

С.Н. Жук  
**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАБИЛЬНОЙ АГРЕГИРОВАННОЙ  
ВАЛЮТЫ ДЛЯ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ЦЕН  
ДРАГОЦЕННЫХ МЕТАЛЛОВ**

---

*Жук С.Н. Использование стабильной агрегированной валюты для анализа динамики цен драгоценных металлов.*

**Аннотация.** В работе была исследована возможность применения стабильной агрегированной счетной единицы, определяемой валютной корзиной и состоящей из четырех национальных валют – евро, фунт, доллар, иена, для анализа динамики меновой ценности стабильного агрегированного товара, определяемого «корзиной» четырех драгоценных металлов – серебро, золото, платина, палладий. Было показано, что изменчивость меновой ценности построенных «корзин», измеряемая среднеквадратичным отклонением от единицы значений соответствующих мультипликативных монетарных индексов, существенно меньше аналогично измеряемой изменчивости меновой ценности национальных валют и отдельных драгметаллов. Была также исследована динамика цены стабильного агрегата драгоценных металлов, измеряемая в единицах стабильного агрегата четырех «твердых» мировых валют.

**Ключевые слова:** модель простого обмена, индексы меновой ценности, стабильная агрегированная валюта, стабильное агрегированное благо.

*Zhuk S.N. Stable aggregate currency using for precious metals prices dynamics analysis.*

**Abstract.** In this paper we investigated the possibility of application a Stable aggregate currency unit of account consisting of four simple currencies – euro, pound, dollar, yen for analyze the dynamics of a exchange value of the aggregated commodity, consisting of four simple commodities – silver, gold, platinum, palladium. It has been shown that the variability of exchange value "baskets" which is measured by the standard deviation from one of corresponding the multiplicative monetary indices less than the same measure the variability of exchange value of national currencies and some precious metals. It was also investigated the dynamics of price a stable aggregate of precious metals, which is measured in units of stable aggregates of four "solid" currencies.

**Keywords:** simple exchange model, indices of exchange value, stable aggregate currency, stable aggregate commodity.

---

**1. Введение.** В последнее время в ряде работ предлагается использовать для анализа динамики цен товаров так называемые стабильные агрегированные валюты (*Stable Aggregate Currencies – SAC*), определяемые «корзинами» национальных валют. Связано это с тем, что изменчивость нормированных мультипликативных индексов меновой ценности таких агрегированных валют зачастую существенно меньше изменчивости аналогичных индексов национальных валют, входящих в соответствующую «корзину», что и позволяет успешно использовать эти валюты в качестве достаточно стабильных агрегированных единиц измерения (*aggregate units of account*) цен товаров [1,2].

*Цель работы* состоит в исследовании возможности применения стабильной агрегированной счетной единицы, определяемой валютной корзиной, состоящей из четырех национальных валют (EUR – евро, GBP – фунт, JPY – иена, USD – доллар), для анализа динамики цены совокупности четырех драгоценных металлов (XAG – серебро, XAU – золото, XPD – палладий, XPT – платина).

В работе кратко описывается метод построения стабильного агрегированного блага, основанный на расширенной модели простого обмена [3]. Данный метод используется для построения по ежедневным статистическим данным [4] за период с  $t_0 = 01.01.2007$  г. по  $T = 31.12.2010$  г. двух корзин – «валютной» (SAC – Stable Aggregate Currency), состоящей из четырех валют (EUR – евро, GBP – фунт, JPY – иена, USD – доллар), и «товарной» (SAG – Stable Aggregate Good), включающей в себя четыре драгоценных металла (XAG – серебро, XAU – золото, XPD – палладий, XPT – платина). Исследуется динамика цены указанного стабильного агрегата SAG драгоценных металлов, измеряемая в единицах стабильной агрегированной валюты SAC, определяемой корзиной четырех «твердых» мировых валют.

**2. Метод построения стабильных агрегированных счетных единиц.** Изложение метода построения стабильных агрегированных благ («корзин» валют и/или товаров, портфелей ценных бумаг и т.д.) начнем с описания *модели простого обмена* [5].

Зафиксируем множество  $G = \{g_1, \dots, g_n\}$  *простых экономических благ* и множество  $E = \{e_1, \dots, e_n\}$  *единиц измерения* объёмов (количеств) этих благ. Предположим, что в данный момент времени  $t$  любое фиксированное количество одного простого блага обменивается на однозначно определённое количество другого простого блага. Это количество задаётся положительным *коэффициентом обмена*  $c(i, j; t)$ , равным количеству единиц  $e_j$  блага  $g_j$ , даваемому при обмене за единицу  $e_i$  блага  $g_i$ . Коэффициенты обмена составляют *матрицу обмена*  $C = (c(i, j; t), c(i, j; t) > 0, i, j = 1, \dots, n)$ , которая предполагается транзитивной – соотношение  $c(i, k; t) \cdot c(k, j; t) = c(i, j; t)$  выполняется для любых  $i, j, k \in \{1, \dots, n\}$ .

На основе множества  $G$  простых благ  $g_1, \dots, g_n$  ведём *агрегированное благо*, представляющее собой вектор  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_n)$  объёмов

простых экономических благ  $g_1, \dots, g_n$ , взятых в количествах  $q_1, \dots, q_n$  соответственно ( $q_i \geq 0$ ,  $q_1 + \dots + q_n > 0$ ). Среди всех агрегированных благ можно выделить множество базовых (нормированных) агрегированных благ вида  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$ ,  $v_i \geq 0$ ,  $v_1 + \dots + v_n = 1$ .

Очевидно, что любое агрегированное благо  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_n)$  лежит на луче, исходящем из начала координат пространства  $R^n$  и проходящем через некоторое базовое благо  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$ . Поэтому «естественной» единицей  $e_{\bar{v}}$  измерения количества (объёма) агрегированного блага  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_n)$  может служить соответствующее базовое благо  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$ . При таком выборе единицы измерения  $e_{\bar{v}}$  *объём (количество) составного блага*  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_n)$  измеряется величиной  $q = q_1 + \dots + q_n$ .

Предположим, что на рынке отсутствуют системные (синергетические) эффекты, которые увеличивают или уменьшают меновую ценность задаваемого вектором  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_n)$  агрегированного блага по сравнению с суммарной ценностью отдельных благ, составляющих это сложное благо. Тогда *коэффициент обмена агрегированного блага*  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_n)$  и *простого блага*  $g_k$  задается формулой  $c(\bar{q}, k; t) = q_1 c(1, k; t) + \dots + q_n c(n, k; t)$ , позволяющей определить коэффициент обмена  $c(\bar{q}, \bar{q}'; t) = c(\bar{q}, k; t) \cdot c(k, \bar{q}'; t)$  двух агрегированных благ. Таким образом, происходит переход к *расширенной модели простого обмена*, описывающей не только обмен исходных простых благ  $g_1, \dots, g_n$ , но и агрегатов этих благ. При этом обмен агрегированных благ тоже обладает свойством транзитивности – соотношение  $c(\bar{q}, \bar{q}''; t) = c(\bar{q}, \bar{q}'; t) \cdot c(\bar{q}', \bar{q}''; t)$  выполняется для любых трех агрегированных благ  $\bar{q}, \bar{q}', \bar{q}''$  [6].

Уже начиная с классиков политэкономии, *меновая ценность (value in exchange) экономического блага* обычно определяется как совокупность коэффициентов обмена данного блага со всеми остальными учитываемыми исследователем благами (см., например, [7,8]). Поэтому *мерой меновой ценности* простого или агрегированного экономического блага может служить некоторый показатель (индекс, индикатор и т.д.), являющийся функцией всех учитываемых коэффициентов обмена данного блага.

Для простого блага  $g_i \in G$  индекс меновой ценности есть некоторая функция  $I(\bar{c}(i;t))$  строки  $\bar{c}(i;t) = (c(i,1;t), \dots, c(i,n;t))$  матрицы коэффициентов обмена  $C(t) = (c(i,j;t))$ . Например, можно выбрать в качестве индекса меновой ценности простого блага  $g_i$  среднее геометрическое  $I_{\times}(i;t) = (c(i,1;t) \cdot \dots \cdot c(i,n;t))^{1/n}$  коэффициентов обмена  $c(i,1;t), \dots, c(i,n;t)$  (мультипликативный индекс Джевонса). В пользу выбора среднего геометрического в качестве показателя меновой ценности можно привести ряд формальных аргументов (например, выполнение для среднего геометрического многих «естественных» условий-аксиом, обычно налагаемых на индексы) и прагматических аргументов (например, удобство работы со статистическими данными о случайных коэффициентах обмена, имеющих логарифмически нормальное распределение) [9].

Описанный выше способ построения мультипликативных индексов  $I_{\times}(i;t)$  меновой ценности простых благ можно взять за образец при построении аналогичных индексов меновой ценности базового агрегированного блага  $\bar{v}$ , определив мультипликативный индекс  $I_{\times}(\bar{v};t)$  меновой ценности этого блага как среднее геометрическое  $I_{\times}(\bar{v};t) = (c(\bar{v},1;t) \cdot \dots \cdot c(\bar{v},n;t))^{1/n}$  коэффициентов обмена  $c(\bar{v},1;t), \dots, c(\bar{v},n;t)$  [9].

Наблюдаемые временные ряды значений  $c(i,j;t)$ ,  $t = 1, \dots, T$ , коэффициентов обмена простых экономических благ порождают временные ряды значений  $I_{\times}(i;t)$ ,  $I_{\times}(\bar{v};t)$  соответствующих мультипликативных индексов. Показателями того, во сколько раз эти индексы изменились при переходе от момента времени  $t_0$  к моменту времени  $t$  можно считать *нормированные индексы изменения меновой ценности*  $N_{\times}(i;t/t_0) = I_{\times}(i;t)/I_{\times}(i,t_0)$ ,  $N_{\times}(\bar{v};t/t_0) = I_{\times}(\bar{v};t)/I_{\times}(\bar{v};t_0)$ .

Мультипликативный нормированный индекс  $N_{\times}(\bar{v};t/t_0)$  изменения показателя меновой ценности агрегированного блага  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  можно представить в форме взвешенного среднего арифметического  $N_{\times}(\bar{v};t/t_0) = w_1 \cdot N_{\times}(1;t/t_0) + \dots + w_n \cdot N_{\times}(n;t/t_0)$ , где весовые коэффициенты («веса»)  $w_1, \dots, w_n$  ( $w_i \geq 0$ ,  $w_1 + \dots + w_n = 1$ ) определяются формулой  $w_i = [v_i \cdot c(i,k;t_0)]/[v_1 \cdot c(1,k;t_0) + \dots + v_n \cdot c(n,k;t_0)]$ . Номинальные объемы  $v_1, \dots, v_n$  простых благ, образующих агрегированное благо

$\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$ , определяются через весовые коэффициенты  $w_1, \dots, w_n$  формулой  $v_i = [w_i/c(i, k; t_0)]/[w_1/c(1, k; t_0) + \dots + w_n/c(n, k; t_0)]$ .

Итак, динамика меновой ценности агрегированного блага  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  на дискретном интервале времени  $[1, T] = \{1, \dots, T\}$  определяется временным рядом значений нормированного индекса  $N_{\times}(\bar{w}; t/t_0)$ ,  $N_{\times}(\bar{w}; t_0/t_0) = 1$ ,  $t = 1, \dots, T$ ,  $t_0 \in \{1, \dots, T\}$ . Одной из «естественных» мер изменчивости значений временного ряда  $N_{\times}(\bar{w}; t/t_0)$  на промежутке времени  $[1, T]$  может служить среднее  $S^2(w_1, \dots, w_n)$  квадратов отклонений значений ряда  $N_{\times}(\bar{w}; t/t_0)$  от единицы:  $S^2(w_1, \dots, w_n) = 1/N \cdot \{[N_{\times}(\bar{w}; 1/t_0) - 1]^2 + \dots + [N_{\times}(\bar{w}; T/t_0) - 1]^2\}$ .

Теперь можно поставить и решить следующую оптимизационную задачу: найти вектор  $\bar{w}^* = w_1^*, \dots, w_n^*$ , минимизирующий квадратичную форму  $S^2(\bar{w})$  при линейных ограничениях  $w_1^* + \dots + w_n^* = 1$ ,  $w_i^* \geq 0$ . По найденным же оптимальным весовым коэффициентам  $w_1^*, \dots, w_n^*$  можно определить компоненты нормированного составного блага  $\bar{v}^* = (v_1^*, \dots, v_n^*)$ , обладающего минимальным среднеквадратичным отклонением  $S(\bar{v}^*)$  показателя изменчивости мультипликативного индекса меновой ценности.

Поскольку среднеквадратичное отклонение  $S(\bar{v})$  может служить мерой нестабильности меновой ценности составной базовой валюты  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  на интервале времени, определяемом дискретными моментами  $t = 1, \dots, T$ , постольку базовое составное благо  $\bar{v}^* = (v_1^*, \dots, v_n^*)$ , обладающее в этом смысле минимальной изменчивостью, можно назвать *стабильным агрегированным благом* и пользоваться для его обозначения аббревиатурой SAG (Stable Aggregate Good). Если все компоненты корзины, определяющей составное благо  $\bar{v}^* = (v_1^*, \dots, v_n^*)$ , являются национальными валютами, то такое благо естественно назвать *стабильной агрегированной валютой* и пользоваться для её обозначения аббревиатурой SAC (Stable Aggregated Currency).

**3. Построение стабильной агрегированной валюты.** Используя изложенный выше метод, построим стабильную агрегированную валюту SAC, в состав которой включим основные простые валюты че-

тырёх стран – евро, британский фунт, японскую иену, доллар США. Соответствующая корзина валют будет определяться по статистическим данным сайта [4], который указывает взвешенный средний курс коэффициентов обмена на конец дня, за период 01.01.2007 по 31.12.2010 гг.

Для начала зафиксируем множество  $G = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$  простых валют, в котором  $g_1$  – евро,  $g_2$  – британский фунт,  $g_3$  – японская иена,  $g_4$  – доллар США, и набор из четырёх единиц измерения  $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ , в котором  $e_1 = 1$  евро,  $e_2 = 1$  британский фунт,  $e_3 = 100$  японских иен,  $e_4 = 1$  доллар США. Обозначения этих единиц измерения выбираются в соответствии с международным стандартом ISO-4217:  $e_1 = \text{EUR}$ ,  $e_2 = \text{GBP}$ ,  $e_3 = \text{JPY}'$ ,  $e_4 = \text{USD}$ .

Простые вычисления дают оптимальные нормированные номинальные объёмы  $v_1^*, \dots, v_4^*$ , приведенные в табл.1, для четырёх простых валют в корзине, определяющей SAC.

Таблица 1. **Оптимальные номинальные объёмы простых валют**

Простая валюта	EUR	GBP	JPY'	USD
Номинальный объем	0,242	0,162	0,290	0,306

Таким образом, стабильная агрегированная валюта SAC определяется следующей корзиной четырёх простых национальных валют:  $SAC = \{0,242 \text{ EUR}; 0,162 \text{ GBP}; 0,290 \text{ JPY}'; 0,306 \text{ USD}\}$ .

Для периода 01.01.2007 – 31.12.2010 с использованием электронных таблиц MS Excel были вычислены нормированные мультипликативные сводные монетарные индексы меновой ценности  $N_{\times}(i; t/t_0) = I_{\times}(i; t)/I_{\times}(i; t_0)$  ( $N_{\times}(\bar{v}^*; t/t_0) = I_{\times}(\bar{v}^*; t)/I_{\times}(\bar{v}^*; t_0)$ ) простых валют  $g_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , и стабильной агрегированной валюты  $SAC = \bar{v}^* = (v_1^*, \dots, v_4^*)$ . Статистические характеристики изменчивости временных рядов значений нормированного показателя  $N_{\times}(i; t/t_0)$  ( $N_{\times}(\bar{v}^*; t/t_0)$ ),  $t_0 = 2007$ ,  $t = 2007, \dots, 2010$ , показывающего во сколько раз значение  $I_{\times}(i; t)$  ( $I_{\times}(\bar{v}^*; t)$ ) монетарного индекса меновой ценности простой валюты  $g_i$  (стабильной составной валюты  $\bar{v}^*$ ), при-

нимаемое в год  $t = 2007, \dots, 2010$ , отличается от его значения  $I_x(i; t_0)$  ( $I_x(\bar{v}^*; t_0)$ ) в год  $t_0 = 2007$  приведены в табл. 2.

Таблица 2. Значения мер изменчивости меновой ценности простых валют (EUR, GBP, JPY', USD) и стабильной агрегированной валюты SAC

Валюты	EUR	JPY'	GBP	USD	SAC
RANGE	0,177	0,317	0,451	0,153	0,028
SDM	0,040	0,100	0,338	0,030	0,005
VAC	0,039	0,116	0,289	0,031	0,005
SDU	0,049	0,168	0,223	0,039	0,006

В данной таблице для четырёх простых валют (EUR, JPY, GBP, USD) и для стабильной составной валюты SAC приведены следующие статистические характеристики изменчивости (волатильности) нормированных временных рядов  $N_x(XYZ; t/t_0)$ , где  $XYZ \in \text{EUR, JPY, GBP, USD, SAC}$  показателей изменения меновой ценности валют:

(1) RANGE – размах значений временного ряда:

$$RANGE(XYZ; t_0) = \max \{N_x(XYZ; t/t_0)\} - \min \{N_x(XYZ; t/t_0)\};$$

(2) SDM – стандартное отклонение от среднего:

$$SDM(XYZ; t_0) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[ N_x(XYZ; t/t_0) - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T N_x(XYZ; t/t_0) \right]^2};$$

(3) VAC – коэффициент вариации:

$$VAC(XYZ; t_0) = SDM(XYZ; t_0) / \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T N_x(XYZ; t/t_0);$$

(4) SDU – стандартное отклонение от единицы:

$$SDU(XYZ; t_0) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [N_x(XYZ; t/t_0) - 1]^2}.$$

Из таблицы 2 видно, что стабильная агрегированная валюта имеет минимальные значения использованных мер волатильности. Для более наглядного представления соотношений мер изменчивости рассматриваемых валют, поделим для каждой такой меры её значения для простых валют на значение этой меры для SAC. Вычисления отражены в табл. 3.

Таблица 3. **Относительные значения мер изменчивости меновой ценности простых валют EUR, GBP, JPY, USD и стабильной агрегированной валюты SAC**

Валюты	EUR	JPY'	GBP	USD	SAC
RANGE	6.321	11.321	16,107	5.464	1
SDM	8.000	20.000	67,600	6.000	1
VAC	7.800	23.200	57,800	6,200	1
SDU	8.167	28.000	37,167	6.500	1

Таким образом, изменчивость меновой ценности любой из простых валют EUR,JPY,GBP,USD во много раз превосходит изменчивость меновой ценности стабильной агрегированной валюты SAC при всех четырёх используемых мерах волатильности (RANGE,SDM, VAC,SDU). Это позволяет использовать построенную SAC для измерения меновой ценности экономических благ, в частности, для драгоценных металлов.

**4. Построение стабильного агрегированного блага для драгоценных металлов.** Построим стабильное агрегированное благо SAG, в состав которого включим четыре простых металла – серебро, золото, палладий, платина. Соответствующая корзина валют будет определяться по статистическим данным сайта [4], который указывает взвешенный средний курс коэффициентов обмена на конец дня, за период 01.01.2007 по 31.12.2010 гг.

Зафиксируем множество  $G = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$  простых товаров (драгоценных металлов), в котором  $g_1$  – серебро,  $g_2$  – золото,  $g_3$  – палладий,  $g_4$  – платина и зафиксируем набор из четырёх единиц измерения  $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ , в котором  $e_1 = 100$  грамм серебра,  $e_2 = 1$  грамм золота,  $e_3 = 1$  грамм палладия,  $e_4 = 1$  грамм платины. Соотношения этих единиц измерения выбираются в соответствии с международным стандартом ISO-4217:  $e_1 = XAG''$ ,  $e_2 = XAU$ ,  $e_3 = XPD$ ,  $e_4 = XPT$ .

Простые вычисления дают следующие оптимальные нормированные номинальные объёмы простых товаров в корзине, определяющей SAG. Результаты для нашего случая отражены в табл. 4



Таблица 4. **Оптимальные номинальные объёмы простых металлов**

Простая валюта	XAG <sup>*</sup>	XAU	XPД	XPT
Номинальный объем	0,115	0,197	0,553	0,135

Таким образом, стабильный агрегированный товар SAG определяется следующей корзиной простых товаров (металлов):  $SAG = \{0,115XAG^*; 0,197XAU; 0,553XPД; 0,135XPT\}$ .

Для периода 01.01.2007 – 31.12.2010, с использованием электронных таблиц MS Excel, были вычислены нормированные мультипликативные сводные монетарные индексы меновой ценности  $N_x(i;t/t_0) = I_x(i;t)/I_x(i;t_0)$  ( $N_x(\bar{v}^*;t/t_0) = I_x(\bar{v}^*;t)/I_x(\bar{v}^*;t_0)$ ) простых металлов  $g_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , и стабильного агрегированного экономического блага  $SAG = \bar{v}^* = (v_1^*, \dots, v_4^*)$ . Статистические характеристики изменчивости временных рядов значений нормированного показателя  $N_x(i;t/t_0)$  ( $N_x(\bar{v}^*;t/t_0)$ ),  $t_0 = 2007$ ,  $t = 2007, \dots, 2010$ , показывающего, во сколько раз значение  $I_x(i;t)$  ( $I_x(\bar{v}^*;t)$ ) монетарного индекса меновой ценности простого металла  $g_i$  (стабильного составного блага  $\bar{v}^*$ ), принимаемое в год  $t = 2007, \dots, 2010$ , отличается от его значения  $I_x(i;t_0)$  ( $I_x(\bar{v}^*;t_0)$ ) в год  $t_0 = 2007$  приведены в табл. 5.

В данной таблице для четырёх простых металлов (XAG, XAU, XPT, XPД) и для стабильного составного блага SAG приведены те же статистические характеристики изменчивости (волатильности) нормированных временных рядов  $N_x(XYZ;t/t_0)$ , где  $XYZ \in XAG, XAU, XPT, XPД$  показателей изменения меновой ценности валют, что и в предыдущем пункте для построения стабильной агрегированной валюты.

Таблица 5. **Значения мер изменчивости меновой ценности простых металлов (XAG, XAU, XPД, XPT) и стабильного агрегированного блага SAG**

Металлы	XAG	XAU	XPД	XPT	SAG
RANGE	0.266	0.794	0.546	0.558	0,01
SDM	0.057	0.193	0,134	0.110	0,001
VAC	0.059	0.163	0,151	0,108	0,001
SDU	0.065	0.268	0,174	0.110	0,001

Для более наглядного представления соотношений мер изменчивости рассматриваемых товаров, поделим для каждой такой меры её значения для простых товаров на значение этой меры для SAG. Вычисления отражены в табл. 6.

Таблица 6. **Относительные значения мер изменчивости меновой ценности простых металлов XAG, XAU, XPD, XPT и стабильного агрегированного блага SAG**

Валюты	XAG	XAU	XPD	XPT	SAG
RANGE	26.578	79.400	54,600	55.800	1
SDM	57.039	193.542	133,952	109.627	1
VAC	57.856	163.292	150,750	108,292	1
SDU	64.858	267.911	174,239	110.392	1

Видим, что изменчивость меновой ценности любого из простых металлов XAG, XAU, XPT, XPD в десятки и даже в сотни раз превосходит изменчивость меновой ценности стабильного агрегированного блага SAG при всех четырёх используемых мерах волатильности (RANGE, SDM, VAC, SDU). Таким образом, построенный стабильный агрегированный товар SAG очень устойчив по сравнению с выбранными простыми металлами: XAG, XAU, XPD, XPT.

**4. Динамика ценности стабильного агрегата драгоценных металлов в единицах ценности агрегата валют.** Используя свойства транзитивности и обратной симметричности коэффициентов обмена, указанные в первом разделе статьи, был вычислен ряд коэффициентов обмена двух построенных «корзин».

С использованием электронных таблиц MS Excel был построен график функции нормированной цены агрегированного экономического блага SAG в единицах стабильной агрегированной валюты SAC:

$$N(SAG, SAC; t) = c(SAG, SAC; t) / c(SAG, SAC; t_0), \quad \text{где}$$

$t_0 = 01.01.2007$ , за период с 01.01.2007 по 31.12.2010.

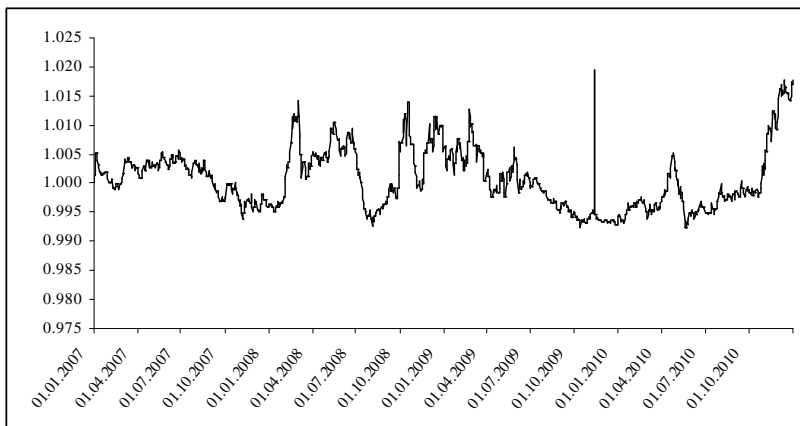


Рис. 1. График функции  $N(SAG,SAC;t)$  в период с 01.01.2007 по 31.12.2010 гг.

Анализируя график, следует отметить его неоднозначное поведение за почти весь рассматриваемый промежуток. Есть периоды монотонного возрастания и убывания. Отметим, что резкие скачки графика, связанные с быстрым удорожанием агрегата металлов относительно агрегата «бумажных» денег, наблюдаются на протяжении всего графика. Тем не менее, отклонение цены стабильного агрегата SAG драгоценных металлов, выраженное в единицах стабильного денежного агрегата SAC, от начального значения в момент времени  $t_0 = 01.01.2007$  не превышало 1% (вниз) и 2% (вверх). Для сравнения, построим графики цен простых товаров (металлов) и национальных валют, выраженных в стабильных агрегированных счетных единицах SAC и SAG.

Используя свойства транзитивности и обратной симметричности коэффициентов обмена, построим, применив электронные таблицы Excel, графики функций нормированной цены  $N(XYZ,SAC;t)$  простых валют  $XYZ \in GBP, JPY$  за период с 01.01.2007 по 31.12.2010. Построенные графики приведены на рис.2.

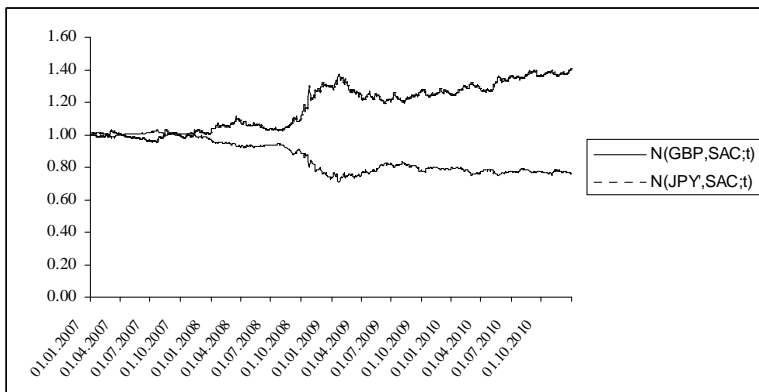


Рис. 2. График функции  $N(XYZ,SAG;t)$ ,  $XYZ=GBP,JPY'$ , в период с 01.01.2007 по 31.12.2010 гг.

Аналогичным образом для периода с 01.01.2007 по 31.12.2010 были построены графики функций нормированных цен  $N(XYZ,SAG;t)$ ,  $XYZ=XAU, XPD$ , простых товаров (золота и палладия), выраженные в единицах стабильного агрегированного блага  $SAG$ . Полученные графики приведены на рис.3.

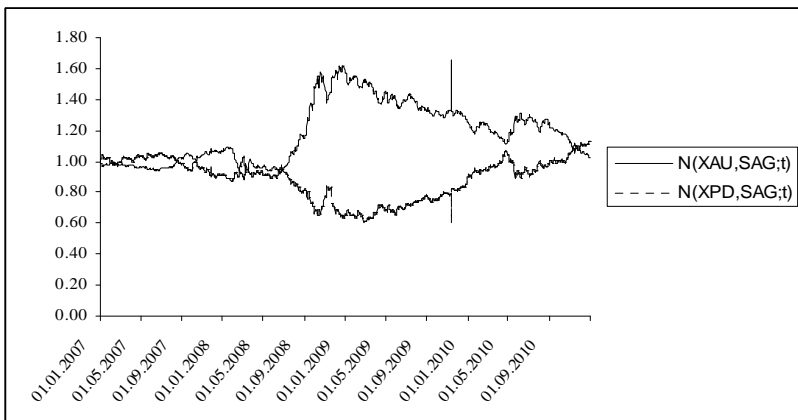


Рис. 3. График функции  $N(XYZ,SAG;t)$ ,  $XYZ \in XAU, XPD$ , за период с 01.01.2007 по 31.12.2010 гг.

Из рис.3 видно, что изменчивость цены золота была существенно выше изменчивости цены палладия в практически рассматриваемом

периоде времени, причем колебания анализируемых цен  $N(XAU,SAG;t)$  и  $N(XPD,SAG;t)$  происходили в противофазе.

**5. Заключение.** В работе была исследована возможность применения стабильной агрегированной счетной единицы, определяемой валютной корзиной, состоящей из четырех национальных валют (EUR – евро, GBP – фунт, JPY – иена, USD – доллар США), для анализа динамики меновой ценности стабильного агрегированного товара, определяемого «корзиной» четырех драгоценных металлов (XAG – серебро, XAU – золото, XPD – палладий, XPT – платина). Было показано, что изменчивость меновой ценности построенных SAC и SAG, измеряемая среднеквадратичным отклонением от единицы значений соответствующих мультипликативных монетарных индексов, существенно меньше аналогично измеряемой изменчивости меновой ценности национальных валют и отдельных драгметаллов.

Была также исследована динамика цены стабильного агрегата SAG драгоценных металлов, измеряемая в единицах стабильного агрегата SAC четырех «твердых» мировых валют. Оказалось, что на протяжении исследуемого периода (с 01.01.2007 г. по 31.12.2010 г.) цена  $c(SAG,SAC;t)$  агрегата драгоценных металлов в единицах агрегата «бумажных» денег в среднем мало изменилась (максимальные отклонения текущей цены  $c(SAG,SAC;t)$  от начальной цены  $c(SAG,SAC;t_0)$ ,  $t_0 = 01.01.2007$ , не превосходят одного-двух процентов), несмотря на наличие весьма резких, но кратковременных скачков на графике функции  $c(SAG,SAC;t)$ . Однако практически на протяжении всего 2010 г. происходит медленное, но практически монотонное, обесценивание агрегата «бумажных» денег SAC относительно агрегата драгоценных металлов SAG.

Полученные результаты свидетельствуют о плодотворности применения описанного метода построения стабильных агрегированных экономических благ, состоящих из валют и/или товаров, для анализа динамики меновой ценности различных реальных товаров и валют. Также следует отметить, что аналогичный подход может быть использован при решении широкого спектра задач. Например, для анализа степени защищённости персонала информационных систем от социоинженерных атак (см. [10-13]).

## Литература

1. *Хованов Н.В.* Измерение меновой ценности экономических благ в единицах стабильной агрегированной валюты // Финансы и бизнес. 2005. № 2. С.33–43
2. *Ненашев Д.А., Подоба З.С.* Стабильные агрегированные валюты и ценообразование на энергоресурсы // Вестник С.-Петербургского университета. Серия 5. Экономика. 2010. Выпуск 5. С. 123–133.
3. *Hovanov N.V., Kolari J.W., Sokolov M.V.* Computing currency invariant indices with an application to minimum variance currency baskets // Journal of Economic Dynamics and Control. 2004. Vol. 28. P. 1481–1504.
4. *Historical exchange rates.* URL: <http://www.fxtop.com>. (Доступ 20.12.2012).
5. *Хитров Г.М., Хованов Н.В.* Простая модель обмена: основные предположения и ближайшие следствия // Вестник С.-Петербургского университета. Серия 5. Экономика. 1992. Выпуск 4. С. 101–106.
6. *Хованов Н.В., Колесов Д.Н., Соколов М.В., Колари Дж.В.* Простая модель обмена: агрегированные валюты минимальной волатильности // Применение математики в экономике. Выпуск 15. СПб.: СПбГУ, 2004. С. 43–61.
7. *Smith A.* An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations. Oxford, Oxford University Press, 1976.
8. *Миль Дж.С.* Основы политической экономии. М.: Эксмо, 2007.
9. *Колесников Г.И., Корников В.В., Хованов Н.В.* Мультипликативные монетарные индексы // Обзорение прикладной и промышленной математики. 2007. Том 14. Выпуск 106. С. 1049–1057.
10. *Азаров А.А., Тулупьева Т.В., Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Вероятностно-реляционный подход к представлению модели комплекса «Информационная система – персонал – критичные документы» // Труды СПИИРАН. 2012. Вып. 20. С. 57–71.
11. *Азаров А.А., Тулупьев А.Л., Тулупьева Т.В.* SQL-представление реляционно-вероятностных моделей социо-инженерных атак в задачах расчета агрегированных оценок защищенности персонала информационной системы // Труды СПИИРАН. 2012. Вып. 22. С. 31–44.
12. *Азаров А.А.* Математические аспекты применения психологического профиля уязвимостей пользователя для анализа защищенности информационных систем от социо-инженерных атак // Региональная информатика–2012 (РИ–2012). XIII Санкт-Петербургская международная конференция. Санкт-Петербург, 24–26 октября, 2012 г.: Материалы конференции / СПОИСУ. СПб., 2012. С. 78.
13. *Азаров А.А., Тулупьев А.Л., Тулупьева Т.В., Фильченков А.А.* Разработка вероятностно-реляционных моделей для представления комплекса «персонал-критичные документы-информационная система» // Региональная информатика–2012 (РИ–2012). XIII Санкт-Петербургская международная конференция. Санкт-Петербург, 24–26 октября, 2012 г.: Материалы конференции / СПОИСУ. СПб., 2012. С. 79.

**Жук Софья Николаевна** — магистрант кафедры экономической кибернетики экономического факультета С.-Петербургского государственного университета (СПбГУ), младший научный сотрудник лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН. Область научных интересов: статистический анализ данных, математическая статистика, теория вероятностей. Число публикаций — 6. [Zhuk.S.N@gmail.com](mailto:Zhuk.S.N@gmail.com), СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)328-3337, факс +7(812)328-4450. Научный руководитель — Н.В. Хованов.

**Zhuk Sofya Nikolaevna** — muster student of Mathematical methods in aconomics, SPbSU, junior researcher, Theoretical and Interdisciplinary Computer Science Laboratory, SPIIRAS  
Research area: statistics, the theory of probabilities. The number of publications — 6.  
Zhuk.S.N@gmail.com, SPIIRAS, 14-th line V.O., 39, St. Petersburg, 199178, Russia; office  
phone +7(812)328-3337, fax +7(812)328-4450. Scientific advisor — N.V. Hovanov.

Рекомендовано ТиМПИ СПИИРАН, зав. лаб. А.Л. Тулупьев, д.ф.-м.н., доцент.  
Работа поступила в редакцию 24.01.2013.

## РЕФЕРАТ

### **Жук С.Н. Использование стабильной агрегированной валюты для анализа динамики цен драгоценных металлов.**

Использование для анализа динамики цен товаров так называемых стабильных агрегированных валют связано с тем, что изменчивость нормированных мультипликативных индексов меновой ценности таких агрегированных валют существенно меньше изменчивости аналогичных индексов национальных валют, входящих в соответствующую «корзину», что и позволяет успешно использовать эти валюты в качестве агрегированных единиц измерения (aggregate units of account) цен товаров.

Описываемый в работе метод создания стабильного агрегированного блага, основанный на расширенной модели простого обмена, используется для построения по ежедневным статистическим данным двух корзин – «валютной» (SAC – Stable Aggregate Currency), состоящей из четырех валют (евро, британский фунт, японская иена, доллар США), и «товарной» (SAG – Stable Aggregate Commodity), включающей в себя четыре драгоценных металла (серебро, золото, палладий, платина).

Исследуется динамика нормированной ценности указанного стабильного агрегата SAG драгоценных металлов, измеряемая в единицах ценности стабильного агрегата SAC четырех «твердых» мировых валют.

Приводятся графики значений нормированных индексов простых валют в единицах стабильной агрегированной валюты, а так же графики значений нормированных индексов простых металлов в единицах стабильного агрегированного блага.

Проводится сравнительный анализ построенных графиков с графиком нормированной ценности двух построенных «корзин».

Полученные результаты свидетельствуют о плодотворности применения описанного метода построения стабильных агрегированных экономических благ, состоящих из валют и/или товаров, для анализа динамики меновой ценности различных реальных товаров и валют.



## SUMMARY

### ***Zhuk S.N. Stable aggregate currency using for precious metals prices dynamics analysis.***

The using to analyze the dynamics of commodity prices stable aggregate currency due to the fact that the variability of normalized multiplicative index of exchange value of the aggregated rates significantly less variability similar indices of national currencies in the relevant "baskets". This allows successfully use the currency as an aggregate units of account commodity prices.

In this article describes the method of creating a stable aggregate commodity based on an extended model of a simple exchange. This method is used for the construction of the two baskets with using daily statistical data. This is currency basket which consists of four simple national currencies of different countries (Euro, British Pound, Japanese Yen, U.S. Dollar) and commodity basket which includes four types of precious metals (silver, gold, platinum, palladium).

We constructed the graphs of the normalized index of a simple currencies in units of a stable aggregate currency and constructed the graphs of the normalized index of a simple metals in units of a stable aggregate currency commodity.

We held a comparative analysis of the constructed graphs with graph of exchange the normalized values of the two "baskets."

The results suggest the fruitfulness of application of this method of constructing stable aggregate economic boons, consisting of currency and / or commodities, for analyze the dynamics of the real exchange value of various commodities and currencies.