УДК 004.052.42+681.518.5 **DOI** 10.15622/sp.2020.19.1.8

Д.В. Ефанов, В.В. Хорошев

МЕТОД УПОРЯДОЧЕНИЯ ПРОЦЕДУР РАЗБИЕНИЯ СОСТОЯНИЙ ПРОЦЕДУРАМИ С ДВУМЯ И ТРЕМЯ ИСХОДАМИ С УЧЕТОМ ИХ СТОИМОСТИ И ВЕСОВ СОСТОЯНИЙ

Ефанов Д.В., Хорошев В.В. **Метод упорядочения процедур разбиения состояний процедурами с двумя и тремя исходами с учетом их стоимости и весов состояний.**

Аннотация. Описывается метод упорядочения процедур разбиения состояний процедурами с двумя и тремя исходами. При этом использованы терминология и методы теории вопросников, а сама последовательность процедур разбиения определена как неоднородный вопросник с вопросами, имеющими два и три варианта ответа. Этот класс вопросников является особенным и выделен авторами в класс бинарно-тернарных и интересен тем, что это наиболее простой класс неоднородных вопросников. Кроме того, увеличение числа ответов какого-либо вопроса на практике также может дать выигрыш в параметрах вопросников, в том числе в показателе его эффективности – средней цене обхода. Отмечается, что использование бинарно-тернарных вопросников на практике позволяет уменьшить среднее время идентификации событий по вопроснику, что крайне важно в тех приложениях вопросников, в которых имеется ограничение на время идентификации событий, например в системах критического применения. Приводится метод оптимизации бинарно-тернарных вопросников, основанный на поиске наиболее предпочтительных вопросов для каждого подмножества идентифицируемых событий. Выбор предпочтительных вопросов основан на установлении отношений сравнения между ними. Описаны все возможные виды сравнимости двух вопросов с двумя ответами, двух вопросов с тремя ответами, а также вопроса с двумя ответами и вопроса с тремя ответами. Приведен пример получения математического выражения для функции, характеризующей предпочтительность вопросов друг перед другом, а также обобщенная формула выбора наиболее предпочтительного вопроса для любых неоднородных вопросников. Сформирован алгоритм метода упорядочения вопросов, который позволяет за полиномиальное время построить бинарно-тернарный вопросник с наименьшей ценой обхода. Приведен пример оптимизации бинарно-тернарного вопросника по представленному методу.

Ключевые слова: техническое диагностирование; поиск неисправности; вопросник; бинарно-тернарный вопросник; оптимизация; отношения сравнения между вопросами; сравнимые вопросы.

1. Введение. До сих пор во многих областях науки и техники велика доля участия человека в процессе эксплуатации систем и устройств управления. Примером тому является транспортная отрасль, где выполняемые диспетчерами, водителями и оперативным персоналом функции крайне сложно поддаются автоматизации [1-5]. В этой связи важнейшее значение имеет своевременное принятие решений человеком, что особенно проявляется при возникновении нештатных ситуаций в процессе управления (например, наличие конфликтов при управлении, возникновение неисправностей компонентов, реализация запланированных технологических окон (простоев производства для проведения работ по обслуживанию и т.д.). Для повышения эффективности процессов эксплуатации устройства и системы управления снабжаются диагностическим обеспечением, которое способно автоматически измерять ответственные параметры узлов и компонентов, выводить полученную информацию пользователям, а также проводить оценку получаемых данных, то есть осуществлять мониторинг состояния. Использование автоматических систем диагностирования и мониторинга позволяет, в том числе повысить отказоустойчивость систем управления за счет выявления развивающихся дефектов на стадиях предотказных (докритических) состояний [6]. Своевременная реакция оперативного персонала на такие состояния устройств автоматизации дает возможность предотвратить отказ и нарушения в технологических процессах управления. А в тех случаях, когда отказа избежать не удается, использование системы мониторинга позволяет сократить время на поиск и восстановительные работы.

Использование автоматических систем диагностирования и мониторинга крайне важно в таких областях, где останов технологического процесса невозможен (системы критического действия) или крайне негативно сказывается на экономических составляющих. К таковым, например, относятся водный транспорт, авиация, железнодорожный комплекс и так далее. По этой причине развитие систем диагностирования и мониторинга таких объектов приобретает наивысший приоритет. Они становятся не просто средством обработки данных путем сравнения с установленными пороговыми предельными значениями, как в большинстве современных автоматизированных систем управления, но средствами мониторинга, снабженными инструментами машинного анализа и поддержки принятия решений техническим персоналом по использованию объектов диагностирования по назначению и выбору способов их технического обслуживания [6].

Важным вопросом в развитии технических средств диагностирования и мониторинга является создание подсистем поддержки принятия решений, которые на основании исторических данных (времени и условий эксплуатации, дат и времен обслуживания и ремонтов, имеющихся детальных статистических данных использования и прочих данных) и измеряемых в режиме реального времени данных об ответственных параметрах устройств могут давать подсказки обслуживающему персоналу. В настоящее время указанная задача во многих отраслях решается на основе экспертного анализа обслуживающим персоналом, который порой затрачивает значительное время на решение задачи идентификации тех или иных диагностических событий [6]. В этой связи полезными могут оказаться развитые во второй половине XX – начале XXI столетия методы технической диагностики, и в том числе известной теории вопросников (теории, в которой основным объектом является вопросник, образованный некоторым множеством вопросов или процедур, которые позволяют разделить полное множество событий на одноэлементные подмножества; можно сказать, что вопросник – это последовательность процедур разбиения исходного множества событий на одноэлементные подмножества) [7-17] для автоматического построения условных алгоритмов поиска неисправностей в программных средствах систем технического диагностирования и мониторинга.

Так как для систем критического действия важнейшим фактором является время диагностирования [18, 19], то возникает задача поиска такой последовательности проверок (вопросов) (или, другими словами, построения алгоритма диагностирования), которая даст положительный результат за время, не превосходящее установленное для данной процедуры. Не всегда это возможно сделать при использовании вопросов с числом ответов, равным двум. Уменьшить время можно за счет использования вопросов с числом ответов, бóльшим или равным трем. Обратим внимание читателя на особенный класс вопросников – вопросники, число ответов на каждый из вопросов, в которых может быть равным только двум и трем. Это наиболее простые неоднородные (в смысле числа ответов на вопросы) вопросники, которые могут использоваться на практике. В данной работе приводится описание *метода упорядочения вопросов*, позволяющего за полиномиальное время строить вопросник, который дает наименьшее среднее время идентификации событий (в технической диагностике – поиска неисправности) [11]. Использование данного метода на практике при обработке данных, поступающих в реальном масштабе времени, может оказаться гораздо эффективнее тех методов, которые обладают большой трудоемкостью построения алгоритмов диагностирования [20-30]. Так как достижение автоматическими средствами мониторинга высокой полноты и глубины диагностирования на практике не всегда возможно, то при большом числе операций использование таких методов будет приводить к задержкам в выдаче рекомендаций для поиска неисправностей.

2. Вопросники, образованные вопросами с двумя и тремя ответами. Говорить о вопросниках с вопросами, имеющими по два и три ответа, целесообразно в том случае, если результаты измерений значений позволяют в один и тот же момент времени идентифицировать два или три события (или подмножества ответов). Например, измеренное значение какого-либо параметра S может дать ответ на вопрос $S \in S_a$ или

$S \in S_b$, или $S \in S_c$, где S_a, S_b, S_c – множества значений, соответствующих событиям *a*, *b* и *c* (в диагностике – состояниям объекта диагностирования). Примеры таких вопросов из области железнодорожной автоматики представлены в [31, 32]. Наличие вопросов, дающих сразу три варианта ответов, позволяет на практике сократить число измерительных процедур, что влияет и на среднее время идентификации событий. Поэтому класс вопросников с вопросами, имеющими по два и три ответа, является крайне важным.

Определение 1. Вопросник, который включает только вопросы с двумя и тремя ответами и в котором имеется по крайней мере один вопрос с двумя и один вопрос с тремя ответами, назовем бинарно-тернарным вопросником.

Обозначим далее бинарно-тернарный вопросник как *BTQ* (*binary-ternary questionnaire*).

Вернемся к теории вопросников и напомним читателю основные ее понятия [7, 10].

Вопросник – это совокупность множества идентифицируемых событий $S = \{s_i\}$, $i = 1, 2, ..., m$, и множества $\Pi = \{\pi_j\}$, $j = 1, 2, ..., n$, необходимых для разделения множества событий вопросов (иными словами, модель вопросника можно представить двойкой множеств $<S, \Pi>$). Если вопросы таковы, что позволяют разделить исходное множество событий на одноэлементные подмножества, то говорят, что решается задача полной идентификации, в противном случае решается задача неполной идентификации. При решении задачи идентификации учитывают такие параметры, как «важность» идентифицируемого события и «стоимость» постановки каждого вопроса. Показателем «важности» в технической диагностике может являться вероятность возникновения дефекта, а показателем «стоимости» проверки – затраты на ее реализацию (например, время ее проведения или трудоемкость). Таким образом, задача идентификации событий может быть решена различными способами с различными затратами (ценой), что определяется последовательностью постановки вопросов. Центральной задачей теории вопросников является задача оптимизации вопросника по критерию минимума средней цены идентификации события.

Для каждого события в вопроснике задается значение весового коэффициента $\omega(s_i)$, $s_i \in S$, а для каждого вопроса фиксируется цена $c(\pi_j)$ и весовой коэффициент $\omega(\pi_j)$, $\pi_j \in \Pi$. Весовой коэффициент каждого вопроса складывается из суммы весовых коэффициентов событий, входящих в подмножества его ответов. При этом весовой коэффициент вопроса зависит от последовательности его постановки.

Часто весовые коэффициенты нормируют (тем самым внося относительную важность ответа на вопрос) и принимают за вероятность идентифицируемых событий:

$$p(s_i) = \frac{\omega(s_i)}{\sum_{i=1}^{m} \omega(s_i)}. \tag{1}$$

При этом справедливо равенство:

$$\sum_{i=1}^{m} p(s_i) = 1. \tag{2}$$

Число ответов на каждый вопрос называют его основанием и обозначают как $\alpha(\pi_j)$. Если основания всех вопросов одинаковые, то вопросник является однородным (гомогенным). Вопросники, для которых $\forall \pi_j \in \Pi,\ \ \alpha(\pi_j) = 2$, называются бинарными вопросниками, или однородными вопросниками с основаниями вопросов $\alpha(\pi_j) = 2$ (их также называют дихотомичными [10]). Отдельно рассматривают однородные вопросники с основаниями всех вопросов $\alpha(\pi_j) > 2$, например вопросники с вопросами, имеющими основания всех вопросов $\alpha(\pi_j) = 3$. Вопросники с вопросами с различающимися основаниями, называются неоднородными (гетерогенными).

На рисунке 1 приведена расширенная классификация вопросников по признаку оснований вопросов.

В зависимости от соотношений между ценами вопросов и весами идентифицируемых событий выделяют также особые классы вопросников: с равноценными и неравноценными вопросами, а также с равновесными и неравновесными событиями [10]. Могут также быть выделены такие типы вопросников для конкретных случаев (например, в технической диагностике – для устройств и систем автоматизации), которые обладают динамическими характеристиками, другими словами, переменными во времени (в зависимости от режима функционирования объекта) значениями цен и оснований вопросов, а также весов событий [11, 33]. Такие вопросники условимся называть *динамическими вопросниками*.

Вернемся к рассмотрению *BTQ*. Далее при описаниях и в формулах каждому ответу вопроса будем присваивать идентификатор, например, для вопроса с двумя ответами это 1 и 0, для вопроса с тремя ответами – 2, 1 и 0.

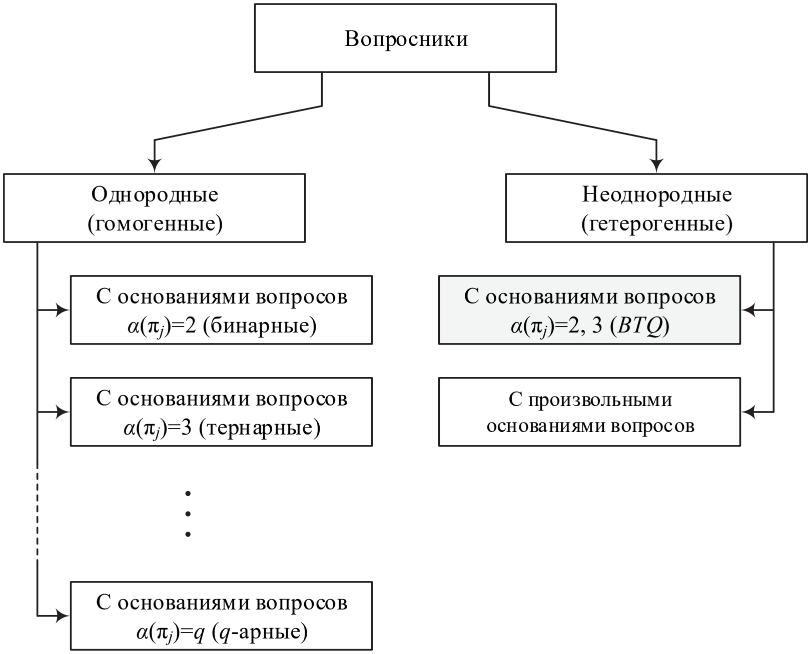


Рис. 1. Классификация вопросников по признаку оснований

Для каждого конкретного вопросника может быть определена средняя стоимость идентификации множества событий $S=\{s_1,s_2,...,s_m\}$, называемая *ценой обхода* вопросника:

$$C=\sum_{j=1}^{n} p\left(\pi_j\right)c\left(\pi_j\right). \qquad (3)$$

Различные вопросники могут иметь различное значение цены обхода. Вопросник для заданных множеств идентифицируемых событий и вопросов, характеризующийся минимальной ценой обхода, называется *оптимальным*.

BTQ являются простейшими неоднородными вопросниками, поэтому для них могут быть напрямую использованы известные точные методы оптимизации (например, ветвей и границ и динамического программирования [7, 10]) или же адаптированы и использованы известные методы оптимизации вопросников, включающие только вопросы с двумя ответами, которые позволяют получать оптимальный или близкий к оптимальному вопросник за полиномиальное время [11].

Постановка задачи. Адаптируем метод построения вопросника на основе выбора на каждом этапе разбиения наиболее предпочтительного вопроса, ранее применяемый только при оптимизации вопросников с вопросами, которые имеют по два ответа, к оптимизации неоднородных вопросников с двумя и тремя ответами.

3. Метод построения вопросника на основе выбора наиболее предпочтительных вопросов на каждом этапе разбиения.

3.1. Сравнимость вопросов в бинарно-тернарном вопроснике. В *BTQ* встречаются только вопросы с двумя и тремя ответами, которые разбивают исходное множество идентифицируемых событий на два и три подмножества ответов, такие что:

$$S = S_{\pi_1}^0 \cup S_{\pi_1}^1 = S_{\pi_2}^0 \cup S_{\pi_2}^1 \cup S_{\pi_2}^2 .$$

Если вопрос с двумя ответами задается на неполном множестве идентифицируемых событий, то проверка может оказаться либо эффективной, либо неэффективной (под эффективной проверкой подразумевается результативность деления; к эффективности можно отнести меру разбиения). В первом случае нулевому и единичному ответам будут соответствовать непустые множества событий. Во втором случае все события будут полностью включены в подмножества одного из ответов на вопрос. При постановке вопроса с тремя ответами рассуждения аналогичны, только возможны разбиения на три, два и одно подмножества. Первый вариант сохранит основание вопроса, второй приведет к его уменьшению и третий будет соответствовать неэффективной постановке вопроса (постановка вопроса не даст нового разбиения и смысла иметь не будет). Таким образом, в процессе постановки вопроса с тремя ответами на неполном множестве событий основание вопроса может уменьшиться, а какому-либо из ответов будет соответствовать пустое множество событий.

Определение 2. Назовем два вопроса сравнимыми, если подмножество какого-либо ответа одного из них является собственным подмножеством какого-либо ответа на другой вопрос.

Обратимся к рассмотрению вариантов сравнимости для двух вопросов с двумя ответами – вопросов π_1 и π_2.

Если бы оба подмножества ответов на вопрос π_1 на каком-либо подмножестве идентифицируемых событий были равны обоим подмножествам ответов на вопрос π_2, то это были бы два идентичных по результатам (но не по формулировкам) вопроса. Случай, при котором подмножество ответов на один из вопросов совпадает с одним подмножеством ответов на второй вопрос, также отпадает. Положим, например, что $S^0_{\pi_1} = S^0_{\pi_2}$, тогда: $S^1_{\pi_1} = S \setminus S^0_{\pi_1}$ и $S^1_{\pi_2} = S \setminus S^0_{\pi_2}$. Но так как $S^0_{\pi_1} = S^0_{\pi_2}$, имеем, что $S^1_{\pi_1} = S^1_{\pi_2}$. Другими словами, оба вопроса дают идентичные разбиения какого-либо из подмножеств идентифицируемых событий. Остается два варианта отношений сравнения между вопросами с двумя ответами:

1) $S^0_{\pi_1} \subset S^0_{\pi_2}, S^1_{\pi_1} \supset S^1_{\pi_2}$;

2) $S^0_{\pi_1} \supset S^0_{\pi_2}, S^1_{\pi_1} \subset S^1_{\pi_2}$.

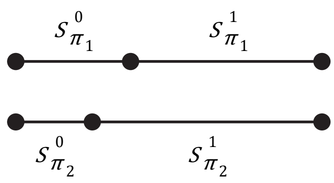
Однако, так как вопросы равнозначны, замена π_1 на π_2 и наоборот в первом выражении даст второе выражение. То же касается и замен во втором выражении.

Таким образом, первый и второй случаи сравнимости идентичны с точностью до сравнения двух (не важно каких) бинарных вопросов [11].

Утверждение 1. Для вопросов с двумя ответами существует один вариант сравнимости.

В таблице 1 приведен единственный вариант сравнимости для вопросов с двумя ответами.

Таблица 1. Варианты сравнимости для вопросов с двумя ответами

Тип	Линейная диаграмма	Пример
1		$\pi_1 = \{s_1, s_2\}, \{s_3, s_4, s_5, s_6\}$ $\pi_2 = \{s_1\}, \{s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$

Рассмотрим варианты сравнимости для случая использования вопроса π_1 с двумя ответами и вопроса π_2 с тремя ответами.

Пусть подмножество одного из ответов на вопрос π_1 совпадает с подмножеством какого-либо из ответов на вопрос π_2, например $S^0_{\pi_1} = S^0_{\pi_2}$. В этом случае получаем: $S^1_{\pi_1} = S \setminus S^0_{\pi_1}$ и $\left(S^1_{\pi_2} \cup S^2_{\pi_2}\right) = S \setminus S^0_{\pi_2}$. Но так как $S^0_{\pi_1} = S^0_{\pi_2}$, получаем $S^1_{\pi_1} = \left(S^1_{\pi_2} \cup S^2_{\pi_2}\right)$.

Другие случаи сравнимости для рассматриваемых вопросов π_1 и π_2 определяются тем, что совпадающих подмножеств ответов на различные вопросы нет. Пусть $S^0_{\pi_1} \subset S^0_{\pi_2}$, что равносильно тому, что

$S_{\pi2}^0 = S_{\pi1}^0 \cup S^*$, где $S^* \subset S_{\pi1}^1$ – некоторое подмножество ответов на вопрос π_1, дополняющего подмножество $S_{\pi1}^0$ до подмножества $S_{\pi2}^0$. Учитывая соотношения $S_{\pi1}^1 = S \setminus S_{\pi1}^0$ и $\left(S_{\pi2}^1 \cup S_{\pi2}^2\right) = S \setminus S_{\pi2}^0$, получаем, что $S_{\pi1}^1 = \left(S_{\pi2}^1 \cup S_{\pi2}^2\right) \cup S^*$. Пусть $S_{\pi1}^0 \supset S_{\pi2}^0$. Тогда $S_{\pi1}^0 = S_{\pi2}^1 \cup S^*$, где $S^* \subset S \setminus S_{\pi2}^0$ – некоторое подмножество ответов на вопрос π_2, дополняющего подмножество ответа $S_{\pi2}^0$ до подмножества $S_{\pi1}^0$. Кроме того, $S_{\pi1}^1 \subset S \setminus S_{\pi2}^0$, $S \setminus S_{\pi2}^0 = \left(S_{\pi2}^1 \cup S_{\pi2}^2\right)$. В этом случае возможны два варианта сравнимости. Первый вариант заключается в том, что выполняется соотношение $S_{\pi2}^1 \subset S^*$ либо $S_{\pi2}^2 \subset S^*$ и, соответственно, $S_{\pi1}^1 \subset S_{\pi2}^2$ либо $S_{\pi1}^1 \subset S_{\pi2}^1$. Следует отметить, что данный случай сравнимости ввиду равнозначности ответов на вопросы идентичен рассмотренному выше варианту с условием $S_{\pi1}^0 \subset S_{\pi2}^0$. Второй вариант заключается в том, что выполняется соотношение $S_{\pi2}^1 \supset S^*$ либо $S_{\pi2}^2 \supset S^*$ и, соответственно, $S_{\pi1}^1 \supset S_{\pi2}^2$ либо $S_{\pi1}^1 \supset S_{\pi2}^1$.

Исходя из рассмотренных выше вариантов сравнимости для вопросов с двумя и тремя ответами можно заключить следующее.

Утверждение 2. Для вопросов с двумя и тремя ответами существует три варианта сравнимости.

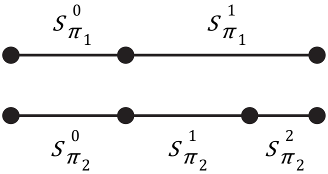
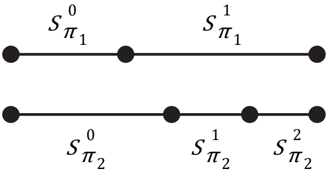
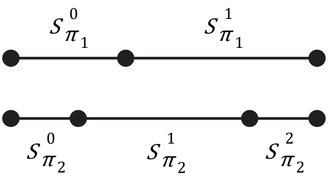
В таблице 2 приведены все случаи сравнимости для вопросов с двумя и тремя ответами.

Аналогично рассматриваются варианты сравнимости для двух вопросов с тремя ответами (таблица 3).

При варианте равенства двух подмножеств ответов на оба вопроса, например $S_{\pi1}^0 = S_{\pi2}^0$, случай становится аналогичным рассмотрению двух вопросов с двумя ответами. Здесь возможны две сравнимости: либо $S_{\pi1}^1 \supset S_{\pi2}^1$ и $S_{\pi1}^2 \subset S_{\pi2}^2$, либо наоборот.

Возможен также вариант сравнимости вопросов, при котором выполняются соотношения: $S_{\pi1}^0 = S_{\pi2}^0 \cup S_{\pi2}^1$ и $S_{\pi1}^1 \cup S_{\pi1}^2 = S_{\pi2}^2$. Другими словами, одно из подмножеств ответов на первый вопрос полностью состоит из каких-либо двух подмножеств ответов на второй вопрос и наоборот.

Таблица 2. Варианты сравнимости вопросов с двумя и тремя ответами

Тип	Линейная диаграмма	Пример
1		$\pi_1 = \{s_1, s_2, s_3\}, \{s_4, s_5, s_6\}$ $\pi_2 = \{s_1, s_2, s_3\}, \{s_4, s_5\}, \{s_6\}$
2		$\pi_1 = \{s_1, s_2, s_3\}, \{s_4, s_5, s_6\}$ $\pi_2 = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}, \{s_5\}, \{s_6\}$
3		$\pi_1 = \{s_1, s_2, s_3\}, \{s_4, s_5, s_6\}$ $\pi_2 = \{s_1, s_2\}, \{s_3, s_4, s_5\}, \{s_6\}$

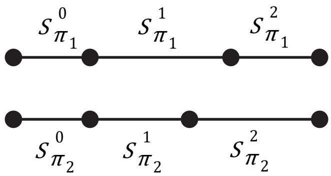
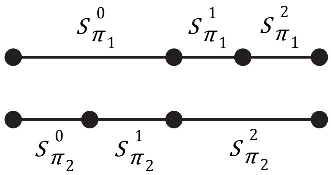
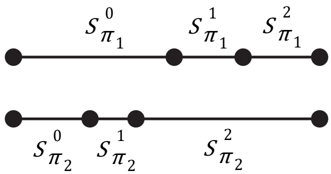
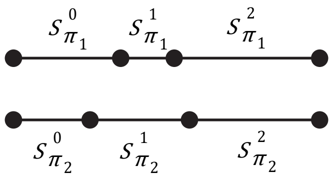
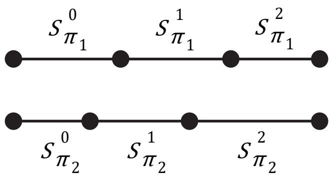
Если все три подмножества ответов на каждый из вопросов различны, то можно выделить три случая сравнимости, характеризуемые следующими условиями:

1) $S_{\pi_1}^0 \supset \left(S_{\pi_2}^0 \cup S_{\pi_2}^1\right)$ и $\left(S_{\pi_1}^1 \cup S_{\pi_1}^2\right) \subset S_{\pi_2}^2$;

2) $S_{\pi_1}^0 \supset S_{\pi_2}^0$, $S_{\pi_1}^1 \subset S_{\pi_2}^1$ и $S_{\pi_1}^2 \supset S_{\pi_2}^2$;

3) $S_{\pi_1}^0 \supset S_{\pi_2}^0$, $S_{\pi_1}^2 \subset S_{\pi_2}^2$, $S_{\pi_1}^1 \cup S_{\pi_2}^1 = S^* : S_{\pi_1}^1 \subset S^*$, $S_{\pi_2}^1 \subset S^*$.

Таблица 3. Варианты сравнимости для вопросов с тремя ответами

Тип	Линейная диаграмма	Пример
1		$\pi_1 = \{s_1, s_2\}, \{s_3, s_4, s_5\}, \{s_6\}$ $\pi_2 = \{s_1, s_2\}, \{s_3, s_4\}, \{s_5, s_6\}$
2		$\pi_1 = \{s_1, s_2, s_3\}, \{s_4, s_5\}, \{s_6\}$ $\pi_2 = \{s_1, s_2\}, \{s_3\}, \{s_4, s_5, s_6\}$
3		$\pi_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}, \{s_5\}, \{s_6\}$ $\pi_2 = \{s_1, s_2\}, \{s_3\}, \{s_4, s_5, s_6\}$
4		$\pi_1 = \{s_1, s_2, s_3\}, \{s_4\}, \{s_5, s_6\}$ $\pi_2 = \{s_1, s_2\}, \{s_3, s_4, s_5\}, \{s_6\}$
5		$\pi_1 = \{s_1, s_2\}, \{s_3, s_4\}, \{s_5, s_6\}$ $\pi_2 = \{s_1\}, \{s_2, s_3\}, \{s_4, s_5, s_6\}$

Анализ показывает, что других случаев отношений сравнимости для двух вопросов с тремя ответами не существует.

Утверждение 3. Для вопросов с тремя ответами существует пять вариантов сравнимости.

Наличие установленных видов сравнимости вопросов позволяет перейти к выбору наиболее предпочтительного вопроса из сравниваемых.

3.2. Предпочтения вопросов в бинарно-тернарном вопроснике. Среди сравнимых между собой вопросов может быть выбран такой вопрос, который будет более предпочтительным перед другим.

Определение 3. Вопрос π_1 является предпочтительнее вопроса $\pi_2 \left(\pi_1 \succ \pi_2\right)$, если при постановке первым вопроса π_1, а вторым вопроса π_2, цена обхода полученного вопросника будет меньшей, чем в противоположном случае.

Путем рассмотрения каждого из приведенных выше случаев вариантов сравнимости вопросов (см. таблицы 1-3) нетрудно установить общие закономерности, присущие сравниваемым вопросам, а также вывести выражение, которое определяет функцию предпочтения.

Определение 4. Функцией предпочтения для двух вопросов π_1 и π_2 называется такая функция $\Phi\left(\pi_1, \pi_2\right)$, величина которой показывает, какой из вопросов более предпочтительный.

В [11] выведено выражение для функции предпочтения при рассмотрении только вопросов с двумя ответами, а в [34] – только вопросов с тремя ответами. Для примера выведем выражение для функции предпочтения при сравнении двух вопросов с двумя и тремя ответами. Приведем выкладки, положим, для второго случая из таблицы 2. Два вопроса π_1 и π_2 разбивают исходное множество событий на следующие подмножества:

$$\pi_1 : S_{\pi_1}^0 \cup S_{\pi_1}^1 = S;$$
$$\pi_2 : S_{\pi_2}^0 \cup S_{\pi_2}^1 \cup S_{\pi_2}^2 = S.$$

Существует два варианта построения вопросника: сначала задается вопрос π_1, а затем – π_2 (рис. 2а) или наоборот (рис. 2б). Соответственно, вопросники $Q\left(\pi_1 \pi_2\right)$ и $Q\left(\pi_2 \pi_1\right)$. Определим цены обхода вопросников в каждом из представленных случаев.

С учетом (3) цена обхода вопросника $Q\left(\pi_1 \pi_2\right)$ записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_{Q(\pi_1\pi_2)} = 1 \cdot c\left(\pi_1\right) + c\left(S_{\pi_2}^2\right) + c\left(S_{\pi_2}^1\right) + c\left(S_{\pi_1}^1 \setminus S_{\pi_2}^0\right) + \\ + c\left(S_{\pi_1}^0\right) + c\left(\pi_2\right) \sum_{p_j \in \left(S_{\pi_2}^2 \cup S_{\pi_2}^1 \cup S_{\pi_1}^1 \setminus S_{\pi_2}^0\right)} p_j . \end{aligned} \quad (4)$$

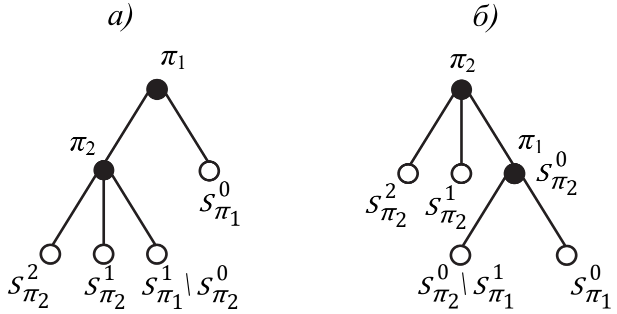


Рис. 2. Варианты последовательности вопросов

Здесь и далее в формулах цена разбиения конкретного подмножества событий обозначена как $c\left(S_{\pi_j}^k\right)$, $k \in \{0,1,2\}$, $j \in \{1,2,..., n\}$.

Аналогично (4) записывается выражение для цены обхода вопросника $Q(\pi_2\pi_1)$:

$$C_{Q(\pi_2\pi_1)} = 1 \cdot c(\pi_2) + c\left(S_{\pi_2}^2\right) + c\left(S_{\pi_2}^1\right) + c\left(S_{\pi_2}^0 \setminus S_{\pi_1}^1\right) + \\ + c\left(S_{\pi_1}^0\right) + c(\pi_1) \sum_{p_j \in \left(S_{\pi_2}^0 \setminus S_{\pi_1}^1 \cup S_{\pi_1}^0\right)} p_j. \tag{5}$$

Далее определим разницу цен обхода вопросников $Q(\pi_2\pi_1)$ и $Q(\pi_1\pi_2)$:

$$\Delta C = C_{Q(\pi_2\pi_1)} - C_{Q(\pi_1\pi_2)} = \\ = \left(c(\pi_2) + c\left(S_{\pi_2}^2\right) + c\left(S_{\pi_2}^1\right) + c\left(S_{\pi_2}^0 \setminus S_{\pi_1}^1\right) + c\left(S_{\pi_1}^0\right) + c(\pi_1) \sum_{p_j \in \left(S_{\pi_2}^0 \setminus S_{\pi_1}^1 \cup S_{\pi_1}^0\right)} p_j \right) - \\ - \left(c(\pi_1) + c\left(S_{\pi_2}^2\right) + c\left(S_{\pi_2}^1\right) + c\left(S_{\pi_1}^1 \setminus S_{\pi_2}^0\right) + c\left(S_{\pi_1}^0\right) + c(\pi_2) \sum_{p_j \in \left(S_{\pi_2}^2 \cup S_{\pi_2}^1 \cup S_{\pi_1}^1 \setminus S_{\pi 2}^0\right)} p_j \right) = \\ = c(\pi_2) - c(\pi_1) \sum_{p_j \in \left(S_{\pi_2}^0 \setminus S_{\pi_1}^1 \cup S_{\pi_1}^0\right)} p_j - c(\pi_1) - c(\pi_2) \sum_{p_j \in \left(S_{\pi_2}^2 \cup S_{\pi_2}^1 \cup S_{\pi_1}^1 \setminus S_{\pi 2}^0\right)} p_j. \tag{6}$$

При условии $\Delta C < 0$ вопрос π_2 будет предпочтительнее вопроса π_1. Это условие может быть записано в виде:

$$c(\pi_2)+c(\pi_1)\sum_{p_j\in\left(S^0_{\pi_2}\setminus S^1_{\pi_1}\cup S^0_{\pi_1}\right)} p_j < c(\pi_1)+c(\pi_2)\sum_{p_j\in\left(S^2_{\pi_2}\cup S^1_{\pi_2}\cup S^1_{\pi_1}\setminus S^0_{\pi 2}\right)} p_j. \quad (7)$$

Учитывая неравенство (7), введем в рассмотрение выражение, описывающее функцию предпочтения:

$$\Phi(\pi_1,\pi_2)=\frac{c(\pi_2)+c(\pi_1)\sum\limits_{p_j\in\left(S^0_{\pi_2}\setminus S^1_{\pi_1}\cup S^0_{\pi_1}\right)} p_j}{c(\pi_1)+c(\pi_2)\sum\limits_{p_j\in\left(S^2_{\pi_2}\cup S^1_{\pi_2}\cup S^1_{\pi_1}\setminus S^0_{\pi 2}\right)} p_j}. \quad (8)$$

Если $\Phi(\pi_1,\pi_2)<1$, то вопрос π_1 предпочтительнее вопроса π_2, если $\Phi(\pi_1,\pi_2)>1$, то наоборот; при $\Phi(\pi_1,\pi_2)=1$ вопросы π_1 и π_2 равнозначны.

Нетрудно подобные вычисления проделать и для всех введенных ранее отношений сравнимости вопросов в *BTQ*.

Анализируя выражения, которые описывают функции предпочтения для различных вариантов сравнимости двух вопросов π_1 и π_2, можно прийти к выводу, что они все имеют одинаковую форму.

Утверждение 4. Обобщенная функция предпочтения $\Phi(\pi_1,\pi_2)$ для вопросов с различными основаниями $\alpha\in\{2;3;...,(n-1)\}$, использующихся для идентификации множества событий $S=\{s_1,s_2,...,s_n\}$, определяется по формуле:

$$\Phi(\pi_1,\pi_2)=\frac{c(\pi_1)+c(\pi_2)\sum\limits_{p_j\in\left(S_{\pi_1}\setminus S_{\pi_2}\right)} p_j}{c(\pi_2)+c(\pi_1)\sum\limits_{p_j\in\left(S_{\pi_2}\setminus S_{\pi_1}\right)} p_j}, \quad (9)$$

где p_j – нормированные весовые коэффициенты тех событий, которые входят в подмножества $S_{\pi_1}\setminus S_{\pi_2}$ и $S_{\pi_2}\setminus S_{\pi_1}$.

Формула (9) является универсальной и позволяет работать не только с вопросами в *BTQ*, но и с вопросами с бóльшими основаниями.

Выбор наиболее предпочтительного вопроса для множества, состоящего из более чем двух вопросов, осуществляется путем разбиения их на C_n^2 пар сравниваемых вопросов и построения графа предпочтений по методике, изложенной в [11]. Последующий анализ графа предпочтения с учетом его особенностей дает возможность выбора наиболее предпочтительного вопроса. Также задача может быть решена путем использования матриц парных сравнений [35].

3.3. Алгоритм построения вопросника на основе выбора наиболее предпочтительного вопроса на каждом этапе разбиений. *Алгоритм оптимизации BTQ содержит следующие шаги:*

1. Осуществляется попарное сравнение вопросов.
2. Определяется, возможно ли установление отношений между всеми вопросами? Если нет, то выбирается другой метод оптимизации, если да – осуществляется переход к следующему пункту алгоритма.
3. Формируются пары вопросов.
4. Для каждой пары определяется функция предпочтения $\Phi(\pi_1,\pi_2)$ и устанавливается наиболее предпочтительный вопрос.
5. Осуществляется построение графа сравнений, а затем преобразование его в граф предпочтений [36].
6. Анализируется граф предпочтений и выбирается наиболее предпочтительный вопрос.
7. Осуществляется постановка выбранного вопроса и разбиение исходного множества событий на подмножества.
8. Полученные подмножества идентифицируемых событий анализируются и определяются те вопросы, которые на данных подмножествах имеют только один вариант ответа. Они не несут смысла на данном подмножестве и исключаются из рассмотрения.
9. Проверяется, все ли идентифицируемые события разделены. Если нет, то повторяются шаги 3-8 для каждого из подмножеств неразделенных событий. Если да, то искомый вопросник построен.
10. Конец алгоритма.

Основные шаги данного алгоритма связаны с определением сравнимости каждой пары вопросов, вычислением значения функции предпочтения $\Phi\left(\pi_1,\pi_2\right)$ для каждой пары вопросов π_1 и π_2, построением графа предпочтения и выбором наиболее предпочтительного вопроса. Эти процедуры проделываются последовательно от разделения полного множества событий до разделения каждого из получаемых подмножеств.

4. Пример оптимизации неоднородного вопросника, имеющего вопросы с двумя и тремя ответами. Рассмотрим следующую задачу. Пусть имеется множество вопросов $\Pi = \left\{\pi_1 \div \pi_6\right\}$, предназначенное для разделения следующего множества событий: $S = \left\{s_1 \div s_9\right\}$. Исходные данные, включая значения весовых коэффициентов идентифицируемых событий и цены вопросов, приведены в матричной форме в таблице 4. Построим оптимальный вопросник описанным выше методом.

Таблица 4. Анкета для исходного вопросника

π_j	$c(\pi_j)$	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9
π_1	2	0	0	0	0	1	2	2	2	2
π_2	3	0	0	0	1	1	1	2	2	2
π_3	4	0	0	1	1	1	1	1	2	2
π_4	5	0	1	1	1	1	1	1	1	2
π_5	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
π_6	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
$p(s_i)$		0,01	0,01	0,05	0,2	0,4	0,3	0,01	0,01	0,01

Следуя алгоритму оптимизации, построим граф сравнений (рис. 3).

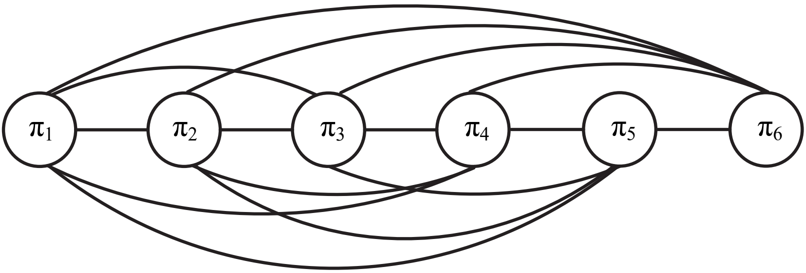


Рис. 3. Граф сравнений

Для каждой пары вопросов определим значение функции предпочтения:

$$\Phi\left(\pi_1,\pi_2\right)=\frac{c\left(\pi_1\right)+c(\pi_2)\sum\limits_{p_j\in\left(S_{\pi_1}^0\cup S_{\pi_2}^2\right)}p_j}{c\left(\pi_2\right)+c\left(\pi_1\right)\sum\limits_{p_j\in\left(S_{\pi_2}^1\right)}p_j}=\frac{2+3\cdot 0,60}{3+2\cdot 0,90}=0,79;$$

$$\Phi\left(\pi_1,\pi_3\right)=0,74;\ \Phi\left(\pi_1,\pi_4\right)=0,72;\ \Phi\left(\pi_1,\pi_5\right)=0,90;\ \Phi\left(\pi_1,\pi_6\right)=0,79;$$

$$\Phi\left(\pi_2,\pi_3\right)=0,49;\ \Phi\left(\pi_2,\pi_4\right)=0,44;\ \Phi\left(\pi_2,\pi_5\right)=0,79;\ \Phi\left(\pi_2,\pi_6\right)=0,76;$$

$$\Phi\left(\pi_3,\pi_4\right)=0,98;\ \Phi\left(\pi_3,\pi_5\right)=0,99;\ \Phi\left(\pi_3,\pi_6\right)=0,99;$$

$$\Phi\left(\pi_4,\pi_5\right)=0,99;\ \Phi\left(\pi_4,\pi_6\right)=0,99;\ \Phi\left(\pi_5,\pi_6\right)=0,98.$$

Так как значение $\Phi(\pi_1,\pi_2)<1$, вопрос π_1 предпочтительнее вопроса π_2: $\pi_1 \succ \pi_2$.

Анализируя полученные выражения для функций предпочтения, заключаем:

$$\pi_1 \succ \pi_3,\ \ \pi_1 \succ \pi_4,\ \pi_1 \succ \pi_5,\ \ \pi_1 \succ \pi_6,$$
$$\pi_2 \succ \pi_3,\ \ \pi_2 \succ \pi_4,\ \pi_2 \succ \pi_5,\ \ \pi_2 \succ \pi_6,$$
$$\pi_3 \succ \pi_4,\ \ \pi_3 \succ \pi_5,\ \ \pi_3 \succ \pi_6,$$
$$\pi_4 \succ \pi_5,\ \ \pi_4 \succ \pi_6,\ \ \pi_5 \succ \pi_6.$$

Изобразим граф предпочтений для полученного случая (рис. 4). Дуги в графе указывают на сравнение вопросов попарно: дуга заходит в вершину вопроса π_i, являющегося предпочтительнее вопроса π_j. Из графа предпочтений следует, что в качестве корневого вопроса целесообразно выбрать вопрос π_1.

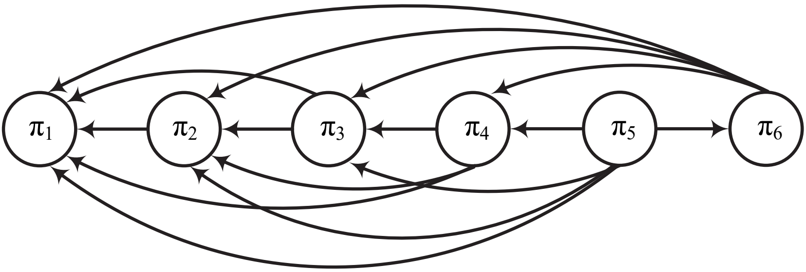


Рис. 4. Граф предпочтений

Произведем первое разбиение исходного множества событий (рис. 5).

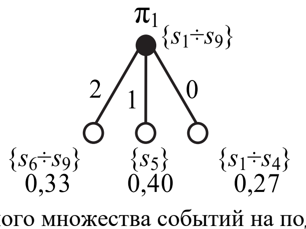


Рис. 5. Разбиение исходного множества событий на подмножества выбранным в качестве корневого вопросом

Далее рассмотрим каждое из полученных подмножеств с мощностями не менее 2: $\{s_1 \div s_4\}$ и $\{s_6 \div s_9\}$. Определим наиболее предпочтительный вопрос для каждого из них.

На подмножестве $\{s_6 \div s_9\}$ имеет смысл задавать вопросы π_2, π_3, π_4, π_6. Вопрос π_5 нет смысла задавать, так как он не дает разбиений на рассматриваемом подмножестве событий. Анализируя данное подмножество, можно установить, что вопросы π_2 и π_6 являются эквивалентными в смысле разбиений выбранного подмножества событий (но не в формулировках) и имеют одинаковые подмножества, соответствующие их ответам. Выгоднее будет выбрать вопрос с наименьшей ценой.

Функции предпочтения вопросов на подмножестве $\{s_6 \div s_9\}$ имеют следующие значения:

$$\Phi(\pi_2,\pi_3) = \frac{c(\pi_2) + c(\pi_3) \sum\limits_{p_j \in S^2_{\pi_2}} p_j}{c(\pi_3) + c(\pi_2) \sum\limits_{p_j \in S^1_{\pi_3}} p_j} = \frac{3 + 4 \cdot 0,03}{4 + 3 \cdot 0,31} = 0,63;$$

$$\Phi(\pi_2,\pi_4) = 0,53; \quad \Phi(\pi_2,\pi_6) = 3; \quad \Phi(\pi_3,\pi_4) = 0,64;$$
$$\Phi(\pi_3,\pi_6) = 3,57; \quad \Phi(\pi_4,\pi_6) = 3,57.$$

Заключаем следующее:

$$\pi_2 \succ \pi_3, \;\; \pi_2 \succ \pi_4, \;\; \pi_6 \succ \pi_2, \;\; \pi_3 \succ \pi_4, \;\; \pi_6 \succ \pi_3, \;\; \pi_6 \succ \pi_4.$$

Граф предпочтений для данного подмножества событий и подмножества вопросов представлен на рисунке 6. Из графа предпочтений видно, что наиболее предпочтительным является вопрос π_6.

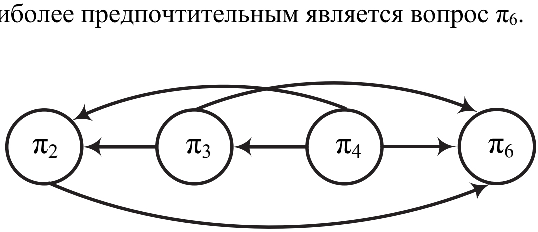


Рис. 6. Граф предпочтений для подмножества вопросов π_2, π_3, π_4, π_6

На подмножестве $\{s_1 \div s_4\}$ смысл имеют вопросы π_2, π_3, π_4, π_5. Вопрос π_6 смысла не имеет. Анализируя данное подмножество, устанавливаем, что вопросы π_2 и π_5 являются эквивалентными. Соответственно, выгоднее будет задавать следующий вопрос с меньшей ценой. Функции предпочтения вопросов на подмножестве $\{s_1 \div s_4\}$ для оставшихся вопросов такие:

$$\Phi(\pi_2,\pi_3)=\frac{c(\pi_2)+c(\pi_3)\sum\limits_{p_j \in S^0_{\pi_2}} p_j}{c(\pi_3)+c(\pi_2)\sum\limits_{p_j \in S^1_{\pi_3}} p_j}=\frac{3+4\cdot 0,07}{4+3\cdot 0,25}=0,69;$$

$$\Phi(\pi_2,\pi_4)=0,58;\quad \Phi(\pi_2,\pi_5)=3;\quad \Phi(\pi_3,\pi_4)=0,67;$$

$$\Phi(\pi_3,\pi_5)=3{,}125;\quad \Phi(\pi_4,\pi_5)=3,6.$$

Имеем: $\pi_2 \succ \pi_3,\ \pi_2 \succ \pi_4,\ \pi_5 \succ \pi_2,\ \pi_3 \succ \pi_4,\ \pi_5 \succ \pi_3,\ \pi_5 \succ \pi_4$.

Граф предпочтений для рассматриваемых вопросов изображен на рисунке 7. Путем анализа графа предпочтений получаем, что наиболее предпочтительным является вопрос π_5.

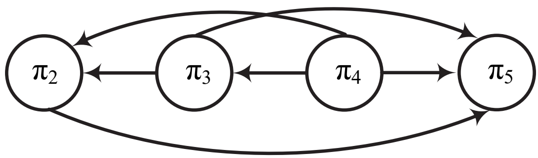


Рис. 7. Граф предпочтений для подмножества вопросов π_2, π_3, π_4, π_5

Рассматривая подмножества $\{s_1 \div s_3\}$ и $\{s_7 \div s_9\}$, отмечаем, что они разбиваются вопросами π_3 или π_4. В обоих случаях предпочтительнее оказывается вопрос π_3. Полученные двухэлементные подмножества на следующем этапе разбиваются единственным оставшимся вопросом π_4. Результат оптимизации представлен на рисунке 8.

Цена обхода оптимального вопросника равна:

$$C=\sum_{j=1}^{n} p(\pi_j)c(\pi_j)=2\cdot 1,00+1\cdot 0,27+1\cdot 0,33+4\cdot 0,07+$$
$$+4\cdot 0,03+5\cdot 0,02+5\cdot 0,02=3,2.$$

Аналогичный результат дают и другие методы оптимизации, например метод динамического программирования (сами выкладки здесь не приводятся). При этом, однако, точные методы оптимизации имеют экспоненциальную сложность, что увеличивает время, затрачиваемое на оптимизацию, по сравнению со временем оптимизации при использовании метода выбора наиболее предпочтительного вопроса на каждом этапе разбиения исходного множества событий [11].

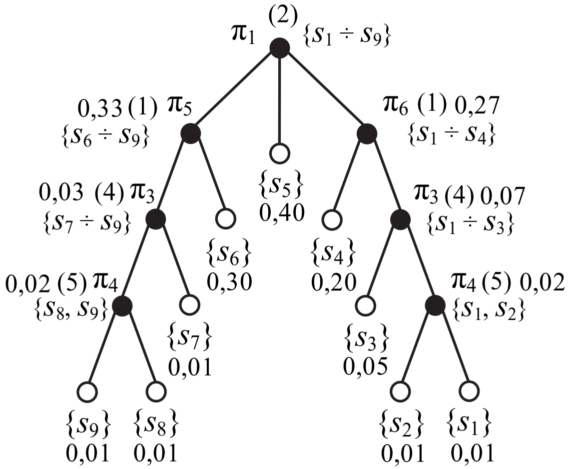


Рис. 8. Оптимальный вопросник

Следует отметить, что в данной работе не оценивалась трудоемкость алгоритма построения вопросника, так как верхней оценкой трудоемкости служит оценка трудоемкости применения данного метода к упорядочению процедур разбиения вопросами с двумя ответами, данная в [11]. Оптимальная последовательность получается за полиномиальное время.

5. Заключение. Бинарно-тернарные вопросники – это тот класс неоднородных вопросников, который естественно возникает при решении задач построения алгоритмов дискретного поиска и разбиения событий на подмножества с вопросами, имеющими два и три ответа. Если на исходном множестве вопросов какой-либо вопрос с тремя ответами всегда дает эти три варианта ответов, то на подмножестве событий он может давать как два, так и три ответа (а также давать всего один вариант ответа, т. е. не иметь смысла при постановке на данном подмножестве событий). Данный класс вопросников интересен еще и тем, что при его использовании возможно сокращение среднего времени идентификации событий, что крайне важно при условии его ограничения в реальных приложениях (в системах критического применения, например в области управления движением на железнодорожном транспорте [37]).

Представленный в статье метод оптимизации вопросников, имеющих только вопросы с двумя и с тремя ответами, позволяет строить вопросники с наименьшей ценой обхода с полиномиальной зависимостью от объема входных данных. Это обстоятельство позволяет на практике применять данный метод не только единожды для зафиксированного распределения вероятностей идентифицируемых событий, но и строить так называемые *динамические вопросники* – такие вопросники, для которых возможны изменения параметров цен, весов и оснований вопросов во времени в зависимости от структуры объекта и режимов использования. Подобные вопросники могут эффективно применяться при синтезе систем поддержки принятия решений обслуживающим персоналом в действующих подсистемах диагностирования и мониторинга управляющих систем.

Адаптированный для использования с вопросниками, включающими в себя вопросы с двумя и тремя ответами, метод упорядочения вопросов может применяться и для оптимизации как однородных, так и неоднородных вопросников. Ограничением при этом является только возможность установления вариантов сравнимости вопросов, число которых возрастает при увеличении числа ответов на рассматриваемые вопросы.

Дальнейшие исследования в предметной области данной работы связаны с изучением особенностей оптимизации вопросников с распространением представленного метода на другие виды неоднородных вопросников, а также на использование его при оптимизации вопросников с переменными параметрами. Кроме того, интересными являются практические приложения вопросников в области систем автоматизации и управления как на транспорте, так и в промышленности (развитие прикладной теории вопросников).

Авторы выражают благодарность сотрудникам лаборатории технической диагностики и отказоустойчивости Института проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук Павлу Павловичу Пархоменко (доктору технических наук, члену-корреспонденту Российской академии наук, главному научному сотруднику) и Галине Петровне Аксёновой (старшему научному сотруднику) за обсуждение полученных результатов и полезные советы.

Литература

1. *Pan D., Zheng Y., Zhang C.* On Intelligent Automatic Train Control of Railway Moving Automatic Block Systems Based on Multi-Agent Systems // Proceedings of the 29th Chinese Control Conference. 2010. pp. 4471–4476.
2. *Hahanov V.* Cyber Physical Computing for IoT-driven Services // Springer. 2018. 279 p.

3. *Sedykh D., Gordon M., Zuyev D., Skorokhodov A.* Analysis of the Amplitude and Phase-Manipulated Signals of Automation Devices via Bluetooth Technology // Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). 2018. pp. 703–710.
4. *Heidmann L.* Smart Point Machines: Paving the Way for Predictive Maintenance // Signal+Draht. 2018. vol. 110. pp. 70–75.
5. *Arend L., Pott L., Hoffmann N., Schanck R.* ETCS Level 2 without GSM-R // Signal+Draht. 2018. vol. 110. pp. 18–28.
6. *Ефанов Д.В.* Функциональный контроль и мониторинг устройств железнодорожной автоматики и телемеханики // СПб.: ФГБОУ ВО ПГУПС. 2016. 171 с.
7. *Пархоменко П.П.* Теория вопросников (обзор) // Автоматика и телемеханика. 1970. № 4. С. 140–159.
8. *Duncan G.* Heterogeneous Questionnaire Theory // SIAM Journal on Applied Mathematics.1974. vol. 27. no. 1. pp. 59–71.
9. *Picard C.F.* Graphs and Questionnaires // Elsevier. 1980. 431 p.
10. *Пархоменко П.П., Согомонян Е.С.* Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратурные средства) // М.: Энергоатомиздат. 1981. 320 с.
11. *Аржененко А.Ю., Чугаев Б.Н.* Оптимальные бинарные вопросники // М.: Энергоатомиздат. 1989. 128 с.
12. *Аржененко А.Ю., Бондаренко А.В*. Оптимизация бинарных вопросников методом толерантной замены // Электронное моделирование. 1990. № 3. С. 53–57.
13. *Аржененко А.Ю., Бондаренко А.В.* Алгоритм выбора оптимальной структуры неизбыточного компактного вопросника // Автоматика и телемеханика. 1991. № 5. С. 163–169.
14. *Пархоменко П.П.* Вопросники и организационные иерархии // Автоматика и телемеханика. 2010. № 6. С. 163–174.
15. *Аржененко А.Ю., Вестяк В.А.* Модификация метода толерантных перестановок в почти равномерных компактных анкетах // Автоматика и телемеханика. 2012. № 7. С. 109–118.
16. *Аржененко А.Ю., Вестяк В.А.* Дискретный поиск. Теория вопросников // М.: МАИ. 2012. 159 с.
17. *Чугаев Б.Н., Аржененко А.Ю.* Оптимальная идентификация случайных событий // Статистика и экономика. 2013. № 2. С. 188–190.
18. *Gerasimenko K., Hahanov V., Bani Amer T., Pryimak A.* Method for Functional Testing Critical Control Systems // Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). 2015. pp. 149–153.
19. *Drozd A. et al.* Objects and Methods of On-Line Testing: Main Requirements and Perspectives of Development // Proceedings of 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2016). 2016. pp. 72–76.
20. *Ubar R.* Test Synthesis with Alternative Graphs // IEEE Design & Test of Computers. 1996. vol. 13. no. 1. pp. 48–57.
21. *Копкин Е.В., Чикуров В.А., Алейник В.В., Лазутин О.Г.* Алгоритм построения гибкой программы диагностирования технического объекта по критерию ценности получаемой информации // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 4(41). С. 106–130.
22. *Palanichamy M., Mohammad A., Larsen B.B., Hahanov V.* Selective Algorithms for Built-In Self-Test and Self-Diagnosis in Embedded SRAMS // Journal of Low Power Electronics. 2015. vol. 11. no. 4. pp. 541–551.
23. *Сеньченков В.И., Моторин В.М., Грушковский П.А.* Построение оптимальных алгоритмов диагностирования с ограничениями методом динамического программирования // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2015. Т. 58. № 10. С. 783–791.
24. *Сеньченков В.И.* Математический аппарат диагностирования сложных технических систем // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2016. Т. 59. № 7. С. 547–557.

25. *Hahanov V. et al.* Quantum sequencer for the minimal test synthesis of black-box functionality // Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2017). 2017. pp. 445–450.
26. *Lu B. et al.* An Novel Testing Sequence Optimization Method under Dynamic Environments // 2018 10th International Conference on Communications, Circuits and Systems (ICCCAS). 2018. pp. 479–483.
27. *Huang X., Wang X., Tian Y.* Research on Transformer Fault Diagnosis Method based on GWO Optimized Hybrid Kernel Extreme Learning Machine // 2018 Condition Monitoring and Diagnosis (CMD). 2018. pp. 1–5.
28. *Микони С.В., Соколов Б.В., Юсупов Р.М.* Квалиметрия моделей и полимодельных комплексов: монография // М.: РАН. 2018. 314 с.
29. *Сеньченков В.И., Абсалямов Д.Р., Авсюкевич Д.А.* Задание множества диагностических параметров системы на основе теории функциональных пространств // Труды СПИИРАН. 2019. Т. 18. no. 4. С. 949–975.
30. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Основы теории надежности и технической диагностики // Спб.: «Лань». 2019. 588 с.
31. *Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В., Павлов А.Н.* Теория вопросников и поиск неисправностей в УКСПС // Автоматика, связь, информатика. 2012. № 1. С. 30–33.
32. *Efanov D.V., Khoroshev V.V., Osadchy G.V., Belyi A.A.* Optimization of Conditional Diagnostics Algorithms for Railway Electric Switch Mechanism Using the Theory of Questionnaires with Failure Statistics // Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2018). 2018. pp. 237–245.
33. *Аржененко А.Ю., Казакова О.Г., Неясов В.А.* Оптимизация бинарных вопросников, содержащих вопросы с переменной ценой // Автоматика и телемеханика. 1989. № 6. С. 139–149.
34. *Efanov D.V., Khóroshev V.V.* Ternary Questionnaires // Proceedings of 17th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2019). 2019. pp. 289–300.
35. *Микони С.В.* Теория принятия управленческих решений // СПб.: Лань. 2015. 448 с.
36. *Аржененко А.Ю., Казакова О.Г., Чугаев Б.Н.* Оптимизация бинарных вопросников // Автоматика и телемеханика. 1985. № 11. С. 138–144.
37. *Theeg G., Vlasenko S.* Railway Signalling & Interlocking // International Compendium. 2009. 448 p.

Ефанов Дмитрий Викторович – д-р техн. наук, доцент, профессор, кафедра автоматики, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте, Российский университет транспорта (МИИТ); руководитель направления, направление комплексных систем управления, ООО «ЛокоТех-Сигнал». Область научных интересов: дискретная математика, надежность и техническая диагностика дискретных систем. Число научных публикаций – 300. TrES-4b@yandex.ru; ул. Образцова, 9/9, 127994, Москва, Россия; р.т.: +7 (911) 709-2164.

Хорошев Валерий Вячеславович – ассистент, кафедра автоматики, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте, Российский университет транспорта (МИИТ); инженер-технолог систем мониторинга, ООО «ЛокоТех-Сигнал». Область научных интересов: дискретная математика, надежность и техническая диагностика дискретных систем. Число научных публикаций – 20. hvv91@icloud.com; ул. Образцова, 9/9, 127994, Москва, Россия; р.т.: +7 (999) 214-3635.

DOI 10.15622/sp.2020.19.1.8

D. EFANOV, V. KHOROSHEV

METHOD FOR ORDERING PROCEDURES OF DIVIDING STATES BY PROCEDURES WITH TWO AND THREE RESULTS TAKING INTO ACCOUNT THEIR COST AND WEIGHT OF STATES

Efanov D., Khoroshev V. **Method for Ordering Procedures of Dividing States by Procedures with Two and Three Results Taking into Account their Cost and Weight of States.**

Abstracts. A method for streamlining state partitioning procedures with two and three outcomes is considered. A terminology and methods of the questionnaire theory were used, and the sequence of partitioning procedures itself was defined as a heterogeneous questionnaire with questions having two or three answers. This class of questionnaires is special and is defined by the authors as a class of binary-ternary questionnaires. This is the simplest class of heterogeneous questionnaires. An increase in number of answers to a question in practice can give an advantage in parameters of the questionnaires, including in the indicator of its effectiveness – the average implementation cost. It is noted that the use of binary-ternary questionnaires in practice can reduce the average time for identifying events on a questionnaire, which is extremely important in those applications of questionnaires in which there is a time limit for identifying events, for example, in critical application systems. A method for optimizing binary-ternary questionnaires is presented, based on the search for the most preferred questions for each subset of identifiable events. The choice of preferred questions is based on establishing a comparison relationship between them. The article describes all possible types of comparison relations between two questions with two answers, two questions with three answers, and also between a question with two answers and a question with three answers. An example of obtaining a mathematical expression for a function that characterizes the preference of questions over each other, as well as a generalized formula for choosing the most preferred question for any heterogeneous questionnaires is given. An algorithm has been formed for the method of ordering questions, which allows one to construct a binary-ternary questionnaire with the lowest implementation cost in polynomial time. An example of a binary-ternary questionnaire optimization by the presented method is given.

Keywords: Technical Diagnostics; Fault Location; Questionnaire; Binary-Ternary Questionnaire; Optimization; Comparison Relationships between Questions; Comparable Questions.

Efanov Dmitry – Dr.Sci., Associate Professor, Professor, Department of Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport, Russian University of Transport; Head of the Direction, Direction of Integrated Control Systems Division, «LocoTech-Signal» LLC. Research interests: discrete mathematics, reliability and technical diagnostics of discrete devices. The number of publications – 300. TrES-4b@yandex.ru; 9/9, Obraztsova str., 127994, Moscow, Russia; office phone: +7 (911) 709-2164.

Khoroshev Valerii – Assistant, Department of Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport, Russian University of Transport; process engineer of monitoring systems, «LocoTech-Signal» LLC. Research interests: discrete mathematics, reliability and technical diagnostics of discrete devices. The number of publications – 20. hvv91@icloud.com; 9, Obraztsova str., 127994, Moscow, Russia; office phone: +7 (999) 214-3635.

References

1. Pan D., Zheng Y., Zhang C. On Intelligent Automatic Train Control of Railway Moving Automatic Block Systems Based on Multi-Agent Systems. Proceedings of the 29th Chinese Control Conference. 2010. pp. 4471–4476.
2. Hahanov V. Cyber Physical Computing for IoT-driven Services. Springer. 2018. 279 p.

3. Sedykh D., Gordon M., Zuyev D., Skorokhodov A. Analysis of the Amplitude and Phase-Manipulated Signals of Automation Devices via Bluetooth Technology. Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). 2018. pp. 703–710.
4. Heidmann L. Smart Point Machines: Paving the Way for Predictive Maintenance. *Signal+Draht*. 2018. vol. 110. pp. 70–75.
5. Arend L., Pott L., Hoffmann N., Schanck R. ETCS Level 2 without GSM-R. Signal+Draht. 2018. vol. 110. pp. 18–28.
6. Efanov D.V. *Funkcionalnyj kontrol i monitoring ustrojstv zheleznodorozhnoj avtomatiki i telemekhaniki* [Functional control and monitoring of railway automation and telemechanics devices]. SPb.: FGBOU VO PGUPS. 2016. 171 p. (In Russ.).
7. Parhomenko P.P. [Questionnaire theory (review)]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and remote control.* 1970. vol. 4. C. 140–159.
8. Duncan G. Heterogeneous Questionnaire Theory. *SIAM Journal on Applied Mathematics.* 1974. vol. 27. no. 1. pp. 59–71.
9. Picard C.F. Graphs and Questionnaires. Elsevier. 1980. 431 p.
10. Parhomenko P.P. Sogomonyan E.S. *Osnovy tekhnicheskoj diagnostiki (optimizaciya algoritmov diagnostirovaniya apparaturnye sredstva)* [Fundamentals of technical diagnostics (optimization of diagnostic algorithms, hardware)]. M.: Energoatomizdat. 1981. 320 p. (In Russ.).
11. Arzhenenko A.Yu., CHugaev B.N. *Optimalnye binarnye voprosniki* [Optimal Binary Questionnaires]. M.: Energoatomizdat. 1989. 128 p. (In Russ.).
12. Arzhenenko A.Yu., Bondarenko A.V. [Optimization of binary questionnaires by tolerant replacement method]. Elektronnoe modelirovanie – Engineering Simulation. 1990. vol. 3. pp. 53–57. (In Russ.).
13. Arzhenenko A.Yu., Bondarenko A.V. [Algorithm for choosing the optimal structure of a redundant compact questionnaire]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and remote control*. 1991. vol. 5. pp. 163-169. (In Russ.).
14. Parhomenko P.P. [Questionnaires and organizational hierarchies]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and remote control.* 2010. vol. 6. pp. 163–174. (In Russ.).
15. Arzhenenko A.Yu., Vestyak V.A. [Modification of the method of tolerant permutations in almost uniform compact profiles]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and remote control*. 2012. vol. 7. pp. 109–118. (In Russ.).
16. Arzhenenko A.Yu., Vestyak V.A. *Diskretnyj poisk. Teoriya voprosnikov* [Discrete search. Questionnaire theory.]. M.: MAI. 2012. 159 p. (In Russ.).
17. Chugaev B.N., Arzhenenko A.Yu. [Optimal identification of random events]. Statistika i ekonomika – Statistics and Economics. 2013. vol. 2. pp. 188–190. (In Russ.).
18. Gerasimenko K., Hahanov V., Bani Amer T., Pryimak A. Method for Functional Testing Critical Control Systems. Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). 2015. pp. 149–153.
19. Drozd A. et al. Objects and Methods of On-Line Testing: Main Requirements and Perspectives of Development. Proceedings of 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2016). 2016. pp. 72–76.
20. Ubar R. Test Synthesis with Alternative Graphs. *IEEE Design & Test of Computers.* 1996. vol. 13. no. 1. pp. 48–57.
21. *Kopkin E.V., Chikurov V.A., Aleynik V.V., Lazutin O.G.* [Algorithm for Constructing a Flexible Program for Technical Object Diagnosing on the Criterion of Received Information Value]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings.* 2015. vol. 4(41). pp. 106–130. (In Russ.).
22. Palanichamy M., Mohammad A., Larsen B.B., Hahanov V. Selective Algorithms for Built-In Self-Test and Self-Diagnosis in Embedded SRAMS. *Journal of Low Power Electronics.* 2015. vol. 11. no. 4. pp. 541–551.

23. Senchenkov V.I. Motorin V.M. Grushkovskij P.A. [The construction of optimal diagnostic algorithms with restrictions by the method of dynamic programming]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 2015. Issue 58. vol. 10. pp. 783–791. (In Russ.).
24. Senchenkov V.I. *Matematicheskij apparat diagnostirovaniya slozhnyh tekhnicheskih sistem* [Mathematical apparatus for diagnosing complex technical systems]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering.* 2016. Issue 59. vol. 7. pp. 547–557. (In Russ.).
25. Hahanov V. et al. Quantum sequencer for the minimal test synthesis of black-box functionality. Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2017). 2017. pp. 445–450.
26. Lu B. et al. An Novel Testing Sequence Optimization Method under Dynamic Environments. 2018 10th International Conference on Communications, Circuits and Systems (ICCCAS). 2018. pp. 479–483.
27. Huang X., Wang X., Tian Y. Research on Transformer Fault Diagnosis Method based on GWO Optimized Hybrid Kernel Extreme Learning Machine. 2018 Condition Monitoring and Diagnosis (CMD). 2018. pp. 1–5.
28. Mikoni S.V., Sokolov B.V., Yusupov R.M. *Kvalimetriya modeley i polimodelnyh kompleksov: monografiya* [Qualimetry of models and polymodel complexes: monograph]. M. RAN. 314p. (In Russ.).
29. Senchenkov V.I. Absalyamov D.R. Avsyukevich D.A. [The task of the set of diagnostic parameters of the system based on the theory of functional spaces]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings* 2019. Issue 18. vol. 4. pp. 949–975. (In Russ.).
30. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V., Efanov D.V. *Osnovy teorii nadezhnosti i tekhnicheskoj diagnostiki* [Fundamentals of the theory of reliability and technical diagnostics]. Spb: «Lan'». 2019. 588 p.
31. Sapozhnikov Vl.V., Efanov D.V., Pavlov A.N. [Questionnaire Theory and Troubleshooting at UKPSS]. *Avtomatika, svyaz', informatika – Automation, communication and informatics.* 2012. vol. 1. pp. 30–33. (In Russ.).
32. Efanov D.V., Khoroshev V.V., Osadchy G.V., Belyi A.A. Optimization of Conditional Diagnostics Algorithms for Railway Electric Switch Mechanism Using the Theory of Questionnaires with Failure Statistics. Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2018). 2018. pp. 237–245.
33. Arzhenenko A.Yu., Kazakova O.G., Neyasov V.A. [Optimization of binary questionnaires containing variable price questions]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and remote control*. 1989. vol. 6. pp. 139–149. (In Russ.).
34. Efanov D.V., Khóroshev V.V. Ternary Questionnaires. Proceedings of 17th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS`2019). 2019. pp. 289–300.
35. Mikoni S.V. *Teoriya prinyatiya upravlencheskih resheniy* [Theory of Managerial Decision Making]. SPb.: Lan’. 2015. 448 p.
36. *Arzhenenko A.Yu., Kazakova O.G., Chugaev B.N. Optimizaciya binarnyh voprosnikov* [Binary Questionnaire Optimization]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and remote control*. 1985. vol. 11. pp. 138–144. (In Russ.).
37. *Theeg G., Vlasenko S.* Railway Signalling & Interlocking. International Compendium. 2009. 448 p.