

С.А. СОЛДАТЕНКО, Р.М. ЮСУПОВ
**О ВЫБОРЕ УПРАВЛЯЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ
МОДЕЛИРОВАНИИ ЦЕЛЕНАПРАВЛЕННОЙ
МОДИФИКАЦИИ ПОГОДНО-КЛИМАТИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ**

Солдатенко С.А., Юсупов Р.М. О выборе управляющих параметров при моделировании целенаправленной модификации погодно-климатических процессов.

Аннотация. Единая методология планирования и реализации проектов по модификации погоды и климата (геоинженерных проектов) может быть построена, по-видимому, только на основе идей и методов геофизической кибернетики, в которой климатическая система и протекающие в ней процессы являются объектами управления, а роль управляющей подсистемы отводится соответствующим общественным структурам и, в частности, операторам, в распоряжении которых находятся все необходимые силы и средства. В данной работе на примере моделей бароклинической неустойчивости исследуется влияние основных параметров, управляющих развитием бароклинической неустойчивости в атмосфере, на скорости роста амплитуд неустойчивых волн. Полученные аналитические выражения для абсолютных и относительных коэффициентов чувствительности позволяют оценить отклик модели на вариации управляющих параметров и на этой основе сделать выводы о гипотетической возможности управления крупномасштабной волновой динамикой атмосферы и океана. Выбор бароклинической неустойчивости в качестве предмета исследования обусловлен существенной ролью данного физического механизма в формировании общей циркуляции атмосферы и океана, а значит, и климата Земли.

Ключевые слова: геофизическая кибернетика, геоинженерия, глобальное потепление, оптимальное управление, теория чувствительности, бароклиническая неустойчивость.

Soldatenko S.A., Yusupov R.M. Toward the Selection of Control Parameters in Models of the Purposeful Weather and Climate Modification.

Abstract. A unified methodology for planning and implementation of weather and climate modification (geoengineering) can be apparently developed based on the ideas and methods of geophysical cybernetics in which the climate system and its processes represent a control object and the role of the controlling subsystem is given to the appropriate social structures and, in particular, to operators having the necessary resources. This problem can be solved based on the sensitivity theory of dynamical systems. In this paper, as an example, we study the impact of the main parameters that control the development of baroclinic instability in the atmosphere on the growth rate of unstable waves. Analytical expressions for the absolute and relative sensitivity coefficients are obtained, which allows estimating the model response to the control parameters and, therefore, drawing a conclusion about the hypothetical ability to control the large-scale wave dynamics in the atmosphere and ocean. Selecting the baroclinic instability as a subject of this study is due to the significant role of this physical mechanism in the formation of the general circulation of the atmosphere and ocean, and, consequently, the Earth's climate.

Keywords: geophysical cybernetics; geoengineering; global warming; optimal control; sensitivity theory; baroclinic instability.

1. Введение. Глобальные климатические изменения, происходящие с беспрецедентным ускорением на нашей планете в последние

несколько десятилетий, превратились в один из самых серьезных социальных, экологических и экономических вызовов XXI века. Сегодня скорость глобального потепления составляет около $0,2^{\circ}\text{C}$ за декаду или 2°C в пересчете на сто лет, хотя еще полвека назад эта величина была меньше в три раза [1]. Изменения глобального климата сопровождаются многочисленными эффектами, последствия которых сегодня невозможно предугадать. Глобальное потепление послужило стимулом для многочисленных исследований, связанных с разработкой методов «сдерживания» климатических изменений. В рамках данного научно-технического направления, известного как геоинженерия, разработано достаточно большое число методов, позволяющих если не совсем устранить риск глобального потепления, то по крайней мере значительно его снизить [2-6]. Заметим, что примерно с середины прошлого столетия в различных странах реализуются проекты в области модификации атмосферных процессов и погодных условий [7], однако исследования в рамках геоинженерии до сих пор носят теоретический характер. Это связано с тем, что искусственные манипуляции с таким сложным и глобальным объектом, как земная климатическая система (ЗКС), требуют принятия политических решений самого высокого уровня.

Применимость различных методов и технических средств для нивелирования последствий глобальных климатических изменений теоретически изучается и оценивается на основе математического моделирования [4]. С этой целью разрабатываются различные более-менее реалистичные сценарии антропогенного воздействия на ЗКС, и задача оценки последствий и выбора наиболее приемлемой стратегии манипулирования климатической системой решается путем сравнения результатов моделирования, полученных с использованием этих сценариев. Данный подход, известный как метод прямого моделирования, несомненно, очень полезен. Однако ЗКС характеризуется наличием многочисленных прямых и обратных связей, которые до конца не исследованы. Процессы, протекающие в ЗКС, нелинейны, а при некоторых условиях — хаотичны. В итоге даже относительно малые изменения, вносимые в сценарии воздействия на ЗКС, могут приводить к существенно отличным друг от друга результатам, что затрудняет их интерпретацию. В сущности, основная задача геоинженерии — управление ЗКС. Однако данная задача, как это ни странно, рассматривается вне рамок теории управления, т.е. без строгой математической формулировки целей и методов их достижения. На наш взгляд, с позиций кибернетики вполне возможно построить единую методологию планирования и осуществления геоинженерных проек-

тов и проектов по модификации гидрометеорологических процессов (ГМП), что было предложено еще в конце 1970-х годов одним из авторов данной работы, Р.М. Юсуповым [8]. Выделив из окружающих природных явлений геофизическую среду как совокупность неживых объектов и протекающих в них процессов, он ввел понятие геофизической кибернетики как науки об управлении процессами в геофизической среде. В рамках данного подхода ЗКС представляет собой объект управления, а роль управляющей подсистемы отводится соответствующим общественным структурам и, в частности, специально подготовленным и наделенным необходимыми полномочиями операторам, в распоряжении которых находятся все требующиеся силы и средства. Геофизическая кибернетика как новое междисциплинарное научное направление развивается на основе идей и методов наук о Земле, математической теории оптимального управления, технической кибернетики, теории динамических систем, экономики и других наук.

Задача управления ЗКС является чрезвычайно сложной [4, 9-13], поскольку ЗКС как уникальный физический объект обладает рядом специфических особенностей, существенно ограничивающих применение лабораторного моделирования для его изучения. Поэтому основным методом исследования как самой ЗКС, так и проблемы управления ею служит математическое моделирование. Перечислим некоторые особенности ЗКС как физического объекта [14, 15]:

- ЗКС — комплексная интерактивная физическая система с многочисленными положительными и отрицательными обратными связями, компоненты которой — атмосфера, гидросфера, литосфера и криосфера, — имеют характерные физические и иные свойства. ЗКС — система открытая, однако ее воздействие на внешнюю среду пренебрежимо мало;

- временные масштабы физических процессов, протекающих в ЗКС, изменяются в очень широком диапазоне — от секунд (турбулентные флуктуации) до десятков, сотен и даже тысяч лет. Однако характерные временные масштабы энергетически значимых физических процессов определяются соотношением временных масштабов исследуемых процессов и временем установления равновесного состояния ЗКС, т.е. зависят от рассматриваемой задачи;

- пространственный спектр движений ЗКС, в силу ее глобальности, охватывает диапазон от молекулярного уровня до планетарного;

- колебательные процессы в ЗКС обусловлены как внутренними процессами (собственные колебания), так и внешними воздействиями (вынужденные колебания). Собственные колебания являются следствием внутренней неустойчивости ЗКС относительно случайных воз-

мущений. Антропогенные воздействия на ЗКС (преднамеренные и непреднамеренные) относятся к категории внешних возмущений;

- динамические процессы, протекающие в ЗКС и ее компонентах, нелинейны и хаотичны;

- энергетика процессов, протекающих в ЗКС, колоссальна.

Применение разработанных в других областях кибернетических подходов и методов наталкивается на определенные ограничения, поскольку:

- ЗКС и протекающие в ней процессы недостаточно идентифицированы как объекты управления, а их математические модели остаются далекими от совершенства и не всегда обладают необходимой степенью адекватности;

- ЗКС относится к классу систем с распределенными параметрами, описываемых дифференциальными уравнениями (ДУ) в частных производных [16, 17]. Анализ и синтез систем управления такими объектами требует развития теории управления, разработанной главным образом для объектов с сосредоточенными параметрами;

- методы управления ЗКС должны быть, с одной стороны, физически обоснованными, а с другой — технически реализуемыми. Современное понимание причинно-следственных связей в ЗКС и законов, которым она подчиняется, позволяет идентифицировать основные физические механизмы, которые могут рассматриваться в качестве основы для разработки методов управления. Поскольку механизмы управления ЗКС описываются в математических моделях параметрически [9-12], изучение чувствительности математических моделей ЗКС к вариациям управляющих параметров становится необходимым для того, чтобы оценить отклик ЗКС на управляющие воздействия.

Постановка задачи управления состоянием ЗКС включает в себя математическую модель системы, описывающую ее поведение под влиянием управляющих воздействий и внешних возмущений, формулировку цели управления, модель управляющих воздействий и ограничения, накладываемые на управляющие воздействия и состояние ЗКС. Задача управления ЗКС и крупномасштабными атмосферными процессами была сформулирована нами в [9-13], где также были рассмотрены методические вопросы, связанные с проблемой управления ЗКС. В частности, было отмечено следующее важное обстоятельство. В математических моделях ЗКС, в силу их дискретной пространственно-временной структуры, физические механизмы, ответственные за энергетические преобразования и которые, следовательно, могут рассматриваться как потенциальные каналы управления, описываются параметрически. Существует научное направление, связанное с разработкой методов параметризации так называемых подсеточных физиче-

ских процессов. В результате разработка физически обоснованных методов управления ЗКС может быть сведена к задаче исследования чувствительности математических моделей ЗКС к вариациям параметров, рассматриваемых нами в качестве управлений. Инструментом решения этого класса задач является теория динамических систем и теория чувствительности систем управления [18-22]. Методы теории чувствительности позволяют получить количественные оценки отклика ЗКС на управляющие воздействия. Придавая некоторым компонентам вектора параметров модели ЗКС смысл управлений, мы получаем формальную возможность исследовать поведение модели ЗКС под влиянием управляющих воздействий и таким образом сделать заключение о физической обоснованности рассматриваемого метода управления. Реакция системы на управляющие воздействия может быть оценена с помощью абсолютных функций (коэффициентов) чувствительности, а ранжирование методов управления с точки зрения их реализуемости — посредством относительных (нормированных) функций (коэффициентов) чувствительности.

Как отмечалось выше, процессы, протекающие в ЗКС, обладают колоссальными запасами энергии, что делает невозможной задачу реализации управляющих воздействий соизмеримых по своим энергетическим возможностям с энергетикой реальных физических процессов. В связи с этим актуальной является проблема поиска чувствительных точек физических процессов, сравнительно небольшие воздействия на которые позволили бы качественно изменить динамику процесса и, таким образом, управлять им при сравнительно малых энергозатратах. Многие геофизические процессы в реальных условиях находятся в метастабильном состоянии, и их стабильность может быть легко нарушена благодаря сколь угодно малым возмущениям. К примеру, крупномасштабные атмосферные потоки, как правило, бароклинно и баротропно неустойчивы. Мезомасштабным процессам зачастую присуща конвективная неустойчивость. Поэтому изучение различных видов неустойчивости геофизических процессов, несомненно, является важным с точки зрения разработки методов управления ими. Неустойчивость геофизических процессов исследуется обычно как задача нахождения необходимых условий роста инфинитезимальных (бесконечно малых) возмущений в зависимости от значений ряда ключевых (управляющих) параметров. В этом аспекте оценить влияние управляющих параметров на возникновение неустойчивости позволяют методы теории чувствительности. Однако существующие методы исследования чувствительности ЗКС [19-23] имеют ограниченные возможности при рассмотрении процессов, которым свойственно явление детерминированного хаоса [14]. В этом

случае функции чувствительности оказываются малоинформативными [24-26], и для оценки чувствительности модели к вариациям параметров необходимо использовать специальные подходы, основанные, например, на свойстве отслеживания псевдотраекторий [27, 28]. В работах [29, 30] на примере простой совместной модели системы атмосфера-океан мы показали эффективность данного подхода.

В данной работе рассматривается приложение теории чувствительности для исследования отклика математических моделей бароклинной неустойчивости атмосферных потоков к вариациям параметров. Информация, получаемая на основе рассчитанных коэффициентов чувствительности, является очень полезной с точки зрения оценки физической обоснованности методов управления крупномасштабными волновыми процессами в атмосфере и построения оптимальных систем управления погодно-климатическими процессами.

2. Анализ чувствительности модели бароклинной неустойчивости на f -плоскости. Отправной точкой для построения теоретических моделей крупномасштабных атмосферных процессов служит система полных (в зарубежной литературе именуемых примитивными) уравнений гидротермодинамики, которая в изобарической системе координат имеет следующий вид (для определенности полагаем, что горизонтальные координаты x и y направлены соответственно на восток и на север) [31]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla + \omega \frac{\partial}{\partial p} \right) \mathbf{u} + f \mathbf{k} \times \mathbf{u} = -\nabla \Phi, \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) T - S_p \omega = \frac{Q}{c_p}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p}, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0. \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{u} = i\mathbf{u} + j\mathbf{v}$ — вектор горизонтальной скорости, $\omega \equiv dp/dt$ — вертикальная скорость в p -системе координат, p — давление, Φ — геопотенциал, T — температура, Q — скорость притока тепла к единице массы воздуха, R — газовая постоянная, S_p — мера статической устойчивости атмосферы, \mathbf{k} — единичный вектор вертикальной оси, f — параметр Кориолиса, c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении.

Необходимые условия неустойчивости могут быть получены на основе анализа уравнений (1)-(4), линеаризованных относительно стационарного невозмущенного состояния \bar{u} , \bar{v} , $\bar{\omega}$, \bar{T} , $\bar{\Phi}$, представляющего собой зональный поток:

$$\bar{u} = -\frac{1}{f} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y}, \quad \bar{v} = 0, \quad \bar{\omega} = 0, \quad \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial p} = -\frac{R\bar{T}}{p}, \quad (5)$$

где $\bar{T} = \bar{T}(y, p)$. Бароклинная неустойчивость является одним из видов гидродинамической неустойчивости атмосферных потоков, развивающаяся за счет существования меридионального градиента температуры $\partial \bar{T} / \partial y$, благодаря которому в потоке создается вертикальный сдвиг скорости ветра (термический ветер):

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial p} = \frac{R}{f_0 p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}. \quad (6)$$

Задача на устойчивость стационарного состояния (5) рассматривается относительно инфинитезимальных возмущений в адиабатическом приближении ($Q=0$) при постоянном параметре Кориолиса $f = f_0$, т.е. на f -плоскости. Представим переменные модели в виде суммы невозмущенного состояния и отклонения от него:

$$\psi(x, p, t) = \bar{\psi}(p) + \psi'(x, p, t), \quad \psi = (u, v, \omega, T, \Phi)^T,$$

где верхний индекс T означает операцию транспонирования вектора. Линеаризуем уравнения (1)-(4) относительно состояния (5) и будем затем искать решение в виде нормальных мод:

$$\psi'(x, p, t) = \hat{\psi}(p) e^{ik(x-ct)},$$

где $\hat{\psi}(p)$ — амплитуда возмущений, k — волновое число, c — комплексная фазовая скорость. В итоге задача нахождения необходимых условий неустойчивости сводится к проблеме собственных значений [32]:

$$(\bar{u} - c) \left[1 - \frac{k^2}{f_0^2} (\bar{u} - c)(\bar{u} - c) \right] \frac{\partial^2 \hat{\omega}}{\partial p^2} + 2\Lambda \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial p} - \sigma \frac{k^2}{f_0^2} (\bar{u} - c) \hat{\omega} = 0, \quad (7)$$

при заданных граничных условиях для $\hat{\omega}$:

$$\hat{\omega} = 0, \quad p = 0, \quad P_0. \quad (8)$$

Здесь $\sigma = (R^2 T / g p^2)(\gamma_d - \gamma)$ — параметр статической устойчивости, γ_d — сухоадиабатический градиент, $\gamma = -\partial T / \partial z$ — вертикальный градиент температуры, $P_0 = 1000$ гПа — давление на нижней границе атмосферы. Решение задачи (7)-(8) имеет вид [32, 33]:

$$c_{1,2} = \frac{\Lambda}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - 4\eta^{-2}(\eta \coth \eta - 1)} \right],$$

где $\eta = P_0 \sqrt{\sigma} (k / f_0)$, $\Lambda = -P_0 (\partial \bar{u} / \partial p)$. Если мнимая часть фазовой скорости c_i отлична от нуля, то поток неустойчив и скорость роста неустойчивой волны с волновым числом k вычисляется как $\chi_k = k c_i$:

$$\chi_k = \frac{N f_0}{2 P_0 \sqrt{\sigma}} \sqrt{\eta^2 - 4(\eta \coth(\eta) - 1)}. \quad (9)$$

Условие неустойчивости $\eta < \eta_c \approx 2.3994$ вытекает из анализа дискриминантов (9). Таким образом, неустойчивость волны с волновым числом k определяется параметром статической устойчивости. Однако скорость роста волны χ_k , являющаяся основным показателем развития неустойчивости (вихревой динамики), зависит не только от σ , но и от параметра Λ , т.е. от величины термического ветра, характеризующего меридиональный градиент температуры. Таким образом, в рамках изложенной постановки задачи развитие бароклинной неустойчивости управляется двумя параметрами — σ и Λ . Для оценки влияния этих параметров на развитие неустойчивости введем следующие коэффициенты чувствительности:

$$S_\sigma = \frac{\partial \chi_k}{\partial \sigma}, \quad S_\Lambda = \frac{\partial \chi_k}{\partial \Lambda}. \quad (10)$$

Аналитические выражения для S_σ и S_Λ получаются в результате дифференцирования (9) по параметрам σ и Λ соответственно [32]:

$$S_\sigma = \frac{\chi_k}{2\sigma} \left(P_0 \sqrt{\sigma} \frac{k}{f_0} \frac{\eta - 2 \coth(\eta) + 2\eta \operatorname{csch}^2(\eta)}{\eta^2 - 4(\eta \coth(\eta) - 1)} - 1 \right), \quad (11)$$

$$S_{\Lambda} = \frac{f_0}{2P_0\sqrt{\sigma}} \sqrt{\left| \eta^2 - 4(\eta \coth(\eta) - 1) \right|}. \quad (12)$$

Коэффициенты S_{σ} и S_{Λ} вычисляются в окрестности некоторых базовых значений параметров σ^* и Λ^* , зависящих от погодноклиматических условий. Если $\delta\sigma$ и $\delta\Lambda$ — управляющие воздействия, такие что $\delta\sigma \ll \sigma^*$ и $\delta\Lambda \ll \Lambda^*$, тогда изменения скорости роста неустойчивых волн $\delta\chi_k$, обусловленные управлениями $\delta\sigma$ и $\delta\Lambda$, оцениваются следующим образом:

$$\delta\chi_k(\delta\sigma) \equiv \chi_k(\sigma^* + \delta\sigma) - \chi_k(\sigma^*) \approx \delta\sigma \times S_{\sigma}|_{\sigma=\sigma^*}, \quad (13)$$

$$\delta\chi_k(\delta\Lambda) \equiv \chi_k(\Lambda^* + \delta\Lambda) - \chi_k(\Lambda^*) \approx \delta\Lambda \times S_{\Lambda}|_{\Lambda=\Lambda^*}. \quad (14)$$

Коэффициенты чувствительности S_{σ} , рассчитанные для различных σ^* , изображены на рисунке 1. Как следует из анализа этого рисунка, увеличение σ^* приводит к сдвигу спектра неустойчивости в длинноволновую область. При фиксированном σ^* наблюдается экспоненциальный рост чувствительности скорости роста неустойчивых волн к параметру статической устойчивости по мере увеличения волнового числа. Пусть $\sigma^* = 2 \times 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{Па}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ [31]. Полагая, что управление $\delta\sigma$ составляет -5% от величины базового значения, оценим влияние $\delta\sigma$ на скорость роста неустойчивых возмущений, используя соотношение (13). Отметим, что уменьшение σ^* на 5% соответствует увеличению вертикального градиента температуры γ на $0,2 \text{ К} \cdot \text{км}^{-1}$, тогда как стандартное значение γ составляет $6,5 \text{ К} \cdot \text{км}^{-1}$. В таблице 1 показаны изменения скоростей роста волн различной длины, обусловленные $\delta\sigma$. Наиболее интересный результат состоит в том, что волна с длиной 3300 км демонстрирует феноменальный рост — почти 120% относительно невозмущенного значения. Скорость ее роста, таким образом, достигает значений $0,35 \text{ сут}^{-1}$. С увеличением длины волны неустойчивых возмущений влияние $\delta\sigma$ на их рост значительно уменьшается. Изменение γ на $0,2 \text{ К} \cdot \text{км}^{-1}$ может быть достигнуто различными способами, например, за счет изменения альbedo подстилающей поверхности. В природе имеется аналог данного механизма управления: под влиянием глобальных климатических измене-

ний огромные площади в Арктике оказались непокрытыми льдом, в результате чего значительно участилось образование так называемых полярных депрессий — мезомасштабных интенсивных полярных штормов. Хотя, конечно, на их формирование оказывают определенное влияние конвективные процессы (например, условная неустойчивость второго рода).

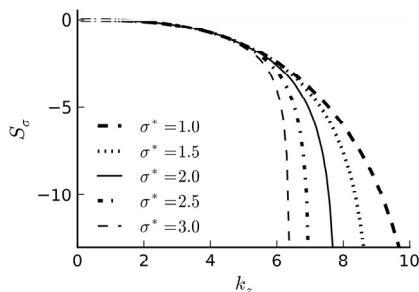


Рис. 1. Коэффициенты чувствительности S_σ при различных $\sigma^* \times 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{Па}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ (k_z — зональное волновое число)

Коэффициенты чувствительности S_Λ , рассчитанные для различных σ^* , представлены на рисунке 2. График S_Λ подобен графику зависимостей скоростей роста волн χ_k от волнового числа, что вытекает из сопоставления соотношений (9) и (12). Следовательно, наиболее чувствительна к параметру Λ волна, имеющая при заданных σ^* и Λ^* максимальную скорость роста. Если $\sigma^* = 2 \times 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{Па}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ и $\Lambda^* = 30 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$, максимальную скорость роста $0,59 \text{ сут}^{-1}$ демонстрирует волна $L_x = 5370 \text{ км}$, для которой $S_\Lambda \approx 2,86 \times 10^{-7}$. Вертикальный сдвиг скорости ветра при заданном значении Λ^* составляет $0,03 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{гПа}^{-1}$. Согласно (6), этот сдвиг скорости ветра генерируется меридиональным градиентом температуры, равным $5,2^\circ \text{ С}$ на 10^3 км . Пусть управление $\delta\Lambda$ составляет 5% величины Λ^* , что обеспечивается увеличением меридионального температурного градиента на величину $0,26^\circ \text{ С}$ на 10^3 км . Скорость роста наиболее неустойчивой волны при этом увеличивается незначительно: $\delta\chi \approx 2,93 \times 10^{-5} \text{ сут}^{-1}$. Реакция более длинных и более коротких волн на изменение параметра Λ проявляется еще в меньшей степени.

Таблица 1. Изменение скорости роста волн различной длины при

$$\delta\sigma^* = -0,05 \times \sigma^*$$

$L_{\lambda}, \text{км}$	6500	5100	4300	3700	3300
$\chi_k, \text{сут}^{-1}$	0,54	0,58	0,57	0,45	0,16
S_{σ}	-0,72	-1,42	-2,62	-5,20	-22,05
$\delta\chi_k, \text{сут}^{-1}$	0,01	0,01	0,02	0,05	0,19
$(\delta\chi/\chi) \times 100\%$	2	2	4	11	119

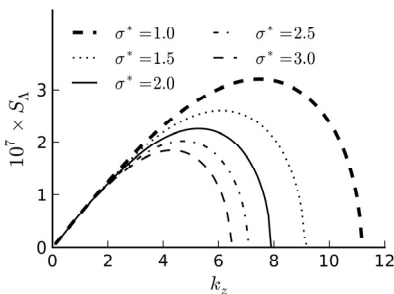


Рис. 2. Коэффициенты чувствительности S_{Λ} при различных $\sigma^* \times 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{Па}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$

Поскольку управляющие параметры σ и Λ имеют различную размерность и различный класс эквивалентности, для сравнения их относительной роли в изменении χ_k используются относительные (нормированные) коэффициенты чувствительности:

$$S_{\sigma}^R = S_{\sigma} \frac{\sigma}{\chi_k}, \quad S_{\Lambda}^R = S_{\Lambda} \frac{\Lambda}{\chi_k}. \quad (15)$$

Графики коэффициентов S_{σ}^R для различных базовых значений σ^* представлены на рисунке 3, из которого следует, что по мере уменьшения длины волны коэффициенты S_{σ}^R по абсолютной величине увеличиваются. В то же время относительный коэффициент чувствительности S_{Λ}^R от волнового числа не зависит и для всех неустойчивых волн равен единице: $S_{\Lambda}^R = 1$. Отсюда следует очень важный вывод: для тех неустойчивых волн, для которых справедливо неравенство $|S_{\sigma}^R| > 1$, влияние изменений параметра σ на изменение скорости роста χ_k пре-

восходит влияние изменений параметра Λ . Данное неравенство справедливо для волн, находящихся в коротковолновой части спектра.

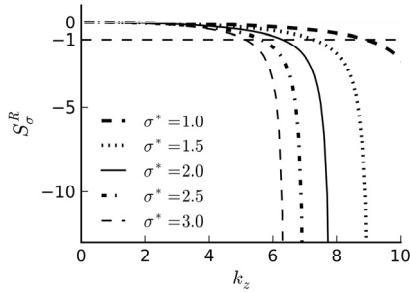


Рис. 3. Нормированные коэффициенты чувствительности S_σ^R при различных $\sigma^* \times 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{Па}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$

Учитывая то, что длинные волны очень слабо реагируют на малые вариации параметров σ и Λ , мы приходим к выводу, что при построении систем управления крупномасштабной вихревой динамикой атмосферы основным управляющим параметром является параметр статической устойчивости (т.е. атмосферная стратификация).

3. Исследование чувствительности модели бароклинной неустойчивости на β –плоскости. Рассмотренная в предыдущем параграфе модель (так называемая модель Иди [31]) является наиболее простой моделью бароклинной неустойчивости. В этом параграфе мы рассмотрим более содержательную по физическому смыслу многоуровневую модель данного физического явления, учитывающую бета–эффект. Полагая, что движение в атмосфере является квазигеострофическим и адиабатическим, система уравнений (1)–(4) путем несложных преобразований может быть сведена к двум уравнениям [31]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla \psi) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial p} = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \psi}{\partial p} \right) + J \left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial p} \right) + \frac{\sigma}{f_0} \omega = 0. \quad (17)$$

Здесь $\psi = \Phi / f_0$ — геострофическая функция тока, $\beta = \partial f / \partial y$ — параметр Россби, $J(a, b) = (\partial a / \partial x)(\partial b / \partial y) - (\partial a / \partial y)(\partial b / \partial x)$ — якобиан.

Основное (невозмущенное) состояние атмосферы — стационарный зональный поток:

$$\bar{u} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y}, \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial p} \right), \quad \bar{v} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} = 0, \quad \bar{\omega} = 0. \quad (18)$$

Для получения необходимых условий неустойчивости основного потока линеаризуем уравнения (16) и (17) относительно невозмущенного состояния (18). Пусть $\psi = \bar{\psi} + \psi'$, $\omega = \bar{\omega} + \omega'$, где ψ' и ω' — малые возмущения. Решение линеаризованных уравнений будем искать в виде гармонических волн:

$$\begin{aligned} \psi(x, y, p, t) &= -\bar{u}(p)y + \hat{\psi}(p, t)e^{i(kx+ny)}, \\ \omega(x, y, p, t) &= \hat{\omega}(p, t)e^{i(kx+ny)}, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\hat{\psi}$ и $\hat{\omega}$ — комплексные амплитуды малых возмущений функции тока и вертикальной скорости, k и n — зональное и меридиональное волновые числа. Подставляя (19) в (16) и (17), мы получим систему обыкновенных линейных ДУ относительно амплитуд $\hat{\psi}$ и $\hat{\omega}$:

$$\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial t} = -ik\bar{u}\hat{\psi} + \frac{1}{k^2 + n^2} \left(ik\beta\hat{\psi} - f_0 \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial p} \right), \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial p} \right) = ik \left(\frac{d\bar{u}}{dp} \hat{\psi} - \bar{u} \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial p} \right) - \frac{\sigma}{f_0} \hat{\omega} = 0. \quad (21)$$

Дифференцируя (20) по p и вычитая затем полученное выражение из (21), мы приходим к диагностическому уравнению для $\hat{\omega}$:

$$\frac{\partial^2 \hat{\omega}}{\partial p^2} - (k^2 + n^2) \frac{\sigma}{f_0^2} \hat{\omega} = \frac{i}{f_0} \left[k\beta \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial p} - 2\hat{\psi}k(k^2 + n^2) \frac{d\bar{u}}{dp} \right]. \quad (22)$$

Система двух уравнений (20) и (22) содержит два неизвестных $\hat{\psi}$ и $\hat{\omega}$, являющихся функциями p и t . Если модель атмосферы имеет N уровней по вертикали (рисунок 4), то, аппроксимируя конечными разностями уравнение (20) на основных уровнях, а уравнение (22) — на промежуточных уровнях, мы получим систему $2N-1$ алгебраических уравнений с $2N-1$ неизвестными, которая может быть решена численно, если заданы начальные и граничные условия.

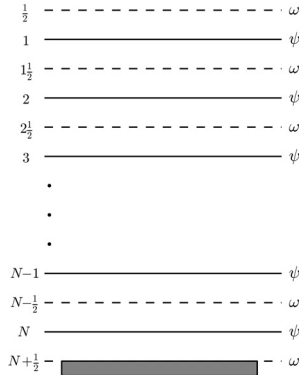


Рис. 4. Вертикальная структура модели

Аналитическое решение может быть получено для $N=2$. Примем в качестве граничных условий отсутствия потока массы на верхней границе атмосферы и отсутствие орографии и трения на ее нижней границе:

$$\widehat{\omega}_{1/2} = \widehat{\omega}_2 = 0. \quad (23)$$

Подставляя конечно-разностный аналог уравнения (22) в соответствующий аналог уравнения (20), мы приходим к системе двух обыкновенных ДУ для определения $\widehat{\psi}_1$ и $\widehat{\psi}_2$:

$$\dot{\widehat{\psi}}_1 = a_1 \widehat{\psi}_1 + a_2 \widehat{\psi}_2, \quad \dot{\widehat{\psi}}_2 = a_3 \widehat{\psi}_2 + a_4 \widehat{\psi}_1. \quad (24)$$

Здесь:

$$a_1 = -ik \left[u_2 + (\eta + 1)(u_1 - c_\beta) \right] (\eta + 2)^{-1}, \quad (25a)$$

$$a_2 = ik (2u_T + c_\beta) (\eta + 2)^{-1},$$

$$a_3 = -ik \left[u_1 + (\eta + 1)(u_2 - c_\beta) \right] (\eta + 2)^{-1}, \quad (25b)$$

$$a_4 = -ik (2u_T - c_\beta) (\eta + 2)^{-1},$$

где $u_T = (u_2 - u_1)/2$, $c_\beta = \beta / (k^2 + n^2)$, $\eta = (k^2 + n^2)(\sigma_1 / f_0^2)(\Delta p)^2$.

Как известно, общее решение уравнений (24) имеет вид:

$$\widehat{\psi}_1(t) = C_1 e^{\nu_1 t} + C_2 e^{\nu_2 t}, \quad \widehat{\psi}_2(t) = C_3 e^{\nu_1 t} + C_4 e^{\nu_2 t}, \quad (26)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — комплексные коэффициенты, ν_1 и ν_2 — циклические частоты, являющиеся корнями характеристического уравнения, соответствующего системе (24):

$$\nu_{1,2} = \frac{1}{2}(a_1 + a_3) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(a_1 + a_3)^2 - (a_1 a_3 - a_2 a_4)}. \quad (27)$$

Решение неустойчиво, если частоты ν_1 и ν_2 — комплексные: их мнимые части определяют экспоненциальный рост амплитуды возмущений. Подстановка соотношений (25) в подкоренное выражение (27) позволяет получить условие неустойчивости:

$$D^2 \equiv 4 \left[u_T^2 (\eta^2 - 4) + c_\beta^2 \right] < 0. \quad (28)$$

Из (28) следует, что неустойчивость решения зависит от параметра статической устойчивости, вертикального сдвига скорости ветра, β -эффекта и волновых чисел m и n . Если $\tilde{\psi}_1(0) = \tilde{\psi}_1^0$ и $\tilde{\psi}_2(0) = \tilde{\psi}_2^0$ — начальные условия, то решение уравнений (24) имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_1(t) = & \frac{e^{\nu_1 t}}{2D} \left[\tilde{\psi}_1^0 (D + 2\eta u_T) - 2\tilde{\psi}_2^0 (2u_T + c_\beta) \right] + \\ & + \frac{e^{\nu_2 t}}{2D} \left[\tilde{\psi}_1^0 (D - 2\eta u_T) + 2\tilde{\psi}_2^0 (2u_T + c_\beta) \right], \end{aligned} \quad (29a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_2(t) = & \frac{e^{\nu_1 t}}{2D} \left[\tilde{\psi}_2^0 (D - 2\eta u_T) - 2\tilde{\psi}_1^0 (2u_T + c_\beta) \right] + \\ & + \frac{e^{\nu_2 t}}{2D} \left[\tilde{\psi}_2^0 (D + 2\eta u_T) + 2\tilde{\psi}_1^0 (2u_T + c_\beta) \right]. \end{aligned} \quad (29b)$$

Зададим начальные условия в виде гармонических волн:

$$\tilde{\psi}_1^0 = A_1^0 e^{i\theta_1^0} e^{i(kx + ny)}, \quad \tilde{\psi}_2^0 = A_2^0 e^{i\theta_2^0} e^{i(kx + ny)},$$

где $A_1^0 = A_1(0)$ и $A_2^0 = A_2(0)$ — амплитуды, а $\theta_1^0 = \theta_1(0)$ и $\theta_2^0 = \theta_2(0)$ — фазы колебаний в начальный момент времени. Тогда амплитуды неустойчивых мод в произвольный момент времени t рассчитываются по формулам:

$$\begin{aligned}
A_1(t) &= (A_1^0)^2 \operatorname{ch}^2(\tilde{\nu}t) + 4D^{-2} \operatorname{sh}^2(\tilde{\nu}t) \left[(A_1^0 u_T \eta)^2 + (A_2^0)^2 (2u_T + c_\beta)^2 - 2A_1^0 A_2^0 u_T \eta \times \right. \\
&\quad \left. \times (2u_T + c_\beta) \operatorname{ch}(\theta_2^0 - \theta_1^0) \right] - 2A_1^0 A_2^0 D^{-1} (2u_T + c_\beta) \operatorname{sh}(2\tilde{\nu}t) \operatorname{sh}(\theta_2^0 - \theta_1^0), \\
A_2(t) &= (A_2^0)^2 \operatorname{ch}^2(\tilde{\nu}t) + 4D^{-2} \operatorname{sh}^2(\tilde{\nu}t) \left[(A_2^0 u_T \eta)^2 - (A_1^0)^2 (2u_T - c_\beta)^2 - 2A_1^0 A_2^0 u_T \eta \times \right. \\
&\quad \left. \times (2u_T - c_\beta) \operatorname{ch}(\theta_2^0 - \theta_1^0) \right] - 2A_1^0 A_2^0 D^{-1} (2u_T - c_\beta) \operatorname{sh}(2\tilde{\nu}t) \operatorname{sh}(\theta_2^0 - \theta_1^0),
\end{aligned}$$

где $\tilde{\nu} = (\nu_2 - \nu_1)/2$. Если рассматривается исключительно бароклини-
ный механизм роста неустойчивых возмущений, то тогда скорость
основного потока не зависит от y ($n = 0$), и задача определения частот
 ν_1 и ν_2 становится задачей на собственные значения, решение кото-
рой записывается следующим образом:

$$c_{1,2} \equiv \frac{\nu_{1,2}}{k} = u_m - \frac{\beta}{k^2} \frac{k^2 + \lambda^2}{k^2 + 2\lambda^2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2 \lambda^4}{k^4 (k^2 + 2\lambda^2)^2} + u_T^2 \frac{k^2 - 2\lambda^2}{k^2 + 2\lambda^2}}, \quad (30)$$

где $u_m = (u_1 + u_2)/2$, $\lambda^2 = f_0^2 / [\sigma(\Delta p)^2]$, c — комплексная фазовая
скорость. Из (30) следует условие неустойчивости:

$$\frac{\beta^2 \lambda^4}{k^4 (k^2 + 2\lambda^2)^2} + u_T^2 \frac{k^2 - 2\lambda^2}{k^2 + 2\lambda^2} < 0. \quad (31)$$

При выполнении условия (31) фазовая скорость c имеет мни-
мую часть c_i и скорость роста неустойчивой волны χ_k с волновым
числом k вычисляется по формуле:

$$\chi_k = \frac{\sqrt{|\beta^2 \lambda^4 + u_T^2 k^4 (k^4 - 4\lambda^4)|}}{k(k^2 + 2\lambda^2)}. \quad (32)$$

Таким образом, инкремент растущих возмущений χ_k зависит
от сдвига ветра по вертикали u_T , характеризующего горизонталь-
ный температурный градиент, переменной λ , являющейся функци-

ей параметра статической устойчивости, β - эффекта и длины неустойчивой волны.

При $N = 2$ изложенная выше модель становится, по сути, моделью Филлипса [31]. Рассмотрим некоторые ее свойства. Равенство нулю дискриминанта в выражении (32) позволяет построить нейтральную кривую, разделяющую области устойчивости и неустойчивости:

$$u_T^2 = \frac{\beta^2 \lambda^4}{k^4 (4\lambda^4 - k^4)}. \quad (33)$$

Нейтральная кривая показана на рисунок 5. В данной модели короткие и длинные волны всегда устойчивы и имеют место так называемые коротковолновое L_{SC} и длинноволновое L_{LC} отсечения. Волна будет неустойчивой, если ее длина удовлетворяет двойному неравенству $L_{SC} < L_x < L_{LC}$. Диапазон неустойчивых волн может быть найден из выражения (33):

$$k^4 = 2\lambda^4 \pm \left(4\lambda^8 - \frac{\beta^2 \lambda^4}{u_T^2} \right)^{1/2}.$$

Дисперсионное соотношение (30) позволяет построить зависимость фазовой скорости волн от их длины (рисунок 6). Устойчивым волнам соответствуют два значения фазовой скорости, тогда как неустойчивым волнам — одно значение. На рисунке 6, для сравнения, показана также фазовая скорость квазибаротропных волн Россби.

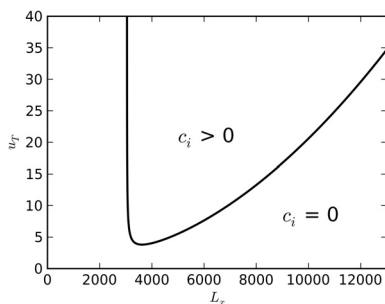


Рис. 5. Нейтральная кривая, разделяющая области устойчивости ($c_i=0$) и неустойчивости ($c_i>0$)

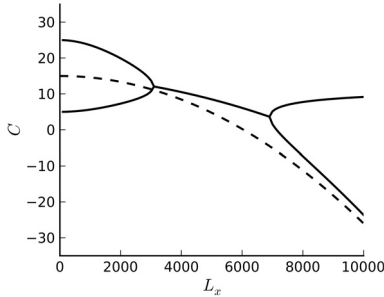


Рис. 6. Зависимость фазовой скорости бароклиных волн от их длины при $u_m=15\text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ и $\sigma^*=2\cdot 10^{-6}\text{ м}^2\cdot\text{Па}^{-2}\cdot\text{с}^{-2}$ (штриховой линией показана фазовая скорость баротропных волн Россби)

Скорости роста неустойчивых волн χ_k для нескольких значений σ^* изображены на рисунке 7. Уменьшение σ^* (т.е. рост γ) приводит к увеличению χ_k и расширению спектрального диапазона неустойчивости. Представление о влиянии вертикального сдвига ветра (т.е. меридионального температурного градиента) на χ_k дает рисунок 8. Дифференцируя выражение (33) по k , можно получить критерий неустойчивости (критерий Филлипса): развитие бароклиной неустойчивости происходит в том случае, если $|u_T| > \beta / (2\lambda^2)$ [31].

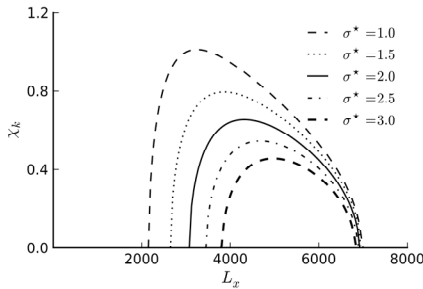


Рис. 7. Скорость роста неустойчивых волн в зависимости от их длины для различных значений σ^* при $u_T^*=7,5\text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$

В рассматриваемой модели параметр статической устойчивости σ и вертикальный сдвиг скорости ветра u_T являются управляющими параметрами. Для исследования влияния этих параметров на развитие бароклиной неустойчивости будем использовать коэффи-

циенты чувствительности S_σ и S_{u_T} . Выражения для этих коэффициентов можно получить путем дифференцирования уравнения (30) по σ и u_T соответственно:

$$S_\sigma = -\frac{k\lambda^2}{\sigma(k^2 + 2\lambda^2)^2} \frac{2u_T^2 k^4 (k^4 + 2\lambda^2) - \beta^2 \lambda^2}{u_T^2 k^4 (k^4 - 4\lambda^4) + \beta^2 \lambda^4} \times \sqrt{u_T^2 k^4 (k^4 - 4\lambda^4) + \beta^2 \lambda^4}, \quad (34)$$

$$S_{u_T} = -u_T k^3 (k^2 - 2\lambda^2) \frac{\sqrt{\beta^2 \lambda^4 + u_T^2 k^4 (k^4 - 4\lambda^4)}}{\beta^2 \lambda^4 + u_T^2 k^4 (k^4 - 4\lambda^4)}. \quad (35)$$

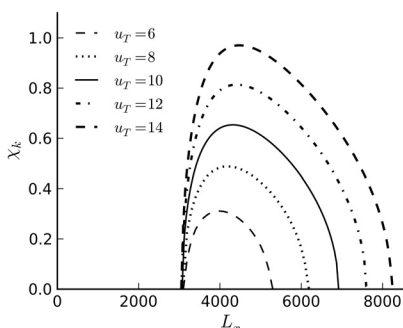


Рис. 8. Скорость роста неустойчивых волн в зависимости от их длины для различных значений u_T^* при $\sigma^* = 2 \times 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{Па}^{-2} \cdot \text{с}^{-2}$

Коэффициенты S_σ и S_{u_T} вычисляются в окрестности базовых значений параметра статической устойчивости σ^* и скорости термического ветра u_T^* , зависящих от погодно-климатических условий. Графики коэффициентов S_σ и S_{u_T} приведены на рисунке 9 и 10 соответственно.

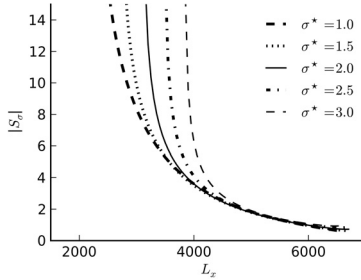


Рис. 9. Модуль коэффициентов чувствительности S_G для различных значений σ^* при $u_T^* = 7,5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$

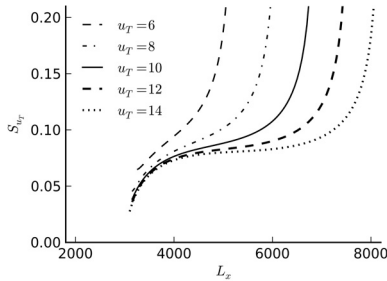


Рис. 10. Коэффициенты чувствительности S_{u_T} для различных значений u_T^* при $\sigma^* = 2 \times 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{Па}^{-2} \cdot \text{с}^{-2}$

Как и в модели, рассмотренной в предыдущем параграфе, высокая чувствительность к статической устойчивости атмосферы свойственна коротким волнам, тогда как длинные неустойчивые волны, напротив, более чувствительны к вертикальному сдвигу скорости ветра u_T . Существенное отличие данной модели от модели Иди состоит в том, что влияние параметра u_T на скорость роста неустойчивых волн усиливается по мере увеличения их длины. Рассмотрим влияние управляющих воздействий $\delta\sigma$ и δu_T на развитие бароклинной неустойчивости. Как и ранее, будем полагать, что величина управляющих воздействий составляет 5% от базового значения соответствующего параметра. Таблица 2 иллюстрирует изменения скоростей роста неустойчивых волн различной длины, обусловленные $\delta\sigma$, а в таблице 3 показаны соответствующие изменения, обусловленные управляющим воздействием δu_T . Результаты расчетов подтверждают вывод о том,

что изменение вертикальной стратификации атмосферы — наиболее приемлемый механизм управления бароклинной неустойчивостью.

Таблица 2. Изменение скорости роста волн различной длины при $\delta\sigma^* = -0,05 \times \sigma^*$

$L_x, \text{км}$	5000	4000	3500	3200	3150
$\chi_2, \text{сут}^{-1}$	0,37	0,44	0,37	0,21	0,15
S_σ	-1,34	-2,77	-4,85	-10,60	-15,31
$\delta\chi_2, \text{сут}^{-1}$	0,01	0,02	0,04	0,09	0,13
$(\delta\chi/\chi) \times 100\%$	3	5	11	44	87

Таблица 3. Изменение скорости роста волн различной длины при $\delta u_T = 0.05 \times u_T^*$

$L_x, \text{км}$	5000	4000	3500	3200	3150
S_u	0,11	0,08	0,07	0,05	0,05
$\delta\chi_2, \text{сут}^{-1}$	0,04	0,03	0,03	0,02	0,12
$(\delta\chi/\chi) \times 100\%$	11	7	7	9	80

Очень важный вывод позволяет сделать анализ относительных коэффициентов чувствительности (рисунок 11): существует критическое значение длины волны L_x^{cr} , которое делит спектр неустойчивых волн на две части. При $L_x < L_x^{cr}$ преобладающее влияние на развитие бароклинной неустойчивости имеет параметр статической устойчивости, при $L_x > L_x^{cr}$ преобладающая роль принадлежит вертикальному сдвигу скорости ветра, а значит, меридиональному градиенту температуры. Для $\sigma^* = 2 \times 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{Па}^{-2} \cdot \text{с}^{-2}$ и $u_T = 7,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ имеем $L_x^{cr} \approx 3800 \text{ км}$.

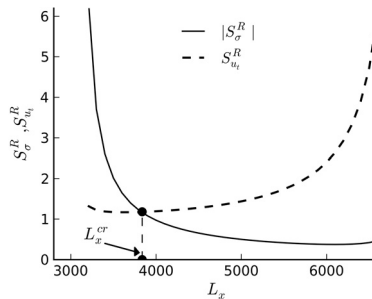


Рис. 11. Относительные коэффициенты чувствительности S_σ^R и $S_{u_T}^R$ при

$$\sigma^* = 2 \times 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{Па}^{-2} \cdot \text{с}^{-2} \text{ и } u_T^* = 7,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$$

4. Заключение. Задачи манипулирования климатом (геоинженерия) и модификации гидрометеорологических процессов до сих пор рассматриваются вне рамок теории управления. В то же время геофизическая кибернетика как методологическая основа построения оптимальных систем управления погодно-климатическими процессами позволяет математически корректно сформулировать проблему управления ЗКС и процессами, протекающими в ее различных компонентах. В математических моделях, используемых для решения задач управления погодно-климатическими процессами, управляющие воздействия описываются параметрически. Выбор управляющих параметров предполагает исследование отклика модели рассматриваемого процесса на управляющие воздействия, что может быть реализовано с помощью методов теории чувствительности динамических систем. В данной статье, имея в виду задачу управления крупномасштабной вихревой динамикой атмосферы, нами исследуется чувствительность математических моделей бароклининой неустойчивости к основным параметрам, определяющим ее развитие — параметру статической устойчивости и меридиональному градиенту температуры. Нами получены аналитические выражения для коэффициентов чувствительности и на этой основе проанализирован отклик скорости роста неустойчивых волновых возмущений на вариации управляющих параметров. Показано, что бароклинные волны, находящиеся в коротковолновой части спектра неустойчивости, т.е. волны, длина которых $L_x < 3000$ км ($k_x < 7$), демонстрируют высокую чувствительность к статической устойчивости (вертикальной температурной стратификации) атмосферы. Увеличение вертикального градиента температуры на $0,2$ К·км⁻¹ при стандартном его значении $6,5$ К·км⁻¹ приводит к удвоению скоростей роста неустойчивых волн. Влияние на бароклинную неустойчивость меридионального градиента температуры как управляющего параметра менее значимо, о чем свидетельствуют рассчитанные относительные коэффициенты чувствительности.

Подход, изложенный в настоящей работе, в дальнейшем предполагается использовать для исследования чувствительности моделей ЗКС и различных геофизических процессов с целью оценки возможности гипотетического управления ими.

Литература

1. Climate Change 2013: The Physical Science Basis // Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Edited by: Stocker T.F. et al., Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA. 2013. 1552 p.
2. Bengtsson L. Geo-engineering to confine climate change: is it at all feasible? // Climate Change. 2006. vol. 77. pp. 229–234.

3. *Crutzen P.J.* Albedo enhancement by stratospheric sulphur injections: a contribution to resolve a policy dilemma? // *Climate Change*. 2006. vol. 77. pp. 211–220.
4. *Kravitz B., Caldera K., Boucher O. et al.* Climate model response from the Geoengineering Model Intercomparison Project (GeoMIP) // *Journal of Geophysical Research*. 2013. vol. 118. pp. 8320–8332.
5. *Ming Y., De Richter R., Liu W., Caillol S.* Fighting global warming by climate engineering: Is the Earth radiation management and the solar radiation management any option for fighting climate change? // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2014. vol. 31. pp. 792–834.
6. *Wigley T.M.* A combined mitigation/geoengineering approach to climate stabilization // *Science*. 2006. vol. 314. pp. 452–454.
7. *Hoffman R.N.* Controlling the global weather // *Bulletin of the American Meteorological Society*. 2002. vol. 87. pp. 41–248.
8. Введение в геофизическую кибернетику и экологический мониторинг / По ред. Р.М. Юсупова // СПб: СПбГУВК. 1998. 165 с.
9. *Soldatenko S., Yusupov R.* On the possible use of geophysical cybernetics in climate manipulation (geoengineering) and weather modification // *WSEAS Transactions on Environment and Development*. 2015. vol. 11. pp. 116–125.
10. *Soldatenko S., Yusupov R.* An optimal control problem formulation for the atmospheric large-scale wave dynamics // *Applied Mathematical Sciences*. 2015. vol. 9. no. 18. pp. 875–884.
11. *Soldatenko S., Yusupov R.* Sensitivity analysis in optimal control of the Earth's climate system. In: *Recent Advances in Environmental and Earth Sciences and Economics*. A. Bulucea (Ed) // *Proceedings of the 2015 International Conference on Energy, Environment, Development and Economics (EEDE 2015)*, Greece. 2015. pp. 6–12.
12. *Soldatenko S., Yusupov R.* On the control of the geophysical system: problem formulation. In: *Mathematical Methods in Science and Mechanics // Proceedings of the 16th International Conference on Mathematical Methods, Computational Techniques and Intelligent Systems (MAMECTIS '14)*, Portugal. 2014. pp. 102–108.
13. *Soldatenko S.A.* Some applications of the theory of optimal control of distributed parameter systems to weather numerical modeling // *Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling*. Switzerland: WMO. 1999. vol. 28. pp. 7.29–7.30.
14. *Lorenz E.N.* Deterministic non periodic flow // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1963. vol. 20. pp. 130–141.
15. *Marshall J., Plumb R.A.* Atmosphere, ocean and climate dynamics: An introductory text // London: Elsevier. 2007. 344 p.
16. *Lions J.L.* Optimal control of systems governed by partial differential equations // Berlin: Springer; Heidelberg: Verlag. 1971. 400 p.
17. *Lurie K.A.* Applied optimal control theory of distributed systems // New York: Springer–Verlag. 1993. 499 p.
18. *Katok A., Hasselblatt B.* Introduction to the modern theory of dynamical systems // New York: Cambridge University Press. 1997. 824 p.
19. *Розенwasser Е.Н., Юсупов Р.М.* Чувствительность систем управления // М.: Наука. 1981. 464 с.
20. *Rosenwasser E., Yusupov R.* Sensitivity of automatic control // Boca Raton: CRC Press. 2000. 436 p.
21. *Cacuci D.G.* Sensitivity and uncertainty analysis // Volume I: Theory. Boca Raton: CRC. 2003. 304 p.
22. *Cacuci D.G., Ionescu-Bujor M., Navon I.M.* Sensitivity and uncertainty analysis // Volume II: Applications to large-scale systems. Boca Raton: CRC. 2005. 368 p.
23. *Leith C.E.* Climate response and fluctuation dissipation // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1975. vol. 32. pp. 2022–2026.

24. *Lea D.J., Allen M.R., Haine W.N.* Sensitivity analysis of the climate of a chaotic system // *Tellus*. 2000. vol. 52. no. 5. pp. 523–532.
25. *Wang Q.* Forward and adjoint sensitivity computation of chaotic dynamical systems // *Journal of Computational Physics*. 2013. vol. 235. no. 15. pp. 1–13.
26. *Wang Q., Hu R., Blonigan P.* Least squares shadowing sensitivity analysis of chaotic limit cycle oscillations // *Journal of Computational Physics*. 2014. vol. 267. pp. 210–224.
27. *Palmer K.J.* Shadowing in dynamical system: Theory and applications // Dordrecht: Kluwer. 2000. 300 p.
28. *Pilyugin S.Yu.* Shadowing in dynamical systems // *Lecture notes in mathematics*. vol. 1706. Berlin: Springer–Verlag. 1999. 276 p.
29. *Soldatenko S., Yusupov R.* Sensitivity analysis of coupled chaotic dynamical systems with the pseudo-orbit tracing property // *Applied Mathematical Sciences*. 2015. vol. 9. no. 18. pp. 885–893.
30. *Soldatenko S., Yusupov R.* Shadowing property of coupled nonlinear dynamical system // *Applied Mathematical Sciences*. 2015. vol. 9. no. 50. pp. 2459–2466.
31. *Holton J.R.* Introduction to dynamic meteorology. 4th edition // London: Elsevier. 2004. 507 p.
32. *Солдатенко С.А.* Влияние статической устойчивости атмосферы и меридионального температурного градиента на рост амплитуды неустойчивых волн синоптического масштаба // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2014. Вып. 50. № 6. С. 554–561.
33. *Soldatenko S., Tingwell C.* The sensitivity of characteristics of large-scale baroclinic unstable waves in southern hemisphere to the underlying climate // *Advances in Meteorology*. 2013.

References

1. Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Edited by: Stocker T.F. et al., Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA. 2013. 1552 p.
2. Bengtsson L. Geo-engineering to confine climate change: is it at all feasible?. *Climate Change*. 2006. vol. 77. pp. 229–234.
3. Crutzen P.J. Albedo enhancement by stratospheric sulphur injections: a contribution to resolve a policy dilemma?. *Climate Change*. 2006. vol. 77. pp. 211–220.
4. Kravitz B., Caldera K., Boucher O. et al. Climate model response from the Geoengineering Model Intercomparison Project (GeoMIP). *Journal of Geophysical Research*. 2013. vol. 118. pp. 8320–8332.
5. Ming Y., De Richter R., Liu W., Caillol S. Fighting global warming by climate engineering: Is the Earth radiation management and the solar radiation management any option for fighting climate change? *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2014. vol. 31. pp. 792–834.
6. Wigley T.M. A combined mitigation/geoengineering approach to climate stabilization. *Science*. 2006. vol. 314. pp. 452–454.
7. Hoffman R.N. Controlling the global weather. *Bulletin of the American Meteorological Society*. 2002. vol. 87. pp. 241–248.
8. *Vvedenie v geofizicheskuyu kibernetiku i jekologicheskij monitoring* [Introduction to the geophysical cybernetics and environmental monitoring]. Yusupov R.M. (Ed.). SPb: State University. 1998. 165 p. (In Russ.).
9. Soldatenko S., Yusupov R. On the possible use of geophysical cybernetics in climate manipulation (geoengineering) and weather modification. *WSEAS Transactions on Environment and Development*. 2015. vol. 11. pp. 116–125.

10. Soldatenko S., Yusupov R. An optimal control problem formulation for the atmospheric large-scale wave dynamics. *Applied Mathematical Sciences*. 2015. vol. 9. no. 18. pp. 875–884.
11. Soldatenko S., Yusupov R. Sensitivity analysis in optimal control of the Earth's climate system. Recent Advances in Environmental and Earth Sciences and Economics. A. Bulucea (Ed.). Proceedings of the 2015 International Conference on Energy, Environment, Development and Economics (EEDE 2015). Greece. 2015. pp. 6–12.
12. Soldatenko S., Yusupov R. On the control of the geophysical system: problem formulation. *Mathematical Methods in Science and Mechanics*. Proceedings of the 16th International Conference on Mathematical Methods, Computational Techniques and Intelligent Systems (MAMECTIS '14), Portugal. 2014. pp. 102–108.
13. Soldatenko S.A. Some applications of the theory of optimal control of distributed parameter systems to weather numerical modeling. *Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling*. Switzerland: WMO. 1999. vol. 28. pp. 7.29–7.30.
14. Lorenz E.N. Deterministic non periodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1963. vol. 20. pp. 130–141.
15. Marshall J., Plumb R.A. *Atmosphere, ocean and climate dynamics: An introductory text*. London: Elsevier. 2007. 344 p.
16. Lions J.L. *Optimal control of systems governed by partial differential equations*. Berlin: Springer; Heidelberg: Verlag. 1971. 400 p.
17. Lurie K.A. *Applied optimal control theory of distributed systems*. New York: Springer-Verlag. 1993. 499 p.
18. Katok A., Hasselblatt B. *Introduction to the modern theory of dynamical systems*. New York: Cambridge University Press. 1997. 824 p.
19. Rozenwasser E.N., Yusupov R.M. *Chuvstvitel'nost' sistem upravleniya* [Sensitivity of control systems]. M.: Nauka. 1981. 464 p. (In Russ.).
20. Rosenwasser E., Yusupov R. *Sensitivity of automatic control*. Boca Raton: CRC Press. 2000. 436 p.
21. Cacuci D.G. *Sensitivity and uncertainty analysis. Volume I: Theory*. Boca Raton: CRC. 2003. 304 p.
22. Cacuci D.G., Ionescu-Bujor M., Navon I.M. *Sensitivity and uncertainty analysis. Volume II: Applications to large-scale systems*. Boca Raton: CRC. 2005. 368 p.
23. Leith C.E. Climate response and fluctuation dissipation. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1975. vol. 32. pp. 2022–2026.
24. Lea D.J., Allen M.R., Haine W.N. Sensitivity analysis of the climate of a chaotic system. *Tellus*. 2000. vol. 52. no. 5. pp. 523–532.
25. Wang Q. Forward and adjoint sensitivity computation of chaotic dynamical systems. *Journal of Computational Physics*. 2013. vol. 235. no. 15. pp. 1–13.
26. Wang Q., Hu R., Blonigan P. Least squares shadowing sensitivity analysis of chaotic limit cycle oscillations. *Journal of Computational Physics*. 2014. vol. 267. pp. 210–224.
27. Palmer K.J. *Shadowing in dynamical system: Theory and applications*. Dordrecht: Kluwer. 2000. 300 p.
28. Pilyugin S. Yu. *Shadowing in dynamical systems. Lecture notes in mathematics*. vol. 1706. Berlin: Springer-Verlag. 1999. 276 p.
29. Soldatenko S., Yusupov R. Sensitivity analysis of coupled chaotic dynamical systems with the pseudo-orbit tracing property. *Applied Mathematical Sciences*. 2015. vol. 9. no. 18. pp. 885–893.
30. Soldatenko S., Yusupov R. Shadowing property of coupled nonlinear dynamical system. *Applied Mathematical Sciences*. 2015. vol. 9. no. 50. pp. 2459–2466.
31. Holton J.R. *Introduction to dynamic meteorology*. 4th edition. London: Elsevier. 2004. 507 p.

32. Soldatenko S.A. [Influence of static stability and meridional temperature gradient on the growth in amplitude of synoptic-scale unstable waves]. *Izv. RAN. Atmospheric and oceanic physics – Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2014. vol. 50. no. 6. pp. 554–561. (In Russ.).
33. Soldatenko S., Tingwell C. The sensitivity of characteristics of large-scale baroclinic unstable waves in southern hemisphere to the underlying climate. *Advances in Meteorology*. 2013.

Солдатенко Сергей Анатольевич — д-р физ.-мат. наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории прикладной информатики и проблем информатизации общества, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: математическое моделирование геофизических процессов, усвоение информации, оценка и моделирование рисков. Число научных публикаций — 150. soldatenko@iias.spb.su; 199178, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург; р.т. +7(812)328-3411.

Soldatenko Sergei Anatolievich — Dr. Sci., professor, principal scientist of laboratory of applied informatics and society informatization problems, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: mathematical modeling of geophysical processes, data assimilation, risk assessment and modeling. The number of publications — 150. soldatenko@iias.spb.su; 39, 14-th Line, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3411.

Юсупов Рафаэль Мидхатович — д-р техн. наук, профессор, член-корреспондент РАН, заслуженный деятель науки и техники РФ, директор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН), президент, НП Национальное общество имитационного моделирования («НОИМ»). Область научных интересов: теория управления, информатика, теоретические основы информатизации и информационного общества, информационная безопасность. Число научных публикаций — 390. spiiran@iias.spb.su; 199178, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург; р.т. +7(812)328-3337.

Yusupov Rafael Midhatovich — Dr. Sci., professor, Corr. Member of RAS, director, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS), president of NP National Simulation Society (“NSS”). Research interests: control theory, informatics, theoretic basics of informatization and information society, information security. The number of publications — 390. spiiran@iias.spb.su; ru; 39, 14-th Line, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3311.

РЕФЕРАТ

Солдатенко С.А., Юсупов Р.М. О выборе управляющих параметров при моделировании целенаправленной модификации погодноклиматических процессов.

Изменения глобального климата, наблюдаемые в настоящее время на нашей планете, стимулируют разработку методов «сдерживания» этих изменений. В рамках научно-технического направления, известного как геоинженерия, предложено достаточно большое число технологий и способов, с помощью которых вполне возможно значительно уменьшить интенсивность глобального потепления. По сути, основная задача геоинженерии – это управление земной климатической системой. Однако данная задача до сих пор рассматривается вне рамок теории управления. В то же время с позиций кибернетики представляется вполне возможным построить единую методологию планирования и осуществления геоинженерных проектов и проектов по модификации гидрометеорологических процессов. В рамках данного подхода климатическая система представляет собой объект управления, а роль управляющей подсистемы отводится соответствующим общественным структурам и, в частности, специально подготовленным и наделенным необходимыми полномочиями операторам, в распоряжении которых находятся все необходимые силы и средства.

Разработка физически обоснованных методов управления климатом может быть сведена к задаче исследования чувствительности математических моделей климата к вариациям параметров, рассматриваемых в качестве управлений. Инструментом решения этого класса задач служит теория динамических систем и теория чувствительности систем управления. Методы теории чувствительности позволяют получить количественные оценки отклика климатической системы на управляющие воздействия. Придавая некоторым компонентам вектора параметров модели климата смысл управлений, мы получаем формальную возможность исследовать поведение климатической системы под влиянием управляющих воздействий и, таким образом, сделать заключение о физической обоснованности рассматриваемого метода управления. В статье рассмотрено приложение теории чувствительности для исследования отклика математических моделей бароклининой неустойчивости атмосферных потоков к вариациям управляющих параметров. Информация, получаемая на основе рассчитанных коэффициентов чувствительности, является очень полезной с точки зрения оценки физической обоснованности методов управления крупномасштабными волновыми процессами в атмосфере и построения оптимальных систем управления погодноклиматическими процессами.

SUMMARY

Soldatenko S.A., Yusupov R.M. Toward the Selection of Control Parameters in Models of the Purposeful Weather and Climate Modification.

Observed climate change induces the development of methods to restrain it. Within the framework of the research area, known as geoengineering, a large number of techniques has been proposed to reduce significantly the intensity of global warming. In fact, the main objective of geoengineering is the control of the earth's climate system. However, geoengineering is still examined outside of the control theory framework. Meanwhile, a unified methodology for planning and implementation of geoengineering projects and weather modification can be developed on the basis of cybernetics. Under this approach, the climate system represents a control object, and the role of controller is given to the appropriate social structures and, in particular, specially trained operators.

The development of physically feasible methods for climate control can be reduced to the study of climate model sensitivity with respect to parameters taken as controls. The theory of dynamical systems and the theory of sensitivity of control systems represent a main instrument to solve this class of problems. Methods of the sensitivity theory allow us to obtain quantitative estimates of the climate system response to controls. Let some model parameters be considered as controls, and then we formally can study the behavior of the climate system under the influence of control actions and draw a conclusion about physical feasibility of the control method.

In the paper, as an example, the application of the sensitivity theory is discussed to study the response of mathematical models of atmospheric baroclinic instability to variations in control parameters. The information obtained via calculated sensitivity coefficients is very beneficial for assessing the physical feasibility of methods for controlling the large-scale wave dynamics in the atmosphere, as well as for designing optimal control systems for climatic processes.