

П.Ш. ГЕЙДАРОВ
**АЛГОРИТМ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА БЛИЖАЙШЕГО СОСЕДА
В МНОГОСЛОЙНОМ ПЕРСЕПТРОНЕ**

Гейдаров П.Ш. Алгоритм реализации метода ближайшего соседа в многослойном персептоне.

Аннотация. Известно, что технология реализации задач распознавания и принятия решений на основе классических нейронных сетей имеет ряд сложностей, среди которых необходимость наличия значительной по объему обучающей выборки; длительность и сложность алгоритмов обучения; сложности с выбором параметров структуры сети, таких как количество нейронов, слоев, связей, а также способа соединения нейронов; возможные сбои и не удачи во время обучения с необходимостью повторных изменений параметров сети и повторного обучения. В данной работе рассматривается возможность создания на основе алгоритмов метрических методов распознавания, в частности на основе алгоритма ближайшего соседа, многослойного персептрон с полной системой связей и с пороговой функцией активации. Такая возможность позволяет в итоге создать полностью связанный многослойный персептон, такие параметры которого, как количество нейронов, слоев, а также значение весов и порогов определяются аналитически. Также рассмотрена закономерность, определяющая распределение весовых и пороговых значений для второго и третьего слоя полученного многослойного персептрон, на основе которого предложен алгоритм вычисления пороговых и весовых значений многослойного персептрон, а также приведен пример, реализующий данный алгоритм. Также рассмотрены возможные применения полученных сетей для разных задач.

Ключевые слова: архитектуры нейронных сетей, метод ближайшего соседа, многослойный персептон, обучение нейронных сетей, линейные нейронные сети, обучающая выборка.

1. Введение. В настоящее время практика и интерес к реализации задач распознавания и принятия решений на основе искусственных нейронных сетей по-прежнему остается перспективным и популярным среди разработчиков и исследователей [1-9]. Вместе с тем, несмотря на все достижения в этой области, технологии создания и обучения классических нейронных сетей [10-12] оставляют за собой ряд сложностей, среди которых такие как необходимость наличия значительной по объему обучающей выборки и выполнения длительных и сложных алгоритмов обучения, во время которых возможны сбои, требующие повторных изменений параметров сети и повторного обучения. Также имеются сложности с выбором начальных параметров сети: количество нейронов, слоев, связей. Кроме того, отсутствует строгое понимание, почему один набор настроенных весовых и пороговых значений в процессе обучения формирует высокую результативность работы сети, тогда как при других наборах этого нет. В данной работе рассматривается возможность создания на основе алгоритмов метрических методов распознавания [13], в частности на основе алгоритма ближайшего

соседа, многослойного персептрона с полной системой связей и с пороговой функцией активации. Полученный многослойный персептрон имеет прозрачную архитектуру, что позволяет рассмотреть закономерность распределений пороговых и весовых значений полученной нейронной сети многослойного персептрона. Кроме того, такой подход позволяет сразу получить работающий многослойный персептрон без использования алгоритмов обучения. При этом полученный многослойный персептрон может дообучаться существующими классическими алгоритмами обучения нейронных сетей.

2. Постановка задачи. С этой целью в работах [14, 15] были предложены и рассмотрены модели архитектур линейных нейронных сетей, реализующих метрические методы распознавания (НСММР). Данные сети имеют некоторую схожесть с классом определяемых сетей, например сети Хопфилда, Хемминга [10], поскольку по аналогии с этими сетями параметры и структура НСММР — количество нейронов, слов, связей — определяется исходя из начальных условий задачи распознавания, среди которых количество эталонов, образов, признаков. Также весовые значения связей определяются аналитически, на основе используемых выражений метрических методов распознавания, определяющих характеристики близости. При этом результативность полученных НСММР, определяемых по выражению:

$$R = \frac{n_k}{N_k} * 100\%, \quad (1)$$

где n_k — количество правильно идентифицированных элементов из общего числа N_k элементов контрольной выборки повторяют как результативность, так и ошибки (2) метрических методов распознавания, на основе которых реализованы данные архитектуры нейронных сетей:

$$F = 100\% - R. \quad (2)$$

Нужно сказать, что результаты работы (1, 2), полученные НСММР, будут ближе к глобальному минимуму F_g (рисунок 1), чем лучше будут подобраны начальные параметры X используемых метрических методов распознавания, таких как количество и качество набора эталонов одного образа; выбранные выражения характеристики близости метода распознавания и другие.

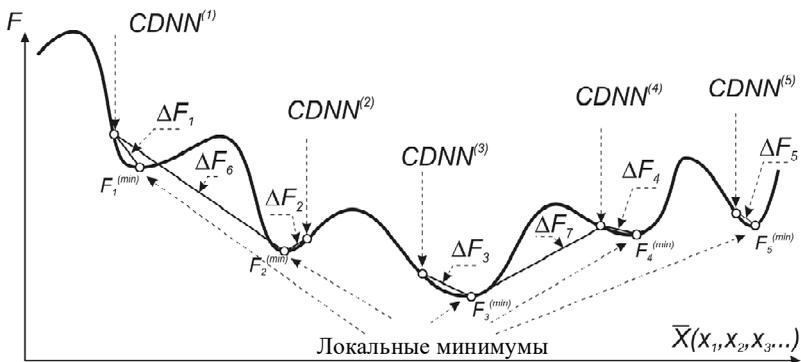


Рис. 1. График зависимости ошибки F от начальных параметров многослойного персептрона

Несмотря на возможность аналитически вычислять значения весовых и пороговых значений, которые имеют полученные архитектуры НСММР, тем не менее для этих сетей целесообразно иметь возможность дообучаться классическими алгоритмами обучения. С этой целью преобразование полученных сетей НСММР в многослойный персептрон (рисунок 2) решают эту задачу, поскольку известно, что многослойные персептроны обучаются.

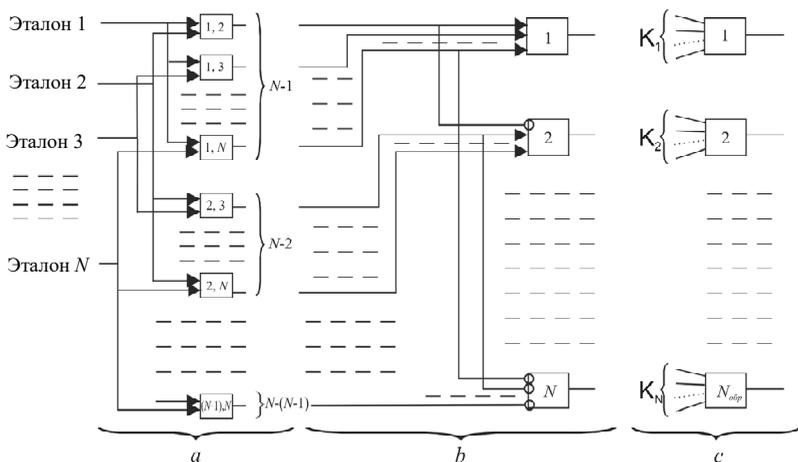


Рис. 2. Трехслойная схема с сжатой архитектурой НСММР

В этом случае, если результативность (1) полученной НСММР не удовлетворяет условиям задачи, то возможно дообучение полученной НСММР существующими классическими алгоритмами обучения и уменьшение ошибок (2) задачи распознавания, как, например, показано на рисунке 1 на $\Delta F_1, \Delta F_2, \Delta F_3, \Delta F_4, \Delta F_5, \Delta F_6, \Delta F_7$. Таким образом, дальнейшая цель будет заключаться в преобразовании схемы на рисунке 2 в схему на рисунке 1, а также в рассмотрении закономерности определения распределений весовых и пороговых значений для полученного многослойного персептрона, и создание на основе этих данных обобщенного алгоритма определения весовых и пороговых значений.

3. Распределение весовых и пороговых значений для второго слоя. На рисунке 2 приведена схема сжатой архитектуры нейронной сети, реализующей метрические методы распознавания. В работе [14] с целью сжатия схемы нейронной сети были исключены нейроны первого слоя, выполняющие сравнение одноименных пар эталонов. Для этого на входах второго слоя схемы сети (рисунок 2б) были добавлены логические элементы, инвертирующие значения сигналов, что вдвое уменьшило количество n_1 нейронов первого слоя:

$$n_1 = N(N-1)/2, \quad (3)$$

где N — общее количество используемых в задаче эталонов.

Поскольку в схеме многослойного персептрона, представленного на рисунке 3, отсутствуют элементы инвертирования, то с целью их исключения, расширим схему рисунка 2. Полученная схема представлена на рисунке 4.

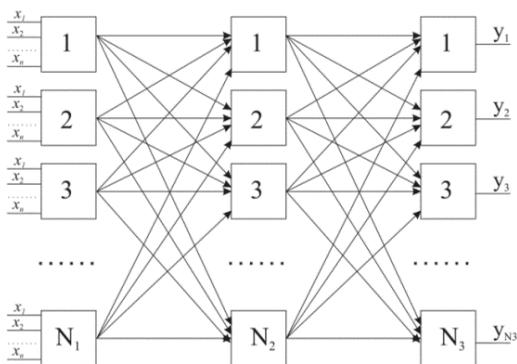


Рис. 3. Трехслойный полно связный персептрон

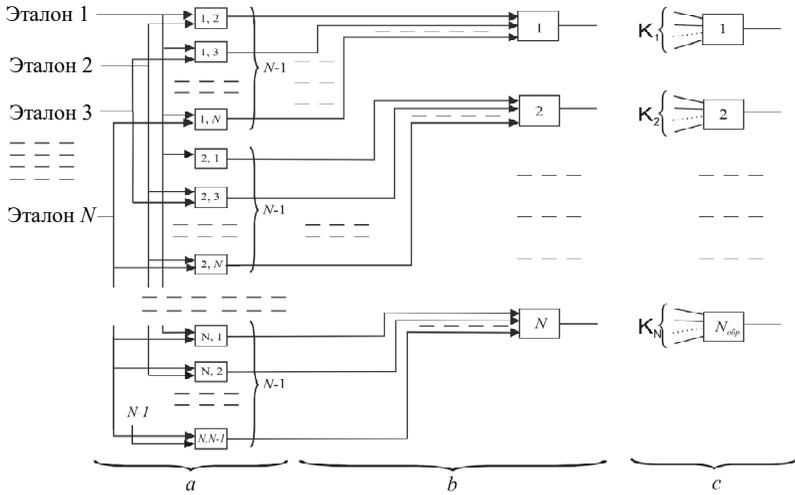


Рис. 4. Трехслойная HCMMP в раскрытой форме

При этом функция активации нейронов второго слоя (рисунок 2б, 4б) определится как:

$$\begin{cases} f(Sn_k^{(2)}) = 1, \text{если } Sn_k^{(2)} \geq \alpha(N-1) = H^{(2)} \\ f(Sn_k^{(2)}) = 0, \text{если } Sn_k^{(2)} < \alpha(N-1) = H^{(2)} \end{cases}, \quad (4)$$

где $H^{(2)}$ — пороговое значение функции состояния для всех нейронов второго слоя (рисунок 2б и рисунок 4б), $Sn_k^{(2)}$ — значение функции состояния k -го нейрона второго слоя, которая для схемы на рисунке 2б определяется по выражению (5) [15] и по выражению (6) для схемы на рисунке 4б:

$$Sn_k^{(2)} = \alpha \left(\sum_{j=1}^{k-1} \bar{f}(Sn_{j,k}^{(1)}) + \sum_{j=k+1}^N f(Sn_{k,j}^{(1)}) \right), \quad (5)$$

$$Sn_k^{(2)} = \sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} (w_{k,j}^{(2)} f(Sn_{k,j}^{(1)})) = \sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} (\alpha f(Sn_{k,j}^{(1)})) = \alpha \sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} f(Sn_{k,j}^{(1)}), \quad (6)$$

где $Sn_{k,j}^{(1)}$, $f(Sn_{k,j}^{(1)})$ — значение функции состояния и функции активации нейрона первого слоя, для которых таблицы весов реализованы на основе k и j эталонов.

Поскольку в многослойном персептроне значения $w_{i,j}^{(2)}$ — это величины, которые могут принимать широкий спектр значений, то предположим, что на рисунке 4б значение $w_{k,j}^{(2)} = \alpha_{k,j}$ — это также произвольные значения. Значение функции состояния нейрона второго слоя в этом случае определится по выражению:

$$Sn_k^{(2)} = \sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} \left(w_{k,j}^{(2)} f \left(Sn_{k,j}^{(1)} \right) \right) = \sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} \left(\alpha_{k,j} f \left(Sn_{k,j}^{(1)} \right) \right). \quad (7)$$

А условия функции активации преобразуется в:

$$\begin{cases} f \left(Sn_k^{(2)} \right) = 1, \text{если } Sn_k^{(2)} \geq H_k^{(2)} \\ f \left(Sn_k^{(2)} \right) = 0, \text{если } Sn_k^{(2)} < H_k^{(2)} \end{cases}, \quad (8)$$

где $H_k^{(2)}$ — пороговое значение функции состояния для k -го нейрона, определяемое в пределах:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k)}}^{N-1} w_{k,j}^{(2)} - w_{k,j \min}^{(2)} < H_k^{(2)} \leq \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k)}}^{N-1} w_{k,j}^{(2)}, \quad (9)$$

где $w_{k,j \min}^{(2)}$ — минимальное значение $w_{k,j}^{(2)}$ k -го нейрона второго слоя.

Условие (4) и (8) означают, что при активности всех входов k -го нейрона второго слоя на выходе нейрона будет значение 1, в противном случае — 0. При этом в выражении (8) для выполнения этого условия должно также выполняться условие (9). Можно показать, что если условие (9) не выполняется, то на выходе k -го нейрона второго слоя

могут быть ошибки. Например, когда значение $H_k^{(2)} > \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k)}}^{N-1} w_{k,j}^{(2)}$, то при

активности всех входов k -го нейрона ($f \left(Sn_{k,j}^{(1)} \right) = 1$) на выходе k -го нейрона согласно (7) и (8) вместо необходимого значения 1 будет $f \left(Sn_k^{(2)} \right) = 0$:

$$Sn_k^{(2)} = \sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} \left(w_{k,j}^{(2)} \times 1 \right) = \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k)}}^{N-1} w_{k,j}^{(2)} < H_k^{(2)} \Rightarrow f \left(Sn_k^{(2)} \right) = 0. \quad (10)$$

Напротив, если $H_k^{(2)} \leq \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k)}}^{N-1} w_{k,j}^{(2)} - w_{k,jmin}^{(2)}$, то в этом случае на

выходе k -го нейрона может также быть ошибочное значение, например, при наличии неактивного входа $f(Sn_{k,jmin}^{(1)}) = 0$. В этом случае на выходе k -го нейрона ($f(Sn_k^{(2)})$) согласно выражениям (7), (8), (11) вместо необходимого значения 0 будет 1:

$$\begin{aligned} Sn_k^{(2)} &= \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k, j \neq s}}^{N-2} \left(w_{k,j}^{(2)} \times 1 \right) + w_{k,jmin}^{(2)} \times 0 = \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k)}}^{N-1} w_{k,j}^{(2)} - w_{k,jmin}^{(2)} \geq H_k^{(2)} \Rightarrow f(Sn_k^{(2)}) = 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Покажем также, что для выполнения условия (8) необходимо выполнение условий $w_{k,j}^{(2)} > 0$ для всех j входов нейрона (12). Пусть существует $j=m$, для которого $-w_{k,m}^{(2)} \leq 0$. Тогда при активности всех входов k -го нейрона ($f(Sn_{k,j}^{(1)}) = 1$) на выходе нейрона согласно выражениям (7, 8, 9) вместо значения 1 будет 0:

$$\begin{aligned} Sn_k^{(2)} &= \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k)}}^{N-1} \left(w_{k,j}^{(2)} f(Sn_{k,j}^{(1)}) \right) = \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k, j \neq m)}}^{N-2} \left(w_{k,j}^{(2)} \times 1 \right) - w_{k,m}^{(2)} \times 1 = \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k, j \neq m)}}^{N-2} w_{k,j}^{(2)} - w_{k,m}^{(2)} \leq \\ &\leq \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k)}}^{N-1} w_{k,j}^{(2)} - w_{k,jmin}^{(2)} < H_k^{(2)} \Rightarrow f(Sn_k^{(2)}) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Поскольку на схеме рисунка 3 приведена сеть с полной системой связи, где каждый выход предыдущего слоя связан с каждым нейроном последующего слоя, то по аналогии с этой системой добавим дополнительные связи в схему нейронной сети на рисунке 4, соединив каждый вход нейрона второго слоя с каждым выходом нейрона первого слоя. В этом случае определение значения функции состояния k -го нейрона второго слоя изменится с выражения (7) на выражение:

$$Sn_k^{(2)} = \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^{N-1} \left(w_{i,j}^{(2)} f \left(Sn_{i,j}^{(1)} \right) \right), \quad (13)$$

где i, j определяют порядковые номера эталонов (рисунок 4а).

При этом также можно будет показать, что для k -го нейрона второго слоя для всех добавленных связей ($i \neq k$) с целью соблюдения стабильности работы функции активации (8) необходимо выполнения условий (14, 15):

$$\sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} \geq 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} < H_k^{(2)} - \left(\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k}}^{N-1} \left(w_{k,j}^{(2)} f \left(Sn_{k,j}^{(1)} \right) \right) - w_{k,jmin}^{(2)} \right), \quad (14)$$

$$\left| \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} < 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} \right| \leq \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k}}^{N-1} \left(w_{k,j}^{(2)} f \left(Sn_{k,j}^{(1)} \right) \right) - H_k^{(2)}, \quad (15)$$

где левые части в выражениях (14), (15) положительные и отрицательные составляющие суммы всех $w_{i,j}^{(2)}$ для k -го нейрона второго слоя, для которых $i \neq k$.

Условие (14) следует из того, что при любом неактивном выходе нейрона (k,s) первого слоя $f\left(Sn_{k,s}^{(1)}\right)=0$ на выходе нейрона $\left(f\left(Sn_k^{(2)}\right)\right)$ должно быть значение 0. Покажем это, разложив значение функции состояния нейрона $Sn_k^{(2)}$ (13) на следующие составляющие:

$$\begin{aligned}
 Sn_k^{(2)} = & \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k}}^{N-2} \left(w_{k,j}^{(2)} f\left(Sn_{k,j}^{(1)}\right) \right) + w_{k,s}^{(2)} \times 0 + \\
 & + \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} > 0}}^{N-1} \left(w_{i,j}^{(2)} f\left(Sn_{i,j}^{(1)}\right) \right) - \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} < 0}}^{N-1} \left(\left| w_{i,j}^{(2)} \right| f\left(Sn_{i,j}^{(1)}\right) \right). \quad (16)
 \end{aligned}$$

Из (16) можно видеть, что максимальное значение функции состояния нейрона второго слоя будет при условии, когда: $w_{k,s}^{(2)} = w_{k,jmin}^{(2)}$, значения всех остальных $f\left(Sn_{k,j}^{(1)}\right)=1$, а значения $f\left(Sn_{i,j}^{(1)}\right)=1$ для всех связей k -го нейрона у которых $i \neq k$ и $w_{i,j}^{(2)} > 0$, и напротив значения $f\left(Sn_{i,j}^{(1)}\right)=0$ для всех $i \neq k$ у которых $w_{i,j}^{(2)} < 0$:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{N-2} \left(w_{k,j}^{(2)} \times 1 \right) + w_{k,jmin}^{(2)} \times 0 + \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} > 0}}^{N-1} \left(w_{i,j}^{(2)} \times 1 \right) - \\
 & - \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} < 0}}^{N-1} \left(\left| w_{i,j}^{(2)} \right| \times 0 \right) = \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k}}^{N-1} w_{k,j}^{(2)} - w_{k,jmin}^{(2)} + \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} > 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} < H_k^{(2)}. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Из (17) получаем условие (14). Условие в (15) следует из того, что при активности всех $N-1$ нейронов первого слоя для k -го образа

($f(Sn_{k,j}^{(1)})=1$), на выходе нейрона должно быть $f(Sn_k^{(2)})=1$. В этом случае значение функции состояния нейрона (13) представим как:

$$Sn_k^{(2)} = \sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} (w_{k,j}^{(2)} \times 1) + \sum_{i=1, i \neq k}^{N-1} \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} (w_{i,j}^{(2)} f(Sn_{i,j}^{(1)})) - \sum_{i=1, i \neq k}^{N-1} \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} (|w_{i,j}^{(2)}| f(Sn_{i,j}^{(1)})), \quad (18)$$

$w_{i,j}^{(2)} > 0$ $w_{i,j}^{(2)} < 0$

Из (18) можно видеть, что минимальное значение функции состояния k -го нейрона второго слоя ($Sn_k^{(2)}$) будет тогда, когда значения $f(Sn_{i,j}^{(1)})=0$ для всех $i \neq k$, для которых $w_{i,j}^{(2)} > 0$, и напротив, $f(Sn_{i,j}^{(1)})=1$ для всех $i \neq k$, для которых $w_{i,j}^{(2)} < 0$. Отсюда, согласно выражению (8), следует (19) и, соответственно, условие (15):

$$\sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} (w_{k,j}^{(2)} \times 1) + \sum_{i=1, i \neq k}^{N-1} \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} (w_{i,j}^{(2)} \times 0) - \sum_{i=1, i \neq k}^{N-1} \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} (|w_{i,j}^{(2)}| \times 1) = \sum_{j=1, j \neq k}^{N-1} w_{k,j}^{(2)} - \left| \sum_{i=1, i \neq k}^{N-1} \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} \right| \geq H_k^{(2)}. \quad (19)$$

Несоблюдение условий (14, 15) будет означать возможность появления ошибочных значений на выходе k -го нейрона второго слоя $f(Sn_k^{(2)})$, даже при условии исключения возможных ошибок на выходах первого слоя сети.

4. Распределение весовых и пороговых значений для третьего слоя. Рассмотрим также третий слой нейронной сети (рисунок 4с). Напомним, что третий слой нейронной сети нужен был тогда, когда

распознаваемый образ представлялся не одним, а несколькими эталонами [14]. В этом случае k -ый нейрон третьего слоя объединял выходы нейронов второго слоя, соответствующих эталонам одного k -го образа, а значение функции состояния нейрона $Sn_k^{(3)}$ определялось как:

$$Sn_k^{(3)} = \sum_{j=1}^K \left(\alpha \times f \left(Sn_j^{(2)} \right) \right), \quad (20)$$

где α — значение $w_{i,j}^{(3)}$ для всех входов нейрона третьего слоя, K — количество эталонов, принадлежащих k -му образу. В отличие от нейрона второго слоя функция активации нейрона третьего слоя (21) выполняет условие, при котором при наличии хотя бы одного активного выхода нейрона $f \left(Sn_j^{(2)} \right) = 1$, выход k -го нейрона третьего слоя будет также активным $f \left(Sn_k^{(3)} \right) = 1$, иначе $f \left(Sn_k^{(3)} \right) = 0$.

$$\begin{cases} f \left(Sn_k^{(3)} \right) = 1, \text{ если } Sn_k^{(3)} \geq H^{(3)} = \alpha \\ f \left(Sn_k^{(3)} \right) = 0, \text{ если } Sn_k^{(3)} < H^{(3)} = \alpha \end{cases}. \quad (21)$$

Здесь для всех нейронов третьего слоя пороговое значение $H^{(3)} = \alpha$. Если аналогично предположить, что значение $w_{k,j}^{(3)} = \alpha_{k,j}$ являются произвольные значения, то значение функции состояния k -го нейрона третьего слоя определится как:

$$Sn_k^{(3)} = \sum_{j=1}^K \left(w_{k,j}^{(3)} f \left(Sn_j^{(2)} \right) \right) = \sum_{j=1}^K \left(\alpha_{k,j} f \left(Sn_j^{(2)} \right) \right). \quad (22)$$

Условие функции активации (21) в этом случае преобразуется в (23):

$$\begin{cases} f \left(Sn_k^{(3)} \right) = 1, \text{ если } Sn_k^{(3)} \geq H_k^{(3)} \\ f \left(Sn_k^{(3)} \right) = 0, \text{ если } Sn_k^{(3)} < H_k^{(3)} \end{cases}, \quad (23)$$

где $H_k^{(3)}$ — пороговое значение функции состояния для k -го нейрона третьего слоя, определяемое в диапазоне:

$$0 < H_k^{(3)} \leq w_{k,j}^{(3)(\min)}. \quad (24)$$

Здесь $w_{k,j}^{(3)(\min)}$ минимальное значение веса $w_{k,j}^{(3)}$. При этом условия (23 и 24) соответствуют тому, что если имеется хотя бы один активный вход нейрона $f(Sn_j^{(2)}) = 1$, то выход нейрона $f(Sn_k^{(3)})$ также будет равен 1:

$$\begin{aligned} Sn_k^{(3)} &= \sum_{j=1}^N \left(w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right) = \sum_{j=1}^{N-1} \left(w_{k,j}^{(3)} \times 0 \right) + w_{k,j}^{(3)} \times 1 = \\ &= w_{k,j}^{(3)} \geq w_{k,j}^{(3)(\min)} \geq H_k^{(3)} \Rightarrow f(Sn_k^{(3)}) = 1. \end{aligned} \quad (25)$$

Если же все входы $f(Sn_j^{(2)}) = 0$, то выход равен $f(Sn_k^{(3)}) = 0$:

$$Sn_k^{(3)} = \sum_{j=1}^N \left(w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right) = \sum_{j=1}^N \left(w_{k,j}^{(3)} \times 0 \right) = 0 < H_k^{(3)} \Rightarrow f(Sn_k^{(3)}) = 0. \quad (26)$$

По аналогии со вторым слоем соединим все нейроны второго слоя с нейронами третьего слоя (рисунок 3). В этом случае значение функции состояния нейрона определится как:

$$Sn_k^{(3)} = \sum_{j=1}^N \left(w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right), \quad (27)$$

где N — это количество нейронов второго слоя, а также количество используемых в задаче эталонов.

Можно показать, что для стабильности работы третьего слоя значения весов добавленных связей $w_{k,j}^{(3)}$ при $j \neq j_k$ должны определяться условиями:

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} \geq 0}}^N w_{k,j}^{(3)} &< H_k^{(3)}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\left| \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} < 0}}^N w_{k,j}^{(3)} \right| \leq w_{k,j_k}^{(3)(min)} - H_k^{(3)}. \quad (29)$$

Здесь j_k — j -ые входы k -го нейрона третьего слоя, соединяющиеся с нейронами второго слоя, выходы которых соответствуют эталонам k -го образа, $w_{k,j_k}^{(3)(min)}$ — минимальное значение веса для j_k связей. Левые части выражений (28), (29) — это положительные и отрицательные составляющие суммы весов для всех добавленных связей k -го нейрона третьего слоя ($j \neq j_k$), N — количество нейронов третьего слоя. Условие (28) исходит из того, что при неактивности всех выходов нейронов второго слоя, определяющих выходы эталонов k -го образа ($f(Sn_{j_k}^{(2)}) = 0$), на выходе k -го нейрона третьего слоя должно быть значение 0. Покажем это.

Для этого разложим значение функции состояния k -го нейрона третьего слоя, определяемое для полной системы связи, на следующие составляющие:

$$\begin{aligned} Sn_k^{(3)} &= \sum_{j=1}^N \left(w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right) = \sum_{j=1}^K \left(w_{k,j_k}^{(3)} \times 0 \right) + \\ &+ \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} \geq 0}}^N \left(w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right) - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} < 0}}^N \left| w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right| = \\ &= \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} \geq 0}}^N \left(w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right) - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} < 0}}^N \left| w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right| < H_k^{(3)}. \end{aligned} \quad (30)$$

Из выражения (30) видно, что наибольшее значение функции состояния нейрона $Sn_k^{(3)}$ для этого случая будет при условии, когда для всех добавленных связей ($j \neq j_k$), для которых значения весов $w_{k,j}^{(3)} < 0$, значения $f(Sn_j^{(2)}) = 0$, а для всех добавленных связей ($j \neq j_k$), для которых значения весов $w_{k,j}^{(3)} > 0$, значения $f(Sn_j^{(2)}) = 1$. Соответственно, отсюда из (30) и (31) следует условие (28):

$$\begin{aligned}
 Sn_k^{(3)} &= \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} \geq 0}}^N \left(w_{k,j}^{(3)} \times 1 \right) - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} < 0}}^N \left| w_{k,j}^{(3)} \times 0 \right| = \\
 &= \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} \geq 0}}^N w_{k,j}^{(3)} < H_k^{(3)} \Rightarrow f(Sn_k^{(3)}) = 0.
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

Условие (29) исходит из того, что при активности хотя бы одного из $j_k = s$ выходов нейрона $f(Sn_s^{(2)}) = 1$ на выходе нейрона k -го нейрона третьего слоя будет 1. Для этого разложим значение функции состояния k -го нейрона на следующие составляющие:

$$\begin{aligned}
 Sn_k^{(3)} &= \sum_{j=1}^N \left(w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right) = \sum_{j=1}^{K-1} \left(w_{k,j_k}^{(3)} \times 0 \right) + \\
 &+ w_{k,s}^{(3)} f(Sn_s^{(2)}) + \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} \geq 0}}^N \left(w_{k,j}^{(3)} f(Sn_j^{(2)}) \right) -
 \end{aligned}
 \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} < 0}}^N \left| w_{k,j}^{(3)} f \left(Sn_j^{(2)} \right) \right| = w_{k,s}^{(3)} + \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} \geq 0}}^N \left(w_{k,j}^{(3)} f \left(Sn_j^{(2)} \right) \right) - \\
& - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} < 0}}^N \left| w_{k,j}^{(3)} f \left(Sn_j^{(2)} \right) \right|.
\end{aligned}$$

Из (32) можно видеть, что наименьшим значение функции состояния нейрона $Sn_k^{(3)}$ будет при условии, когда $w_{k,s}^{(3)} = w_{k,j_k}^{(3)(min)}$, а также когда для всех добавленных связей ($j \neq j_k$), у которых значения весов $w_{k,j}^{(3)} < 0$, значения $f \left(Sn_j^{(2)} \right) = 1$, и напротив, для всех добавленных связей ($j \neq j_k$), для которых $w_{k,j}^{(3)} > 0$, значения $f \left(Sn_j^{(2)} \right) = 0$. Соответственно, из выражения (32) и (33) следует условие (29):

$$Sn_k^{(3)} = w_{k,j_k}^{(3)(min)} + \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} \geq 0}}^N \left(w_{k,j}^{(3)} \times 0 \right) -$$

$$\left| \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} < 0}}^N \left| w_{k,j}^{(3)} \times 1 \right| = w_{k,j_k}^{(3)(min)} - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq j_k, \\ w_{k,j}^{(2)} < 0}}^N w_{k,j}^{(3)} \right| \geq H_k^{(3)} \Rightarrow f \left(Sn_k^{(3)} \right) = 1. \tag{33}$$

В итоге для стабильности работы второго и третьего слоя нейронной сети с полной системой связей (рисунок 3) и с пороговой функцией активации для каждого нейрона необходимо выполнение условий, когда значение всех $w_{k,j}^{(2)} > 0$ и $w_{k,j_k}^{(3)} > 0$, а значения всех $w_{i,j}^{(2)}$, для которых $i \neq k$, и $w_{i,j}^{(3)}$, для которых $j \neq j_k$, будут определяться в пределах, определенных условиями (14, 15, 28, 29). А пороговые значения функций

состояний нейронов должны определяться выражениями (9, 24). Кроме того, приведенные выражения распределений значений $w_{i,j}$ и H_k для второго и третьего слоя являются наиболее обобщенными условиями реализации второго и третьего слоя НСММР.

5. Обобщенный алгоритм определения весовых и пороговых значений для второго и третьего слоя. На основе всех полученных условий работы сети также приведем возможный алгоритм определения значений $w_{i,j}^{(2)}$ и $H_k^{(2)}$ для всех нейронов второго слоя:

1. На основе существующего эталонного набора составляется сеть с полной системой связей (рисунок 3) на основе архитектуры [14] (рисунок 4), где количество нейронов для первого слоя определяется по выражению (1), количество нейронов второго слоя определяется количеством эталонов, а количество нейронов третьего слоя — количеством распознаваемых образов.

2. Для k -го нейрона значения весов для всех добавленных связей $w_{i,j}^{(2)}$ (для которых $i \neq k$) выбираются случайным образом.

3. Из полученных значений $w_{i,j}^{(2)}$ определяются значения сумм S_1 и S_2 положительных и отрицательных составляющих, взятых по модулю:

$$S_1 = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} \geq 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)}, \quad S_2 = \left| \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} < 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} \right|. \quad (34)$$

4. Определяем минимальное значение $w_{k,jmin}^{(2)}$, по выражению:

$$w_{k,jmin}^{(2)} = S_1 + S_2 + \beta, \quad (35)$$

где β — любое положительное число, $\beta \in (0, \infty)$. При этом выражение (35) определяется на основе сложений правых и левых частей выражений (14) и (15) и приведением неравенства к равенству:

$$\left| \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} \geq 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} + \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} < 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} \right| < H_k^{(2)} - \quad (36)$$

$$- \left(\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k}}^{N-1} \left(w_{k,j}^{(2)} f \left(Sn_{k,j}^{(1)} \right) \right) - w_{k,jmin}^{(2)} \right) + \sum_{\substack{j=1, \\ J \neq k}}^{N-1} \left(w_{k,j}^{(2)} f \left(Sn_{k,j}^{(1)} \right) \right) - H_k^{(2)} ;$$

$$\left| \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} \geq 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} < 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} \right| < w_{k,jmin}^{(2)} ; \quad (37)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} \geq 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i, \\ w_{i,j}^{(2)} < 0}}^{N-1} w_{i,j}^{(2)} + \beta = w_{k,jmin}^{(2)} . \quad (38)$$

5. Выбираем случайным образом остальные значения $w_{k,j}^{(2)}$, при этом соблюдая условие $w_{k,j}^{(2)} \geq w_{k,jmin}^{(2)}$, а также определяем сумму S_k всех $w_{k,j}^{(2)}$:

$$S_k = \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k}}^{N-1} \left(w_{k,j}^{(2)} f \left(Sn_{k,j}^{(1)} \right) \right). \quad (39)$$

6. Определяем значения порога $H_k^{(2)}$ для этого нейрона, например, исходя из неравенства (14):

$$H_k^{(2)} = (S_k - w_{k,jmin}^{(2)}) + S_1 + c, \quad (40)$$

где $c \in (0; \beta]$.

7. Переходим на следующий $k+1$ нейрон и продолжаем алгоритм с пункта 2.

Для третьего слоя алгоритм определения значений $w_{k,j}^{(3)}$ и $H_k^{(3)}$ будет отличаться тем, что в пункте 4 определяется минимальное значение $w_{k,jk}^{(3)(min)}$, как:

$$w_{k,jk}^{(3)(min)} = S_1 + S_2 + \beta, \quad (41)$$

$$\text{где } S_1 = \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq jk, \\ w_{k,j}^{(2)} \geq 0}}^N w_{k,j}^{(3)}, \quad S_2 = \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq jk, \\ w_{k,j}^{(2)} < 0}}^N w_{k,j}^{(3)}.$$

А пороговое значение $H_k^{(3)}$ для k -го нейрона определится из выражения (28), как:

$$H_k^{(3)} = S_1 + c, \quad (42)$$

где $c \in (0; \beta]$

6. Пример использованием трехслойной нейронной сети .

Рассмотрим пример задачи распознавания двух графических образов {4, 3}, состоящих из набора, например, трех эталонов, приведенных на рисунке 5.



Рис. 5. Пример набора эталонов для двух образов

На рисунке 6 приведена схема трехслойной нейронной сети с системой связей, необходимая для данной задачи и определенная на основе архитектуры НСММР, где количество нейронов первого слоя определяется по формуле (3), а количество нейронов второго и третьего слоя, соответственно, равны количеству эталонов и образов.

Поскольку в наборе эталонов (рисунок 5) образу {4} принадлежит два эталона {эталон 1, эталон 3}, то, следовательно, согласно нумерации эталонов, 1-ый и 3-ий нейроны второго слоя соответствуют образу {4}, выход 2 — образу {3}. При этом выход сети y_1 определим как выход образа {4}, а y_2 — выход образа {3}. В таблице 1 и 2 приведены значения весов $w_{i,j}^{(2)}$ и $w_{k,j}^{(3)}$, определенные по приведенному выше алгоритму.

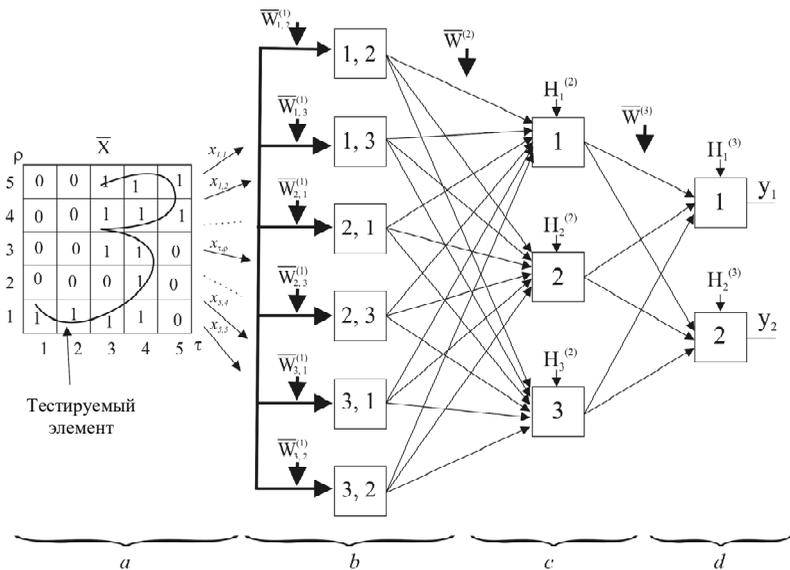


Рис. 6. Схема распознавания с использованием трехслойной нейронной сети: а — тестируемый элемент \bar{X} ; б — первый слой; в — второй слой; с — третий слой

Покажем это на примере первого нейрона ($k=1$) второго слоя. Для этого сначала случайным образом выбираем значения $w_{i,j}^{(2)}$ для $i \neq k$ (не окрашенные ячейки) в диапазоне, например, $[-5, 5]$: $w_{2,1}^{(2)} = -2$, $w_{2,3}^{(2)} = -2$, $w_{3,1}^{(2)} = 3$, $w_{3,2}^{(2)} = 4$ (таблица 1). Определяем

значения $S_1 = 3 + 4 = 7$, $S_2 = |-2 - 2| = 4$. Если β принять за 4 и при этом $w_{1,3}^{(2)}$ принять как наименьшее из всех значений $w_{i,j}^{(2)}$, для которых $i = k$, то $w_{1,3}^{(2)} = w_{k,j\min}^{(2)} = 7 + 4 + 4 = 15$. Тогда значение $w_{1,2}^{(2)} \geq w_{1,3}^{(2)}$ выбираем, например, как $w_{1,2}^{(2)} = 19$ (таблица 1). Определяем значение $S_k = w_{1,2}^{(2)} + w_{1,3}^{(2)} = 15 + 19 = 34$. Если принять $c = 3 (< \beta)$, то значение $H_1^{(2)}$ определяем согласно (40) $H_1^{(2)} = 34 - 15 + 7 + 3 = 29$. Аналогично определяются все $w_{i,j}^{(2)}$ и $H_k^{(2)}$ для всех остальных нейронов второго слоя (таблица 1).

Таблица.1. Значение весов $w_{i,j}^{(2)}$ и параметры алгоритма для второго слоя

$w_{i,j}^{(2)}$ для k -го нейрона							Параметры алгоритма для 2-го слоя						
$k \backslash i, j$	1, 2	1, 3	2, 1	2, 3	3, 1	3, 2	S_1	S_2	β	$w_{k,j\min}^{(2)}$	S_k	c	$H_k^{(2)}$
1	19	15	-2	-2	3	4	7	4	4	15	34	3	29
2	-4	2	11	14	0	3	5	4	2	11	25	1	20
3	-5	3	2	5	22	17	10	5	2	17	39	1	33

Для третьего слоя рассмотрим первый нейрон ($k=1$). Здесь j_k связи — это первый и третий входы (закрашенные ячейки), определяющие эталоны образа $\{4\}$. Значение $w_{1,2}^{(3)}$ ($j \neq j_k$) определяем случайным образом, например, 2. Отсюда значения $S_1 = 2$, $S_2 = 0$. Если значение $w_{1,3}^{(3)}$ принять за минимальное среди j_k связей $w_{1,3}^{(3)} = w_{k,jk}^{(3)(\min)}$, то при $\beta = 3$, $w_{1,3}^{(3)} = 2 + 0 + 3 = 5$. Соответственно, $w_{1,1}^{(3)} \geq w_{1,3}^{(3)}$ будет, например, $w_{1,1}^{(3)} = 7$. По формуле (42) определяем $H_1^{(3)} = 2 + 2 = 4$ (таблица 2).

Таблица. 2. Значение весов $w_{k,j}^{(3)}$ и параметры алгоритма для третьего слоя

$w_{k,j}^{(3)}$ для k -го нейрона				Параметры алгоритма для 3-го слоя						
$k \backslash j$	1	2	3	S_1	S_2	β	$w_{k,jk}^{(3)(\min)}$	S_k	c	$H_k^{(3)}$
1	7	2	5	2	0	3	5	12	2	4
2	1	9	-4	1	4	4	9	9	1	2

На рисунке 7 приведен пример таблиц весов размерности 5×5 , определенных для каждого нейрона первого слоя рисунка 6б. При этом каждая таблица создается на основе двух эталонов (рисунок 7), а значения весов $w_{\tau,\rho}^{(1)}$ аналитически определяются на основе используемых метрических выражений, например, (43) [15].

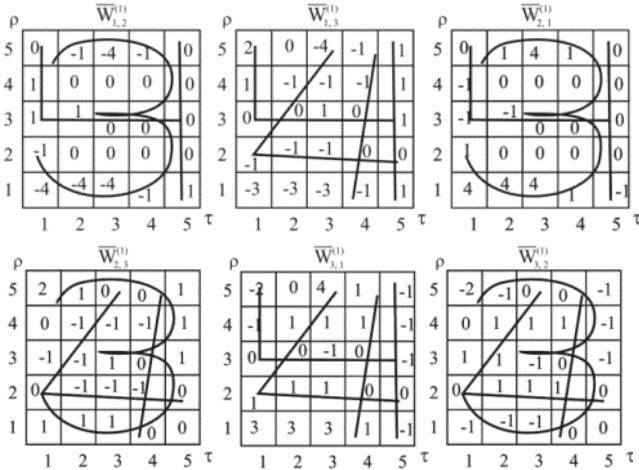


Рис. 7. Таблицы весов для первого слоя нейронной сети

$$w_{\tau,\rho}^{(1)} = \left(\left(\tau_2^{(min)} - \tau \right)^2 + \left(\rho_2^{(min)} - \rho \right)^2 \right) - \left(\left(\tau_1^{(min)} - \tau \right)^2 + \left(\rho_1^{(min)} - \rho \right)^2 \right), \quad (43)$$

где $(\tau_1^{(min)}, \rho_1^{(min)})$ и $(\tau_2^{(min)}, \rho_2^{(min)})$ — координаты ближайших ячеек таблиц весов, которые являются активизированными ($x_{\tau,\rho} = 1$) (рисунок 6а) контурами изображений эталонных символов [15] (рисунок 7) относительно текущей ячейки (τ, ρ) .

Таблица. 3. Значения функции состояния и функции активации нейронов для элемента \bar{X} на рисунке 6

первый слой				второй слой			третий слой				$Y_{\text{вых}}$	
$\mathcal{N} \ominus (i, j)$	$Sn_{i,j}^{(1)}$	$f(Sn_{i,j}^{(1)})$		$\mathcal{N} \ominus k$	$Sn_k^{(2)}$	$f(Sn_k^{(2)})$	$\mathcal{N} \ominus k$	$Sn_k^{(3)}$	$y_k = f(Sn_k^{(3)})$			
1, 2	-18	≥ 0	0	1	-1	≥ 29	0	1	2	≥ 4	0	-
1, 3	-14	≥ 0	0	2	25	≥ 20	1	2	9	≥ 2	1	{3}
2, 1	18	≥ 0	1	3	29	≥ 33	0					
2, 3	3	≥ 0	1									
3, 1	14	≥ 0	1									
3, 2	-3	≥ 0	0									

В таблице 3 приведены значения функции состояния и функции активации всех нейронов рисунка 6 для случая, когда на входы сети был подан тестируемый элемент \bar{X} (рисунок 6а), принадлежащий образу {3}. При этом значения функции состояния и функции активации нейронов для второго и третьего слоя определялись на основе приведенных выражений (8, 13, 22, 23) с использованием полученных весовых и пороговых значений таблицы 1 и таблицы 2, а значения функций активаций нейронов первого слоя определялись условием:

$$\begin{cases} f(Sn_{i,j}^{(1)}) = 1, \text{ если } Sn_{i,j}^{(1)} > 0 \\ f(Sn_{i,j}^{(1)}) = 0, \text{ если } Sn_{i,j}^{(1)} < 0 \end{cases}, \quad (44)$$

где $Sn_{i,j}^{(1)}$ — значение функции состояния нейрона первого слоя, определяемого как сумма (45), где τ и ρ — номера ячеек таблиц весов на рисунке 7 с размерностью 5×5 [14, 15].

$$Sn_{i,j}^{(1)} = \sum_{\tau=1}^5 \sum_{\rho=1}^5 (w_{\tau,\rho}^{(1)} x_{\tau,\rho}). \quad (45)$$

По результатам таблицы 3 можно видеть, что на выходах третьего слоя активизируется выход второго нейрона $y_2 = 1$, что соответствует образу $Y_{вых} = \{3\}$.

Нужно также сказать, что количество нейронов, которые для схем на рисунках 2, 4, 6 определяются предварительно и строго аналитически, в действительности могут быть определены и в произвольном количестве аналогично тому, как это свойственно для схем многослойного персептрона рисунка 3, для которых определение количества нейронов не имеет точных аналитических выражений и выбираются на основе приближенных оценок. При этом при увеличении количества нейронов второго и третьего слоя связи добавленных нейронов могут рассматриваться как связи $i \neq k$ и $j \neq j_k$, и в этом случае, как было показано выше, результативность работы сети не изменится. Кроме того, упорядоченное расположение самих нейронов в слоях сети, приведенных на рисунках 2, 4, 6, может быть также нарушена, что будет соответствовать схемам персептрона (рисунок 3), для которых, как известно, отсутствует какой-либо порядок в расположении нейронов в слоях сети. При этом хаотичная перестановка нейронов в слоях, например на рисунке 6, не

повлияют на результативность работы сети, поскольку каждый нейрон сохранит свои весовые и пороговые значения, и значения функции состояний и функции активаций нейронов (13, 22) не изменятся. Нужно также сказать, что характеристика метрической меры близости, определяющая значения весов первого слоя может выражаться различными способами, отличными от выражения (43). При этом, чем лучше будет определена мера близости, тем лучше будут все параметры и результативность нейронной сети.

7. Применение НСММР к другим задачам. В приведенном примере (рисунок 7) распознаваемые символы (цифры) представляются на основе бинарной матрицы, размерность которой определяет и размерность таблицы весов (на рисунке 7 размерность таблиц весов по вертикали $R=5$ и по горизонтали $C=5$), а также количество связей n_{ce} одного нейрона первого слоя, где:

$$n_{ce} = RC . \quad (46)$$

Нужно сказать, что способы представления эталонов образов могут быть различны и представляться не только в виде бинарной матрицы самого изображения. Элементы образа могут быть описаны в виде отдельного набора математически определенных признаков. Такой набор признаков можно представить в виде вектора $\vec{V}(v_i)$ или одной двумерной кривой рисунка 8, расположив все признаки в определенном порядке, где ось x определяет номер каждого признака, а ось y — значение признака. Возможно также выполнить предварительное масштабирование всех параметров объекта так, как, например, было показано в [16], в том случае, если параметры распознаваемого объекта не являются равнозначными или физически не связаны между собой, такие как: скорость, температура, возраст и т.д. Полученную кривую признаков рисунка 8 можно представить в виде бинарной матрицы с определенно выбранной размерностью $R:C$. На основе полученного набора эталонных кривых вычисляются таблицы весов. Например, для ячейки ($c=2, r=3$) на рисунке 8 значение веса $w_{2,3}$ может определиться как:

$$w_{2,3} = (4-3)^2 - (1-3)^2 = -3. \quad (47)$$

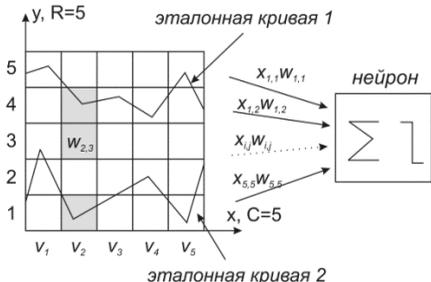


Рис. 8. Таблица весов для сравнения двух эталонных кривых

В частности, для изображений однотонных символов можно аналогичным способом применить инвариантные способы представления символов [17], позволяющие узнавать однотонные изображения с учетом возможных сдвигов, поворотов и масштабирования данного изображения. Такая возможность достигается путем вычисления набора параметров — нормированных моментов [17], определяемых на основе характеристик вертикальных и горизонтальных штрихов изображения. Основываясь на полученном наборе моментов M_i или нормированных моментов N_p [17], определенных для всех или только для выбранных вертикальных и горизонтальных строк изображения, создаются кривые, например, как на рисунке 9 [17], которые можно использовать как эталонные кривые по аналогии со схемой на рисунке 8.

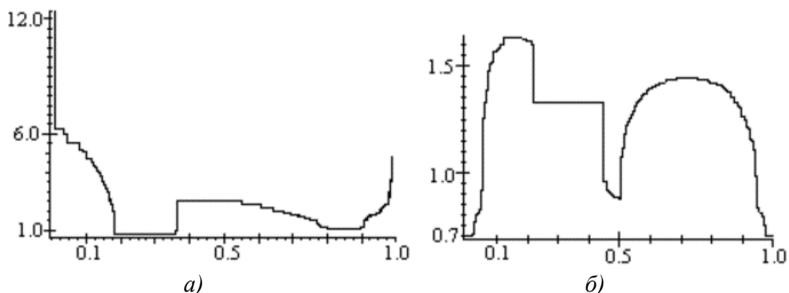


Рис. 9. Все нормированные вертикальные (а) и горизонтальные (б) моменты изображения эталонной буквы «Б»

По этой же аналогии могут решаться и более сложные задачи. Например, для задачи распознавания лиц в качестве эталона может быть вектор \vec{V} , где каждому параметру v_i соответствуют выделенные характеристики лица. При этом параметры вектора \vec{V} могут быть различны и зависеть от способа представления изображения. В качестве

параметров лица могут быть выбраны, например, значения пикселей или изменения градиента пикселей в определенных участках изображения (на рисунке 10а в узлах установленной решетки, на рисунке 10b, с — в особых точках изображения лица). В качестве параметров вектора также могут быть размеры отдельных объектов изображения лица и их расположение друг относительно друга, например: расстояние между глазами, бровями, длина носа, губ, подбородка и т. д (рисунок 10с). В качестве эталонных кривых могут использоваться кривые гистограмм, определенных для каждого изображения лица. Эталонные векторы (кривые) отдельно создаются для каждого распознаваемого лица. Далее строится двухслойный персептрон с полной системой связей, где количество нейронов первого слоя n_1 определяется по выражению $n_1 = N(N-1)$, а количество нейронов второго слоя равно количеству эталонов. Для каждого нейрона первого слоя вычисляется таблица весов на основе пары эталонных векторов по схеме на рисунке 8. На основе предложенного выше алгоритма вычисляются весовые и пороговые значения второго слоя. Каждый распознаваемый объект (лицо) предварительно обрабатывается, приводится к единому масштабу, после чего для нормализованного изображения выделяется соответствующий вектор параметров $\vec{V}_{\text{объекта}}$. Полученный входной вектор поступает на вход нейронной сети. В результате активный выход нейронной сети определяет соответствие распознаваемого объекта (лица) к тому или иному лицу.

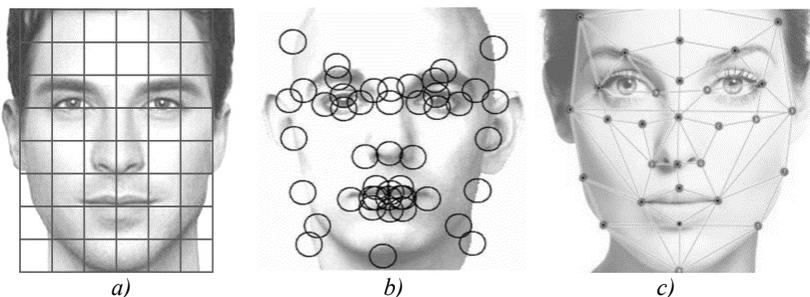


Рис. 10. Выделение точек изображений лиц

Для распознавания лица при разных поворотах головы могут использоваться несколько эталонов одного лица. В этом случае в нейронную сеть добавляется полносвязный третий слой, для которого количество нейронов равно количеству распознаваемых лиц. Далее определяются пороговые и весовые значения для третьего слоя по

приведенному выше алгоритму. Полученная сеть многослойного персептрона может дообучаться классическими алгоритмами обучения. Количество и набор выбранных эталонов, способ представления эталонов, а также размерность таблицы весов и функции, определяющие меру близости (43, 47), будут выбираться разработчиком сети и зависеть от сложности решаемой задачи.

8. Заключение. Таким образом, НСММР (рисунки 2, 4) преобразуются в многослойный персептрон с полной системой связей. Исходя из этого можно сказать, что НСММР (рисунки 2, 4, 6) являются частными случаями многослойного персептрона (рисунок 3). При этом, в отличие от классических схем персептрона, НСММР имеют строго определяемую прозрачную архитектуру сети, параметры которой вычисляются аналитически. Соответственно, существующие алгоритмы обучения для классических схем применимы и к схемам сетей на рисунках 2, 4, 6. Процесс обучения заменяется на процесс дообучения, который может выполняться тогда, когда НСММР не обеспечивают необходимую результативность (1) работы нейронной сети для данной задачи.

В итоге алгоритм реализации метода ближайшего соседа с созданием персептрона будет выглядеть следующим образом:

1. Выбирается набор эталонов либо произвольным путем, либо при помощи алгоритма отбора, приведенного в [14].
2. Создается НСММР по схеме на рисунке 4.
3. Вычисляются таблицы весов для первого слоя, где значения весов определяются по выражению используемой метрической меры близости, например, по выражениям (43, 47).
4. Выполняется приведенный выше алгоритм вычисления весовых и пороговых значений для второго и третьего слоя.

Литература

1. *Азаров И.С., Петровский А.А.* Формирование персональной модели голоса диктора с универсальным фонетическим пространством признаков на основе искусственной нейронной сети // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 5(36). С. 128–151.
2. *Голов Д.В., Красовская Л.В.* Нейронные сети и распознавание рукописных цифр на основе искусственных нейронных сетей // Исследования технических наук. 2014. № 4(14). С. 18–20.
3. *Будко Р.Ю., Старченко И.Б.* Создание классификатора мимических движений на основе анализа электромиограммы // Труды СПИИРАН. 2016. № 3(46). С. 76–89.
4. *Егорова Е.Г., Мусавев А.А.* Система диагностики процесса агломерации // Труды СПИИРАН. 2012. Вып. 3(22). С. 249–259.
5. *Ле Т.Ч.* Сравнение нейронной сети с мас и многослойной нейронной сети в задаче обнаружения dos-атак // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2016. № 7. С. 65–69.

6. *Посягин А.И., Южаков А.А.* Разработка двухслойной нейронной сети для само маршрутизирующегося аналого-цифрового преобразователя на основе нейронной сети // *Электротехника*. 2013. № 11. С. 10–13.
7. *Синчук О.Н., Бойко С.Н.* Нейронные сети и управление процессом управления электроснабжением объектов от комбинированных электрических сетей // *Технічна електродинаміка*. 2014. № 5. С. 53–55.
8. *Тимофеев А.В., Дерин О.А.* Принципы построения иерархических нейросетей для анализа мульти - изображений // *Труды СПИИРАН*. 2009. № 10. С. 160–166.
9. *Титов А.И.* Использование нейросетевой аппроксимации при оценке трудоемкости разработки программного обеспечения // *Труды СПИИРАН*. 2016. Вып. 1(44). С. 20–30.
10. *Уоссерман Ф.* Нейрокомпьютерная техника. Теория и практика // М.: Мир. 1992. 184 с.
11. *Mehra P., Wah B.W.* Artificial Neural Networks: Concepts and Theory // IEEE Computer Society Press. 1992. vol. 680.
12. *Головки В.Л.* Нейронные сети: обучение, организация и применение // М.: ИПРЖР. 2001. 256 с.
13. *Биргер И.А.* Техническая диагностика // М.: Машиностроение. 1978. 240 с.
14. *Geidarov P.Sh.* Neural Networks on the Basis of the Sample Method // *Automatic Control and Computer Sci.* New York: Alerton Press. 2009. vol. 43. no. 4. pp. 203–210.
15. *Geidarov P.Sh.* Multitasking application of neural networks implementing metric methods of recognition // *Autom. Remote Control*. 2013. vol. 74. no. 9. pp. 1474–1485.
16. *Гейдаров П.Ш.* Нейронные сети на основе метрических методов распознавания в применении к задачам с нечеткими выводами // *Искусственный интеллект и принятие решений*. Москва. 2010. №2. С. 77–88.
17. *Васин Д.Ю., Аратский А.В.* Распознавание символов на основе инвариантных моментов графических изображений // 25 международная конференция GraphiCon 2015. Москва. 2015. С. 259–264.

Гейдаров Полад Шахмалы оглы — кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник института системного управления НАН Азербайджана. Область научных интересов: распознавание образов и сигналов, нейронные сети, обработка изображений, электронное правительство, электронная наука. Число научных публикаций – 28. pbaku2010@gmail.com ; Азербайджан. г. Баку. ул. С. Вургуна, 13-1-2; тел.: 994507225694.

P.Sh. GEIDAROV

AN ALGORITHM IMPLEMENTING THE METHOD OF THE NEAREST NEIGHBOR IN A MULTI-LAYER PERCEPTRON

Geidarov P.Sh. An Algorithm Implementing the Method of the Nearest Neighbor in a Multi-Layer Perceptron.

Abstract. It is known that the implementation technology of recognition problems, based on the classic neural network, has a number of difficulties such as the need to have a large training set; the duration and complexity of learning algorithms; difficulty with the choice of such network design parameters as the number of neurons, layers, links, as well as ways to connect neurons; there may be no successful learning, with the need to re-change the network settings and re-training. In this paper we consider the possibility of creating a multi-layer perceptron with a full system of connections and with a threshold activation function on the basis of algorithms metric methods of recognition and in particular the nearest neighbor algorithm. It is shown that this method allows you to create a fully connected multilayer perceptron, such parameters of which as the number of neurons, layers, as well as the value of the weights and thresholds, are determined analytically. The distribution of weight and threshold values for the second and third layer is also discussed. On this basis, we have proposed an algorithm for calculating the thresholds and weights of a multilayer perceptron and showed an example of its implementation. The possible applications of the network for different tasks are considered.

Keywords: neural network architecture, nearest neighbor, multilayer perceptron, neural network training, linear neural network, training set

References

1. Azarov I.S., Petrovskij A.A. [Training Personal Voice Model of a Speaker with Unified Phonetic Space of Features Using Artificial Neural Network]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2014. vol. 5(36). pp. 128–151. (In Russ.).
2. Golov D.V., Krasovskaja L.V. [Neural networks and recognition of handwritten digits based on artificial neural networks]. *Issledovanija tehniceskikh nauk – Researches of technical sciences*. 2014. vol. 4(14). pp. 18–20. (In Russ.).
3. Budko R.Ju., Starchenko I.B. [Creation of the Facial Gestures Classifier Based on the Electromyogram Analysis]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 3(46). pp. 76–89. (In Russ.).
4. Egorova E.G., Musaev A.A. [Diagnostic system of sintering process.]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2012. vol. 3(22). pp. 249–259. (In Russ.).
5. Le T.Ch. [The comparison of neural network CMAC and multilayer neural network in the task of detection of DoS attacks]. *Nejrokompjutery: razrabotka, primenenie - Neurocomputers: development, application*. 2016. vol. 7. pp. 65–69. (In Russ.).
6. Posjagin A.I., Juzhakov A.A. [Two-layer neural network of self-routing analog-to-digital converter review]. *Jelektrotehnika – Electrical engineering*. 2013. vol. 11. pp. 10–13. (In Russ.).
7. Sinchuk O.N., Bojko S.N. [Neural networks and control of process control power objects from combined electric networks]. *Tehnicna elektrodinamika – Technical electrodyamics*. 2014. vol. 5. pp. 53–55. (In Russ.).
8. Timofeev A.V., Derin O.A. [Principles of hierarchical neural networks for analysis of multi-images]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2009. vol. 10. pp. 160–166. (In Russ.).

9. Titov A.I. [Software development effort estimation using a neuro network approximation approach]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 1(44). pp. 20–30. (In Russ).
10. Wasserman. F. *Nejrokompjuternaja tehnika. Teorija i praktika* [Neurocomputing technique: theory and practice]. M.: Mir. 1992. 184 p. (In Russ.).
11. Mehra P., Wah B.W. *Artificial Neural Networks: Concepts and Theory*. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press. 1992. vol. 680.
12. Golovko V.L. *Nejronnye seti: obuchenie, organizacija, primenenie* [Neural networks: training, organization and application]. M.: IPRZhR, 2001. 256 p. (In Russ.).
13. Birger I.A. *Tehnicheskaja diagnostika* [Technical diagnostics]. Moscow: Mashinostroenie, 1978. 240 p. (In Russ.).
14. Geidarov P.Sh. Neural Networks on the Basis of the Sample Method. *Automatic Control and Computer Sci*. New York: Alerton Press. 2009. vol. 43. no. 4. pp. 203–210.
15. Geidarov P.Sh. Multitasking application of neural networks implementing metric methods of recognition. *Autom. Remote Control*. 2013. vol. 74. no. 9. pp. 1474–1485.
16. Geidarov P.Sh. [Neural networks based on metric recognition methods in application to problems with fuzzy conclusions] *Iskusstvennyj intellekt i prinyatie reshenij – Artificial intelligence and decision-making*. Moscow. 2010. vol. 2. pp. 77–88. (In Russ.).
17. Vasin D. YU., Aratskij A. V. [The character recognition based on invariant moments graphics]. *25 mezhdunarodnaya konferenciya GraphiCon2015* [25 International Conference GraphiCon2015]. Moscow. 2015. pp. 259–264. (In Russ.).

Geidarov Polad Shahmali oglu - PhD, Associate Professor, leading researcher of the Institute of System Control of Azerbaijan National Academy of Sciences. Research interests: pattern and signals recognition, neural networks, image processing, e-government, e-science. The number of publications – 28. plbaku2010@gmail.com; 13-1-2, S. Vurgun st. Baku. Azerbaijan; phone. 994507225694.