

В.И. СЕНЬЧЕНКОВ, Д.Р. АБСАЛЯМОВ, Д.А. АВСЮКЕВИЧ
**ЗАДАНИЕ МНОЖЕСТВА ДИАГНОСТИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ
ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ**

Сеньченков В.И., Абсаямов Д.Р., Авсюкевич Д.А. Задание множества диагностических параметров системы на основе теории функциональных пространств.

Аннотация. Развивается методический и математический аппарат формирования множества диагностических параметров сложных технических систем, содержание которого заключается в обработке траекторий выходных процессов системы с привлечением теории функциональных пространств. Траектории выходных переменных рассматриваются как измеримые по Лебегу функции. Это обеспечивает единство подхода к получению диагностических параметров вне зависимости от физической природы данных переменных и множества их скачкообразных изменений (конечных разрывов траекторий). Тем самым адекватно учитывается сложность построения, разнообразие физических принципов и алгоритмов функционирования систем. На множествах траекторий задается структура факторпространств измеримых функций, квадратично интегрируемых по Лебегу. Свойства данных пространств позволяют раскладывать траектории по счетному множеству взаимно ортогональных направлений и представлять их в виде сходящегося ряда. Обоснован выбор множества диагностических параметров как упорядоченной последовательности коэффициентов разложения траекторий в частичные суммы рядов Фурье. Изложена усовершенствованная по сравнению с начальными вариантами процедура формирования множества диагностических параметров системы при разложении траектории в частичную сумму ряда Фурье по ортонормированному базису Лежандра. Предложен способ численного определения мощности такого множества.

Раскрываются новые аспекты получения диагностической информации из вибрационных процессов системы. На множествах вибротраекторий задается структура пространств непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману. Поскольку они являются подпространствами в упомянутых выше факторпространствах Лебега, общеметодологические основы преобразования вибротраекторий остаются неизменными. Однако алгоритмическая составляющая выбора диагностических параметров становится более конкретной и обозримой. Это показано посредством реализации численной процедуры разложения вибротраекторий по ортогональному тригонометрическому базису, который содержится в пространствах, квадратично интегрируемых по Риману. Приводится обработка результатов экспериментальных исследований вибронормального процесса и задание на данной основе подмножества диагностических параметров в одной из контрольных точек системы.

Материалы статьи представляют собой вклад в теорию получения информации о техническом состоянии сложных систем. Прикладное значение предложенных разработок — возможность их применения для синтеза алгоритмического обеспечения автоматизированных средств диагностирования.

Ключевые слова: техническое состояние, диагностический параметр, выходной процесс, измеримая по Лебегу функция, функциональное пространство, частичная сумма ряда Фурье, базис Лежандра, вибротраектория, тригонометрический базис.

1. Введение. Диагностирование сложных систем является составной частью процессов управления их техническим состоянием.

Под управлением в рассматриваемом случае понимается получение информации о техническом состоянии, а также планирование и реализация на ее основе комплекса ремонтно-профилактических мероприятий, направленных на поддержание или восстановление пригодности системы к применению по назначению. При этом высокая достоверность диагностирования — это одно из главных условий правильности выбора указанных мероприятий, а следовательно, и достижения требуемого уровня функциональной пригодности системы. Повышение достоверности информации о техническом состоянии представляет собой актуальную и многоаспектную задачу, решение которой существенно зависит от качества математического обеспечения процессов диагностирования. Важнейшей задачей в данном контексте становится разработка диагностических моделей систем. Такие модели выступают в качестве основы для синтеза алгоритмов принятия решений о техническом состоянии системы.

Начальный этап разработки диагностической модели состоит в выборе и обосновании вида выходных процессов системы, количественные характеристики которых выполняют роль информативных параметров о техническом состоянии. Указанные параметры далее называются диагностическими.

Широкое применение в качестве диагностических параметров получили количественные характеристики основных рабочих процессов системы [1-12]. Преимущественно эти процессы связаны с перемещением и распределением материальных и энергетических потоков, преобразованием одного вида энергии в другой, например химической энергии топлива в механическую или тепловую энергию, механической энергии в электрическую и наоборот и так далее. Класс систем с реализацией подобных процессов достаточно широкий. Модели, синтезируемые на базе таких диагностических параметров, в первую очередь позволяют определять техническое состояние подсистем и образующих их элементов, которые непосредственно находятся в контурах реализации основных рабочих процессов.

Другое направление связано с формированием диагностических параметров посредством обработки сопутствующих процессов функционирования системы. Широкое применение здесь нашли акустические и вибрационные процессы [13-19]. Диагностические модели, которые разрабатываются в рамках указанного направления, непосредственно ориентированы на получение информации о техническом состоянии объектов с вращательным и (или) возвратно-поступательным движением инерционных масс. К сопутствующим также относятся процессы образования электромагнитных и температурных полей, количественные характеристики которых используются при разработке

диагностических моделей и, соответственно, для определения технического состояния различных систем [20-22]. В первом случае — это, прежде всего, системы, предназначенные для производства или преобразования электрической энергии, а во втором — объекты, функционирование которых сопровождается интенсивным выделением тепловой энергии (теплоэнергетические объекты).

Реализация любого подхода предполагает задание такого множества диагностических параметров, которое при прочих равных требованиях будет минимально возможным. Получение каждого параметра сопровождается методическими и метрологическими погрешностями, вследствие этого избыточность множества диагностических параметров может привести к снижению достоверности решений о техническом состоянии.

Также при разработке диагностических моделей сложных систем должно учитываться наличие в их структуре подсистем с различными физическими основами функционирования. Поэтому необходимая полнота диагностирования обеспечивается только при комплексном использовании разных видов выходных процессов.

Настоящая статья посвящена вопросам задания множества диагностических параметров сложных технических систем в случае комплексного использования выходных процессов, но основное содержание работы сосредоточено на извлечении диагностической информации из вибрационных сигналов. Это связано с тем, что результаты, полученные в известных работах [13-19], характеризуются разнообразием предпосылок, допущений и ограничений, широким спектром математических схем при обработке вибрационных сигналов. В то же время сходимость результатов, полученных для одинаковых или подобных условий, недостаточно высокая. Данные факты свидетельствуют об актуальности дальнейших исследований в рассматриваемом направлении.

2. Постановка задачи преобразования наблюдаемого состояния системы. Выходной процесс или наблюдаемое состояние сложной технической системы как объекта диагностирования представляется вектором:

$$\mathbf{F}_{(v)} = (f_1, f_2, \dots, f_v)^T, \quad (1)$$

компонентами f_j , $j = \overline{1, v}$ которого являются траектории выходных переменных разнообразной физической природы. Под траекторией понимается множество значений какой-либо переменной на временном интервале T , зарегистрированной в одной из контрольных то-

чек систем ($\mathbf{F}_{(v)} \in F$, где F — множество возможных наблюдаемых состояний).

При изменении технического состояния системы траектории также изменяются. Для построения диагностической модели каждую компоненту вектора (1) необходимо представить в виде упорядоченного набора числовых характеристик, которые однозначно описывают ее поведение на множестве T и поэтому могут применяться в качестве диагностических параметров.

В результате преобразования всех траекторий вектора (1) формируется вектор:

$$\mathbf{Y}_{(n)} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T, \mathbf{Y}_{(n)} \in Y, \quad (2)$$

который в дальнейшем называется нормированным наблюдаемым состоянием системы (где y_j , $j = \overline{1, n}$ — числовые значения диагностических параметров; Y — множество нормированных наблюдаемых состояний).

Размерность вектора (2) выражается как:

$$n = \sum_{j=1}^v n_j, \quad (3)$$

где n_j — мощность множества диагностических параметров, которыми представляется траектория f_j .

Фактически получение векторов (2) — это задание биективного отображения:

$$\Phi: F \rightarrow Y, \quad (4)$$

которое сопоставляет каждому элементу множества F единственный элемент из множества Y : $\Phi: \mathbf{F}_{(v)} \mapsto \mathbf{Y}_{(n)}$.

В настоящее время существует широкий спектр разработок, позволяющих реализовать отображение (4).

В работах [3, 7, 13-16, 19] предлагаются методы теории случайных процессов. Траектории рассматриваются как случайные функции, определяются оценки их числовых характеристик — математического ожидания, дисперсии, а также начальных или центральных моментов более высокого порядка. Из указанных характеристик формируется вектор (2).

В соответствии с подходами, которые излагаются в работах [5, 8, 23], траектории должны удовлетворять требованиям теоремы Липшица [24]. На содержательном уровне данные требования сводятся к тому, что, во-первых, траектория является непрерывной, а во-вторых, она имеет ограниченную скорость убывания или возрастания на области определения T . Подобная ситуация характерна для параметров инерционных рабочих процессов, например тепловых. Посредством выбора определенного множества дискретных значений траектории формируется конечномерный вектор.

Также разрабатываются процедуры разложения траекторий по взаимно ортогональным направлениям [18, 25]. Проекции траектории на указанные направления как ее количественные характеристики используются в качестве компонентов вектора (2).

Следует отметить и методы на основе аналого-стохастического квантования [19, 26] в целях преобразования наблюдаемого состояния вида (1) в цифровую форму.

В результате получения вектора (2), включающего абстрактные числовые величины, достигается инвариантность нормированных наблюдаемых состояний к физической природе процессов в системе. Это делает возможным общий взгляд на синтез основных элементов диагностической модели — формального описания видов технического состояния системы (работоспособного состояния и всех рассматриваемых отказов). В терминологии теории распознавания образов [27] описание конкретного вида технического состояния (как класса состояний) называется его изображением. Оно формируется в виде вектора:

$$\mathbf{E}_i = (e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{in})^T, \quad i = \overline{1, r}, \quad (5)$$

такой же размерности, как и (2). Изображение (5) аккумулирует в себе свойства всего i -го класса технических состояний (где r — мощность множества рассматриваемых видов технического состояния). Иначе, каждая компонента e_{ij} вектора (5) показывает степень подобия нормированных наблюдаемых состояний (2), принадлежащих i -му виду технического состояния, по j -му диагностическому параметру. Для построения множества $E = \{\mathbf{E}_i | i = \overline{1, r}\}$ изображений нашли применение обучающие процедуры [8, 28], базирующиеся на методах непараметрического статистического анализа.

На следующем этапе изображения (5) и текущее состояние системы (2) рассматриваются как элементы конечномерного евклидова

пространства и алгоритмы диагностирования строятся посредством анализа метрических соотношений в таком пространстве [2, 29].

3. Формирование множества диагностических параметров системы. Разнообразие методических и математических схем в изложенных выше подходах к формированию нормированных наблюдаемых состояний (2) может привести к размытости критериев оценки сложности и точности вычислительных процедур, трудностям в интерпретации полученных результатов. Для преодоления указанных недостатков преобразование выходных процессов сложных систем должно опираться на теоретическую базу, позволяющую с единых позиций и в полной мере учитывать широкий спектр вариантов построения данных систем, физических принципов и алгоритмов их функционирования.

В работах [28, 30] развивается новый подход к преобразованию траекторий выходных процессов, базирующийся на теории функциональных пространств [31, 32]. В качестве класса математических объектов, которыми представляются любые принципиально реализуемые виды траекторий, приняты измеримые по Лебегу функции [33]. Тем самым обеспечивается не только полная инвариантность к физической природе выходных переменных системы, но и фактически не накладываются требования по непрерывности траекторий. Такие функции характеризуются не более чем счетным множеством разрывов первого рода.

Действительно, анализ структуры и режимов применения сложных систем показывает, что их функционирование сопровождается изменением состояний, вызванным всевозможными переключениями со скачкообразным изменением параметров — разрывом траекторий. Указанные переключения могут быть как программными, так и обусловленными внешним воздействием на систему. Разрывы траектории всегда будут конечными (первого рода) в силу ее ограниченности — любой параметр, характеризующий функционирование системы, принимает ограниченные значения. При этом не требуется лимитировать мощность множества таких разрывов, которое для реальных систем всегда будет конечным.

На области определения траекторий как подмножестве неотрицательных вещественных чисел ($T \subset \mathbf{R}^+$) задается σ -алгебра борелевских множеств [33]. Базисом данной σ -алгебры является совокупность полуоткрытых интервалов с рациональными граничными точками:

$$B = \{[t_1; t_2), (t_1; t_2] \mid t_1, t_2 \in T; t_1, t_2 \in \mathbf{Q}; t_1 < t_2\}, \quad (6)$$

где \mathbf{Q} — множество рациональных чисел.

Для дальнейших рассуждений важно отметить, что базис (6) является счетным по причине того, что множество \mathbf{Q} счетное.

Тогда мера Лебега определяется выражением:

$$\mu[t_1; t_2] = t_2 - t_1, \quad (7)$$

также может вводиться мера Лебега с уплотнением:

$$\mu[t_1; t_2] = \int_{t_1}^{t_2} s(t) dt. \quad (8)$$

Правая часть выражения (8) представлена интегралом Римана от функции плотности меры $s(t) \in \mathbf{C}(T)$, где $\mathbf{C}(T)$ — множество непрерывных функций с областью определения T .

Траектории в виде измеримых функций удовлетворяют условию квадратичной интегрируемости по Лебегу:

$$\int_T f^2(t) d\mu < \infty. \quad (9)$$

Условие (9) будет выполняться в силу ограниченности траекторий, а также конечного значения меры Лебега на множестве T . Данное множество является ограниченным, что вытекает из физической сущности рассматриваемых процессов (оно совпадает с продолжительностью регистрации траекторий). Мера Лебега ограниченных множеств конечна ($\mu(T) < \infty$), это показывают выражения (7) и (8).

Пусть F_j — множество траекторий, представляющих j -ю компоненту векторов (1):

$$F_j = \{f_j\}, \quad j = \overline{1, v}. \quad (10)$$

В силу справедливости условия (9), на каждом из множеств (10) может быть задана структура факторпространства измеримых функций, квадратично интегрируемых по Лебегу (обозначение в функциональном анализе — \mathbf{L}_2 [31]). Пространство $\mathbf{L}_2(T, B, \mu)$ с областью определения T , счетным базисом (6) и мерой Лебега (7) или (8) обладает свойством сепарабельности. Данное свойство указывает на то, что траектории как элементы пространства раскладываются по счетному ортогональному базису и представляются в виде суммы ряда.

Ряды в пространстве $\mathbf{L}_2(T, B, \mu)$ сходятся к траекториям всегда по причине его изоморфности пространству \mathbf{I}_2 счетных числовых последовательностей, в которых сумма квадратов элементов является конечной [32]:

$$\mathbf{I}_2 = \left\{ (l_{(k)})_{k \in \mathbf{N}} \left| \sum_{k \in \mathbf{N}} l_{(k)}^2 < \infty \right. \right\}; \quad \mathbf{L}_2 \cong \mathbf{I}_2, \quad (11)$$

где \cong — отношение изоморфности; \mathbf{N} — множество неотрицательных целых чисел.

Любую последовательность $(l_{(k)})_{k \in \mathbf{N}} \in \mathbf{I}_2$ в выражении (11) допустимо рассматривать как упорядоченное множество коэффициентов ряда, сходящегося к траектории при ее разложении по соответствующему базису. Коэффициенты разложения находятся однозначно и позволяют судить обо всех особенностях траектории на множестве T , следовательно, содержат информацию по техническому состоянию системы. Некоторое подмножество коэффициентов при начальных, как наиболее значимых членах разложения, вполне естественно применять в качестве диагностических параметров.

Известно [31], что в пространствах \mathbf{L}_2 при заданной мощности множества слагаемых наименее отклоняется от траектории в среднем квадратичном частичная сумма ряда Фурье. Пусть $\{\varphi_k \mid k = 0, 1, 2, \dots\}$ — некоторый ортогональный базис в пространстве, а $\sum_{k=0}^m d_k \varphi_k$ и $\sum_{k=0}^m c_k \varphi_k$ — частичные суммы рядов с произвольными коэффициентами d_k и коэффициентами Фурье c_k . Тогда:

$$\inf_{d_k \in D} \left\{ \left\| f - \sum_{k=0}^m d_k \varphi_k \right\|^2 \right\} = \left\| f - \sum_{k=0}^m c_k \varphi_k \right\|^2 = \int_T \left(f - \sum_{k=0}^m c_k \varphi_k \right)^2 d\mu, \quad (12)$$

где D — множество всех возможных значений коэффициентов при базисных функциях φ_k ; $\left\| f - \sum_{k=0}^m c_k \varphi_k \right\|^2$ — нормированное значение отклонения.

Из указанного вытекает, что для разложения траекторий следует применять именно ряды Фурье.

В пространствах L_2 рассматривается три типа сходимости рядов к траекториям — равномерная, поточечная и среднеквадратичная. При моделировании объектов диагностирования преимущество имеет последний тип сходимости, который определяется условием:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbf{N} : \left\| f - \sum_{k=0}^m c_k \Phi_k \right\|^2 < \varepsilon, \quad m > N. \quad (13)$$

Сходимость в среднем квадратичном позволяет учитывать поведение траекторий не в отдельных точках, а на всей области определения T , что видно из выражения (13). Именно поэтому в условии (12) применено среднеквадратичное отклонение частичной суммы ряда Фурье от траектории.

Выражение для определения коэффициентов Фурье в ортогональном базисе представляется как:

$$c_k = \frac{1}{\|\Phi_k\|_T^2} \int_T f(t) \Phi_k(t) d\mu, \quad (14)$$

где $\|\Phi_k\|$ — норма базисной функции.

Из общеизвестных ортогональных базисов в пространствах L_2 , заданных на множествах конечной меры, простейшим является базис Лежандра. Поэтому на примере данного базиса процедура задания множества диагностических параметров системы (формирования вектора (2)) будет максимально обозримой для анализа.

Базис Лежандра является нормированным ($\|\Phi_k\| = 1$), следовательно, выражение (14) запишется как:

$$c_k = \int_T f(t) \Phi_k(t) d\mu. \quad (15)$$

Если вывод базисных функций Лежандра требуется автоматизировать, наиболее рациональный вариант для этого — применение формулы Родрига [34]:

$$L_k(t) = \frac{1}{k! 2^k} \frac{d^k}{dt^k} (t^2 - 1)^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (16)$$

где $\frac{d^k}{dt^k}(\cdot)$ — производная k -го порядка по переменной t ; $k!$ — факториал числа k ($k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k$, $0! = 1$).

Из (16) следует, что явные выражения, например, первых шести элементов базиса имеют вид:

$$\begin{aligned} L_0(t) = 1; \quad L_1(t) = t; \quad L_2(t) = \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{2}; \quad L_3(t) = \frac{5}{2}t^3 - \frac{3}{2}t; \\ L_4(t) = \frac{35}{8}t^4 - \frac{15}{4}t^2 + \frac{3}{8}; \quad L_5(t) = \frac{63}{8}t^5 - \frac{35}{4}t^3 + \frac{15}{8}t. \end{aligned} \quad (17)$$

С учетом выражений (15) и (16) коэффициенты Фурье на основе полиномов Лежандра вычисляются по формуле:

$$c_k = (2k + 1) \int_T f(t) L_k \left(\frac{2t}{T} \right) dt. \quad (18)$$

Разложение траекторий в ряды Фурье на множестве T представимо следующей суммой:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k L_k \left(\frac{2t}{T} \right). \quad (19)$$

Возникает вопрос о мощности множества слагаемых, которые следует включать в частичную сумму ряда (19), чтобы обеспечить требуемую результативность диагностирования. Аналитическая оценка погрешностей аппроксимации функций частичными суммами рядов Фурье представляет собой сложную математическую задачу [24] и требует исходных данных, которые в подавляющем большинстве случаев невозможно получить при построении моделей обработки сигналов. Поэтому в рамках настоящего исследования разработан способ численной оценки качества аппроксимации траекторий частичными суммами рядов Фурье.

Пусть

$$\sum_{k=0}^{m-1} c_k L_k, \quad \sum_{k=0}^m c_k L_k \quad (20)$$

— две частичные суммы ряда (19). Для сравнения отклонений частичных сумм (20) от траектории предлагается величина:

$$\delta_{m-1,m} = \left| \frac{\left\| f - \sum_{k=0}^{m-1} c_k L_k \right\|^2 - \left\| f - \sum_{k=0}^m c_k L_k \right\|^2}{\left\| f - \sum_{k=0}^{m-1} c_k L_k \right\|^2} \right| \cdot 100. \quad (21)$$

Данная величина показывает, насколько процентов отличаются отклонения частичных сумм предыдущего и последующего порядка от траектории. Затем формируется условие:

$$\delta_{m-1,m} \leq \delta, \quad (22)$$

где δ — максимально допустимое относительное отклонение, которое заранее обосновывается в рамках конкретной задачи. В общем случае величину δ следует задавать сопоставимой с погрешностями регистрации траектории в рассматриваемой контрольной точке системы.

Если при разложении траектории неравенство (22) выполняется, то мощность множества коэффициентов Фурье, которые принимаются в качестве диагностических параметров, составляет $m+1$. В противном случае количество слагаемых в частичных суммах (20) последовательно увеличивается на единицу с проверкой каждый раз условия (22). Выполнение данного условия означает, что найдено минимальное множество диагностических параметров в соответствующей контрольной точке. В коэффициентах разложения, находящихся за рамками данного множества, аккумулирована пренебрежимо малая информация о поведении траектории на множестве T .

Пусть при разложении компоненты f_1 вектора (1) в частичную сумму ряда Фурье получена упорядоченная совокупность из $m+1 = n_1$ коэффициентов. Они принимаются в качестве начальных n_1 компонентов вектора (2):

$$c_0 = y_1, \quad c_1 = y_2, \dots, c_{m-1} = y_{n_1}. \quad (23)$$

В результате разложения траекторий f_2, f_3, \dots, f_v вектора (1) образуются последующие совокупности, которые включают n_2, n_3, \dots, n_v элементов соответственно. Они располагаются за компонентами (23) в порядке возрастания номеров и формируется вектор (2), размерность которого определяется выражением (3).

Таким образом, в рамках развиваемого подхода отображение (4) реализовано соотношениями (18), (21), (22), а также равенствами (23) для первой компоненты вектора (1) и аналогичными равенствами для последующих.

4. Формирование диагностических параметров из траекторий вибрационных процессов системы. Если система включает механические (электромеханические) подсистемы, ее техническое состояние определяется также посредством анализа траекторий вибрационных процессов — вибротраекторий. Под вибротраекторией понимается множество значений какого-либо параметра вибрации на временном интервале T . К таким параметрам относятся виброперемещение, виброскорость или виброускорение. Для обработки вибротраекторий с целью извлечения диагностической информации может использоваться предложенный выше подход. Применение других ортогональных базисов существо подхода принципиально не затрагивает. В работах [28, 30] преобразование вибротраекторий опирается именно на свойства пространств L_2 . Однако более рационально учитывать некоторые особенности вибрационных процессов.

Как показывает анализ, вибротраектория может представляться в виде ограниченной непрерывной функции времени, областью определения которой является множество T . Это позволяет наложить на любую вибротраекторию условие квадратичной интегрируемости по Риману:

$$\int_T f^2(t) dt < \infty. \quad (24)$$

Неравенство (24) есть частный случай условия (9) для непрерывных функций. Конструкция интеграла Лебега вырождается в интеграл Римана, если подынтегральная функция непрерывная и, кроме того, используется мера Лебега без уплотнения [33].

Из (24) следует, что на множестве вибротраекторий предпочтительно задавать структуру пространства непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману (пространство C_2 [31]). Данное пространство является подпространством в рассмотренном выше факторпространстве L_2 . Такой подход позволяет, с одной стороны, опираться на более общую методологию теории пространств измеримых функций. С другой стороны, вибротраектории претерпевают сложные изменения в области определения, их невозможно представлять в аналитическом виде. Поэтому требуется формировать приближенные соотношения при обработке вибротраекторий, чему в

наибольшей степени соответствуют вычислительные схемы, определенные аксиоматикой пространств C_2 .

Вращательное и (или) возвратно-поступательное движение инерционных масс всегда порождает периодическую составляющую в выходных процессах системы, что подтверждают самые различные исследования [13-19]. Поэтому в случае использования, например, базиса Лежандра, который составляют алгебраические полиномы вида (17), добиться достаточно точного учета периодической составляющей вибротраекторий возможно только при невысоких частотах вращательного (возвратно-поступательного) движения. Здесь очевидно преимущество тригонометрических базисов, которые вне зависимости от частоты позволяют адекватно описывать периодические процессы. В пространствах C_2 , заданных на ограниченных множествах, существуют два тригонометрических базиса — ортогональный и ортонормированный. Для обеспечения большей представительности процесса разложения вибротраекторий ниже используется ортогональный тригонометрический базис. Он включает следующие элементы:

$$0,5, \cos \frac{2\pi k}{T}t, \sin \frac{2\pi k}{T}t, \quad k = 1, 2, \dots \quad (25)$$

С учетом формулы (14) выражения для вычисления коэффициентов Фурье в базисе (25) получают следующий вид:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos \left(\frac{2\pi k}{T}t \right) dt, \quad k = 0, 1, 2, \dots; \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_T f(t) \sin \left(\frac{2\pi k}{T}t \right) dt, \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (26)$$

Разложение вибротраекторий в тригонометрические ряды Фурье представляется соотношением:

$$f(t) = 0,5a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2\pi k}{T}t + b_k \sin \frac{2\pi k}{T}t \right). \quad (27)$$

Поскольку аналитическое выражение вибротраекторий неизвестно, предлагается аппарат численного нахождения коэффициентов их разложения в частичные суммы рядов Фурье и сравнения указанных сумм между собой.

Пусть область определения T есть множество непересекающихся подмножеств T_l :

$$T = \left\{ T_l \left| \bigcup_{l \in J} T_l = T, \bigcap_{l \in J} T_l = \emptyset \right. \right\}, \quad (28)$$

где J — индексное множество элементов T_l ; \emptyset — пустое множество.

Система подмножеств (28) — это частный случай σ -алгебры с базисом (6), когда T рассматривается как область определения пространства C_2 [31].

Пусть также имеется некоторая непрерывная и ограниченная на множестве T функция ψ , явный вид которой может быть неизвестным. Тогда приближенное значение интеграла Римана от данной функции выражается интегральной суммой Римана-Дарбу [24]:

$$\int_T \psi(t) dt \approx \sum_{l \in J} \psi_l \Delta T_l, \quad (29)$$

где $\Delta T_l = t_l - t_{l-1}$ — величина интервала, определяемого левой t_{l-1} и правой t_l границами подмножества T_l ; ψ_l — значение функции в средней точке $0,5(t_{l-1} + t_l)$ интервала ΔT_l .

Очевидно, что при неограниченном возрастании мощности индексного множества ($|J| \rightarrow \infty$) достигается точное значение интеграла:

$$\int_T \psi(t) dt = \lim_{|J| \rightarrow \infty} \left(\sum_{l \in J} \psi_l \Delta T_l \right). \quad (30)$$

В последующих соотношениях принято:

$$|J| = p, \quad (30)$$

а все подмножества T_l , $l = \overline{1, p}$ считаются равными. Это означает равенство интервалов ΔT_l на оси времени:

$$\Delta T_l = \frac{T}{p}, \quad l = \overline{1, p}. \quad (31)$$

Принимая во внимание (30) и (31), соотношение вида (29) для произвольной вибротраектории представляется следующим образом:

$$\int_T f(t)dt \approx \sum_{l=1}^p f_l \Delta T_l = \sum_{l=1}^p f_l \cdot \frac{T}{p} = \frac{T}{p} \sum_{l=1}^p f_l, \quad (32)$$

где f_l — значение вибротраектории в средней точке $0,5(t_{l-1} + t_l)$ интервала (31).

Встает вопрос о задании величины p . Она должна быть такой, чтобы множеством $\{f_l | l = \overline{1, p}\}$ охватывались все характерные значения вибротраектории на области определения T .

Соотношение (32) применяется для вывода формул приближенного вычисления коэффициентов Фурье. Выражения (26) принимают вид:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt \approx \frac{2}{T} \left(\frac{T}{p} \sum_{l=1}^p f_l \cos\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right) = \\ &= \frac{2}{p} \left(\sum_{l=1}^p f_l \cos\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, \dots; \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_T f(t) \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt \approx \frac{2}{T} \left(\frac{T}{p} \sum_{l=1}^p f_l \sin\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right) = \\ &= \frac{2}{p} \left(\sum_{l=1}^p f_l \sin\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right), \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (33)$$

Из (27) следует, что значения частичной суммы порядка m ряда Фурье в средних точках интервалов (31) определяются как:

$$S_l^m = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m \left(a_k \cos\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) + b_k \sin\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right), \quad l = \overline{1, p}. \quad (34)$$

Учитывая, что используется среднеквадратичная сходимость [см. (13)], отклонение частичной суммы (34) от вибротраектории задается выражением:

$$\left\| f - \sum_{k=1}^m c_k \Phi_k \right\|^2 \approx \sum_{l=1}^p (f_l - S_l^m)^2. \quad (35)$$

Развернутая форма выражения (35):

$$\sum_{l=1}^p (f_l - S_l^m)^2 = \sum_{l=1}^p \left(f_l - \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m \left(a_k \cos\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) + b_k \sin\left(\frac{\pi k(t_{l-1} + t_l)}{T}\right) \right) \right) \right)^2. \quad (36)$$

Таким образом, относительная величина (21) записывается в виде:

$$\delta_{m-1,m} = \left| \frac{\sum_{l=1}^p (f_l - S_l^{m-1})^2 - \sum_{l=1}^p (f_l - S_l^m)^2}{\sum_{l=1}^p (f_l - S_l^{m-1})^2} \right| \cdot 100. \quad (37)$$

Если условие (22) выполняется, то порядок m частичной суммы (34) является достаточным для представления траектории упорядоченной последовательностью коэффициентов при базисных функциях данной суммы. Мощность подмножества диагностических параметров в соответствующей контрольной точке системы будет $2m + 1$.

Пусть исследуемая вибротраектория является первой компонентой вектора (1). Тогда коэффициенты частичной суммы (34) образуют первые n_1 элементов вектора (2), то есть формируются равенства, аналогичные (23):

$$y_1 = a_0 / 2, \quad y_2 = a_1, \quad y_3 = b_1, \dots, y_{m_1-1} = a_m, \quad y_{m_1} = b_m. \quad (38)$$

5. Обработка результатов экспериментальных исследований. Виброскорость исследуемой системы зарегистрирована на интервале времени 2π ($\approx 6,28$) миллисекунд (рисунок 1).

Иначе, область определения данной вибротраектории представляется как:

$$T = [0; 2\pi]. \quad (39)$$

На основе разложения вибротраектории необходимо получить подмножество диагностических параметров системы. Величина максимально допустимого относительного отклонения δ в условии (22) принимается равной 10%.

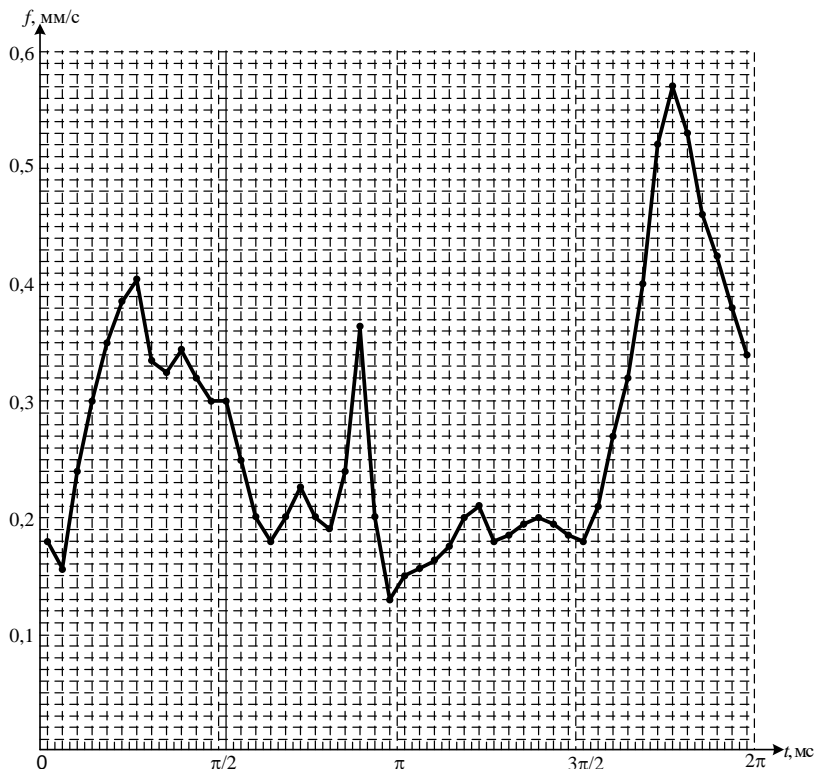


Рис. 1. Траектория виброскорости исследуемой системы

Интервалы регистрации вибротраекторий от 4 до 7 мс позволяют с достаточной полнотой выявлять характер колебаний исследуемой системы [13, 15]. Выбор интервала (39), совпадающего с периодом тригонометрических 2π -периодических функций (синуса и косинуса), определяется как указанным выше фактором, так и тем, что это обеспечивает некоторое упрощение алгоритмической реализации процесса обработки вибротраекторий.

Очевидно, что множество T ограничивается точками:

$$t_0 = 0, \quad t_p = 2\pi,$$

а из выражения (31) следует:

$$\Delta T_l = \frac{2\pi}{p}, \quad l = \overline{1, p}. \quad (40)$$

Чтобы охватить все характерные значения виброскорости, мощность множества интервалов (40) принята $p = 48$.

Выражения (35) для вычисления коэффициентов Фурье в данном случае приобретают следующую форму:

$$a_k = \frac{1}{24} \sum_{l=1}^{48} f_l \cos(0,5k(t_{l-1} + t_l)), \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

$$b_k = \frac{1}{24} \sum_{l=1}^{48} f_l \sin(0,5k(t_{l-1} + t_l)), \quad k = 1, 2, \dots$$
(41)

Левые и правые границы, средние точки интервалов ΔT_l , а также значения f_l виброскорости в данных точках показаны в таблице 1. Значения f_l сняты непосредственно с траектории (рисунок 1).

Таблица 1. Исходные данные для определения коэффициентов частичных сумм ряда Фурье

l	t_{l-1}	t_l	$0,5(t_{l-1} + t_l)$	f_l	l	t_{l-1}	t_l	$0,5(t_{l-1} + t_l)$	f_l
1	0	0,1309	0,0654	0,180	25	3,1416	3,2725	3,2070	0,150
2	0,1309	0,2618	0,1963	0,155	26	3,2725	3,4034	3,3379	0,155
3	0,2618	0,3927	0,3272	0,240	27	3,4034	3,5343	3,4688	0,163
4	0,3927	0,5236	0,4581	0,300	28	3,5343	3,6652	3,5997	0,175
5	0,5236	0,6545	0,5890	0,350	29	3,6652	3,7961	3,7306	0,200
6	0,6545	0,7854	0,7199	0,385	30	3,7961	3,9270	3,8615	0,210
7	0,7854	0,9163	0,8508	0,405	31	3,9270	4,0579	3,9924	0,180
8	0,9163	1,0472	0,9817	0,335	32	4,0579	4,1888	4,1233	0,185
9	1,0472	1,1781	1,1126	0,325	33	4,1888	4,3197	4,2542	0,195
10	1,1781	1,3090	1,2435	0,345	34	4,3197	4,4506	4,3851	0,200
11	1,3090	1,4399	1,3744	0,320	35	4,4506	4,5815	4,5160	0,195
12	1,4399	1,5708	1,5053	0,300	36	4,5815	4,7124	4,6469	0,185
13	1,5708	1,7017	1,6362	0,300	37	4,7124	4,8433	4,7778	0,180
14	1,7017	1,8326	1,7671	0,250	38	4,8433	4,9742	4,9087	0,210
15	1,8326	1,9635	1,8980	0,200	39	4,9742	5,1051	5,0396	0,270
16	1,9635	2,0944	2,0289	0,180	40	5,1051	5,2360	5,1705	0,320
17	2,0944	2,2253	2,1598	0,200	41	5,2360	5,3669	5,3014	0,400
18	2,2253	2,3562	2,2907	0,225	42	5,3669	5,4978	5,4323	0,520
19	2,3562	2,4871	2,4216	0,200	43	5,4978	5,6287	5,5632	0,570
20	2,4871	2,6180	2,5525	0,190	44	5,6287	5,7596	5,6941	0,530
21	2,6180	2,7489	2,6834	0,240	45	5,7596	5,8905	5,8250	0,460
22	2,7489	2,8798	2,8143	0,365	46	5,8905	6,0214	5,9559	0,425
23	2,8798	3,0107	2,9452	0,200	47	6,0214	6,1523	6,0868	0,380
24	3,0107	3,1416	3,0761	0,130	48	6,1523	6,2832	6,2177	0,340

На основе данных из таблицы 1 по формулам (41) определяются коэффициенты Фурье, значения 19 начальных коэффициентов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Значения коэффициентов Фурье

a_0	a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3	a_4	b_4	a_5
0,5466	0,1006	0,0019	0,0023	-0,0423	-0,0473	-0,0424	-0,0528	-0,0424	-0,0231
b_5	a_6	b_6	a_7	b_7	a_8	b_8	a_9	b_9	
0,0090	-0,0228	-0,0088	0,0115	-0,0043	0,0021	-0,0170	0,0147	-0,0031	

Согласно (34), значения частичной суммы порядка m ряда Фурье в средних точках интервалов (40) определяются выражением:

$$S_l^m = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m (a_k \cos(0,5k(t_{l-1} + t_l)) + b_k \sin(0,5k(t_{l-1} + t_l))), \quad (42)$$

$$l = \overline{1, 48}.$$

Так, из таблиц 1, 2 и (42) вытекает, что, например, частичная сумма третьего порядка при $l = 8$ находится следующим образом:

$$\begin{aligned} S_8^3 &= 0,2733 + 0,1006 \cos(0,9817) + 0,0019 \sin(0,9817) + \\ &+ 0,0023 \cos(2 \cdot 0,9817) - 0,0423 \sin(2 \cdot 0,9817) - \\ &- 0,0473 \cos(3 \cdot 0,9817) - 0,0424 \sin(3 \cdot 0,9817) = 0,329. \end{aligned}$$

Выражение (36) принимает вид:

$$\begin{aligned} &\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^m)^2 = \\ &= \sum_{l=1}^{48} \left(f_l - \left(\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m (a_k \cos(0,5k(t_{l-1} + t_l)) + b_k \sin(0,5k(t_{l-1} + t_l))) \right) \right)^2. \end{aligned} \quad (43)$$

В таблице 3 приведены значения частичных сумм шестого и седьмого порядка, полученные из выражения (42), а также отклонения данных сумм от вибротраектории в серединах интервалов (40).

Таблица 3. Значения частичных сумм шестого и седьмого порядка и их отклонений от вибротраектории в средних точках интервалов (40)

l	S_l^6	$(f_l - S_l^6)^2$	S_l^7	$(f_l - S_l^7)^2$	l	S_l^6	$(f_l - S_l^6)^2$	S_l^7	$(f_l - S_l^7)^2$
1	0,211	0,00093	0,219	0,00152	25	0,157	0,00005	0,148	0,00000
2	0,206	0,00259	0,204	0,00239	26	0,144	0,00012	0,146	0,00008
3	0,240	0,00000	0,229	0,00011	27	0,151	0,00016	0,161	0,00000
4	0,294	0,00004	0,283	0,00030	28	0,169	0,00003	0,180	0,00003
5	0,344	0,00004	0,341	0,00008	29	0,190	0,00010	0,193	0,00005
6	0,373	0,00014	0,381	0,00002	30	0,204	0,00004	0,196	0,00019
7	0,378	0,00072	0,390	0,00021	31	0,207	0,00072	0,194	0,00021
8	0,365	0,00091	0,372	0,00140	32	0,201	0,00025	0,194	0,00007
9	0,346	0,00045	0,343	0,00031	33	0,191	0,00002	0,195	0,00000
10	0,330	0,00024	0,318	0,00073	34	0,183	0,00030	0,194	0,00003
11	0,317	0,00001	0,307	0,00018	35	0,179	0,00024	0,190	0,00003
12	0,304	0,00001	0,302	0,00001	36	0,183	0,00000	0,184	0,00000
13	0,283	0,00030	0,292	0,00007	37	0,195	0,00024	0,186	0,00004
14	0,252	0,00001	0,264	0,00021	38	0,221	0,00013	0,209	0,00000
15	0,218	0,00033	0,224	0,00058	39	0,266	0,00002	0,260	0,00010
16	0,191	0,00012	0,186	0,00004	40	0,330	0,00010	0,335	0,00022
17	0,181	0,00036	0,169	0,00095	41	0,408	0,00006	0,420	0,00039
18	0,192	0,00109	0,183	0,00180	42	0,484	0,00128	0,494	0,00069
19	0,217	0,00031	0,218	0,00032	43	0,539	0,00098	0,538	0,00100
20	0,244	0,00291	0,254	0,00409	44	0,553	0,00051	0,543	0,00016
21	0,257	0,00029	0,269	0,00083	45	0,518	0,00331	0,506	0,00210
22	0,249	0,01349	0,253	0,01249	46	0,441	0,00026	0,437	0,00014
23	0,221	0,00046	0,215	0,00023	47	0,346	0,00116	0,352	0,00076
24	0,186	0,00314	0,174	0,00192	48	0,261	0,00628	0,273	0,00449

Результаты вычислений (таблица 3) являются базой для определения отклонений частичных сумм шестого и седьмого порядка от вибротраектории:

$$\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^6)^2 = 0,04521, \quad \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^7)^2 = 0,04157.$$

Приведенные величины найдены по формуле (43).

Аналогичные расчеты проведены для частичных сумм более низкого порядка:

$$\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^1)^2 = 0,32432, \quad \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^2)^2 = 0,28121, \quad \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^3)^2 = 0,18427,$$

$$\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^4)^2 = 0,07430, \quad \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^5)^2 = 0,05961.$$

В соответствии с (37) вычисляются изменения отклонений частичных сумм предыдущего и последующего порядка от вибротраектории:

$$\delta_{1,2} = \left| \frac{\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^1)^2 - \sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^2)^2}{\sum_{l=1}^{48} (f_l - S_l^1)^2} \right| \cdot 100 = \frac{0,32432 - 0,28121}{0,32432} \cdot 100 = 13,3\%$$

$$\delta_{2,3} = 34,5\%, \quad \delta_{3,4} = 59,7\%, \quad \delta_{4,5} = 19,8\%, \quad \delta_{5,6} = 24,1\%, \quad \delta_{6,7} = 8,1\%.$$

При переходе к частичной сумме седьмого порядка условие (22) выполняется: $\delta_{6,7} < 10\%$. Таким образом, если считать вибротраекторию (рисунок 1) как f_1 в составе вектора (1), коэффициенты данной частичной суммы составляют начальные элементы вектора (2): $n_1 = 15$. Следуя равенствам (38), можно записать:

$$\begin{aligned} y_1 &= 0,2733, & y_2 &= 0,1006, & y_3 &= 0,0019, & y_4 &= 0,0023, & y_5 &= -0,0423, \\ y_6 &= -0,0473, & y_7 &= -0,0424, & y_8 &= -0,0528, & y_9 &= -0,0424, & y_{10} &= -0,0231, \\ y_{11} &= 0,0090, & y_{12} &= -0,0228, & y_{13} &= -0,0088, & y_{14} &= 0,0115, & y_{15} &= -0,0043. \end{aligned}$$

6. Заключение. Представленная статья содержит результаты теоретических и экспериментальных исследований выходных процессов сложной технической системы, которые являются основой получения информации о ее техническом состоянии. Для построения диагностической модели системы требуется найти количественные характеристики траектории выходного процесса, которые однозначно воспроизводят ее поведение и принимаются в качестве диагностических параметров. Необходимым условием получения количественных характеристик является задание на множествах траекторий каждого из компонентов наблюдаемых состояний системы структуры функциональных пространств. Для этого траектории рассматриваются в виде измеримых по Лебегу функций, что обеспечивает инвариантность принятого способа формализации к физической природе выходного процесса и практически не предъявляет требований к мощности множества разрывов траектории. Обоснован выбор структуры факторпространств L_2 измеримых функций, квадратично интегрируемых по Лебегу. В качестве диагностических параметров приняты количественные характеристики в виде коэффициентов, которые формируются посредством разложения траекторий в частичные суммы рядов Фурье по ортогональным базисам. Рассматривается процедура формирования множества диагностических парамет-

ров системы при разложении траектории по ортонормированному базису Лежандра. Предлагается численный способ задания мощности множества таких параметров.

Особое внимание уделено вопросам получения диагностической информации из вибрационных процессов системы. Для формализации вибротраекторий (как ограниченных непрерывных функций) с целью выбора диагностических параметров аргументируется опора на свойства пространств C_2 непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману. Поскольку данные пространства являются подпространствами в факторпространствах L_2 , общая методология преобразования вибротраекторий не претерпевает изменений. В то же время свойства пространств C_2 обеспечивают преимущества представления вибротраектории частичными суммами рядов Фурье в алгоритмическом аспекте. Рассматривается численная процедура формирования диагностических параметров при разложении вибротраектории по ортогональному тригонометрическому базису.

Представлены результаты обработки экспериментальных исследований вибрационного процесса, которые базируются на предложенных методических и математических основах получения информации о техническом состоянии системы.

Литература

1. *Komorska I., Wolczyński Z., Borczuch A.* Fault diagnostics in air intake system of combustion engine using virtual sensors // *Diagnostyka*. 2018. vol. 19(1). pp. 25–32.
2. *Сеньченков В.И., Абсалымов Д.Р.* Формальное описание отказов и выбор минимального множества контролируемых признаков в технических системах // *Авиакосмическое приборостроение*. 2011. № 3. С. 36–41.
3. *Chunhui Z., Furong G.* Online fault prognosis with relative deviation analysis and vector autoregressive modeling // *Chemical Engineering Science*. 2015. vol. 138. pp. 531–543.
4. *Saadat B., Kouzou A., Guetana M., Hafaiifa A.* Availability phase estimation in gas turbine based on prognostic system modeling // *Diagnostyka*. 2017. vol. 18(2). pp. 3–11.
5. *Поляков В.А.* Основы технической диагностики // М.: Инфра-М. 2014. 118 с.
6. *Goytil P., Hansen M., Hovland G.* Iterative Learning Applied to Hydraulic Pressure Control // *Modeling, Identification and Control*. 2018. vol. 39(1). pp. 1–14.
7. *Hadroug N., Hafaiifa A., Kouzou A., Chaibet A.* Faults detection in gas turbine using hybrid adaptive network based fuzzy inference systems // *Diagnostyka*. 2016. vol. 17(4). pp. 3–17.
8. *Дмитриев А.К., Мальцев П.А.* Основы теории построения и контроля сложных систем // Л.: Энергоатомиздат. 1988. 192 с.
9. *Lu G., Zhou Y., Lu C., Li X.* A novel framework of change-point detection for machine monitoring // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. vol. 83. pp. 533–548.
10. *Будко П.А., Винограденко А.М., Литвинов А.И.* Экспериментальные исследования кинетического метода контроля и диагностики технических средств // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2014. № 9. С. 53–58.
11. *Liu W.Y. et al.* A novel wind turbine bearing fault diagnosis method based on Integral Extension LMD // *Measurement*. 2015. vol. 74. pp. 70–77.

12. *Мальцев Г.Н., Назаров А.В., Якимов В.Л.* Исследование процесса диагностирования бортовой аппаратуры автоматических космических аппаратов с использованием дискретно-событийной имитационной модели // Труды СПИИРАН. 2018. Вып. 1(56). С. 95–121.
13. *Mba C., Marchesiello S., Fasana A., Garibaldi L.* On the use of stochastic resonance for fault detection in spur gearboxes // *Diagnostyka*. 2017. vol. 18(3). pp. 3–13.
14. *Shi P., Liang K., Han D., Zhang Y.* A novel intelligent fault diagnosis method of rotating machinery based on deep learning and PSO-SVM // *Journal of Vibroengineering*. 2017. vol. 19(8). pp. 5932–5946.
15. *Javorskyj I., Kravets I., Matsko I., Yuzefovych R.* Periodically correlated random processes: Application in early diagnostics of mechanical systems // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. vol. 83. pp. 406–438.
16. *de la Rosa J.J.G., Pérez A.A., Salas J.C.P., Fernández J.M.S.* A novel measurement method for transient detection based in wavelets entropy and the spectral kurtosis: An application to vibrations and acoustic emission signals from termite activity // *Measurement*. 2015. vol. 68. pp. 58–69.
17. *Benabid Y., Mansouri S.* Dynamics study and diagnostics with vibration analysis from worm gear manufactured by reverse engineering techniques // *Journal of Vibroengineering*. 2016. vol. 18(7). pp. 4458–4471.
18. *Barbini L., Eltabach M., Hillis A.J., Du Bois J.L.* Amplitude-cyclic frequency decomposition of vibration signals for bearing fault diagnosis based on phase editing // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018. vol. 103. pp. 76–88.
19. *Brandt A.* *Noise and vibration analysis: Signal analysis and experimental procedures* // John Wiley & Sons. 2011. 464 p.
20. *Vuojolainen J., Nevaranta N., Jastrzebski R., Pyrhönen O.* Comparison of Excitation Signals in Active Magnetic Bearing System Identification // *Modeling, Identification and Control*. 2017. vol. 38(3). pp. 123–133.
21. *Touret T. et al.* On the use of temperature for online condition monitoring of geared systems – a review // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018. vol. 101. pp. 197–210.
22. *Сукиязов А.Г., Проснянников Б.Н.* Использование электромагнитных процессов в магнитных системах электротехнических устройств для решения задач контроля и диагностики их технического состояния // *Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения*. 2014. № 4(56). С. 110–118.
23. *Копкин Е.В., Чукуров В.А., Алейник В.В., Лазутин О.Г.* Алгоритм построения гибкой программы диагностирования технического объекта по критерию ценности получаемой информации // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 4(41). С. 106–130.
24. *Зорич В.А.* Математический анализ. Часть 1 // М.: МЦНМО. 2002. 674 с.
25. *Мамедов Н.Я., Джафарова А.Н.* Оценивание погрешности коэффициентов Фурье при использовании метода быстрого спектрального анализа // *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. 2018. Т. 61. № 3. С. 249–256.
26. *Якимов В.Н.* Цифровой комплексный статистический анализ на основе знакового представления случайных процессов // *Известия Самарского центра Российской академии наук*. 2016. Т. 18. № 4-7. С. 1346–1353.
27. *Уздин Д.З.* Новые меры близости, функции состояний и решающие правила в теории распознавания состояний (статистической классификации) // М.: МАКС Пресс. 2016. 128 с.
28. *Сеньченков В.И.* Модели, методы и алгоритмы анализа технического состояния // Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2013. 377 с.
29. *Сеньченков В.И., Шишкин Е.В.* Совершенствование процессов обучения в диагностических моделях сложных технических систем // *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*. 2017. № 4. С. 33–43.

30. *Сеньченков В.И.* Математический аппарат диагностирования сложных технических систем // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2016. Т. 59. № 7. С. 547–557.
31. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2009. 572 с.
32. *Muscat J.* Functional Analysis: An Introduction to Metric Spaces, Hilbert Spaces, and Banach Algebras // Springer. 2014. 420 p.
33. *Порошкин А.Г.* Теория меры и интеграла // М.: Либроком. 2012. 184 с.
34. *Суетин П.К.* Классические ортогональные полиномы // М.: Наука. 1979. 416 с.

Сеньченков Валентин Иванович — д-р техн. наук, профессор, профессор, кафедра систем жизнеобеспечения объектов наземной космической инфраструктуры, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: теория распознавания образов, математическое и алгоритмическое обеспечение систем контроля и диагностирования. Число научных публикаций — 130. svi9@rambler.ru; ул. Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)347-96-43.

Абсалямов Дамир Расимович — д-р техн. наук, профессор, кафедра организации эксплуатации и технического обеспечения вооружения, военной и специальной техники, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: энергетическая эффективность систем, техническая диагностика. Число научных публикаций — 120. damir73@yandex.ru; ул. Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)347-97-35.

Авсюкевич Дмитрий Алексеевич — д-р техн. наук, профессор, профессор, кафедра систем электроснабжения наземных комплексов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: теплотехника, термодинамика, техническая диагностика. Число научных публикаций — 130. avsdim@mail.ru; ул. Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Российская Федерация; р.т.: +7(812)347-96-44.

V.I. SENCHENKOV, D.R. ABSALYAMOV, D.A. AVSUKEVICH
**DEFINITION OF SET OF DIAGNOSTIC PARAMETERS OF
SYSTEM BASED ON THE FUNCTIONAL SPACES THEORY**

Senchenkov V.I., Absalyamov D.R., Avsukevich D.A. **Definition of Set of Diagnostic Parameters of System based on the Functional Spaces Theory.**

Abstract. The development of methodical and mathematical apparatus for formation of a set of diagnostic parameters of complex technical systems, the content of which consists of processing the trajectories of the output processes of the system using the theory of functional spaces, is considered in this paper. The trajectories of the output variables are considered as Lebesgue measurable functions. It ensures a unified approach to obtaining diagnostic parameters regardless a physical nature of these variables and a set of their jump-like changes (finite discontinuities of trajectories). It adequately takes into account a complexity of the construction, a variety of physical principles and algorithms of systems operation. A structure of factor-spaces of measurable square Lebesgue integrable functions, is defined on sets of trajectories. The properties of these spaces allow to decompose the trajectories by the countable set of mutually orthogonal directions and represent them in the form of a convergent series. The choice of a set of diagnostic parameters as an ordered sequence of coefficients of decomposition of trajectories into partial sums of Fourier series is substantiated. The procedure of formation of a set of diagnostic parameters of the system, improved in comparison with the initial variants, when the trajectory is decomposed into a partial sum of Fourier series by an orthonormal Legendre basis, is presented. A method for the numerical determination of the power of such a set is proposed.

New aspects of obtaining diagnostic information from the vibration processes of the system are revealed. A structure of spaces of continuous square Riemann integrable functions is defined on the sets of vibrotrajectories. Since they are subspaces in the afore mentioned factor-spaces of Lebesgue, the general methodological bases for the transformation of vibrotrajectories remain unchanged. However, the algorithmic component of the choice of diagnostic parameters becomes more specific and observable. It is demonstrated by implementing a numerical procedure for decomposing vibrotrajectories by an orthogonal trigonometric basis, which is contained in Riemann spaces. The processing of the results of experimental studies of the vibration process and the setting on this basis of a subset of diagnostic parameters in one of the control points of the system is provided.

The materials of the article are a contribution to the theory of obtaining information about the technical condition of complex systems. The applied value of the proposed development is a possibility of their use for the synthesis of algorithmic support of automated diagnostic tools.

Keywords: technical condition, diagnostic parameter, output process, Lebesgue measurable function, function space, partial sum of Fourier series, basis of Legendre, vibrotrajectory, trigonometric basis.

Senchenkov Valentin Ivanovich — Ph.D., Dr. Sci., Professor, Professor of the life support systems of facilities of ground-based space infrastructure department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: pattern recognition theory, mathematical and algorithmic support of control and diagnostic systems. The number of publications — 130. svi9@rambler.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russian Federation; office phone: +(7)812)347-96-43.

Absalyamov Damir Rasimovich — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Department of Organization of Operation and Technical Support of Weapon, Military and Special Equipment, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: energy efficiency of systems, technical diagnos-

tics. The number of publications — 120. damir73@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197198, St.-Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)347-97-35.

Avsyukevich Dmitriy Alekseevich — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor, Department of Power Supply Systems of Ground Complexes, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: heat engineering, thermodynamics, technical diagnostics. The number of publications — 130. avsdim@mail.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197198, St.-Petersburg, Russian Federation; office phone: +7(812)347-96-44.

References

1. Komorska I., Wolczyński Z., Borczuch A. Fault diagnostics in air intake system of combustion engine using virtual sensors. *Diagnostyka*. 2018. vol. 19(1). pp. 25–32.
2. Senchenkov V.I., Absalyamov D.R. [Formal description of rejection and choice of minimum set of controlled characteristics in technical systems]. *Aviakosmicheskoe priborostroenie – Aerospace Instrument-Making*. 2011. vol. 3. pp. 36–41. (In Russ.).
3. Chunhui Z., Furong G. Online fault prognosis with relative deviation analysis and vector autoregressive modeling. *Chemical Engineering Science*. 2015. vol. 138. pp. 531–543.
4. Saadat B., Kouzou A., Guemana M., Hafaifa A. Availability phase estimation in gas turbine based on prognostic system modeling. *Diagnostyka*. 2017. vol. 18(2). pp. 3–11.
5. Polyakov V.A. *Osnovy tekhnicheskoy diagnostiki* [Fundamentals of technical diagnostics]. M.: Infra-M. 2014. 118 p. (In Russ.).
6. Goytil P., Hansen M., Hovland G. Iterative Learning Applied to Hydraulic Pressure Control. *Modeling, Identification and Control*. 2018. vol. 39(1). pp. 1–14.
7. Hadroug N., Hafaifa A., Kouzou A., Chaibet A. Faults detection in gas turbine using hybrid adaptive network based fuzzy inference systems. *Diagnostyka*. 2016. vol. 17(4). pp. 3–17.
8. Dmitriev A.K., Maltsev P.A. *Osnovy teorii postroeniya i kontrolya slozhnykh system* [Fundamentals theory of construction and control of complex systems]. L.: Energoatomizdat. 1988. 192 p. (In Russ.).
9. Lu G., Zhou Y., Lu C., Li X. A novel framework of change-point detection for machine monitoring. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. vol. 83. pp. 533–548.
10. Budko P.A., Vinogradenko A.M., Litvinov A.I. [Pilot Studies on Application Kinetic Control Method and Diagnostics Technical Means]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*. 2014. vol. 9. pp. 53–58. (In Russ.).
11. Liu W.Y. et al. A novel wind turbine bearing fault diagnosis method based on Integral Extension LMD. *Measurement*. 2015. vol. 74. pp. 70–77.
12. Maltsev G.N., Nazarov A.V., Yakimov V.L. [The Study of the Diagnosing of Automatic Sacecraft on-Board Equipment Using a Discrete-Event Simulation Model]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 1(56). pp. 95–121. (In Russ.).
13. Mba C., Marchesiello S., Fasana A., Garibaldi L. On the use of stochastic resonance for fault detection in spur gearboxes. *Diagnostyka*. 2017. vol. 18(3). pp. 3–13.
14. Shi P., Liang K., Han D., Zhang Y. A novel intelligent fault diagnosis method of rotating machinery based on deep learning and PSO-SVM. *Journal of Vibroengineering*. 2017. vol. 19(8). pp. 5932–5946.
15. Javorskyj I., Kravets I., Matsko I., Yuzefovych R. Periodically correlated random processes: Application in early diagnostics of mechanical systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. vol. 83. pp. 406–438.
16. de la Rosa J.J.G., Pérez A.A., Salas J.C.P., Fernández J.M.S. A novel measurement method for transient detection based in wavelets entropy and the spectral kurtosis: An application to vibrations and acoustic emission signals from termite activity. *Measurement*. 2015. vol. 68. pp. 58–69.
17. Benabid Y., Mansouri S. Dynamics study and diagnostics with vibration analysis from worm gear manufactured by reverse engineering techniques. *Journal of Vibroengineering*. 2016. vol. 18(7). pp. 4458–4471.

18. Barbini L., Eltabach M., Hillis A.J., Du Bois J.L. Amplitude-cyclic frequency decomposition of vibration signals for bearing fault diagnosis based on phase editing. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018. vol. 103. pp. 76–88.
19. Brandt A. Noise and vibration analysis: Signal analysis and experimental procedures. John Wiley & Sons. 2011. 464 p.
20. Vuojolainen J., Nevaranta N., Jastrzebski R., Pyrhönen O. Comparison of Excitation Signals in Active Magnetic Bearing System Identification. *Modeling, Identification and Control*. 2017. vol. 38(3). pp. 123–133.
21. Touret T. et al. On the use of temperature for online condition monitoring of geared systems – a review. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018. vol. 101. pp. 197–210.
22. Sukiyazov A.G., Prosiannikov B.N. [Using electromagnetic processes in a magnetic systems electrical devices for solving control and diagnostics of technical state]. *Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshcheniya – Bulletin of Rostov state Transport University*. 2014. vol. 4(56). pp. 110–118. (In Russ.).
23. Kopkin E.V., Chikurov V.A., Aleynik V.V., Lazutin O.G. [Algorithm for Constructing a Flexible Program for Technical Object Diagnosing on the Criterion of Received Information Value]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2015. vol. 4(41). pp. 106–130. (In Russ.).
24. Zorich V.A. *Matematicheskiiy analiz. Chast' 1* [Mathematical analysis. Part 1]. M.: MCNMO. 2002. 674 p. (In Russ.).
25. Mamedov N.Y., Dzhapharova A.N. [Estimation of Fourier Coefficients Errors when using the quick spectral Analysis Method]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Proceedings of the higher educational institutions. Journal of Instrument Engineering*. 2018. Issue 61. vol. 3. pp. 249–256. (In Russ.).
26. Yakimov V.N. [Digital complex statistical Analysis based on sign-function representation of random Processes]. *Izvestiya Samarskogo centra Rossijskoj akademii nauk – Bulletin of the Samara Center of the Russian Academy of Sciences*. 2016. Issue 18. vol. 4-7. pp. 1346–1353. (In Russ.).
27. Uzdin D.Z. *Novye mery blizosti, funkcii sostoyanij i reshayushchie pravila v teorii raspoznavaniya sostoyanij (statisticheskoy klassifikacii)* [New measures of proximity, state functions and decision rules in the theory of state recognition (statistical classification)]. M.: MAKSPress. 2016. 128 p. (In Russ.).
28. Senchenkov V.I. *Modeli, metody i algoritmy analiza tekhnicheskogo sostoyaniya* [Models, methods and algorithms for the analysis of technical condition]. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2013. 377 p. (In Russ.).
29. Senchenkov V.I., Shishkin E.V. [Improving the processes of training in the diagnostic models of complex technical systems]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol, diagnostika – Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*. 2017. vol. 4. pp. 33–43. (In Russ.).
30. Senchenkov V.I. [The mathematical apparatus of the diagnosis of complex technical systems]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie – Proceedings of the higher educational institutions. Journal of Instrument Engineering*. 2016. Issue 59. vol. 7. pp. 547–557. (In Russ.).
31. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. *Elementy teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza* [Elements of the theory of functions and functional analysis]. M.: FIZMATLIT. 2009. 572 p. (In Russ.).
32. *Muscat Jo. Functional Analysis: An Introduction to Metric Spaces, Hilbert Spaces, and Banach Algebras*. Springer. 2014. 420 p.
33. Poroshkin A.G. *Teoriya mery i integrala* [Theory of measure and integral]. M.: Librokom. 2012. 184 p. (In Russ.).
34. Suetin P.K. *Klassicheskie ortogonal'nye polinomy* [Classic orthogonal polynomials]. M.: Nauka. 1979. 416 p. (In Russ.).