УДК 510.2; 510.6:004.8:007.3

Д.Н. Бирюков, Ю.Г. Ростовцев

ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ НЕПРОТИВОРЕЧИВОЙ ТЕОРИИ СИНТЕЗА СЦЕНАРИЕВ УПРЕЖДАЮЩЕГО ПОВЕДЕНИЯ В КОНФЛИКТЕ

Бирюков Д.Н., Ростовцев Ю.Г. **Подход к построению непротиворечивой теории синтеза сценариев упреждающего поведения в конфликте.**

Аннотация. В статье предложен подход к построению непротиворечивой теории синтеза сценариев упреждающего поведения в конфликте. Приведены доказательства непротиворечивости, разрешимости и модельной полноты теории частично упорядоченных гироматов с поуровневой координацией.

Ключевые слова: гиромат, интеллектуальная система, непротиворечивость, теорема Геделя.

Biryukov D.N., Rostovtsev Y.G. **Approach to Creation of the Consistent Theory of Synthesis Scenarios of Anticipatory Behavior in the Conflict.**

Abstract. In article approach to creation of the consistent theory of synthesis of scenarios of anticipatory behavior in the conflict is offered. Proofs of consistency, resolvability and model completeness of the theory of partially ordered giromats with tiered coordination are represented.

Keywords: gyromat, intellectual system, cybersystem, consistency, Gödel's theorem.

1. Введение. Проведенные исследования, связанные с вопросами проектирования системы, призванной обеспечить информационную безопасность защищаемой критической информационной инфраструктуры (КИИ) и способной синтезировать сценарии упреждающего поведения в условиях конфликта, показали, что такая киберсистема должна быть представлена в виде самоорганизующейся интеллектуальной многоагентной системы, важная роль в которой отводится памяти и механизмам работы с нею. Кроме того, определено, что данную киберсистему можно представить в виде совокупности совместно функционирующих гироматов, которая в свою очередь также может рассматриваться как гиромат. Следовательно, возникает вопрос, связанный с организацией взаимодействия между гироматами, составляющими саму киберсистему, а точнее с обработкой знаний, представленных в ее памяти (в “информационных средах” [1] гироматов; следует напомнить, что информационную среду интеллектуальной системы составляют база фактов и база знаний [1]). С одной стороны теорию, заложенную в основу проектируемой киберсистемы, хотелось бы сделать полной, но с другой стороны, хорошо известно (см. теорему Геделя о неполноте [2–4]), что в этом случае система станет противоречивой. Ввиду этого видится необходимым более подробно рассмотреть вопрос, связанный с построением непротиворечивой и модельно полной теории интеллектуальной системы порождения сценариев упреждающего поведения в конфликте.

2. Синтаксическая и семантическая версии теоремы Геделя о неполноте. Теорема Геделя о неполноте имеет две версии – синтаксическую (объявленную и доказанную самим Геделем [5, 6]) и семантическую (чаще всего фигурирующую в популярных рассуждениях о данной Теореме). Семантическая версия исходит из того, что некоторые выражения языка выражают осмысленные утверждения, являющиеся истинными или ложными, и состоит в том, что существует истинная, но не доказуемая формула языка. Этот эффект называется семантической неполнотой. Таким образом, семантическая версия опирается на выделение из множества всех формул подмножества истинных формул.

Синтаксическая версия не опирается на то, что какие бы то ни было выражения языка имеют какой-то смысл, она смотрит на выражения как на синтаксические конструкции, то есть как на цепочки символов, организованные по определенным правилам [4], и состоит в том, что существует закрытая формула, которую нельзя ни доказать, ни опровергнуть (опровергнуть – означает доказать отрицание). Этот эффект называется синтаксической, или дедуктивной, неполнотой. Дедуктивная неполнота может иметь место лишь при условии синтаксической непротиворечивости (она же дедуктивная непротиворечивость) языка, означающей невозможность того, чтобы какая-либо формула была доказуема вместе со своим отрицанием: в противоречивом языке любая формула является доказуемой (в силу законов логики высказываний, каковые предполагаются действующими). Эффект, противоположный синтаксической неполноте и состоящий в том, что любая закрытая формула либо доказуема сама, либо имеет доказуемое отрицание, называется синтаксической, или дедуктивной, полнотой [3].

Используя понятия «непротиворечивость», «полнота» и другие понятия, опирающиеся на понятие доказуемости, в применении к языку, очень часто допускается то, что Бурбаки называет вольностью речи (abus delanguage). Дело в том, что в логико-математическом обиходе языком принято называть чисто синтаксическую конструкцию, позволяющую из всех слов в заданном алфавите выделять правильно построенные выражения (имена, переменные, термы, формулы и т.п.) и указывать правила обращения с ними. Язык, наделенный семантикой, – это уже объект другого рода, который можно называть интерпретированным языком. Язык плюс дедуктика – это объект еще одного рода, который принято называть теорией. Только к теориям применимы понятия, связанные с доказуемостью [3]. Обычно при этом термин «теория» применяют лишь в тех случаях, когда применяемая в рассматриваемом языке система формальных доказательств такова, что вмещает в себя все законы предикатной логики (в том числе законы логики высказываний). Если же язык снабжен и семантикой, и дедуктикой, его следует, по-видимому, называть интерпретированной теорией [2].

Таким образом, следует различать четыре категории объектов: языки, интерпретированные языки, теории и интерпретированные теории. Однако, если нет опасения путаницы, всех их можно называть просто языками, имея в виду, что точное значение термина язык в каждом конкретном случае понятно из контекста. Так, когда говорят о семантической версии теоремы Геделя, термином язык обозначается интерпретированная теория, а когда говорят о синтаксической версии этим термином обозначается теория [2]. Далее, ввиду выше указанного, предлагается использовать как термин “интерпретированная теория”, так и просто “теория”, так как при манипулировании знаниями “Решатель задач” [1] не оперирует семантикой, а применяет те правила вывода новых знаний к имеющимся знаниям, которые ему доступны (естественно, что сами правила вывода должны составляться с учетом семантики).

Разумеется, обе версии теоремы о неполноте предполагают выполнение некоторых естественных ограничений, налагаемых как на рассматриваемый язык, так и на систему формальных доказательств. Среди таких ограничений центральное место занимает предположение о непротиворечивости языка (теории). Для семантической версии нужна семантическая непротиворечивость, означающая, что никакое ложное утверждение не может быть доказуемым. Для синтаксической версии нужна синтаксическая непротиворечивость, означающая невозможность того, чтобы одновременно оказались бы доказуемыми и какое-то выражение и его отрицание.

Таким образом, можно следующим образом сформулировать синтаксическую версию теоремы Геделя о неполноте [3]: при определенных условиях, накладываемых на аксиомы и правила вывода, существует такое утверждение (формулируемое в рамках той же теории, что и аксиомы), что ни оно, ни его отрицание не выводимы из указанных аксиом по указанным правилам.

Важно подчеркнуть, что [2]:

– во-первых, и аксиомы, и утверждения, о которых говорится выше в теореме, представляют собой так называемые «формулы», т.е. просто комбинации знаков, или букв, образованные согласно некоторым принятым «правилам образования»;

– во-вторых, сами понятия «утверждение» и «отрицание утверждения» определены также совершенно формально как комбинации знаков, имеющие определенное строение (без ссылки на то, что эти комбинации на самом деле что-то утверждают или отрицают);

– в-третьих, правила вывода формулируются чисто комбинаторно в виде разрешенных преобразований одних цепочек знаков в другие;

– в-четвертых, таким же «внешним», комбинаторным образом формулируются и условия, накладываемые в рассматриваемой теореме на аксиомы и правила вывода.

Следовательно, вся теория имеет чисто комбинаторный характер, нигде не происходит апелляции к смыслу рассматриваемых знаков и знакосочетаний. Такая апелляция, разумеется, должна играть решающую роль при выборе тех или иных аксиом, правил преобразования и т. п., но ее нет в окончательных формулировках.

Именно, исходя из данных позиций, далее и будет рассматриваться теорема Геделя о неполноте и порядок ее доказательства применительно к проектируемой интеллектуальной системе.

И семантическая, и синтаксическая формулировки теоремы Геделя начинаются с презумпции, что формализованный язык рассматривается вместе с произвольной, но фиксированной системой формальных доказательств (т.е. с произвольной, но фиксированной дедуктикой). И когда говорится о доказуемости, подразумевается доказуемость относительно этой дедуктики [3] над конкретным алфавитом.

Пусть:

– $Б$ – алфавит языка ($Б^{\infty}$ – множество всех слов в алфавите, в множестве $Б^{\infty}$ обычно задается подмножество T , называемое множеством «*истинных утверждений*», пару $\langle Б, T \rangle$ – называют *фундаментальной парой*).

Следуя А. А. Маркову [7], под *алфавитом* понимается конечный список элементарных (т. е. считающихся не членимыми далее) знаков, называемых *буквами* этого алфавита. Конечная цепочка следующих друг за другом букв некоторого алфавита называется *словом* в этом алфавите.

– $Д$ – алфавит доказательств, т.е. будучи записанным, доказательство D становится словом в некотором алфавите $Д$; все доказательства образуют некую совокупность в $Д^{\infty}$; предполагается наличие алгоритма, позволяющего по произвольному слову в алфавите $Д$ узнавать, принадлежит оно D или нет.

– δ – *функция выделения доказанного,* у которой область определения Δ удовлетворяет соотношению $D \subseteq \Delta \subseteq Д^{\infty}$ и которая принимает свои значения в $Б^{\infty}$; предполагается наличие алгоритма, вычисляющего эту функцию; доказательство d из D называется доказательством слова $\delta(d)$.

Тройку $\langle Д, D, \delta \rangle$ и называют [3] *дедуктикой* над алфавитом $Б$.

Регулярный способ задания дедуктики охватывает обычные приемы задания понятия доказательства посредством «аксиом» и «правил вывода».

Теперь, опираясь на понятие дедуктики можно сформулировать понятие непротиворечивости, полноты, а также перефразировать саму теорему Геделя о неполноте.

*Непротиворечивость***.** Естественно потребовать, чтобы доказуемыми были лишь «истинные утверждения», т. е. слова, принадлежащие множеству *Т.* Дедуктику $\langle Д, D, \delta \rangle$ называют *непротиворечивой относительно* (или *для)* фундаментальной пары $\langle Б, T \rangle$*,* коль скоро $\delta(D) \subseteq T$ (т.е. непротиворечивая дедуктика "порождает" только "истинные утверждения").

Очевидно, что если имеется язык, то представляется весьма заманчивым найти такую непротиворечивую дедуктику, в которой каждое истинное утверждение было бы доказуемым. Теорема Геделя именно и утверждает, что при определенных условиях, налагаемых на фундаментальную пару, этого сделать нельзя.

*Полнота***.** Дедуктику $\langle Д, D, \delta \rangle$ называют *полной относительно* (или *для)* фундаментальной пары $\langle Б, T \rangle$, коль скоро $\delta(D) \supseteq T$.

Формулировка рассматриваемой теоремы Геделя приобретает такой вид [3]: *при определенных условиях, налагаемых на фундаментальную пару* $\langle Б, T \rangle$ *не существует дедуктики над* $Б$*, полной и непротиворечивой относительно* $\langle Б, T \rangle$.

Прежде чем приступить к рассмотрению роли указанной теоремы в вопросе организации архитектуры интеллектуальной системы порождения сценариев упреждающего поведения в конфликте, следует дополнительно обратить внимание на то, что необходимо наличие «определенных условий» для того, чтобы теория не могла быть одновременно и полной и непротиворечивой. Таким образом, необходимо определить имеют ли место эти "определенные условия" в проектируемой системе. Для того, чтобы это определить, предлагается доказать теорему Геделя о неполноте применительно к теории, реализуемой в проектируемой интеллектуальной системе. При этом следует помнить о том, что киберсистема должна быть способной обучаться на примерах из других предметных областей (биосфера, политика, военное искусство и т.п.), а следовательно, ее память (“Информационная среда” [1]) должна содержать описание процессов (спецификации) из этих областей.

3. Непротиворечивость теории частично упорядоченных гироматов в условиях поуровневой координации. Безусловно желательно, чтобы теория, положенная в основу интеллектуальной системы порождения сценариев упреждающего поведения в конфликте, была непротиворечивой и обладала полнотой (модельной полнотой). Однако, исходя из вышерассмотренных положений теоремы Геделя о неполноте, можно сделать вывод, что это далеко не всегда возможно.

Докажем, что теория, заложенная в основу интеллектуальной многоагентной системы гироматов, взаимодействующих через изменение переменных и их значений в глобальной памяти, противоречива, либо неполна.

Доказательство предлагается осуществлять, основываясь на существовании неотделимых перечислимых множеств [2,8,4,9]. Фиксировав произвольную пару неотделимых перечислимых множеств и предположив синтаксическую полноту языка (теории), для каждого из указанных неотделимых множеств попытаемся найти такое перечислимое надмножество, чтобы эти надмножества оказались взаимно дополнительны. Тогда каждое из них будет, во-первых, разрешимым, а во-вторых, будет отделять исходные неотделимые множества, что невозможно.

На начальном этапе необходимо доказать возможность существование в памяти интеллектуальной системы (гиромата) перечислимых неотделимых множеств. Для этого сформулируем и докажем соответствующую теорему.

Теорема 1. В памяти гиромата могут существовать два непересекающихся перечислимых множества имен (спецификаций программ), которые не отделяются никаким разрешимым множеством [8] (иными словами: существует пара перечислимых неотделимых множеств).

Под гироматом следует понимать совокупность абстрактных программ, связанных по управлению через глобальную память и списки формальных параметров, именующих входные и выходные переменные.

Пояснения:

Определение. В теории множеств, теории алгоритмов и математической логике *перечислимое множество* – множество конструктивных объектов (например, натуральных чисел), все элементы которого могут быть получены с помощью некоторого алгоритма [10].

Объединение и пересечение перечислимых множеств перечислимы. *Всякое конечное множество перечислимо*. Если перечислимое множество бесконечно, то его можно перечислить (то есть расположить в вычислимую последовательность) без повторений [2].

Определение. Говорят, что множество U *отделяет* множество A от множества B, если $A \subset U$ и $B \cap U = \varnothing$. В случае, если все рассматриваемые множества являются подмножеством некоторого универсума, то дополнение к U будет отделять множество B от множества A [2].

Определение. Два множества называются *отделимыми*, коль скоро существует отделяющее одно от другого разрешимое множество. Если множества не пересекаются и не являются отделимыми, они называются *неотделимыми*.

Определение. Разрешимое множество – множество конструктивных *объектов* какого-либо фиксированного типа, допускающее проверку принадлежности к нему его элементов при помощи алгоритма [11].

Доказательство Теоремы 1:

1. Все программы вычислимых функций (“спецификации процессов”/“программы на формальном языке”), представленные в виде имен в Базе Знаний гиромата, а также вычислимые функции, описывающие функционирование самого гиромата, можно эффективно перенумеровать $p_0, p_1, p_2 \ldots$, тогда $P = \langle p_0, p_1, p_2 \ldots, p_n \rangle$ – упорядоченное множество всех спецификаций.

Пояснения:

Определение. Функция *f* с натуральными аргументами и значениями называется *вычислимой* [8], если существует алгоритм, ее вычисляющий, то есть такой алгоритм *A*, что:

– если *f(n)* определено для некоторого натурального *n*, то алгоритм *A* останавливается на входе *n* и печатает *f(n)*;

– если *f(n)* не определено, то алгоритм *A* не останавливается на входе *n*.

2. Существует универсальная функция $\Phi(p, x)$, которая применяет конкретную p-ю программу, реализующую вычислимую

функцию f к аргументу x, тогда очевидно, что $f(x) \simeq \Phi(p,x)$.

Пояснения:

Определение. Вычислимая функция $\Phi : N \times N \to N$ называется *универсальной*, если она в некотором смысле содержит в себе все вычислимые функции от одной переменной, т.е., если, например, для всякой вычислимой функции f из N в N существует такое число n, что для всякого x имеет место условное равенство: $f(x) \simeq \Phi(n,x)$, где знак “$\simeq$” в условном равенстве обозначает, что если обе части определены, то они равны.

В качестве n достаточно взять номер программы, вычисляющей f.

Интерпретация $\Phi(n,x)$:

- бери n;
- бери n-ю программу, вычисляющую f;
- вычисляй ее, применяя ее к x, результат и есть $\Phi(n,x)$.

3. <u>Лемма</u>**.**

Лемма 1. Существует такая вычислимая функция, которая принимает значения *0* и *1* и не имеет всюду определенного вычислимого продолжения.

Пояснения:

Существует Теорема. Существует вычислимая функция, которая не имеет всюду определенного продолжения [8,12].

Доказательство Леммы 1:

Гиромат является программой (совокупностью программ), одной из основных способностей которой является способность изменять под влиянием входных данных, регистрируемых через систему сенсоров, себя и свою семиотическую модель мира, представленную через переменные и их значения в глобальной памяти (см. замечание к Теореме 1).

1) Обозначим через $\Phi(n,(n+in))$ функцию изменения гиромата под воздействием входных данных (in) и исходя из текущего состояния и способностей гиромата (n); под n следует понимать гиромат как программу (вычислимую функцию) в конкретный момент времени.

2) $F\left[\Phi(n,(n+in))\right] = F[z]$ – функция оценивания, обнаруживающая “Задачу” (возможную атаку); если атака (подготовка к атаке) обнаружена, то $F[z]=1$, иначе $F[z]=0$.

3) Пусть $\psi(n,in)=1-F\left[\Phi(n,(n+in))\right]$ – функция, определяющая необходимость реакции киберсистемы, если $\psi(n,in)=0$, то реакция необходима, иначе ($\psi(n,in)=1$) – нет.

4) Исходя из (2) и (3) очевидно, что $1-F[z]\neq z$.

Функция $\psi(n,in)$ и является функцией, принимающей значение 0 или 1 и не имеющей всюду определенного вычислимого продолжения.

Доказательство этого строится от противного:

5) Зафиксируем входные данные, т.е. $in=\overline{in}$, где $\overline{in}$ – конкретное значение, регистрируемое через систему сенсоров киберсистемы в конкретный момент времени (на определенном этапе эволюции гиромата); после того, как in зафиксировано, его можно вовсе отбросить и перейти к функциям от одной переменной, но для сохранения наглядности того факта, что гиромат изменяет свое состояние в зависимости от его текущего состояния и поступающих данных, параметр $\overline{in}$ будет оставлен.

6) Пусть $f\left(n,\overline{in}\right)$ вычислимая всюду определенная функция, продолжающая $\psi\left(n,\overline{in}\right)$.

7) $f\left(n,\overline{in}\right)\simeq\Phi\left(p,\left(n+\overline{in}\right)\right)$ при некотором конкретном $p\in P$, конкретном $\overline{in}$ и всех n – в силу универсальности Φ.

8) Поскольку $f\left(n,\overline{in}\right)$ всюду определена, то $f\left(p,\overline{in}\right)=\Phi\left(p,\left(p+\overline{in}\right)\right)$.

9) Так как $f\left(n,\overline{in}\right)$ продолжение $\psi\left(n,\overline{in}\right)$, то $f\left(p,\overline{in}\right)=\psi\left(p,\overline{in}\right)$, $\psi\left(p,\overline{in}\right)=1-F\left[\Phi\left(p,\left(p+\overline{in}\right)\right)\right]$, а следовательно $f\left(p,\overline{in}\right)=1-F\left[\Phi\left(p,\left(p+\overline{in}\right)\right)\right]$.

10) Тогда в силу (8) и (9) можно записать: $1-F\left[\Phi\left(p,\left(p+\overline{in}\right)\right)\right]=\Phi\left(p,p+\overline{in}\right)$, что, учитывая (4), не является верным, т.е. приходим к противоречию.

$\triangle$ *Лемма 1.*

4. Существуют неотделимые перечислимые множества.

Пусть:

$$A = \{ n \mid \varphi(n) = 0 \},$$

$$B = \{ n \mid \varphi(n) = 1 \},$$

где $\varphi(n)$ – функция, удовлетворяющая условиям предыдущего пункта.

A и *B* требуемая пара множеств.

Во-первых, они перечислимы (так как они полные прообразы перечислимых множеств, а именно: одно – полный прообраз нуля, а другое – полный прообраз единицы; иными словами, если функция вычислима, то множество, на котором она равна *0*, можно перечислить, и множество, на котором она равна *1*, тоже можно перечислить).

Пояснения:

Определение. Пусть *f* – частичная функция с натуральными аргументами и значениями. *Образ* множества *A* при *f* определяется как множество всех чисел *f(n)*, для которых $n \in A$ и *f(n)* определено. *Прообраз* множества *A* при *f* определяется как множество всех тех *n*, при которых *f(n)* определено и принадлежит *A* [8].

Теорема. Прообраз и образ перечислимого множества при вычислимой функции перечислимы [8].

Во-вторых, они неотделимы. Их отделимость означала бы, что существуют такие взаимно дополнительные разрешимые $\overline{A}$ и $\overline{B}$, что $A \subset \overline{A}$ и $B \subset \overline{B}$, но тогда функция равная нулю на $\overline{A}$ и единице на $\overline{B}$, была бы вычислимым всюду определимым продолжением для φ, что невозможно ввиду доказанной леммы.

▲ *Теорема 1.*

Далее пара неотделимых перечислимых множеств, существование которых доказано в теореме 1, может служить инструментом для доказательства синтаксической версии теоремы Геделя.

Теорема 2. Непротиворечивая теория гироматов, взаимодействующих через изменение переменных глобальной памяти, неполна.

Доказательство Теоремы 2:

1. Теорию предполагаем полной (т.е. для любой формулы либо она доказуема, либо ее отрицание доказуемо).

2. Пусть (A, B) – пара неотделимых перечислимых множеств (см. теорему 1).

3. Рассмотрим функцию f, принимающую значение 0 на A, значение 1 на B и не определенную на остальных исходных данных. Ее график, как легко видеть, перечислим, поэтому она вычислима.

4. Пусть $F(x,y)$ – какая-либо верифицирующая ее формула.

Пояснения:

Функция f *верифицируема*, если для нее существует верифицирующая ее формула.

Определение. Теория (теория в общем случае – это язык, где не обязательно есть понятие истины, но обязательно есть понятие доказуемости) верифицирует функцию $f:\mathrm{N}\to\mathrm{N}$ посредством формулы $F(x,y)$ с двумя параметрами, коль скоро выполнимы два условия:

1) для любых m и n если $f(m)=n$, то $\vdash F(m,n)$;

2) для любых m, n_1 и n_2 если $\vdash F(m,n_1)$ и $\vdash F(m,n_2)$, то $\vdash (n_1=n_2)$.

Основное ограничение на язык, при котором доказывается синтаксическая версия теоремы Геделя, является требование верифицируемости вычислимых функций.

Естественность указанного требования обосновывается следующими соображениями [2]. Если функция f вычислима, то алгоритмический процесс перехода от аргумента m к результату n может быть прослежен и запротоколирован, и полученный протокол можно трактовать как формальное доказательство равенства $f(m)=n$. Поскольку алгоритм един для всех аргументов, то и полученному протоколу можно придать единообразную для всех аргументов форму, с пустыми местами, заполняемыми конкретными нумералами m и n. Требование верифицируемости функции f состоит по существу в том, чтобы рассматриваемый формализованный язык был в состоянии оформить указанную форму в виде доказуемой формулы с двумя параметрами. Сказанное касалось части (1) определения представимости. Что касается части (2), то ясно, что коль скоро предъявлены два протокола одного и того же алгоритма, первый из которых ведет от аргумента m к результату n_1, а второй – от того же самого аргумента к результату n_2, само это предъявление является наглядным доказательством равенства указанных результатов.

5. Положим:

$$\overline{A}=\{n\mid\vdash F(n,0)\},$$
$$\overline{B}=\{n\mid\vdash\neg F(n,0)\}.$$

Множества $\overline{A}$ и $\overline{B}$ очевидным образом перечислимы, так как они являются полными прообразами формул *A* и *B,* которые являются перечислимыми (см. (4) в доказательстве Теоремы 1).

6. Теорию предполагаем непротиворечивой.

Далее доказательство неполноты теории проводим от противного, т.е. предположим, что она полна, и придем к противоречию с неотделимостью множеств *A* и *B* (т.е. окажется что *A* и *B* отделимы).

В силу непротиворечивости – см. (6) ($\overline{A}$ и $\overline{B}$ не могут пересекаться, в противном случае для некоторого n было бы что-то доказуемо и его отрицание тоже было бы доказуемо) и полноты – см. (1) (имеет место либо $\vdash F(n,0)$, либо $\vdash \neg F(n,0)$) они взаимно дополнительны и перечислимы, а потому разрешимы.

Пояснения:

Теорема. (Теорема Поста). Подмножество A множества «конструктивных» объектов X *разрешимо* тогда и только тогда, когда A и его дополнение X\A перечислимы.

Если мы обнаружим, что $A \subset \overline{A}$ и $B \subset \overline{B}$, то *A* и *B* окажутся отделимыми, что неверно ввиду доказанной Теоремы 1 о существовании пары перечислимых неотделимых множеств.

Утверждение $A \subset \overline{A}$ вытекает из первой части определения верифицируемости и того, что $A = \{n \mid \varphi(n) = 0\}$ (так как $A = \{n \mid \varphi(n) = 0\}$ и для любых m и n если $f(m) = n$, то $\vdash F(m,n)$ – первая часть определения верифицируемости, то $\vdash F(n,0)$).

Убедимся в справедливости утверждения $B \subset \overline{B}$.

Если $p \subset B$, то $\varphi(n) = 1$, так как $B = \{n \mid \varphi(n) = 1\}$, а следовательно $\vdash F(n,1)$ – согласно первой части определения верифицируемости.

Предположим, что для $n \subset B$ имеем $\varphi(n) = 0$, тогда $\vdash F(n,0)$, а следовательно в силу второй части определения ферифицируемости было бы $\vdash (0 = 1)$, но такое невозможно в силу $0 \neq 1$, а значит формула $F(n,0)$ в данной теории недоказуема, а тогда согласно предположению о полноте теории (1), доказуема формула $\vdash \neg F(n,0)$, что приводит к $B \subset \overline{B}$.

Пояснения:

Лемма 2. Пусть формула $F(x,y)$ верифицирует функцию f, и пусть числа m и n таковы, что f определена на m и $f(m) \neq n$, тогда если язык полон, то $\vdash \neg F(m,n)$.

Определение. Теория полна если можно доказать либо формулу (всякую), либо ее отрицание. Для языка, соответственно, можно доказать истинность утверждения, либо его ложность.

Доказательство Леммы 2:

Поскольку f определена на m, то для некоторого числа p, отличного от n, будет $f(m) = p$. В силу первой части верифицируемости $\vdash F(m,p)$. Если бы было $\vdash F(m,n)$, то в силу второй части определения ферифицируемости было бы $\vdash (n = p)$, но такое невозможно в силу $n \neq p$. Итак, формула $F(m,n)$ недоказуема, а тогда, согласно предположению о полноте, доказуема формула $\neg F(m,n)$.

$\triangle$ *Лемма 2.*

Таким образом, *A* и *B* отделимы, что неверно.

Следовательно, получаем, что если теория полна, то она противоречива, так как становится доказуемыми какое-то выражение ($\vdash F(n,0)$) и его отрицание ($\neg F(n,0)$).

▲ *Теорема 2.*

Таким образом, можно сделать вывод о том, что если проектируемая интеллектуальная самоорганизующаяся многоагентная система, состоящая из гироматов, будет построена таким образом, что взаимодействие между гироматами будет осуществляться через глобальные переменные (в общем случае – доступные всем гироматам), то в этом случае теория, заложенная в основу интеллектуальной системы, при ее полноте будет противоречивой, что подтверждено в результате доказательства Теоремы 2.

Так, например, пусть к множеству *A* относятся все спецификации, которые пригодны для защиты объектов КИИ, а к множеству *B* – спецификации пригодные, например, для осуществления атакующих воздействий на противоборствующую сторону (вариант “лучшая защита – это нападение” в данном примере не рассматривается) и пусть все эти спецификации находятся в единой общедоступной памяти и представлены в виде списка $P = \langle p_0, p_1, p_2 ..., p_n \rangle$. Тогда при детектировании через систему сенсоров подготовки к атакующим воздействиям со стороны киберпротивника киберсистема должна выбрать пригодную спецификацию (спецификацию, принадлежащую множеству A), но этого однозначно сделать невозможно, так как все спецификации есть не более чем синтаксические конструкции, и у гиромата нет их семантической интерпретации (введение строгой семантической интерпретация в конечном бы итоге привило к возможности определения пригодности применения той или иной спецификации, но так как перечень задач решаемых гироматом заранее точно определить невозможно, так же как и невозможно заранее спрогнозировать состояние гиромата, то можно с большой долей уверенности заявить, что функция оценивания может (будет) претерпевать изменения, а следовательно "пригодность", напрямую связанная с семантической интерпретацией и процедурой оценивания, становится не постоянной и зависит от состояния памяти киберсистемы, т.е. от состояния самого гиромата).

Можно привести еще один достаточно грубый, но наглядный пример невозможности работы всех гироматов из состава киберсистемы с информацией из единой памяти на общих основаниях. Пусть, например, имеется уникальный гиромат, способный сформировать спецификацию защиты КИИ от каждого появляющегося атакующего воздействия, а также есть не менее уникальный гиромат, способный построить спецификацию "взлома" любой появляющейся системы защиты. Очевидно, что если объединить указанные гироматы, то будет получена противоречивая система, порождающая как спецификацию "защиты", так и спецификацию "взлома" (что равносильно отрицанию защиты).

Однако, если разделить информацию в памяти таким образом, чтобы у одного гиромата были только спецификации, относящиеся ко множеству A, а у другого гиромата – только спецификации, относящиеся ко множеству B (т.е., если бы каждый гиромат имел возможность работать только с переменными из своей локальной памяти), то в этом случае третий гиромат (гиромат - координатор), обладая информацией о распределении информации между двумя другими гироматами, точно мог бы обратиться к нужному множеству спецификаций. Следует отметить, что при этом, каждое из множеств спецификаций было бы разрешимым и отделялось бы друг от друга, предметной областью отдельно взятого гиромата (предметные области различных гироматов не должны пересекаться в рамках представленных в них спецификаций, что в свою очередь обеспечивает непротиворечивость). Обращаясь к определенному множеству спецификаций, представленных в памяти различных гироматов, гиромат-координатор сразу "знает" о потенциальной применимости или неприменимости спецификаций, представленных в них (т.е. он сразу может доказать либо $\vdash F(n,0)$, либо $\vdash \neg F(n,0)$, что означает полноту теории).

Если бы гиромат имел в своей памяти только спецификации одного вида (например “защиты”) и решал вопросы связанные только с их применением, тогда бы теория такого гиромата могла быть одновременно и полной и непротиворечивой (пример несоблюдения “определенных условий” из определений теоремы Геделя о неполноте, приведенных выше).

4. Заключение. В ходе информационно-технического конфликта киберсистема, способная к упреждающему поведению и призванная обеспечить требуемый уровень информационной безопасности защищаемой КИИ, должна быть способной к порождению непротиворечивых спецификаций различного типа и к манипулированию ими. Как показали результаты приведенных выше рассуждений, для удовлетворения данного требования в основу проектируемой интеллектуальной системы должна быть положена теория частично упорядоченных гироматов с поуровневой координацией. Как видится, именно такая организация системы должна позволить решить проблему противоречивости в условиях модельной полноты теории. Однако, в этом случае возникает вопрос, связанный с координацией работы гироматов в единой системе обеспечения информационной безопасности, а также с навигацией по совокупности знаний, представленных в памяти отдельно взятого гиромата.

К достижимым свойствам полноты и непротиворечивости системы частично упорядоченных гироматов с поуровневой координацией следует добавить разрешимость, доказанную в теории решетчатых систем.

Литература

1. *Финн В.К.* Искусственный интеллект: Идейная база и основной продукт // 9-ая национальная конференция по искусственному интеллекту. Труды конференции. М.: Физматлит. 2004. Т.1. С.11–20.
2. *Успенский В.А.* Теорема Геделя о неполноте и четыре дороги, ведущие к ней // Математическое просвещение. М.: МЦНМО. 2011. Серия 3. Вып. 15. С.35–76.
3. *Успенский В.А.* Теорема Геделя о неполноте в элементарном изложении // Успехи математических наук. 1974. №29:1. С.3–47.
4. *Успенский В.А.* Теорема Геделя – синтаксическая версия // Современная математика. Дубна. 2010. URL: http://www.mccme.ru/dubna/2010/courses/vau.htm (дата обращения:17.12.2014).
5. *Göde1 K.* Über formal unentscheidbare Sätze'der Principia Mathematica und verwandter Systeme // Monatshefte für Math. und Physik. 1931. vol. 38:1. pp.173–198.
6. *Клини С.К.* Введение в метаматематику // М.: Мир. 1957. 526 с.
7. *Марков А.А.* Теория алгорифмов // Труды Математического института имени В.А. Стеклова.1951. № 38. С.176–189.

8. *Верещагин Н.К.* Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Вычислимые функции. 4-е изд., исправленное // М.: МЦНМО. 2012. Часть 3. 160 с.
9. *Беклемишев Л.Д.* Теоремы Геделя о неполноте и границы их применимости // Успехи математических наук. 2010. № 65:5. С.61–106.
10. *Барвайс Дж.* Справочная книга по математической логике. Часть 3: теория рекурсии // М.: Наука. 1982. 392 с.
11. *Успенский В.А.* Лекции о вычислимых функциях // М.: Государственное издательство физико-математической литературы. 1960. 492 с.
12. *Поспелов А.Д.* Основы теории алгоритмов // М.: МГУ имени М.В. Ломоносова. 2002. URL:http://allsorts.fatal.ru/science/education/storage/Algorithms/algorithms.pdf (дата обращения: 24.12.2014).

References

1. Finn V.K. [Artificial intelligence: a Conceptual framework and the main product]. *9-ya nacionalnaya konferenciya po iskusstvennomu intellektu. Trudy konferencii* [Proceedings of 9th national conference on artificial intelligence]. M.: Fizmatlit. 2004. vol. 1. pp. 11–20. (In Russ).
2. Uspenskiy V.A. [Gödel's theorem of incompleteness and four roads conducting to it]. *Matematicheskoe prosvesheniye – Mathematical education.* M.: MCCME. 2011. Series 3. vol. 15. pp. 35–76. (In Russ).
3. Uspenskiy V.A. [Gödel's theorem of incompleteness in an elementary statement]. *Uspehy matematicheskih nauk – Achievements of mathematical sciences.* 1974. no. 29:1. pp. 3-47. (In Russ).
4. Uspenskiy V.A. [Gödel's theorem – the syntactic version]. *Sovremennaya matematika – Modern mathematics.* Dubna. 2010. Available at: http://www.mccme.ru/dubna/2010/courses/vau.htm (accessed 17.12.2014). (In Russ).
5. Godel K. [On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems]. *Monatshefte für Math. und Physik – Monthly journals on mathematics and physics.* 1931. vol. 38:1. pp. 173-198. (In Germany).
6. Kliny S.K. *Vvedenie v metamatematiku* [Introduction to metamathematics]. M.: Mir. 1957. 526 p. (In Russ).
7. Markov A.A. [Theory of algorifm]. *Trudy Matematicheskogo instituta imeny V.A.Steklova – Proceedings of the Mathematical Institute of V.A.Steklov*. 1951. no. 38. pp. 176–179. (In Russ).
8. Vereshagyn N.K. *Lekcii po matematicheskoj logike i teorii algoritmov. Vychislimye funkcii. 4-e izd., ispravlennoe* [Lectures on mathematical logic and theory of algorithms. Computing functions 4 ed., fixed.]. M.: MCCME. 2012. Part 3. 160 p. (In Russ).
9. Beklemishev L.D. [Gödel's theorems of incompleteness and limits of their applicability]. *Uspehy matematicheskih nauk – Achievements of mathematical sciences.* 2010. no. 65:5. pp. 61– 106. (In Russ).
10. Barwise J. *Spravochnaja kniga po matematicheskoj logike. Chast' 3: teorija rekursii* [The reference book on mathematical logic. Part 3: Theory of a recursion]. M.: Nauka. 1982. 392 p. (In Russ).
11. Uspenskiy V.A. *Lekcii o vychislimyh funkcijah* [Lectures about computable functions]. M.: Gosudarstvennoye izdatelstvo fiziko-matematicheskoy literatury. 1960. 492 p. (In Russ).
12. Pospelov D.A. *Osnovy teorii algoritmov* [Bases of the theory of algorithms]. *M.:* MGU imeny M.V.Lomonosova. 2002. Available at: http://allsorts.fatal.ru/science/education/storage/Algorithms/algorithms.pdf (accessed 24.12.2014). (In Russ).

Бирюков Денис Николаевич — к-т техн. наук, профессор кафедры систем сбора и обработки информации, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: системный анализ, защита информации, интеллектуальная поддержка принятия решений. Число научных публикаций — 70. Biryukov.D.N@yandex.ru; ул. Ждановская, д. 13, г. Санкт-Петербург, 197198; р.т.: (812) 237-19-60.

Biryukov Denis Nikolaevich — Ph.D., professor of systems for collecting and processing information department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: system analyses, IT-Security, intelligent decision support. The number of publications — 70. Biryukov.D.N@yandex.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: (812) 237-19-60.

Ростовцев Юрий Григорьевич — д-р техн. наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, заслуженный работник высшей школы Российской Федерации, профессор кафедры систем сбора и обработки информации, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: системный анализ, теоритическая и прикладная кибернетика, методология знакового моделирования, радиотехника. Число научных публикаций — 350. s_pilkevich@eureca.ru; ул. Ждановская 13, Санкт-Петербург, 197198; р.т.: +7(812) 237-19-60.

Rostovtsev Yuriy Grigorievich — Ph.D., Dr. Sci., professor, honored scientist and technology of Russian Federation, honored worker of higher school of Russian Federation, professor of systems for collecting and processing information department, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: system analyses, theoretical and applied cybernetics, the methodology of symbolic modeling, radio engineering. The number of publications — 350. s_pilkevich@eureca.ru; 13, Zhdanovskaya street, St.-Petersburg, 197198, Russia; office phone: +7(812) 237-19-60.

РЕФЕРАТ

Бирюков Д.Н., Ростовцев Ю.Г. **Подход к построению непротиворечивой теории синтеза сценариев упреждающего поведения в конфликте.**

При проектировании многоагентной интеллектуальной самоорганизующейся системы, способной синтезировать сценарии упреждающего поведения в конфликте, необходимо иметь непротиворечивую теорию, разрешающую вышеназванный синтез.

В работе показано, что искомая теория возможна при использовании системы частично упорядоченных гироматов с поуровневой координацией. При этом известно, что частично упорядоченные системы составляют решетки, которые в свою очередь модельно полны и разрешимы.

Сделан вывод о том, что наделенная способностью к моделированию сценариев упреждающего поведения киберсистема, с заложенной в нее теорией частично упорядоченных гироматов с поуровневой координацией, открывает возможности к упреждению в киберборьбе.

SUMMARY

Biryukov D.N., Rostovtsev Y.G. **Approach to Creation of the Consistent Theory of Synthesis Scenarios of Anticipatory Behavior in the Conflict.**

When designing multi-agent intelligent self-organizing system that can synthesize scenarios proactive behavior in the conflict, it is necessary to have a consistent theory, the above-mentioned resolution synthesis.

In work it is shown that the required theory is possible when using system of partially ordered giromat with pourovnevy coordination. Thus it is known that partially ordered systems make lattices which it is in turn model are full and solvable.

Thus, the cybersystem allocated with ability to modeling of scenarios of anticipatory behavior, with the theory of partially ordered giromats with tiered coordination, opens opportunities to anticipation in cyberfight.