна быть больше или равна расстоянию АС). Для проверки правила треугольника разработаем следующий алгоритм РТ:

```

var m, D[m, m], PT
→ m, D //ввод матрицы расстояний
PT ← true
for i ∈ [1, m - 2] & j ∈ [i + 1, m - 1] & k ∈ [j + 1, m] do
  if (D[i, j] ≤ (D[j, k] + D[i, k])
  and
  D[j, k] ≤ (D[i, j] + D[i, k])
  and
  D[i, k] ≤ (D[i, j] + D[j, k])) then
  else PT ← false; break;
if PT then print ("Правило выполнено").

```

Листинг 2. Алгоритм РТ. Проверка выполнения правила треугольника

Далее воспользуемся подходом, предложенным в [16]. Обозначим через X матрицу с координатами точек на плоскости, соответствующих охраняемым объектам. Каждая i -я строка в X представляет собой координаты i -й точки на плоскости, то есть x_{i1}, x_{i2} . Тогда квадраты расстояний между всеми точками могут быть заданы как:

$$d_{ik}^2(X) = d_{ik}^2 = \sum_{\alpha=1}^2 (x_{i\alpha} - x_{k\alpha})^2 = \sum_{\alpha=1}^2 (x_{i\alpha}^2 + x_{k\alpha}^2 - 2x_{i\alpha}x_{k\alpha}). \quad (7)$$

Введем матрицу M с элементами M_{ij} , которые определим через элементы матрицы D следующим образом:

$$M_{ik} = \frac{d_{1k}^2 + d_{i1}^2 + d_{ik}^2}{2}. \quad (8)$$

Тогда с учетом (7) элементы:

$$\begin{aligned} M_{ik} &= 0,5 \left[\sum_{\alpha=1}^2 (x_{1\alpha}^2 + x_{k\alpha}^2 - 2x_{1\alpha}x_{k\alpha}) + \sum_{\alpha=1}^2 (x_{i\alpha}^2 + x_{1\alpha}^2 - 2x_{i\alpha}x_{1\alpha}) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{\alpha=1}^2 (x_{i\alpha}^2 + x_{k\alpha}^2 - 2x_{i\alpha}x_{k\alpha}) \right] = \\ &= x_{11}^2 + x_{12}^2 - x_{11}x_{k1} - x_{12}x_{k2} - x_{i1}x_{11} - x_{i2}x_{12} + x_{i1}x_{k1} + x_{i2}x_{k2} = \\ &= (x_{11} - x_{i1})(x_{11} - x_{k1}) + (x_{12} - x_{i2})(x_{12} - x_{k2}) = \sum_{\alpha=1}^2 (x_{1\alpha} - x_{i\alpha}) \times \\ &\quad \times (x_{1\alpha} - x_{k\alpha}) = \sum_{\alpha=1}^2 (x_{i\alpha} - x_{1\alpha})(x_{k\alpha} - x_{1\alpha}) = \sum_{\alpha=1}^2 \tilde{x}_{i\alpha} \tilde{x}_{k\alpha}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\tilde{x}_{i\alpha} = x_{i\alpha} - x_{1\alpha}$ и $\tilde{x}_{k\alpha} = x_{k\alpha} - x_{1\alpha}$ могут быть сведены в матрицу Грама [17]:

$$M = \tilde{X}\tilde{X}^T. \quad (10)$$

В этом случае, если представить матрицу M как:

$$M = USU^T, \quad (11)$$

где U – матрица собственных векторов матрицы M ; S – диагональная матрица, состоящая из собственных значений матрицы M , то матрица:

$$X = U\sqrt{S}, \quad (12)$$

где операция \sqrt{S} соответствует извлечению квадратного корня из каждого элемента матрицы S , будет содержать координаты объектов.

Отметим, что поиск собственных значений и собственных векторов не представляет сложную вычислительную задачу [18]. После определения координат всех объектов в соответствии с выражением (3) можно определить барицентр, а далее определить расстояния от барицентра до каждого объекта, чтобы найти месторасположение \bar{r}_j

группы задержания на местности, что и будет решением задачи (6), либо воспользоваться одним из численных методов, позволяющих найти оптимальное месторасположение ГЗ.

4. Вычислительный пример. В качестве вычислительного примера возьмем рассмотренные выше объекты А, Б, В (см. рис. 3).

Сформируем матрицу расстояний:

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & B \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ B \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 5 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Тогда матрица M :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 16 \\ 0 & 16 & 16 \end{pmatrix}.$$

Диагональная матрица S :

$$S = \begin{pmatrix} 37,121 & 0 & 0 \\ 0 & 3,879 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица собственных векторов:

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -0,797 & 0,604 & 0 \\ -0,604 & -0,797 & 0 \end{pmatrix}.$$

Откуда:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -0,797 & 0,604 & 0 \\ -0,604 & -0,797 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6,093 & 0 & 0 \\ 0 & 1,97 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -4,856 & 1,189 & 0 \\ -3,679 & -1,57 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, для рассчитанных значений координат объектов расстояния от месторасположения ГЗ до охраняемых объектов (см. рис. 4) не изменились.

Объекты	X	Y	S, руб.
А	0	0	15000
Б	-4,856	1,189	20000
В	-3,679	-1657	10000

Место ГЗ	-2,98	0,18
----------	-------	------

Скорость v, км/ч	40
------------------	----

t _{max} , час	0,17
------------------------	------

Объекты	А	Б	В
Расстояние, км	2,98	2,13	1,89
t _{приб.} , час	0,07	0,05	0,05
Вероятность	0,44	0,31	0,28
Риски R _i	6576,15	6277,57	2772,93

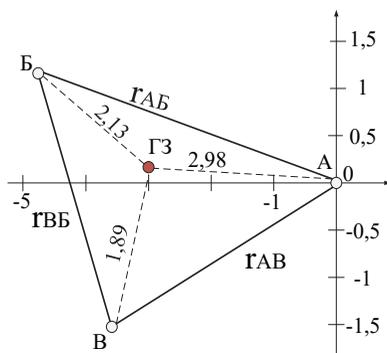


Рис. 4. Результаты расчета местоположения ГЗ

Изменения в суммарном риске, вызванные погрешностями расчета (округлением координат и других используемых переменных), $\Delta R_{\Sigma} = 15625,74 - 15627,21 = -1,47$ руб. составляют менее десятой доли процента от общего суммарного риска и могут не учитываться при рассмотрении.

5. Определение n. Следующим этапом исследования является определение количества групп задержания, позволяющего увеличить значение целевой функции Φ (4). Для этого необходимо исследовать целевую функцию как функцию от n.

Представим целевую функцию как сумму трех функций:

$$\Phi = f_1 + f_2 + f_3, \quad (13)$$

$$\text{где } f_1 = \sum_{i=1}^m a_i, \quad f_2 = -\sum_{j=1}^n c_j, \quad f_3 = -\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m_j} \frac{s_{ij} \cdot d_{ij}}{v_{ij} \cdot t_{\max,ij}}.$$

1) Предположим, что a_i и c_j являются одинаковыми для всех i и j , тогда $f_{1\Pi} = m \cdot a_i$, $f_{2\Pi} = -n \cdot c_j$. Обозначим $f_{4\Pi} = f_{1\Pi} + f_{2\Pi}$. Построим в общем виде графики функций (см. рис. 5).

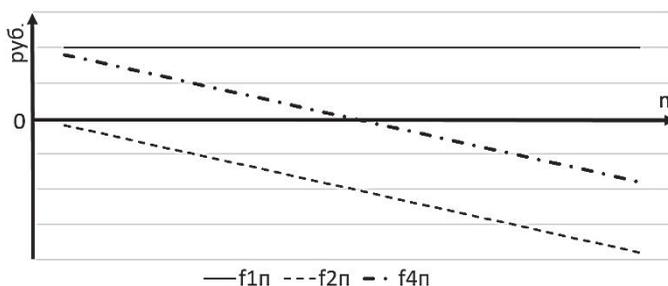


Рис. 5. Общий вид поведения функций $f_{1\Pi}$, $f_{2\Pi}$, $f_{4\Pi}$

Как видно из графиков, при увеличении n для заданного числа m функция $f_{4\Pi}$ уменьшается. Таким образом, увеличение количества групп задержания уменьшает риск охранной деятельности, и одновременно уменьшает доход охранного предприятия. Если не учитывать риск охранной деятельности, то там, где $f_{4\Pi} = 0$, охранному предприятию (коммерческому) становится невыгодно предоставлять охранные услуги, то есть существует некоторое значение $n_{кр}$, ограничивающее количество групп задержания. Для заданных условий критическое значение $n_{кр}$ можно определить следующим образом:

$$n_{кр} = m \cdot \frac{a_i}{c_j}. \quad (14)$$

2) Функция f_3 имеет сложный характер поведения. Во-первых, количество контролируемых групп задержания объектов m_j является функцией, зависящей от числа ГЗ, то есть $m_j = m_j(n)$.

Во-вторых, расстояние от охраняемых объектов до места расположения ГЗ также является функцией от n : $d_{ij} = d_{ij}(n)$. Учитывая, что время прибытия влияет на риск охранной деятельности (5) ступенчато (сначала линейно, пока выполняется условие $t_{приб.} < t_{макс.ij}$, а при $t_{приб.} \geq t_{макс.ij}$ риск максимален и влияние отсутствует), можно предположить наличие нескольких мест расположения ГЗ, для которых риск будет минимальным [5]. Поиск этих мест может осуществляться различными численными методами.

Рассмотрим численный пример (см. рис. 6).

Объекты	X	Y	S, руб.
А	1	1	5000
Б	1	4	15000
В	5	4	5000
Г	5	1	15000

Место ГЗ	3,00	2,50
----------	------	------

Скорость v , км/ч	40
t_{max} , час	0,17

Объекты	А	Б	В	Г
Расстояние, км	2,50	2,50	2,50	2,50
$t_{приб.}$, час	0,06	0,06	0,06	0,06
Вероятность	0,37	0,37	0,37	0,37
Риски R_i	1838,24	5514,71	1838,24	5514,71
Сумма рисков	14 705,88			

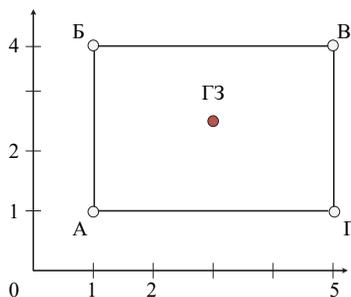


Рис. 6. Численный пример, $m = 4, n = 1$

Пусть имеется четыре объекта, контролируемые одной группой задержания. Тогда для исходных данных, указанных на рисунке 6, суммарный риск будет равен 14705,88 руб. Однако, если для этих же данных количество групп задержания увеличить до двух, то риск уменьшится до 6617,65 руб. (см. рис. 7). Если увеличить до трех ГЗ, то риск составит $R_{\Sigma} = 3375$ руб., до четырех – нулю.

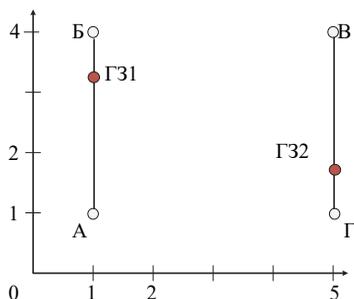
Дополнительно необходимо отметить, что в зависимости от распределения охраняемых объектов между ГЗ суммарный риск может меняться. Например, на рисунке 8 представлен результат расчета, при котором суммарный риск выше (8823,53 руб.), чем риск, указанный на рисунке 6 (6617,65 руб.).

Существует и другой вариант группировки охраняемых объектов («А, В» и «Б, Г»), но там суммарный риск составит 14705,88 руб. Таким образом, группировка охраняемых объектов должна осуществляться с минимизацией R_{Σ} , что представляет собой отдельную задачу.

Объекты	X	Y	S, руб.
А	1	1	5000
Б	1	4	15000
В	5	4	5000
Г	5	1	15000
Место ГЗ1	1,00	3,25	
Место ГЗ2	5,00	1,75	

Скорость v , км/ч	40
t_{\max} , час	0,17

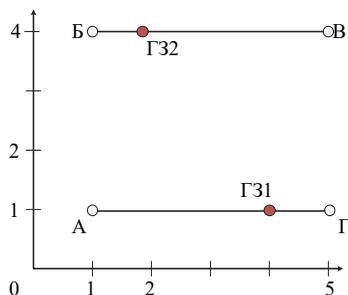
Объекты	А	Б	В	Г
ГЗ	ГЗ1	ГЗ1	ГЗ2	ГЗ2
Расстояние, км	2,25	0,75	2,25	0,75
$t_{\text{приб.}}$, час	0,06	0,02	0,06	0,02
Вероятность	0,33	0,11	0,33	0,11
Риски R_i	1654,41	1654,41	1654,41	1654,41
Сумма рисков	6617,65			


 Рис. 7. Численный пример, $m = 4, n = 2$

Объекты	X	Y	S, руб.
А	1	1	5000
Б	1	4	15000
В	5	4	5000
Г	5	1	15000
Место ГЗ1	4,00	1,00	
Место ГЗ2	2,00	4,00	

Скорость v , км/ч	40
t_{\max} , час	0,17

Объекты	А	Б	В	Г
ГЗ	ГЗ1	ГЗ2	ГЗ2	ГЗ1
Расстояние, км	3,00	1,00	3,00	1,00
$t_{\text{приб.}}$, час	0,08	0,03	0,08	0,03
Вероятность	0,44	0,15	0,44	0,15
Риски R_i	2205,88	2205,88	2205,88	2205,88
Сумма рисков	8823,53			


 Рис. 8. Численный пример, $m = 4, n = 2$. Другая группировка

Предположим, что все охраняемые объекты для каждой из групп задержания расположены на одном расстоянии, средние скорости движения равны, охраняемые объекты, контролируемые группами задержания, равномерно распределены между ГЗ, то есть их количество одинаково для всех групп. Тогда, функцию f_3 можно представить в следующем виде:

$$f_3 = -n \cdot m_j \cdot \frac{s_{ij} \cdot d_{ij}}{v_{ij} \cdot t_{\max,ij}} = -n \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{s_{ij} \cdot d_{ij}(n)}{v_{ij} \cdot t_{\max,ij}} = -\frac{m \cdot s_{ij} \cdot d_{ij}(n)}{v_{ij} \cdot t_{\max,ij}}. \quad (15)$$

Учитывая вышеприведенные примеры вычислений, предположим, что:

$$d_{ij}(n) = k \cdot \frac{1}{n}, \quad (16)$$

где k – некоторый коэффициент, определяющий как сильно уменьшится расстояние от ГЗ до объекта при увеличении числа ГЗ. Тогда (15) примет вид:

$$f_3(n) = -\frac{m \cdot s_{ij} \cdot k}{n \cdot v_{ij} \cdot t_{\max,ij}} = -\frac{W}{n}, \quad (17)$$

где $W = \frac{m \cdot s_{ij} \cdot k}{v_{ij} \cdot t_{\max,ij}}$.

Добавив f_3 на рисунке 4, получим следующее (см. рис. 9).

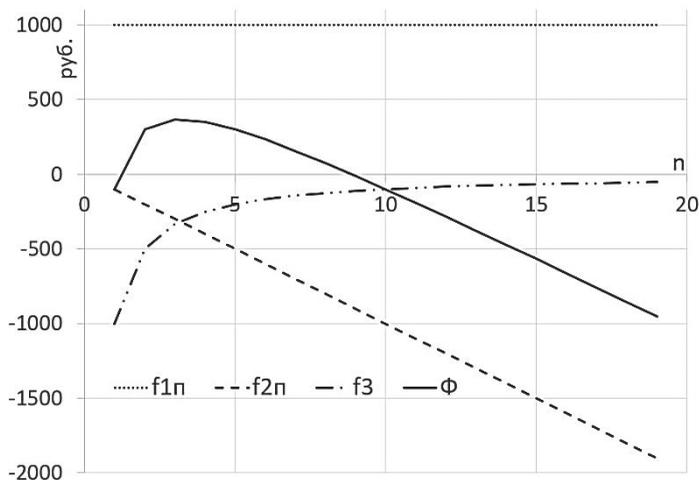


Рис. 9. Общий вид поведения функции $\Phi = f_{1п} + f_{2п} + f_3$

Из анализа графика видно, что функция Φ сначала возрастает с увеличением количества ГЗ, достигает максимума, а затем уменьшается. Таким образом, можно сделать вывод о наличии оптимального числа групп задержания $n_{opt} \in (0; n_{кр}]$, при котором целевая функция достигает максимума. Поскольку определить аналитическим способом n_{opt} не представляется возможным, предлагается итерационно осуществлять расчет значений целевой функции Φ для интервала $(0; n_{кр}]$.

6. Распределение охраняемых объектов. Исходными данными задачи распределения объектов между ГЗ являются множество всех объектов U_1 , матрица расстояний D , строка-матрица возможного ущерба $S = \|s_i\|_1^m$. Требуется распределить m объектов между n ($n > 1$) группами задержания, то есть найти n множеств охраняемых объектов U_n с минимальным суммарным риском $R_{\Sigma n}$.

Предложим следующий алгоритм распределения охраняемых объектов между ГЗ, представляющий собой рациональное решение задачи распределения. Обоснованность данного алгоритма основана на рассмотренных выше примерах, которые наглядно демонстрируют, что группы задержаний тяготеют (ближе расположены) к объектам с большим значением возможного ущерба.

Алгоритм 1. Распределение охраняемых объектов.

Шаг 1. Для m охраняемых объектов рассчитать суммарный риск $R_{\Sigma 1}$ при наличии одной группы задержания.

Шаг 2. Указать количество групп задержания $n = [2, m]$. Задать значение $j = 2$.

Шаг 3. Найти в S i -й объект с максимальным значением возможного ущерба s_i . Если их несколько, выбрать любой.

Шаг 4. Включить i -й объект (выбранный на шаге 3) в множество U_j для j -ой группы задержания ($j = [2, n]$); обновить матрицы U_1 и S , исключив данные по i -му объекту.

Шаг 5. Осуществить расчет суммарного риска $R_{\Sigma j}$.

Шаг 6. В U_1 найти k -й объект, для которого произведение расстояния d_{ik} до i -го объекта (с максимальным значением s_i) на возможный ущерб s_k минимально. Добавить k -й объект в U_j , удалив из U_1 .

Шаг 7. Осуществить расчет суммарного риска $R'_{\Sigma j}$.

Если

$$R'_{\Sigma j} < R_{\Sigma j},$$

то

$$R_{\Sigma j} = R'_{\Sigma j},$$

$$i = k,$$

выполнить переход к шагу 6.

иначе

исключить k -й объект из U_j , включив его в U_1
 $j = j + 1$,
 если $j > n$, то конец
 иначе переход к шагу 3.

Рассмотрим работу алгоритма на численном примере, приведенном выше (см. рис. 6):

$$U_1 = \{A, B, B, \Gamma\},$$

$$D = \begin{matrix} & A & B & B & \Gamma \\ \begin{matrix} A \\ B \\ B \\ \Gamma \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix},$$

$$S = (5000; 15000; 5000; 15000).$$

Шаг 1. Суммарный риск при наличии одной группы задержания $R_{\Sigma 1} = 14705,88$.

Шаг 2. Количество групп задержания $n = 2$.

Шаг 3. Выберем Б – объект с максимальным значением возможного ущерба $s_2 = 15000$.

Шаг 4. $U_2 = \{B\}$,

$$U_1 = \{A, *, B, \Gamma\},$$

$$S = (5000; *, 5000; 15000).$$

Шаг 5. Суммарный риск $R_{\Sigma 2} = 6589,19$.

Шаг 6. Определим значения произведений d_{ik} и s_k от объекта Б до других объектов.

Объект	d_{ik}	s_k	$d_{ik} \cdot s_k$	Минимальный
А	3	5000	15 000	да
В	4	5000	20 000	
Г	5	15000	75 000	

$$U_2 = \{B, A\}.$$

Шаг 7. Суммарный риск $R'_{\Sigma 2} = 6617,65$ (см. рис. 7).

Так как

$$R'_{\Sigma 2} > R_{\Sigma 2},$$

то

$$U_2 = \{B\}, U_1 = \{A, B, \Gamma\},$$

$$j = 3,$$

$$3 > 2, \text{ то конец.}$$

Распределение охраняемых объектов между двумя ГЗ с наименьшим суммарным риском и места расположений ГЗ указаны на рисунке 10.

Объекты	X	Y	S, руб.
А	1	1	5000
Б	1	4	15000
В	5	4	5000
Г	5	1	15000
Место ГЗ1	4,20	1,60	
Место ГЗ2	1,00	4,00	

Скорость v , км/ч	40
t_{\max} , час	0,17

Объекты	А	Б	В	Г
ГЗ	ГЗ1	ГЗ2	ГЗ1	ГЗ1
Расстояние, км	3,26	0,00	2,53	1,00
$t_{\text{проб.}}$, час	0,08	0,00	0,06	0,03
Вероятность	0,49	0,00	0,38	0,15
Риски R_i	2441,82	0,00	1897,37	2250,00
Сумма рисков	6589,19			

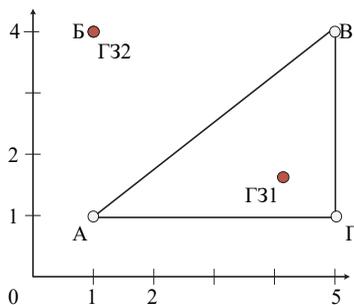


Рис. 10. Распределение охраняемых объектов с наименьшим риском

Для рассмотренного случая размещение одной группы задержания в непосредственной близости с одним из объектов, имеющим максимальное значение возможного ущерба, приводит к получению оптимального (минимального) значения риска охранной деятельности.

Напомним, что окончательный выбор по количеству ГЗ осуществляется в соответствии с выражением (4).

7. Определение места расположения группы задержания на местности. После распределения охраняемых объектов и определения

места расположения ГЗ на плоскости возникает обратная задача поиска места стоянки на местности. Поскольку вектор \vec{r}_c дает прямое указание на месторасположение ГЗ на плоскости Oxy , а не на карте местности, то для поиска места стоянки воспользуемся возможностью определения расстояний от ГЗ до охраняемых объектов. В связи с этим предлагается осуществить поиск места следующим образом:

- определяются все точки на местности, находящиеся на расстоянии $r_{ГЗ-i}$ от i -го объекта и достижимые по существующим дорогам;
- с учетом погрешности расчетов, которые неизменно могут появиться, остановиться на том участке местности, в котором точки от всех объектов размещены наиболее плотно, то есть на минимальном расстоянии друг от друга.

Так на рисунке 11 изображены точки, находящиеся на определяемых по значениям координатной плоскости (см. рис. 4) расстояниях от охраняемых объектов А, Б и В:

$r_{ГЗ-A} = 2,98$ – точки 1, 2, 3;

$r_{ГЗ-B} = 2,13$ – точки 4, 5, 6;

$r_{ГЗ-B} = 1,89$ – точки 7, 8, 9.



Рис. 11. Поиск места расположения ГЗ на карте местности

Как видно из рисунка 11, в области, в которой сосредоточены точки, находящиеся на наименьшем расстоянии друг от друга, расположены точки 3, 4, 8. Таким образом, размещение места стоянки ГЗ на данном участке соответствует оптимальному с точки зрения уменьшения риска охранной деятельности варианту размещения.

Учитывая вышеприведенные результаты исследования, можно предложить следующий общий рациональный алгоритм поиска мест

расположений групп задержания для снижения суммарного риска охранной деятельности.

Алгоритм 2. Поиск мест расположений групп задержания.

Шаг 1. На карте местности отмечаются все охраняемые объекты, для которых предоставляется услуга централизованной охраны в данный интервал времени.

Шаг 2. Определяются попарные расстояния между всеми охраняемыми объектами с учетом имеющихся дорог.

Шаг 3. Исходя из значений платы, взимаемой с собственника за предоставляемые услуги охраны, и стоимости содержания групп задержания определяется интервал нахождения оптимального числа групп задержания $n_{opt} \in (0; n_{кр}]$.

Шаг 4. Итерационным способом определяется значение n_{opt} , соответствующее максимальному значению целевой функции Φ .

Шаг 5. Применяется алгоритм 1 для распределения охраняемых объектов между n_{opt} группами задержания.

Шаг 6. Для каждой i -й группы задержания и соответствующих ей охраняемых объектов применяются алгоритм РТ (Pravilo Treugolnika) и выражения (8), (11), (12) для вычисления координат объектов на плоскости Oxy .

Шаг 7. В соответствии с (3) определяется центр масс месторасположения для каждой i -й ГЗ на плоскости Oxy либо используется численный метод.

Шаг 8. Осуществляется расчет расстояний от месторасположения ГЗ до охраняемых объектов.

Шаг 9. По карте местности с учетом имеющихся дорог определяются все достижимые точки, находящиеся на расстояниях, которые были рассчитаны на шаге 8.

Шаг 10. Находится участок местности, на котором расстояния между точками минимальны.

Шаг 11. Определенная на шаге 10 область является результатом расчета, в ней размещается i -я группа задержания.

По истечении контрольного периода времени алгоритм 2 вновь применяется для определения нового месторасположения ГЗ. Следует при этом отметить, что с учетом изменения перечня охраняемых объектов месторасположение ГЗ будет меняться. Это предотвратит возможную вероятность отслеживания ГЗ противоборствующей стороной (преступными элементами), а, следовательно, не позволит им завладеть материальными ценностями охраняемых объектов, исходя из знания места нахождения группы задержания. Более того, поскольку

месторасположение ГЗ не означает, что она будет постоянно находиться в неподвижном состоянии, а будет периодически осуществлять патрулирование по маршруту, то и в этом случае снижается вероятность предугадывания ее местонахождения с целью совершения преступления. Стоит также отметить, что определение наилучшего маршрута патрулирования и очередности посещения охраняемых объектов также может осуществляться с точки зрения уменьшения риска охранной деятельности, но требуют проведения отдельного исследования.

8. Заключение. Повышение эффективности функционирования охранных организаций (как частных, так и государственных) может осуществляться по самым разнообразным направлениям [18-22]. Однако, несомненным остается одно – каждый из участников рынка охранных услуг несет определенные риски. В связи с этим рассматриваемый подход на основе оптимизации мест размещения групп задержания и определения их наилучшего числа с целью уменьшения рисков охранный деятельности может быть использован охранными организациями для обеспечения сохранности материальных ценностей на охраняемых объектах. Сделанные допущения о линейной зависимости вероятности причинения ущерба собственникам от времени прибытия группы задержания в целом согласуются с практикой централизованной охраны с помощью технических средств и вполне обосновано. Рассмотренные вычислительные примеры доказывают адекватность разработанных и представленных математических моделей и алгоритмов. Является и высокой перспективностью их практического применения в подразделениях охраны, благодаря своей достаточной простоте и возможности взаимодействия в режиме онлайн с существующими картографическими сервисами.

Литература

1. *Смышиников Д.О., Пьянков О.В.* Оптимизация процессов обработки сообщений в системах передачи информации // Вестник Воронежского института МВД России. 2016. № 2. С. 183–190.
2. *Ахлюстин С.Б.* Модель нарушителя в задачах анализа надёжности интегрированных систем безопасности // Вестник Воронежского института МВД России. 2009. № 4. С. 121–125.
3. *Karakostas B., Zoraios Y.* Engineering Service Oriented Systems: A Model Driven Approach // IGI Global. 2008. 374 p.
4. *Меньших В.В., Калков Д.Ю., Кузнецов А.В.* Алгоритм оптимизации маршрутов патрулирования с использованием сервиса онлайн-карт // Вестник Воронежского института МВД России. 2018. № 3. С. 35–43.
5. *Смышиников Д.О.* Математическая модель размещения групп задержания при осуществлении охранный деятельности // Вестник Воронежского института МВД России. 2019. № 1. С. 83–90.
6. *Пьянков О.В., Щербакова И.В.* Определение вероятности отказа обслуживания заявок с приоритетами // Вестник Воронежского института МВД России. 2010. № 2. С. 193–199.

7. *Simmons G.F.* Calculus with analytic geometry // McGraw-Hill. 1996. 914 p.
8. *Watkins D.S.* Fundamentals of Matrix Computations // John Wiley & Sons. 2010. 664 p.
9. *Зобнина Д.М., Ерошкин А.А., Хисметдинова Н.Н.* Математическое моделирование работы службы охранной сигнализации // Международная научно-практическая конференция «World Science: Problems and Innovations». 2017. С. 142–146.
10. *Кариев Ч.А.* Основы работы с Яндекс // М.: Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ". 2016. 255 с.
11. *Пилипенко С.А.* Алгоритм построения маршрутов в электронных картах на примере сервиса Яндекс.Карты // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. 2017. № 1(9). С. 149–151.
12. *Arsanjani J.J., Zipf A.* OpenStreetMap in GIScience Experiences // Lecture notes in geoinformation and cartography. 2015. 324 p.
13. *Ferguson A.G.* The rise of big data policing: surveillance, race, and the future of law enforcement // NYU Press. 2019. 266 p.
14. *Долматова М.* Разработка картографического Android-приложения с улучшенной маршрутизацией по городу и поэтажными планами зданий // International Conference on Computer Technology and Science Scientific public organization «Professional science». 2017. pp. 16–22.
15. *Nielsen R.K., Holm A.N., Feragen A.* Learning from graphs with structural variation. 2018. URL: <https://arxiv.org/pdf/1806.11377.pdf> (дата обращения: 07.02.2020).
16. *Borg I., Groenen P.J.F.* Modern Multidimensional Scaling. Theory and Applications // Springer Science & Business Media. 2005. 636 p.
17. *Гантмахер Ф.П.* Теория матриц // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2004. 560 с.
18. *Alam R., Ahmad S.K.S.* Sensitivity analysis of nonlinear eigenproblems // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. 2019. vol. 40. no. 2. pp. 672–695.
19. *Winterdyk John A.* Crime Prevention: International Perspectives, Issues, and Trends // CRC Press. 2017. 580 p.
20. *Кнаус О.А.* Применение комплексного подхода при обеспечении охраны общественного порядка и общественной безопасности: проблемы и пути решения // Вестник Восточно-Сибирского института Министерства внутренних дел России. 2018. № 4(87). С. 161–166.
21. *Колмыков С.Н., Цветов С.В.* Особенности тактических действий сотрудников полиции при задержании вооруженных преступников в общественном месте // Вестник Белгородского юридического института МВД России имени И.Д. Путилина. 2018. № 1. С. 30–35.
22. *Voeller J.G.* Wiley Handbook of Science and Technology for Homeland Security, 4 Volume Set // John Wiley & Sons. 2010. 288 p.

Пьянков Олег Викторович — д-р техн. наук, доцент, заместитель начальника кафедры, кафедра инфокоммуникационных систем и технологий, Воронежский институт Министерства внутренних дел России. Область научных интересов: математическое моделирование эргатических систем; разработка методов и алгоритмов кластерного анализа, классификации; процессы разработки программных комплексов. Число научных публикаций — 166. ovruankov@mail.ru; пр. Патриотов, 53, 394065, Воронеж, Россия; р.т.: +7(432)200-5233.

Смышников Дмитрий Олегович — инженер, Охранное предприятие ООО «Каскад» (Москва). Область научных интересов: математическое моделирование процессов охранной деятельности, разработка методов и алгоритмов оптимизации рисков. Число научных публикаций — 15. ksb@kaskadsb.ru; ул. Ферганская, 2/2, 109444, Москва, Россия; р.т.: +7(495) 710-72-73.

O. PYANKOV, D. SMYSHNIKOV
**AUTOMATED SEARCH FOR LOCATIONS OF DETENTION
GROUPS TO REDUCE SECURITY ACTIVITY RISK**

Pyankov O., Smyshnikov D. Automated Search for Locations of Detention Groups to Reduce Security Activity Risk.

Abstract. Property security management is a crucial problem in keeping tangible and intangible assets safe. Its solution using technical means and mobile detention groups ensures assets preservation and reduces security activities risk. Classical definition of a risk, which relates the probability of damage to the protected object to the amount of damage, is proposed to use. For determining the probability, an assumption, where only arrival time of the detention group at secured facility is recorded by the alarm signal, is introduced.

In order to minimize the total risk of security activities the task of finding the location of the detention group on the ground with dispersed objects is formulated. As a solution to the formulated problem, a search for the location of the detention groups which takes into account the magnitude of the damage and the current coordinates of the object on the plane is proposed. Examples of calculating locations of detention groups on the plane are presented.

An objective function Φ of the effectiveness of security activities implementation, linking the financial and economic indicators of security organization with the value of security activities risk is introduced and substantiated. The analysis of function Φ behavior with a change in the number of detention groups is shown, the presence of function extremum is shown, the interval of finding the extremum is determined.

It is proposed to calculate the distances between objects on a map and to use it to determine the coordinates in a new auxiliary plane. Coordinates are calculated using Gram matrices. A computational example is presented.

A step-by-step algorithm for secured facility allocation between detention groups with minimization of the total risk of security activities is developed; an example of its use is presented.

A search procedure for the location of the detention group on the ground by the determined coordinates on the plane is defined; a search process is illustrated. A general location search algorithm is proposed and the results are presented.

Keywords: Security Risk, Optimization of the Placement of Detention Groups, Gram Matrix, Determination of Coordinates, Distance Matrix.

Pyankov Oleg — Ph.D., Dr.Sci., Associate Professor, Deputy Head of the Department, Department of Infocommunication Systems and Technologies, Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia. Research interests: mathematical modeling of ergatic systems, development of methods and algorithms for cluster analysis, classification, software development processes. The number of publications — 166. ovpyankov@mail.ru; 53, pr. Patriotov, 394065, Voronezh, Russia; office phone: +7(432)200-5233.

Smyshnikov Dmitry — Engineer, Security Company LLC "Cascade" (Moscow). Research interests: mathematical modeling of security processes, development of methods and algorithms for optimizing risks. The number of publications — 15. ksb@kaskadsb.ru; 2/2, Ferganskaya str., 109444, Moscow, Russia; office phone: +7(495) 710-72-73.

References

1. Smyshnikov D.O., Pyankov O.V. [Optimization of message processing processes in information transfer systems]. *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii – The Bulletin of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia*. 2016. vol. 2. pp. 183–190. (In Russ.).
2. Ahljustin S.B. [Intruder model in reliability analysis problems of integrated security systems]. *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii – The Bulletin of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia*. 2009. vol. 4. pp. 121–125. (In Russ.).
3. Karakostas B., Zorgios Y. *Engineering Service Oriented Systems: A Model Driven Approach*. IGI Global. 2008. 374 p.
4. Menshikh V.V., Kalkov D.Ju., Kuznecov A.V. [Algorithm for optimizing patrol routes using the online map service]. *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii – The Bulletin of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia*. 2018. vol. 3. pp. 35–43. (In Russ.).
5. Smyshnikov D.O. [The mathematical model of the placement of detention groups in the implementation of security activities]. *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii – The Bulletin of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia*. 2019. vol. 1. pp. 83–90. (In Russ.).
6. Pyankov O.V., Shherbakova I.V. [Determining the probability of service failure with priority]. *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii – The Bulletin of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia*. 2010. vol. 2. pp. 193–199. (In Russ.).
7. Simmons G.F. *Calculus with analytic geometry*. McGraw-Hill. 1996. 914 p.
8. Watkins D.S. *Fundamentals of Matrix Computations*. John Wiley & Sons. 2010. 664 p.
9. Zobnina D.M., Eroshkin A.A., Hisametdinova N.N. [Mathematical modeling of the alarm system]. *IX Mezhdunarodnaja nauchno-prakticheskaja konferencija "World Science: Problems and Innovation"* [International Scientific and Practical Conference "World Science: Problems and Innovation"]. 2017. pp. 142–146. (In Russ.).
10. Kariev Ch.A. *Osnovy raboty s Jandeks* [The basics of working with Yandex]. M.: Nacional'nyj Otkrytyj Universitet "INTUIT". 2016. 255 p. (In Russ.).
11. Pilipenko S.A. [An algorithm for constructing routes in electronic maps using the Yandex.Maps service example]. *Nauchnyj vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Serija: Informacionnye tehnologii v stroitel'nyh, social'nyh i jekonomicheskikh sistemah – Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Series: Information Technologies in Building, Social and Economic Systems*. 2017. vol. 1(9). pp. 149–151. (In Russ.).
12. Arsanjani J.J., Zipf A. *OpenStreetMap in GIScience Experiences*. Lecture notes in geoinformation and cartography. 2015. 324 p.
13. Ferguson A.G. *The rise of big data policing: surveillance, race, and the future of law enforcement*. NYU Press. 2019. 266 p.
14. Dolmatova M. [Development of a cartographic Android application with improved march routing in the city and floor plans of buildings]. [International Conference on Computer Technology and Science Scientific public organization "Professional science"]. 2017. pp. 16–22. (In Russ.).
15. Nielsen R.K., Holm A.N., Feragen A. *Learning from graphs with structural variation*. 2018. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1806.11377.pdf> (accessed: 07.02.2020).
16. Borg I., Groenen P.J.F. *Modern Multidimensional Scaling. Theory and Applications*. Springer Science & Business Media. 2005. 636 p.
17. Gantmaher F.R. *Teorija matric* [Matrix theory]. M.: FIZMATLIT. 2004. 560 p. (In Russ.).

18. Alam R., Ahmad S.K.S. Sensitivity analysis of nonlinear eigenproblems. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*. 2019. vol. 40. no. 2. pp. 672–695.
19. Winterdyk John A. Crime Prevention: International Perspectives, Issues, and Trends. CRC Press. 2017. 580 p.
20. Knaus O.A. [Application of an integrated approach to ensure the protection of public order and public safety: problems and solutions]. *Vestnik Vostochno-Sibirskogo instituta Ministerstva vnutrennih del Rossii – The Bulletin of the East Siberian Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia*. 2018. vol. 4(87). pp. 161–166. (In Russ.).
21. Kolmykov S.N., Cvetov S.V. [Features of tactical actions of police officers when detaining armed criminals in a public place]. *Vestnik Belgorodskogo juridicheskogo instituta MVD Rossii imeni I.D. Putilina – The Bulletin of the Belgorod Law Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia named after I.D. Putilina*. 2018. vol. 1. pp. 30–35. (In Russ.).
22. Voeller J.G. Wiley Handbook of Science and Technology for Homeland Security, 4 Volume Set. John Wiley & Sons. 2010. 288 p.