

М.В. ХАРИНОВ, И.Г. ХАНЫКОВ  
**ОПТИМИЗАЦИЯ КУСОЧНО-ПОСТОЯННОГО  
ПРИБЛИЖЕНИЯ СЕГМЕНТИРОВАННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ**

---

*Харинов М.В., Ханьков И.Г.* **Оптимизация кусочно-постоянного приближения сегментированного изображения.**

**Аннотация.** В статье анализируется проблема сегментации цветового изображения, аппроксимируемого кусочно-постоянными приближениями. Качество сегментации оценивается по классическому среднеквадратичному отклонению (СКО) пикселей приближения от пикселей изображения. Обсуждаются современные версии классических методов кластеризации пикселей изображения посредством минимизации СКО или суммарной квадратичной ошибки. Описываются четыре основные операции с кластерами пикселей и критерии их выполнения для построения оптимизированных приближений. Предлагаются варианты алгоритма преобразования приближения изображения, которые при неизменном числе сегментов обеспечивают оптимизацию приближения как по СКО, так и по зрительному восприятию.

**Ключевые слова:** кластеры пикселей, сегменты изображения, кусочно-постоянное приближение, оценка качества, оптимизация, среднеквадратическое отклонение.

*Khariniv M.V., Khanykov I.G.* **Optimization of Piecewise Constant Approximation for Segmented Image.**

**Abstract.** In this paper a problem of segmentation of the color image, approached by piecewise constant approximations, is analyzed. The quality of the optimization is estimated by the classical standard deviation of image pixels from the pixels of approximations. The modern versions of the classical methods of image simulating by piecewise constant approximations characterized by minimal values of standard deviation or total squared error are detailed. Four main operations over pixel clusters and appropriate working criterions for the optimized approximation generating are discussed. The algorithmic versions of approximation transformation, providing the enhancement of approximation by standard deviation and also by visual perception for the given number of segments are proposed.

**Keywords:** pixel clusters, image segments, piecewise constant approximation, quality estimation, optimization, standard deviation.

---

**1. Введение.** Работа относится к области применения классических методов кластерного анализа [1, 2] для предварительной обработки цифрового изображения на стадии *сегментации*, которая состоит в разбиении исходного изображения на вложенные изображения «объектов» с целью дальнейшего автоматического или автоматизированного анализа признаков и распознавания. Заполнение каждого вложенного изображения одинаковыми пикселями с усредненным значением яркости преобразует исходное изображение в свое *приближение*. Качество разбиения и соответствующего приближения изображения из  $N$  пикселей оценивается по величине среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  пикселей приближения от пикселей изображения или суммарной квадратичной ошибки  $E = 3N\sigma^2$ , где коэффициент 3 учитывает

число цветовых компонент в изображении. При *сегментации* требуется, чтобы пиксели каждого вложенного изображения составляли единственный связный сегмент, тогда как при *кластеризации* пикселей допускается, что вложенное изображение может состоять из нескольких или многих несмежных сегментов исходного изображения. Разбиение и приближение при данном числе кластеров пикселей, в частности сегментов изображения, считается *оптимальным*, если отвечает минимально возможному значению суммарной квадратичной ошибки  $E$  или среднеквадратичного отклонения  $\sigma$ . Тогда *объекты* определяются как кластеры, или сегменты оптимального приближения изображения.

Сформулированное определение объектов подходит для изображений произвольного содержания и не ограничивает алгоритмов генерации оптимальных приближений, что позволяет разрабатывать и верифицировать унифицированные методы кластеризации пикселей и сегментации, которые особенно актуальны для современной обработки изображений. Препятствием является то, что точное получение оптимальных приближений при кластеризации пикселей и, тем более, сегментации цветовых или многоспектральных изображений является задачей, в которой вычислительная сложность экспоненциально возрастает с ростом числа пикселей и рассматриваемых значений числа кластеров от 1 до  $N$ . При этом в практике сегментации изображений возникает задача аппроксимации оптимальных приближений *квазиоптимальными* приближениями, которые с достаточной скоростью генерируются в агломеративных и дивизимных алгоритмах минимизации ошибки  $E$  или среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  [1, 2].

Основной целью статьи является анализ особенностей этих алгоритмов в приложении к цифровым изображениям. Сопутствующей темой является обсуждение адекватности применения  $E$  или  $\sigma$  для оценки различия приближения от изображения по зрительному восприятию, тем более что в настоящее время нетрудно встретить обратные утверждения, опирающиеся на работы [3, 4] и др. по эвристическому пересмотру традиционных оценок. В качестве конструктивного контраргумента по эффективному применению в задачах сегментации именно  $E$  или  $\sigma$ , в статье предлагается алгоритм адекватного улучшения качества приближения изображения.

**2. Кусочно-постоянные приближения изображения.** Под кусочно-постоянным приближением (или просто *приближением*) заданного изображения понимается изображение, значения пикселей кото-

рого совпадают со значениями пикселей, усредненными по кластерам, в частности, сегментам некоторого разбиения заданного изображения.

Суммарная квадратичная ошибка  $E$  для трехкомпонентных значений  $x_i$  пикселей изображения и значений  $y_i$  пикселей приближения определяется суммированием квадратов евклидовых расстояний  $\|x_i - y_i\|^2$ :

$$E = \sum_{i=0}^{N-1} \|x_i - y_i\|^2, \quad (1)$$

где суммирование выполняется по координатам  $i$ . В отличие от  $x_i$  с целочисленными значениями компонент, величины  $y_i$  образуются тройками вещественных, точнее, рациональных чисел. В [3, 4] суммарная квадратичная ошибка  $E$  вычисляется по формуле (1), но под  $y_i$  понимаются значения пикселей изображения, которое получается при том или ином искажении исходного изображения в пределах ограниченной ошибки  $E$  и не обязательно является его приближением. Причем, авторы [4], развивая идеи [3], приходят к необходимости предварительной сегментации для адекватного сопоставления различных изображений, которая выполняется посредством оптимизации определенного функционала качества.

Таким образом, в [3, 4] рассматривается общая задача сопоставления изображений, решение которой зависит от решения проблемы сегментации. При сегментации трудно обойтись без тщательного исследования возможностей оценки качества посредством классических методов минимизации  $E$  или  $\sigma$ , которые служат традиционной основой для сравнения.

Во избежание накопления ошибок округления формулу (1) практически не используют в расчетах по минимизации  $E$ . При этом суммарную квадратичную ошибку  $E_g$  вычисляют суммированием ошибок  $E_i$  по кластерам разбиения множества пикселей изображения:

$$E_g = \sum_{i=1}^g E_i, \quad (2)$$

где  $g$  — число кластеров или сегментов,  $g = 1, 2, \dots, N$ .

Для вычисления  $E_i$  пользуются выражением:

$$E_i = \sum_{j=0}^{n-1} \|x_j\|^2 - \frac{\left\| \sum_{j=0}^{n-1} x_j \right\|^2}{n}, \quad (3)$$

где  $n \equiv n_i$  — число пикселей в кластере или сегменте. Следует обратить внимание, что в (2), (3) исключена явная зависимость от пикселей, отличных от пикселей изображения, которая используется в [3, 4].

Целевые оптимальные приближения, аппроксимируемые квазиоптимальными приближениями изображения, в задаче минимизации  $E$  или  $\sigma$ , обладают рядом свойств, которые полезно сохранять при построении квазиоптимальных приближений. Оптимальные приближения не меняются при линейном преобразовании изображения по яркости, коммутируют с преобразованием из позитива в негатив и с масштабированием изображения посредством дублирования пикселей. При возрастании числа кластеров  $g$  от 1 до  $N$  последовательность оптимальных приближений описывается монотонной последовательностью значений  $E_g$ , которые нестрого уменьшаются от максимального значения  $E_1$  при единственном кластере до 0 при всех пикселях, отнесенных к различным кластерам. Нетривиальным свойством оптимальных приближений является *выпуклость* последовательности значений  $E_g$ :

$$E_g = \frac{E_{g-1} + E_{g+1}}{2}, \quad g = 2, 3, \dots, N-1, \quad (4)$$

при которой уменьшению ошибки  $E_g$  с ростом числа кластеров сопутствует нестрогое возрастание производной от  $E_g$  по  $g$ .

Нарушение выпуклости значений ошибки  $E_g$  для результатов агломеративных и дивизимных алгоритмов иерархической сегментации свидетельствует об отклонении получаемых разбиений от оптимальных. Поэтому детектирование точки перегиба на кривой  $E_g$  в зависимости от  $g$  часто используют в агломеративных алгоритмах в качестве правила останова слияния смежных сегментов [5].

**3. Операции с кластерами и сегментами.** Основой программно-алгоритмического инструментария модели иерархической сегмен-

тации цифрового изображения [6] являются четыре операции с кластерами пикселей, в частности, с сегментами изображения, которые применяются для минимизации суммарной квадратичной ошибки  $E$  или среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  :

- операция «merge» слияния двух кластеров;
- операция «divide» разделения кластера надвое;
- операция «split» выделения части кластера в отдельный кластер;
- операция «coгect» реклассификации пикселей посредством их исключения из одного кластера и отнесения к другому кластеру.

Первые две операции используются при построении и обработке модифицируемой или фиксированной иерархии кластеров. Пара остальных операций используется при построении и преобразованиях иерархии.

Посредством перечисленных операций, а также их комбинаций в модели [6] строится бинарная иерархия кластеров или сегментов, и формируется иерархическая последовательность квазиоптимальных разбиений изображения на последовательное число кластеров от 1 до  $N$ . При этом иерархия кластеров (сегментов) считается заданной, если для каждого кластера не менее, чем из одного пикселя, устанавливается пара кластеров, на которые разделяется данный кластер.

Приращение  $\Delta E_{merge} = E(1 \cup 2) - E(1) - E(2)$  суммарной квадратичной ошибки  $E$  при слиянии кластеров 1 и 2 с числом пикселей  $n_1$ ,  $n_2$  выражается через квадрат евклидова расстояния  $\|I_1 - I_2\|^2$  между трехкомпонентными средними яркостями  $I_1$ ,  $I_2$  в виде:

$$\Delta E_{merge} = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \|I_1 - I_2\|^2, \quad (5)$$

Именно выражение (5) используется для итеративного вычисления иерархической последовательности квазиоптимальных приближений изображения методом Уорда [7] по критерию:

$$\Delta E_{merge} = \min, \quad (6)$$

согласно которому на каждом шаге построения выполняется слияние кластеров, сопровождающееся минимальным приращением суммарной квадратичной ошибки.

Характерным свойством иерархической последовательности приближений цветового изображения, получаемых методом Уорда,

является выпуклость (4) соответствующей последовательности значений суммарной квадратичной ошибки.

Метод Уорда обеспечивает минимизацию суммарной квадратичной ошибки  $E$  посредством перебора всех пар кластеров пикселей. Однако с ростом числа кластеров вычислительная сложность метода Уорда квадратично возрастает. Поэтому, в случае изображений, для эффективного применения метода необходимо предварительно существенно уменьшить начальное число кластеров по сравнению с числом пикселей  $N$ , например, в модели сегментации Мамфорда-Шаха [5, 6, 8–11].

Если в методе Уорда в качестве начального рассматривать разбиение изображения на отдельные пиксели, под кластерами понимать сегменты изображения и ограничиться слиянием пар смежных сегментов, то вычисления будут выполняться по модели сегментации Мамфорда-Шаха в версиях [6, 11] без учета границ между сегментами (в отличие от версий [5, 8–10], предусматривающих учет границ).

По сравнению с методом Уорда кластеризации пикселей изображения модель Мамфорда-Шаха сегментации изображения обеспечивает минимизацию суммарной квадратичной ошибки  $E$  посредством перебора ограниченного множества пар смежных сегментов, что влечет увеличение ошибки  $E$  аппроксимации изображения. Тем не менее, модель Мамфорда-Шаха снижает вычислительную сложность до линейной зависимости от числа  $N$  пикселей в изображении и обеспечивает аппроксимацию изображения любым числом связанных сегментов от 1 до  $N$ .

Операция «*divide*» разделения кластера надвое вводится как обратная по отношению к операции «*merge*» для кластеров или сегментов, полученных в результате итеративного слияния, например, в модели Мамфорда-Шаха. При этом любому кластеру  $l$ , содержащему более одного пикселя, сопоставляется приращение  $\Delta E_{divide}(l)$  суммарной квадратичной ошибки  $E$ , которое описывает приращение суммарной квадратичной ошибки при разделении кластера  $l$  надвое и равно взятому с обратным знаком приращению  $\Delta E_{merge}(l', l'')$  ошибки  $E$  при формировании кластера  $l$  посредством слияния пары вложенных кластеров  $l'$  и  $l''$ :

$$\Delta E_{divide}(l) \equiv -\Delta E_{merge}(l', l''), \quad (7)$$

где  $l = l' \cup l''$ .

В случае иерархии сегментов изображения сочетание операций «merge&divide» обеспечивает улучшение качества приближения изображения в методе сегментации «SI» (segmentation improvement) за счет разделения надвое одного из сегментов (под номером 1) и слияния несовпадающих с ним двух других (с номерами 2 и 3), которое выполняется итеративно по критерию [12]:

$$\Delta E_{divide}(1) + \Delta E_{merge}(2, 3) = \min < 0. \quad (8)$$

При этом на каждой итерации выбирается тройка сегментов, обеспечивающих максимальное падение суммарной квадратичной ошибки, и процесс комбинированного слияния/разделения смежных сегментов продолжается, пока обнаруживаются тройки сегментов, удовлетворяющие (8). В противном случае, обработка завершается.

Для приложений SI-метода важно, что число сегментов в результирующем приближении совпадает с числом сегментов исходного приближения.

Операция «split» является обобщением операции «divide», т.к. предусматривает выделение из  $n_1$  пикселей кластера 1 в отдельный кластер любого подмножества из  $k < n_1$  пикселей, в том числе, отличающегося от кластеров  $1'$  и  $1''$ . Сопутствующее отрицательное или нулевое приращение  $\Delta E_{split}$  суммарной квадратичной ошибки описывается формулой:

$$\Delta E_{split} = -\frac{kn_1}{n_1 - k} \|I - I_1\|^2 \leq 0, \quad (9)$$

где  $I_1$  и  $I$  – трехкомпонентные средние яркости обсуждаемых  $n_1$  и  $k$  пикселей.

Операцию «correct» реклассификации подмножества пикселей из одного кластера в другой можно представить как комбинацию операций «split» и «merge», при которой  $k < n_1$  пикселей исключают из кластера 1 с числом пикселей  $n_1$  и относят к кластеру 2 с числом пикселей  $n_2$ . Приращение суммарной квадратичной ошибки описывается выражением:

$$\Delta E_{correct} = \frac{kn_2}{n_2 + k} \|I - I_2\|^2 - \frac{kn_1}{n_1 - k} \|I - I_1\|^2, \quad (10)$$

где  $I$  — среднее значение реклассифицируемых  $k$  пикселей, а  $I_1, I_2$  — средние значения пикселей кластеров 1 и 2. Сравнивая послед-

ную формулу с двумя предыдущими, можно заметить, что (10) является следствием формул (5) и (9).

При использовании операции «correct» для минимизации суммарной квадратичной ошибки критерием служит выражение:

$$\Delta E_{correct} = \min < 0 \quad (11)$$

При этом рассматриваются множества пикселей из определенной иерархии, которые переносятся из кластера в кластер до тех пор пока это обеспечивает снижение суммарной квадратичной ошибки, как при использовании критерия (8) в *SI*-методе. В отличие от числа сегментов, число кластеров в процессе обработки не изменяется. Условие неизменного числа сегментов при реализации метода можно поддерживать программно, если допускать обмен множествами пикселей только между смежными сегментами и блокировать варианты реклассификации, сопровождающиеся разделением донорского сегмента на вложенные.

Обсуждаемый метод предложен в [6, 13]. В явном виде критерий (11) раскрывается в виде:

$$\sqrt{\frac{n_2}{n_2 + k}} \|I - I_2\| < \sqrt{\frac{n_1}{n_1 - k}} \|I - I_1\| \quad (12)$$

Если в (12) опустить подкоренные выражения, то критерий (12) совпадает с критерием реклассификации пикселей в классическом методе *K-means* [1, 2, 14]. В отличие от *K-means*, в методе [6, 13] обходятся без самостоятельного вычисления средних по кластерам значений. Поэтому в [13] предложенный метод удачно назван «*K-meanless*». В отличие от версии [13], в нашей версии [6] кластеры при минимизации  $E$  могут обмениваться не только отдельными пикселями, но и подмножествами пикселей, которые рассчитываются при построении иерархии. При этом увеличивается эффективность минимизации  $E$ , но при условии точных вычислений по формуле (12), так при  $k$ , отличном от 1 пренебрегать коэффициентами в (12) становится не целесообразно. Использование явных выражений для приращений суммарной квадратичной ошибки в нашей версии [6] вместо вычислений самих значений функционала в версии [13] упрощает вычисления с массивами данных, т. к. позволяет обойтись без суммирования квадратов яркостей пикселей изображения.

Перечисленные операции с кластерами пикселей, в частности, с сегментами изображения, в различных комбинациях порождают множество методов и алгоритмов, которые подлежат экспериментальному исследованию для внедрения в практику обработки изображений. Судя по нашему опыту сегментации, в настоящее время для внедрения наиболее актуален *SI*-метод.



**4. Экспериментальные результаты.** Метод *SI* улучшения качества сегментации разработан для улучшения качества приближения изображения с достаточным числом сегментов произвольной формы и размеров. В результате обработки рассматриваемое приближение либо оптимизируется по суммарной квадратичной ошибке  $E$  и среднеквадратичному отклонению  $\sigma$ , либо не изменяется, как в методах типа *K-means* [1, 2, 6, 13, 14]. Наглядный эффект улучшения аппроксимации изображения проявляется тем сильнее, чем грубее входное приближение изображения (рисунок 1).

Рисунок 1 иллюстрирует *SI*-метод оптимизации приближения на примере стандартного цветового изображения «Лена» из 512×512 пикселей, показанном в левом верхнем углу. Рядом справа показано приближение изображения. В нижнем ряду демонстрируются результаты улучшения качества приближения в двух версиях *SI*-метода. Все приближения содержат по 1024 сегмента. Под приближениями выписаны соответствующие значения среднеквадратичного отклонения  $\sigma$ .

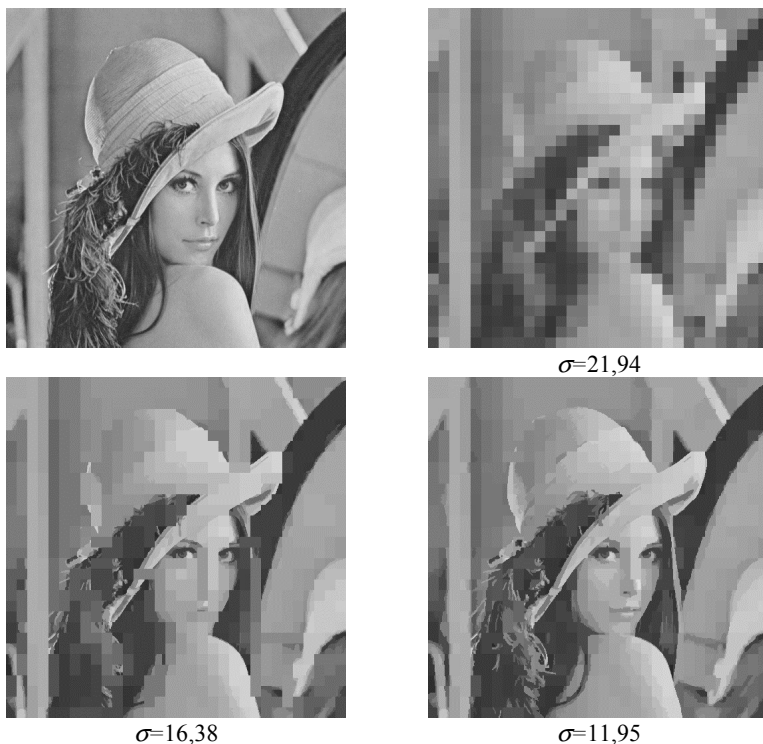


Рис. 1. Оптимизация приближения сегментированного изображения

Исходное приближение на рисунке 1 получено разбиением поля изображения на квадратные клетки размером  $16 \times 16$  с последующим заполнением клеток средними значениями пикселей, что эквивалентно искажению изображения при сжатии в 256 раз.

На первом шаге обработки каждая из 1024 клеток обрабатывается как самостоятельное изображение, для которого вычисляется иерархическая сегментация по Мамфорду-Шаху [6, 11].

Далее, в одной из версий *SI*-метода, слияние смежных клеток продолжается до объединения в единственный сегмент. В результате рассчитывается полная бинарная иерархия сегментов изображения, которая фиксируется. В этом случае, операция *merge* при выполнении *SI*-метода ограничивается для каждого сегмента одним единственным вариантом, и получается приближение, показанное на рис.1 в левом нижнем углу.

В другой версии *SI*-метода допускаются любые варианты слияния смежных сегментов, представленных в приближении на текущем шаге вычислений. В этом случае, благодаря модификации иерархии сегментов получается приближение с меньшим значением  $\sigma$ , которое показано на рисунке 1 в правом нижнем углу.

Версия *SI*-метода с фиксированной иерархией сегментов заметно проигрывает версии с модифицируемой иерархией, как по значению  $\sigma$ , так и по зрительному восприятию, но пока выигрывает по скорости обработки, которая выполняется со скоростью более миллиона пикселей в секунду. Для обеих версий предусмотрено ускорение вычислений и улучшение качества результирующего приближения, которые будут реализовываться в последующих версиях *SI*-метода.

В случае исходного разбиения, порождаемого не зависящей от содержания изображения регулярной решеткой рисунка 1, оптимизированное *SI*-методом приближение подобно результату «первичной сегментации», получаемой на основе пирамидального алгоритма [15]. В *SI*-методе используется более общая иерархия сегментов, чем в версиях [15, 16] пирамидального подхода, которая адаптируется к изображению и позволяет повысить качество сегментации, а также компенсировать дефекты неэффективной или ошибочной сегментации (рисунок 2).

Пара верхних картин на рис. 2, на примере стандартного цветового изображения «Mandrill» из  $512 \times 512$  пикселей иллюстрирует *SI*-метод оптимизации приближения без искусственно внесенных искажений. Слева показано исходное изображение. Рядом справа показано его приближение 1024 сегментами, полученное в модели Мамфорда-Шаха [6, 11] и оптимизированное *SI*-методом в версии с модифици-

руемой иерархией сегментов. В нижнем ряду слева показано приближение стандартного изображения «Лена», для получения которого разбиение изображения «Mandrill» на 1024 сегмента заполнено средними значениями пикселей изображения «Лена», подсчитанными для тех же сегментов. В нижнем ряду справа на рис. 2 демонстрируется результат улучшения  $SI$ -методом «ошибочного» приближения изображения «Лена», вычисленного по разбиению изображения «Mandrill». Все приближения содержат по 1024 сегмента. Под приближениями выписаны соответствующие значения среднеквадратичного отклонения  $\sigma$ .

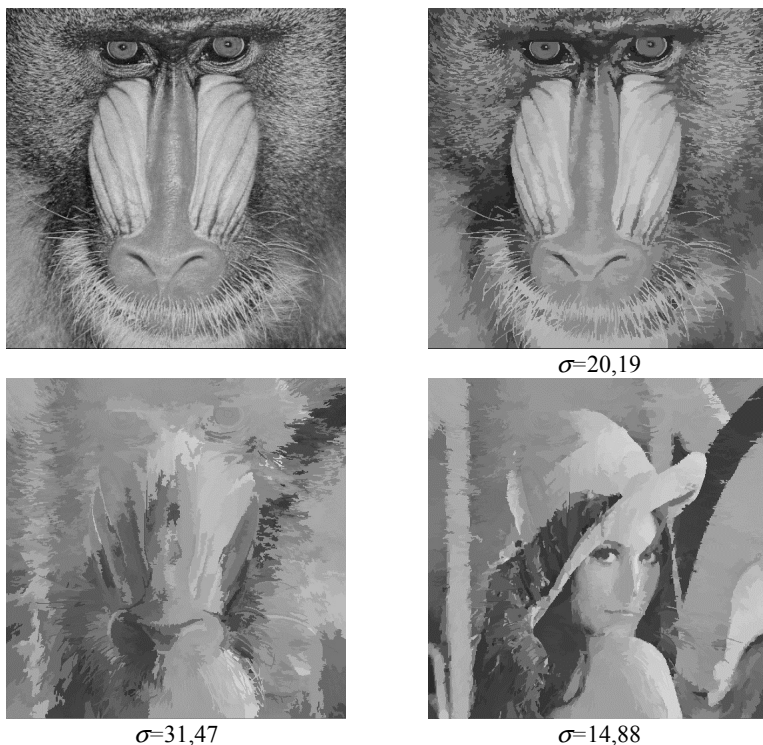


Рис. 2. Исправление приближения сегментированного изображения

Пара верхних картин на рисунке 2, на примере стандартного цветового изображения «Mandrill» из  $512 \times 512$  пикселей иллюстрирует  $SI$ -метод оптимизации приближения без искусственно внесенных искажений. Слева показано исходное изображение. Рядом справа показано его приближение 1024 сегментами, полученное в модели Мамфор-

да-Шаха [6, 11] и оптимизированное  $SI$ -методом в версии с модифицируемой иерархией сегментов. В нижнем ряду слева показано приближение стандартного изображения «Лена», для получения которого разбиение изображения «Mandrill» на 1024 сегмента заполнено средними значениями пикселей изображения «Лена», подсчитанными для тех же сегментов. В нижнем ряду справа на рис. 2 демонстрируется результат улучшения  $SI$ -методом «ошибочного» приближения изображения «Лена», вычисленного по разбиению изображения «Mandrill». Все приближения содержат по 1024 сегмента. Под приближениями выписаны соответствующие значения среднеквадратичного отклонения  $\sigma$ .

В верхнем ряду на рис. 2 левое изображение «Mandrill» и его приближение ограниченным числом сегментов справа визуально не просто отличить друг от друга благодаря минимизации среднеквадратичного отклонения  $\sigma$ , которая обеспечивается моделью Мамфорда-Шаха в сочетании с  $SI$ -методом.

В нижнем ряду на рис. 2 рассматриваемое в качестве исходного приближение изображения «Лена» слева, которое получено замещением значений пикселей приближения изображения «Mandrill» на средние значения пикселей изображения «Лена», искажено до неузнаваемости, отличается повышенным значением  $\sigma$  и не похоже ни на изображение «Лена», ни на изображение «Mandrill». Тем не менее, оцениваемое численно или визуально искажение приближения слева в значительной степени компенсируется в результате применения  $SI$ -метода, что иллюстрируется на рис. 2 оптимизированным приближением в правом нижнем углу.

Метод  $SI$  минимизации суммарной квадратичной ошибки  $E$  или среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  при заданном числе сегментов относится к *глобальным* методам формирования однородных по яркости сегментов по всему полю изображения. Особенностью метода является, то, что он выводится из необходимых условий минимизации целевого функционала, а не посредством эвристической редакции функционала и критериев выполнения операций, как, например, в [10, 17]. В отличие от  $SI$ -метода, *сегментарная* версия метода  $K$ -*meanless* с модификацией только пар смежных сегментов и сохранением общего числа сегментов относится к методам *локальной* минимизации приближения по участкам изображения. Судя по опыту первичного экспериментального исследования, эффект минимизации  $E$  или  $\sigma$  методом  $K$ -*meanless* уступает результатам применения  $SI$ -метода. Однако, пока не исследована эффективность применения метода  $K$ -*meanless* в комбинации с  $SI$ -методом. По всей видимости, реальная

оптимизация приближения изображения относительно предельного значения, которое достижимо при данном числе сегментов, обеспечивается применением нескольких независимых алгоритмов, которые возможно разработать, опираясь на *SI*-метод, метод *K-meanless* и др.

Основное преимущество использования *SI*-метода может заключаться в том, что он позволяет оптимизировать сегментацию изображения, полученную по любым другим алгоритмам, например, скоростным алгоритмам «перцептивного хеширования» [18]. Вероятно, оптимизированная сегментация может оказаться полезной также в задаче сжатия изображений. В процессе пилотного экспериментального исследования по компрессии получаемых *SI*-методом *квазиоптимальных* приближений обнаружилось, что наиболее эффективно они сжимаются системными программами унифицированного сжатия ZIP (таблица 1).

Таблица 1. Результаты сжатия приближения изображения

Формат	JPEG	PNG	ZIP
Тип компрессии	Lossy	Lossless	Lossless
Коэффициент сжатия	24,8	24,6	31,3
	15,1	10,6	16,5

В таблице 1 приведены коэффициенты сжатия при упаковке приближений изображения в трех форматах: JPEG (с потерями), PNG и ZIP (без потерь). В первой и второй строках графы «Коэффициент сжатия» перечислены значения коэффициента при сжатии приближений, размещенных в правых нижних углах на рис. 1 и на рис. 2, соответственно.

Если задачу сжатия с потерями разделять на минимизацию потерь и последующее сжатие без потерь, то возникает проблема с выбором эффективного формата сжатия без потерь. Как отражено в таблице 1, при оценке искажений изображения по  $E$  или  $\sigma$  и минимизации потерь за счет применения *SI*-метода, для сжатия квазиоптимальных приближений наиболее перспективным представляется унифицированный способ сжатия произвольных данных, реализованный в формате ZIP, который выигрывает по сравнению со специальными форматами сжатия изображений (PNG и др.), и в ряде случаев превосходит даже формат JPEG сжатия с потерями.

**5. Заключение.** В статье мы постарались изложить аналитические основы модели сегментации цифрового изображения [6] в традиционной постановке задачи, в которой на выходе требуется получить единственное разбиение изображения на сегменты. На самом деле, проблема сегментации ставится и решается в общей постановке по-

строения иерархической последовательности всех квазиоптимальных (близких к оптимальным) разбиений изображения на сегменты или кластеры пикселей, что оказывается немногим сложнее [6]. Детальное аналитическое обоснование и интерпретация обсуждаемых в статье методов проиллюстрированы наглядными примерами, поясняющими актуальность их внедрения в практику современной сегментации изображений. Тем не менее, следует иметь в виду, что скоростная реализация описанных решений предполагает использование эффективной структуры данных, поддерживающей иерархическую организацию кластеров пикселей и сегментов изображения без чрезмерных затрат памяти.

Судя по результатам многолетних исследований [6], подходящей структурой данных является структура данных на основе динамических деревьев Слейтора-Тарьяна [19, 20]. В настоящее время динамические деревья активно внедряются в практику обработки изображений, в основном за рубежом [21]. Аппарат динамических деревьев интенсивно развивается за счет того, что они дополняются циклами, которые в совокупности с деревьями задают для многомерных данных некоторую сеть, подобно интеллектуальной нейронной сети [22]. Однако на языках высокого уровня, типа Java, динамические деревья реализуются пока с недостаточным набором операций, в числе которых не предусмотрена, например, операция *divide*, что повышает трудоемкость реализации скоростных обратимых вычислений [23]. Структура данных и операции с множеством пикселей в терминах динамических деревьев (рис. 1, 2) разрабатываются на языке C/C++. По завершению разработки имеет смысл включить операции и базовые алгоритмы в инструментальные среды типа MATLAB и пр.

Другой трудностью, которая возникает при внедрении методов автоматической сегментации, является проблема «локализации объектов» [24]. Проблема состоит в том, что компьютер детектирует на изображении иерархию объектов в виде однородных по яркости участков изображения, а инженеру-программисту для обеспечения дальнейшей обработки требуется анализировать сгруппированные из однородных участков изображения «визуальные объекты», которые он видит на экране компьютера при *адекватной* сегментации изображения. При этом не желательно принуждать инженера вникать в детали формализации вычислений в терминах динамических деревьев.

Для преодоления указанной трудности необходимо создать человеко-машинный интерфейс для перевода извлеченных компьютером визуальных данных в видеоданные, привычные для человека. Подобная задача, в гораздо более общей постановке, решается как проблема

искусственного интеллекта (ИИ) в проекте PPAML (Probabilistic Programming for Advancing Machine Learning) [25] авторитетного американского агентства DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency). Проект PPAML начат в 2013 и закончится в 2017 г. В результате планируется разработать и разместить в открытом доступе программные средства, поддерживающие эффективное создание приложений ИИ силами рядовых инженеров-программистов.

Вполне вероятно, что при современных темпах развития компьютерного зрения сегментация цифровых изображений в ближайшие годы станет предметом разработки небольших групп профессиональных специалистов. Остальные будут пользоваться готовыми программами. Однако и в этом случае сохранит актуальность иллюстрированное аналитическое обоснование основных приемов первоначальной кластеризации пикселей и сегментации изображений, в частности, изложенных в настоящей статье.

### Литература

1. *Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д.* Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности // М.: Финансы и статистика. 1989. 607 с.
2. *Мандель И.Д.* Кластерный анализ // М.: Финансы и статистика. 1988. 176 с.
3. *Wang Z., Bovik A. C., Sheikh H. R., Simoncelli E. P.* Image quality assessment: From error visibility to structural similarity // IEEE Transactions on Image Processing, Apr. 2004. vol. 13. no. 4. pp. 600–612.
4. *Blasch E., Li X., Chen G., Li W.* Image Quality Assessment for Performance Evaluation of Image Fusion // Int. IEEE Conf. on Information Fusion. 2008. pp. 583–588.
5. *Redding N.J., Crisp D.J., Tang D.H., Newsam G.N.* An efficient algorithm for Mumford–Shah segmentation and its application to SAR imagery // Proc. Conf. Digital Image Computing Techniques and Applications (DICTA'99). 1999. pp. 35–41.
6. *Харинов М.В.* Обобщение трех подходов к оптимальной сегментации цифрового изображения // Труды СПИИРАН. 2013. Вып. 2(25). С. 294–316.
7. *Ward J.H., Jr.* Hierarchical grouping to optimize an objective function. // J. Am. Stat. Assoc. 1963. vol. 58. Issue 301. pp. 236–244.
8. *Mumford D., Shah J.* Boundary detection by minimizing functionals, I // Proc. IEEE Comput. Vision Patt. Recogn. Conf., San Francisco. 1985. pp. 22–26.
9. *Koepfler G., Lopez C., Morel J.* A Multiscale Algorithm for Image Segmentation by Variational Method // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1994. vol. 31. no 1. pp. 282–299.
10. *Crisp D.J., Tao T.C.* Fast Region Merging Algorithms for Image Segmentation // The 5th Asian Conf. on Computer Vision (ACCV2002). Melbourne. Australia. 2002. pp. 1–6.
11. *Бугаев А.С., Хельвас А.В.* Поискные исследования и разработка методов и средств анализа и автоматического распознавания потоковой информации в глобальных информационных системах. Шифр «Ляцкан». Отчет по НИР // М.: МФТИ. 2001. Т. 1. 140 с.
12. *Харинов М.В.* Альтернатива иерархическому методу Оцу для цветового изображения // Вестник Бурятского государственного университета. Улан-Удэ: Изд-во Бурятского госуниверситета. 2014. №9. С. 64–72.

13. *Dvoenko S.D.* Meanless  $k$ -means as  $k$ -meanless clustering with the bi-partial approach // Pattern Recognition and Information Processing (PRIP'2014) // Proc. of the 12th Int. Conf. Minsk. 2014. pp. 50–54.
14. *Jain A.K.* Data Clustering: 50 Years Beyond K–Means // Pattern Recognition Letters, vol. 31. no. 8. 2010. pp. 651–666.
15. *Чочиа П.А.* Пирамидальный алгоритм сегментации изображения // Информационные процессы. 2010. Т. 10. № 1. С. 23–35.
16. *Александров В.В., Горский Н.Д.* Представление и обработка изображений. Рекурсивный подход // Л.: Наука. 1985. 190 с.
17. *Marfil R., Sandoval F.* Energy-Based Perceptual Segmentation Using an Irregular Pyramid // Bio-Inspired Systems: Computational and Ambient Intelligence. Springer–Verlag: Berlin/Heidelberg. 2009. LNCS 5517. pp. 424–431.
18. *Гнидко К.О., Ломако А.Г., Жолус Р.Б.* Обнаружение визуальных контаминантов на основе вычисления перцептивного хэша // Труды СПИИРАН. 2015. Т. 2. № 39. С. 193–211.
19. *Tarjan R.E.* Efficiency of a Good But Not Linear Set Union Algorithm // Journal of the ACM. 1975. vol. 22 (2). pp. 215–225.
20. *Sleator D.D., Tarjan R.E.* Self–Adjusting Binary Search Trees // Journal of the ACM. 1985. vol. 32 (3). pp. 652–686.
21. *Nock R., Nielsen F.* Statistical Region Merging // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 2004. vol. 26(11). pp. 1452–1458.
22. *Осипов В.Ю.* Аналоговые ассоциативные интеллектуальные системы // Труды СПИИРАН. 2013. Т. 7. № 30. С. 141–155.
23. *Toffoli T.* Reversible computing // Springer Berlin Heidelberg. 1980. pp. 632–644.
24. *Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю.* Проблемы технического зрения в современных авиационных системах // Механика, управление и информатика. 2011. №6. С. 11–44.
25. Probabilistic Programming for Advancing Machine Learning (PPALM). URL: [http://www.darpa.mil/our\\_work/i2o/programs/probabilistic\\_programming\\_for\\_advanced\\_machine\\_learning\\_\(ppalm\).aspx](http://www.darpa.mil/our_work/i2o/programs/probabilistic_programming_for_advanced_machine_learning_(ppalm).aspx) (дата обращения: 2015-04-24).

## References

1. *Aivazian S.A., Bukhshtaber V.M., Eniukov I.S., Meshalkin L.D.* *Prikladnaia statistika: Klassifikatsiia i snizhenie razmernosti* [Applied Statistics: Classification and dimension reduction]. М.: Finansy i statistika. 1989. 607 p. (In Russ.)
2. *Mandel' I.D.* *Klasternyi analiz* [Cluster analysis]. М.: Finansy i statistika. 1988. 176 p. (In Russ.)
3. *Wang Z., Bovik A. C., Sheikh H. R., Simoncelli E. P.* Image quality assessment: From error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2004. vol. 13. no. 4. pp. 600–612.
4. *Blasch E., Li X., Chen G., Li W.* Image Quality Assessment for Performance Evaluation of Image Fusion. Int. IEEE Conf. on Information Fusion. 2008. pp. 583–588.
5. *Redding N.J., Crisp D.J., Tang D.H., Newsam G.N.* An efficient algorithm for Mumford–Shah segmentation and its application to SAR imagery. Proc. Conf. Digital Image Computing Techniques and Applications (DICTA'99). 1999. pp. 35–41.
6. *Kharinov M.V.* [A generalization of three approaches to an optimal segmentation of digital Image]. *Trudy SPIIRAN - SPIIRAS Proceedings*. 2013. vol. 25. no. 2. pp. 294–316. (In Russ.)
7. *Ward J.H., Jr.* Hierarchical grouping to optimize an objective function. *J. Am. Stat. Assoc.* 1963. vol. 58. Issue 301. pp. 236–244.



8. Mumford D., Shah J. Boundary detection by minimizing functionals. I. Proceedings of IEEE Computer. Vision Pattern. Recognition Conference. San Francisco. 1985. pp. 22–26.
9. Koepfler G., Lopez C., Morel J. A Multiscale Algorithm for Image Segmentation by Variational Method. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 1994. vol. 31. no. 1. pp. 282–299.
10. Crisp D.J., Tao T.C. Fast Region Merging Algorithms for Image Segmentation. The 5th Asian Conference on Computer Vision (ACCV2002). Melbourne. Australia. 2002. pp. 1–6.
11. Bugaev A.C., Khel'vas A.V. *Poiskovye issledovaniia i razrabotka metodov i sredstv analiza i avtomaticheskogo raspoznavaniia potokovoi informatsii v global'nykh informatsionnykh sistemakh. Shifr «Latskan». Otchet po NIR* [Exploratory research and development of methods and tools for analysis and automatic recognition of streaming media in global information systems. Code "Lapel". R&D Report]. Moscow: MIPT. 2001. vol. 1. 140 p. (In Russ.).
12. Kharinov M.V. [An alternative to hierarchical Otsu method for color image]. *Vestnik Buriatskogo gosudarstvennogo universiteta – Bulletin of the Buryat State University*. Ulan-Ude: 2014. no. 9, pp. 64–72. (In Russ.).
13. Dvoenko S.D. Meanless  $k$ -means as  $k$ -meanless clustering with the bi-partial approach. Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition and Information (PRIP'2014). Minsk. 2014. pp. 50–54.
14. Jain A.K. Data Clustering: 50 Years Beyond K–Means. *Pattern Recognition Letters*. 2010. vol. 31. no. 8. pp. 651–666.
15. Chochia P.A. [Pyramidal algorithm of image segmentation]. *Informacionnye processy – Informational processes*. 2010. vol. 10. no. 1. pp. 23–35. (In Russ.).
16. Aleksandrov V.V., Gorskii N.D. *Predstavlenie i obrabotka izobrazhenii. Rekursivnyi podkhod* [Representation and image processing. Recursive approach]. L.: Nauka. 1985. 190 p. (In Russ.).
17. Marfil R., Sandoval F. Energy-Based Perceptual Segmentation Using an Irregular Pyramid. *Bio-Inspired Systems: Computational and Ambient Intelligence*. Springer-Verlag: Berlin/Heidelberg. 2009. LNCS 5517. pp. 424–431.
18. Gnidko K.O., Lomako A.G., Zholus R.B. [Detection of Visual Contaminants on the Basis of Perceptual Hash Calculation]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2015. vol. 2. no. 39. pp. 193–211. (In Russ.).
19. Tarjan R.E. Efficiency of a Good But Not Linear Set Union Algorithm. *Journal of the ACM*. 1975. vol. 22. no. 2. pp. 215–225.
20. Sleator D.D., Tarjan R.E. Self-Adjusting Binary Search Trees. *Journal of the ACM*. 1985. vol. 32 no. 3. pp. 652–686.
21. Nock R., Nielsen F. Statistical Region Merging. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 2004. vol. 26 no. 11. pp. 1452–1458.
22. Osipov V.Iu. [Analog associative intelligent systems] *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2013. vol. 7. no. 30. pp. 141–155. (In Russ.).
23. Toffoli T. *Reversible computing*. Springer Berlin Heidelberg. 1980. pp. 632–644.
24. Vizil'ter Iu.V., Zheltov S.Iu. [Vision technical problems of modern aircraft systems]. *Mekhanika, upravlenie i informatika – Mechanics, control and informatics*. 2011. no. 6. pp. 11–44. (In Russ.).
25. Probabilistic Programming for Advancing Machine Learning (PPALM). Available at: [http://www.darpa.mil/our\\_work/i2o/programs/probabilistic\\_programming\\_for\\_advanc ed\\_machine\\_learning\\_\(ppalm\).aspx](http://www.darpa.mil/our_work/i2o/programs/probabilistic_programming_for_advanc ed_machine_learning_(ppalm).aspx) (accessed 2015-04-24).

**Харинов Михаил Вячеславович** — к-т техн. наук, доцент, старший научный сотрудник лаборатории прикладной информатики и проблем информатизации общества,

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: анализ цифровой информации, количественная оценка, система числового представления, иерархические структуры данных, сегментация и инвариантное представление изображений для распознавания, цветовое преобразование изображений. Число научных публикаций — 140. [khar@iias.spb.su](mailto:khar@iias.spb.su), <http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=user:Khar>; 14-я линия В.О., д. 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7(812)328-1910, Факс: (812)328-4450.

**Kharinov Mikhail Vyacheslavovich** — Ph.D., associate professor, senior researcher of applied informatics and problems of society informatization laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: digital information analysis, information quantity estimation, numerical representation system, hierarchical data structures, image segmentation and invariant representation for recognition purposes, color transformations of images. The number of publications — 140. [khar@iias.spb.su](mailto:khar@iias.spb.su), <http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=user:Khar>; 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7(812)328-1910, Fax: (812)3284450.

**Ханьков Игорь Георгиевич** — аспирант лаборатории прикладной информатики и проблем информатизации общества, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН). Область научных интересов: техническая диагностика, теория систем автоматического управления, компьютерное моделирование динамических систем, компьютерное зрение, задачи выделения объектов на изображении. Число научных публикаций — 8. [igk@iias.spb.su](mailto:igk@iias.spb.su); 14-я линия В.О., д. 39, Санкт-Петербург, 199178; р.т.: +7(812)328-1919, Факс: +7(812)328-4450.

**Khanykov Igor Georgievich** — Ph.D. student of applied informatics and problems of society informatization laboratory, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of Russian Academy of Sciences (SPIIRAS). Research interests: technical diagnostics, automatic control systems theory, computer modeling of dynamic systems, computer vision, object isolation. The number of publications — 8. [igk@iias.spb.su](mailto:igk@iias.spb.su); 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone: +7(812)328-1919, Fax: +7(812)328-4450.

## РЕФЕРАТ

### *Харинов М.В., Ханьков И.Г.* **Оптимизация кусочно-постоянного приближения сегментированного изображения.**

В статье рассматривается сегментация цифрового изображения, трактуемая как стадия автоматической обработки без использования управляющих параметров, которая обеспечивает предварительное обнаружение вложенных изображений объектов для последующего анализа признаков и распознавания. Под «объектами» понимаются вложенные изображения, на которые разбивается исходное изображение из условия минимизации суммарной квадратичной ошибки  $E$  или среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  исходного изображения от своего кусочно-постоянного приближения с усредненными значениями пикселей. Объект могут образовывать как пиксели единственного связного сегмента, так и пиксели нескольких несмежных сегментов, которые, в этом случае именуется *кластером* пикселей. Термины «объект», «изображение» и «кластер пикселей», в частности, «сегмент изображения» не противопоставляются друг другу, а употребляются как своеобразные синонимы для обозначения определенных подмножеств многомерных пикселей цветового или спектрального изображения. Представление объекта как «изображения в изображении» предполагает иерархическую организацию объектов, которая рассчитывается посредством квартета перечисляемых в статье базовых операций: а) слияния пар кластеров или сегментов; б) обратного разделение кластера (сегмента) надвое; в) выделения подмножества пикселей в самостоятельный кластер; г) реклассификации подмножества пикселей из одного кластера или сегмента в другой. В качестве результата сегментации рассматривается иерархическая последовательность квазиоптимальных разбиений и соответствующих приближений изображения одним, двумя, ... ,  $N$  кластерами или сегментами, где  $N$  — число пикселей в изображении. *Квазиоптимальными* считаются приближения, которые состоят из ограниченного числа сегментов, аппроксимируют, вообще говоря, неиерархическую последовательность оптимальных приближений изображения и строятся посредством базовых операций из условия минимизации  $E$  или  $\sigma$  либо при изменении на 1 числа кластеров, в частности, сегментов, либо при неизменном числе кластеров. Для практики наиболее актуальна традиционная задача оптимизации приближения изображения при заданном числе сегментов, решение которой детализируется в статье. Предлагается метод, который наряду с визуальным улучшением, обеспечивает улучшение приближения по  $E$  или  $\sigma$ , и применим для коррекции результатов других методов, в том числе для компенсации ошибочной сегментации.

В статье, во введении затрагивается тема адекватной оценки качества сегментации, в основной части дается аналитическое обоснование и интерпретация современных методов минимизации  $E$  или  $\sigma$  с позиций классического кластерного анализа, которая иллюстрируется примерами обработки. В заключении обсуждаются перспективы внедрения представленных методов.

## SUMMARY

### *Khariniv M.V., Khanykov I.G.* **Optimization of Piecewise Constant Approximation for Segmented Image.**

The paper addresses to digital image segmentation, interpreted as a stage of fully automatic processing without using any control parameters, which provides a pre-detection of sub-images of objects for subsequent feature analysis and image recognition. «Objects» are treated as nested images, obtained by dividing the original image into sub-images, from the condition of a minimization of the total squared error  $E$  or standard deviation  $\sigma$  of the original image from its piecewise constant approximation of the average pixel values. The object may contain a single connected segment or consist of several non-connected segments, which in this case are referred to as the clusters of pixels. The terms «object», «image» and «cluster of pixels», in particular, «image segments» are not opposed to each other, and are used as the synonyms to designate the certain subsets of multidimensional pixels of color or multispectral image. Representation of objects as «sub-images in the image» implies their hierarchical structure, which is generated by the quartet of basic operations presented in the paper, namely: a) merging of pairs of clusters or segments; b) reversive splitting of the cluster or segment into two ones; c) converting of a certain subset of pixels into a separate cluster; g) reclassification of subset of pixels from one cluster or segment into another. Target segmentation result is a quasi-optimal hierarchical sequence of image partitions and a sequence of corresponding approximations consisting of one, two, ...,  $N$  clusters or segments where  $N$  is total number of pixels in the image. The approximations are considered quasi-optimal, if they contain a limited number of segments and majorize in general case non-hierarchical sequence of optimal image approximations. These quasi-optimal approximations are obtained by minimizing of  $E$  or  $\sigma$  using basing operations that cause either the change in the cluster or segment number per unit either unchanged cluster or segment number. In practice, the conventional optimization problem for a given number of segments in source and also in enhanced approximations is most relevant. Solution of this problem is detailed in the paper. The proposed method provides the approximation improvement by the value of  $E$  or  $\sigma$  along with their visual improvement. It turns out, that our method is applicable not only to correct the results of other methods, but also to compensate of incorrect segmentation.

In the introduction to the paper the problem of adequate segmentation is revised. In it's main part the analytical justification and interpretation of modern methods for minimizing of the total squared error  $E$  or standard deviation  $\sigma$  are explained from the standpoint of classical cluster analysis followed by illustrative examples. In the conclusion the prospects for the implementation of presented methods are briefly outlined.