

А.А. МУСАЕВ

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ИНЕРЦИОННОСТИ ХАОТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Мусаев А.А. Численный анализ инерционности хаотических процессов.

Аннотация. На основе серии вычислительных экспериментов рассмотрен фундаментальный вопрос о наличии инерционности в квазихаотических процессах. В качестве полигона данных используются длительные интервалы наблюдений за котировками валютных инструментов на электронном рынке Forex. Для обеспечения наглядной визуализации используется технология динамической сегментации диапазона изменения наблюдаемого процесса. Установлено, что гипотеза о наличии инерционности подтверждается лишь для сглаженного процесса.

Ключевые слова: хаотические процессы, сегментация, инерционность, Forex.

Musaev A.A. Numerical Analysis of Chaotic Processes Persistence.

Abstract. The fundamental problem of existence inertia effect in quasichaotic processes on the basis of a computing experiments series is considered. As the data polygon are used long intervals of supervision over currency tools quotations in the electronic market Forex. The technology of observed dynamic segmentation process for ensuring visualization is used. It is established that the hypothesis of existence of inertia effect is confirmed only for smoothed process.

Keywords: chaotic process, segmentation, persistence, Forex.

1. Введение. Вопрос инерционности хаотического процесса требует уточнения самих определяющих понятий хаотичности и инерционности для нематериальных объектов.

Понятие *хаотичности* связано с более высоким уровнем неопределенности, чем в модели, описываемой вероятностно-статистической парадигмой. В случае если изучаемый процесс находится под влиянием непрерывно меняющейся нестационарной среды погружения, нарушается основополагающее предположение теории вероятностей о возможности повторных наблюдений событий в неизменных условиях. По-видимому, наиболее высокий уровень хаотичности связан с практически непрерывными скачкообразными изменениями нестационарной среды, непосредственно воздействующей на изучаемый процесс. Генезис такого явления наиболее хорошо описывается моделью детерминированного хаоса [1, 2], связанного с возникновением точек неустойчивости (бифуркаций) в динамике развития открытых нелинейных систем. В частности, такие процессы характерны для турбулентных гидро- и газодинамических систем, а также при описании некоторых социально-экономических явлений.

В рамках настоящей статьи под хаотическим процессом будем понимать колебательный непериодический ряд наблюдений с аддитивной чисто случайной нестационарной составляющей. Такая модель

достаточно характерна, например, для динамики котировок рыночных активов. Под влиянием многочисленных информационных воздействий наблюдения котировок образуют динамический процесс очень сложной природы, практически не допускающий формирования долгосрочного или среднесрочного прогноза.

Понятие «инерционности», относится, прежде всего, к материальным субстанциям – веществу и энергии. Традиционное определение инерционности, как способности физического тела продолжать равномерное прямолинейное движение, не допускает прямой перенос на информационные процессы, определяющиеся через плохо формализуемые психологические, экономические, политические, военные и другие факторы. Поэтому под инерционностью таких нематериальных (информационных) процессов будем понимать способность сохранять тренд как общее направление развития, в течение некоторого ограниченного интервала времени.

В контексте решаемой задачи, инерционность оценивается как способность исследуемого процесса сохранить ранее обнаруженный тренд от уровня, на котором он был фиксирован, до момента его пересечения следующего (по направлению установленного тренда) уровня. В случаях, когда процесс разворачивается и достигает противоположного уровня, соответствующий фрагмент эксперимента будет рассматриваться как событие, противоречащее гипотезе инерционности. Данный подход хорошо сочетается с задачами электронного трейдинга, когда выигрыш (TP, Take Profit) достигается в случае, когда процесс дойдет до заданного уровня раньше, чем, после разворота, он выйдет на уровень ограничения потерь (SL, Stop Loss).

При использовании такого определения и статистического подхода к оценке свойств изучаемого процесса, в качестве критерия наличия инерционности будет использоваться оценка вероятности (точнее, частота) события, заключающегося в том, что процесс пересечет уровень подтверждения наличия тренда раньше, чем уровня отрицания.

Следует заметить, что апостериорное наблюдение реализаций хаотических процессов, отражающих динамику котировок валютных инструментов, на визуальном уровне подтверждает предположение о наличии локальных участков с явно выраженными трендами, допускающими полиномиальное описание невысокого порядка. Иными словами, имеет место некоторый аналог инерционности. В случае математического подтверждения этого факта, можно будет сделать вывод о локальном снижении степени хаотичности исследуемого процесса, что открывает перспективы в построении эффективных торговых стратегий.

Наличие участков, сохраняющих общую направленность развития процесса, дает возможность использовать традиционные алгоритмы статистического описания таких участков. Если данное предположение окажется некорректным, то получить эффективные управляющие стратегии на основе анализа трендов не удастся.

В качестве типичного процесса с нестационарной динамикой рассмотрим изменения котировок валютных пар на электронном рынке FOREX. Для изучения поставленного вопроса в настоящей работе проведен ряд вычислительных экспериментов для наиболее часто используемых валютных инструментов.

2. Математическое описание вычислительного эксперимента. Разделим область изменения исследуемого процесса $Y(t)$ на равномерные сектора размера dL . Значения процесса измеряются в унифицированных величинах, называемых *пунктами* (n). Предположим, что процесс перешел с уровня L_k до вышерасположенного уровня L_{k+1} . Данный факт можно грубо интерпретировать как наличие положительного тренда. Обозначим такой переход $L_k \rightarrow L_{k+1}$. И наоборот, переход $L_k \rightarrow L_{k-1}$ можно рассматривать на динамику с отрицательным трендом.

Вопрос состоит в подтверждении гипотезы инерционности процесса $Y(t)$, определяемой достижением последующего уровня в направлении, соответствующем установленному тренду.

Будем оценивать вероятность положительных исходов, то есть перехода процесса $L_k \rightarrow L_{k+1}$ после того, как он осуществил переход $L_{k-1} \rightarrow L_k$. Отрицательным исходом будет обратный переход на нижестоящий уровень $L_k \rightarrow L_{k-1}$ сразу после ранее осуществленного возрастающего перехода $L_{k-1} \rightarrow L_k$. В силу симметрии аналогичные оценки исходов имеют место и для убывающего перехода. Таким образом, полная группа событий состоит из двух положительных исходов:

$$(L_k \rightarrow L_{k+1} \mid L_{k-1} \rightarrow L_k), (L_k \rightarrow L_{k-1} \mid L_{k+1} \rightarrow L_k),$$

и двух отрицательных

$$(L_k \rightarrow L_{k-1} \mid L_{k-1} \rightarrow L_k), (L_k \rightarrow L_{k+1} \mid L_{k+1} \rightarrow L_k).$$

В качестве иллюстрации на рисунке 1 приведен пример динамики котировки валютного инструмента EURUSD на 10-дневном интервале наблюдения с границами зон сегментации и отметками о пересечении соответствующих границ.

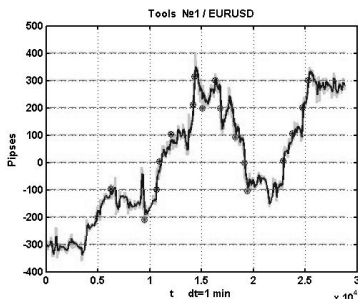


Рис. 1. Пример динамики котировки валютного инструмента EURUSD на 10-дневном интервале наблюдения

Заметим, что на графике представлен как сам процесс $Y(t)$, так и его сглаженная версия $Y_s(t)$. Сглаживание осуществлялось простым экспоненциальным фильтром $Y_s(t) = \alpha Y(t) + \beta Y_s(t-1)$, $\beta = 1 - \alpha$, $\alpha = 0.02$.

Примеры реализации положительных исходов приведены на рисунках 2-3, а отрицательных – на рисунках 4-5.

Предположим, что проведено N экспериментов, в каждом из которых зафиксирован тренд, как направление перехода с одного уровня на другой. В случае, если направление движения сохранится вплоть до пересечения со следующим по направлению тренда уровнем, то такой исход будем воспринимать как событие, подтверждающее наличие тренда. Наоборот, если процесс развернется и достигнет предшествующего уровня, то такой исход следует рассматривать как негативный, отрицающий наличие тренда. Предположим, что в результате N последовательно проведенных экспериментов, M исходов подтверждают гипотезу о наличии тренда, а $N - M$ исходов ее отрицают.

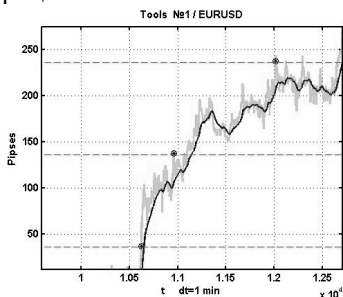


Рис. 2. Пример реализации положительного исхода

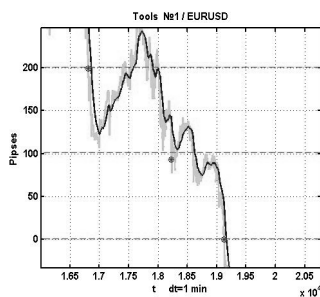


Рис. 3. Пример реализации положительного исхода

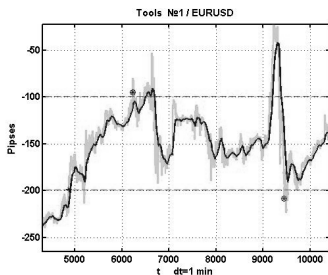


Рис. 4. Пример реализации отрицательного исхода

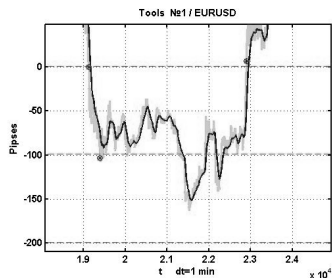


Рис. 5. Пример реализации отрицательного исхода

Тогда предположение о наличии тренда может трактоваться как альтернатива $H_1 : p \neq p_0 = 0.5$ к нулевой гипотезе $H_0 : p = p_0 = 0.5$ об его отсутствии.

Вычислительный эксперимент 1. Для того чтобы охватить как можно больше типов вариаций хаотической динамики, встречающиеся на электронном рынке, рассматривались пять 100-дневных участков для трех наиболее часто применяемых валютных инструментов – *EURUSD*, *EURJPY* и *USDJPY*. В качестве размера межуровневого интервала использовалась величина $dL = 100$ пунктов.

Оценка вероятности, как обычно, осуществляется через частоту положительных исходов, то есть через отношение положительных исходов к общему числу экспериментов. Соответствующие результаты вычислительного эксперимента представлены в таблице 1.

Из приведенной таблицы наглядно видно полное отсутствие какой-либо инерционности в динамике котировок. Последнее утверждение можно проверить методами статистической проверки гипотез. Как указывалось выше, проверяется нулевая гипотеза $H_0 : p = 0.5$ против альтернативы $H_1 : p \neq p_0$.

Таблица 1. Частота положительных исходов при $dL = 100$

Временной интервал, сутки	Валютные инструменты		
	EURUSD	EURJPY	USDJPY
1-100	0.552	0.484	0.444
101-200	0.507	0.536	0.465
201-300	0.533	0.552	0.560
301-400	0.494	0.452	0.465
401-500	0.446	0.545	0.444

В качестве примера, рассмотрим эксперимент для 100-дневного интервала наблюдений за котировками валютного инструмента EURUSD. В результате эксперимента получили $n=76$ закрытий позиции, из которых $m=42$ отвечали условию инерционности при $dL=100$ п. Относительная частота $\frac{m}{n}=0,552$ соответствует значению решающей статистики:

$$U = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0q_0}} = \frac{0.052\sqrt{76}}{\sqrt{0.25}} = 0.91.$$

Здесь $q_0 = 1 - p_0$, $U \in N(0, 1)$, т.е. подчинена стандартному гауссовскому распределению с параметрами $(0, 1)$. Предположение о нормальном распределении критерия следует из теоремы Лапласа (при достаточно большом n относительную частоту можно приближенно считать нормально распределенной с математическим ожиданием p и средним квадратическим отклонением $\sqrt{\frac{pq}{n}}$). В общем случае предположение о нормальности требует дополнительной проверки.

Критическая область для симметричной конкурирующей гипотезы $H_1 : p \neq p_0$ определяется на основе выбранного уровня значимости α . Для двухсторонней критической области $u_{кр}$ определяется по таблице значений функции Лапласа из условия:

$$\Phi(u_{кр}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} = \frac{1-\alpha}{2} = 0.005, \text{ где } \alpha = 0.99.$$

Из таблиц распределения функции Лапласа определяем $u_{кр} = 2,85$. Следовательно, расчетное значение статистики $U = 0.91$ принадлежит области принятия гипотезы H_0 .

Вычислительный эксперимент 2. Решение об отсутствии инерционности в предыдущем эксперименте может быть обусловлено излишне большим интервалом подтверждения $dL = 100$ п. Проверим, можно ли рассчитывать на наличие инерционности для меньших уровней сегментации.

Замечание. Следует иметь ввиду, что исследуемый процесс обладает существенной чисто случайной составляющей. Если рассматривать случайный разброс значений относительно сглаженного про-

цесса с $Y_s(t)$ с $\alpha=0.02$, то его среднеквадратическое отклонение (ско) на 100 дневных участках наблюдения для разных валютных инструментов колеблется в диапазоне 11-14п. При уменьшении α до 0.01, соответствующее ско будет изменяться в пределах 15-20п., что связано с меньшей степенью сглаженности и, следовательно, меньшей разностью между исходным и сглаженными процессами.

Величина разброса отвечает за случайные решения, не отвечающие системным процессам динамики котировок, и, следовательно, искажают выводы об инерционности исследуемой динамики. Таким образом, для получения корректного вывода о наличии инерционной составляющей величина шага сегментации (системной динамики) должна заметно превышать случайную составляющую.

В качестве примера с допустимо минимальным шагом сегментации для приведенных значений ско, рассмотрим ту же задачу с $dL = 50$ п. Частоты положительных исходов, подтверждающих инерционности процесса, приведены в таблице 2.

Таблица 2. Частота положительных исходов при $dL = 50$

Временной интервал, сутки	Валютные инструменты		
	EURUSD	EURJPY	USDJPY
1-100	0.539	0.568	0.522
101-200	0.524	0.528	0.497
201-300	0.529	0.503	0.537
301-400	0.503	0.550	0.534
401-500	0.493	0.548	0.552

Полученные результаты, как и в предыдущем случае, подтверждают отсутствие инерционности. Незначительная положительная асимметрия слишком мала, чтобы принять нулевую гипотезу о значимости отличия частоты положительного исхода от 50%.

Вычислительный эксперимент 3. Отличие от первого эксперимента состоит в том, что фиксация начала каждого этапа динамики процесса осуществляется при пересечении уровня сегментации не самим процессом, а его сглаженной версией. Закрытие позиции (т.е. установка факта признания или не признания инерционности в каждом опыте) осуществляется самим процессом $Y(t)$.

Очевидно, что чем выше степень сглаженности, тем в меньшей степени получаемый результат будет зависеть от случайных пересечений уровней флуктуационной составляющей процесса. С другой стороны, более высокая степень сглаженности неизбежно приводит к за-

держке сглаженного процесса относительно исходного, вызывающей искажения результирующих оценок. В качестве компромисса будем использовать значения $\alpha = 0.005 - 0.02$. Шаг сегментации, как и в первом эксперименте, равен 100п.

Результаты оценки вероятности положительного исхода, подтверждающего альтернативу H_1 , для пяти стодневных интервалов наблюдения и различных значениях коэффициента передачи α экспоненциального фильтра представлены в таблице 3.

Из приведенных данных видно, что сглаженная версия процесса изменения котировок обладает большей инерционностью, что позволяет, в принципе, выработать полезные рекомендации при построении торговой стратегии.

Однако следует иметь в виду, что отрицательные решения являются более сильными в смысле проигрыша, поскольку в этом случае осуществляется разворот динамики котировки, а уход процесса $Y(t)$ за время, когда сглаженная кривая $Y_s(t)$ пересечет уровень открытия, может быть весьма велик.

Таблица 3. Частота положительных исходов при открытии позиции сглаженной траекторией котировки

Временной интервал, сутки	EURUSD		
	$\alpha = 0.005$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.02$
1-100	0.667	0.681	0.618
101-200	0.771	0.791	0.667
201-300	0.606	0.706	0.612
301-400	0.612	0.653	0.618
401-500	0.648	0.581	0.574

Замечание. Возможны сбои в переобозначении уровней, если при прохождении $Y_s(t)$ уровня открытия, сам процесс $Y(t)$ выйдет за пределы $|dL|$, т.е. окажется выше зоны LUr или ниже LDn . Тогда для закрытия позиции ему нужно вернуться и снова пересечь соответствующую границу, что может произойти очень нескоро и открыться в неверном с точки зрения инерционности направлении.

Вычислительный эксперимент 4. Условия аналогичны эксперименту 3, но закрытие и открытие опыта, осуществляется сглаженным процессом $Y_s(t)$ при пересечении соответствующего уровня. Результаты эксперимента приведены в таблице 4.

Таблица 4. Частота положительных исходов при открытии и закрытии позиции
сглаженной траекторией котировки

Временной интервал, сутки	EURUSD		
	$\alpha = 0.005$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.02$
1-100	0.652	0.652	0.593
101-200	0.698	0.706	0.696
201-300	0.686	0.707	0.688
301-400	0.612	0.612	0.582
401-500	0.567	0.534	0.574

Нетрудно видеть, что представленные результаты достаточно близки к соответствующим оценкам, приведенным в таблице 3. Иными словами, фиксация результата сглаженной кривой не ухудшила окончательного результата. Это связано с тем, что вероятность достижения уровня фиксации процессом $Y(t)$ будет выше как при положительном, так и при отрицательном исходе.

Закключение. Вопрос инерционности квазихаотических процессов с нестационарной случайной составляющей является ключевым с точки зрения решения ряда важных прикладных задач управления. Примером может служить задача построения эффективных торговых стратегий на основе анализа трендов.

Применение сегментации области изменения изучаемого случайного процесса позволяет построить наглядную, хорошо визуализируемую систему анализа его инерционности.

Использование самого исследуемого процесса для фиксации уровней подтверждения или отрицания его инерционности не позволяет решить поставленную задачу в силу высокой степени его стохастического разброса. Процесс достигает уровней принятия решения чаще в силу высокой дисперсии, чем в результате инерционного тренда. Отсюда возникает рекомендация об использовании для анализа инерционности сглаженного процесса. В частности, хорошие результаты дает сглаживание экспоненциальным фильтром с коэффициентом передачи $\alpha = 0.005 - 0.01$.

Применение сглаженной кривой для анализа инерционности приводит к диапазону значений отношений частоты достижения уровня, подтверждающего наличие инерционности, к частоте событий, отрицающей данную гипотезу, равному 0,6-0,7. В этом случае гипотеза о наличии инерционности нестационарного процесса не отвергается.

Это означает, что имеющиеся экспериментальные данные подтверждают наличие принципиальной возможности использования трендовой динамики для построения краткосрочного прогноза. Вопрос

о целесообразности использования такой методологии со столь значительным перевесом положительного решения, необходимо решать из конкретной задачи и методики анализа рисков.

Приведенное исследование является не полным. В частности, не исследован вопрос анализа инерционности для различных диапазонов сегментации dL , используемых для установления наличия и направления инерционной динамики. Другим важным вопросом, является скорость прохождения уровня, на котором определяется тренд. Данный вопрос целесообразно проводить на существенно переработанной программе, не использующей сегментацию диапазона изменения процесса, а осуществляющего прямой отсчет в произвольный момент времени. В этой ситуации возможно использование более мощных критериев установления значимого тренда. Эти вопросы предполагается осветить в статьях в последующих выпусках настоящего сборника.

Литература

1. *Lorenz E.N.* Deterministic non-periodic flow // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1963. vol. 20 (2). pp. 130–141.
2. *Peters E. E.* Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility (2nd ed.) // NY: John Wiley & Sons. 1996. 288 p.

References

1. Lorenz E.N. Deterministic non-periodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1963. vol. 20 (2). pp. 130–141.
2. Peters E. E. Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility (2nd ed.). NY: John Wiley & Sons, 1996. 288 p.

Мусаев Александр Азерович — д-р техн. наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории информационных технологий в системном анализе и моделировании СПИИРАН, декан факультета информационных технологий и управления Санкт-Петербургского государственного университета, научный консультант ОАО Специализированная инжиниринговая компания «Севзапмонтажавтоматика». Область научных интересов: анализ данных, управление и прогнозирование в сложных динамических системах, стохастические и хаотические системы. Число научных публикаций — 214. amusaev@technolog.edu.ru.com, www.szma.com; СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; п.т. +7(812)350-5885, факс +7 (812)350-1113.

Musaev Alexander Azerovich — Ph.D., Dr. Sci., professor, leading researcher, Laboratory of IT in System Analysis and Modeling, SPIIRAS, dean of IT and control systems department, St. Petersburg State Institute of Technology, expert, public corporation Specialized Engineering Company "Sevzapmontageautomatica". Research interests: data analysis, complicated dynamic processes prognosis and control, stochastic chaos systems. The number of publications — 214. amusaev@szma.com, www.szma.com; SPIIRAS, 39, 14-th Line V.O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)350-5885, fax +7(812)350-1113.

РЕФЕРАТ

Мусаев А.А. **Численный анализ инерционности хаотических процессов.**

Рассмотрен фундаментальный вопрос о наличии инерционности информационных процессов, находящихся под воздействием неопределенного числа разнородных нестационарных факторов. Решение указанной проблемы играет принципиальную роль в ряде задач, связанных с построением и применением управляющих стратегий. Примером может служить задача построения эффективных торговых стратегий на основе анализа трендов.

Применение сегментации области изменения изучаемого хаотического процесса позволяет построить наглядную, хорошо визуализируемую систему анализа его инерционности.

Использование самого исследуемого процесса для фиксации уровней подтверждения или отрицания его инерционности не позволяет решить поставленную задачу в силу высокой степени его стохастического разброса. Процесс достигает уровней принятия решения чаще в силу высокой дисперсии, чем в результате инерционного тренда. Отсюда возникает рекомендация об использовании для анализа инерционности сглаженного процесса. В частности, хорошие результаты дает сглаживание экспоненциальным фильтром с коэффициентом передачи 0.005-0.01.

В качестве показателя инерционности используем отношение числа опытов, подтверждающего наличие инерционности, к общему числу экспериментов. Применение сглаженной кривой для анализа инерционности позволяет получить значение указанного показателя в пределах 0.6-0.7. В этом случае гипотеза о наличии инерционности нестационарного процесса не отвергается. Это означает, что имеющиеся экспериментальные данные подтверждают наличие принципиальной возможности использования сглаженной трендовой динамики для построения краткосрочного прогноза. Вопрос о целесообразности использования такой методологии со столь незначительным перевесом положительного решения, необходимо решать из конкретной задачи и методики анализа рисков.

Приведенное исследование не является полным. В частности, не исследован вопрос анализа инерционности для различных диапазонов сегментации, используемых для установления наличия и направления инерционной динамики. Другим важным вопросом, является скорость прохождения уровня, на котором определяется тренд. Данный вопрос целесообразно проводить на существенно переработанной программе, не использующей сегментацию диапазона изменения процесса, а осуществляющего прямой отсчет в произвольный момент времени. В этой ситуации возможно использование более мощных критериев установления значимого тренда. Эти вопросы предполагается осветить в последующих выпусках настоящего сборника.

SUMMARY

Musaev A.A. **Numerical Analysis of Chaotic Processes Persistence.**

The fundamental problem of existence of a persistence effect of the information processes under the influence of uncertain number of diverse non-stationary factors is considered. The solution of the specified problem is important part in a number of the tasks connected with construction and application of operating control strategy. The problem of creation of effective trade strategy on the basis of the analysis of trends can be an example.

Segmentation of studied chaotic process change area allows to construct evident, well visualized system of persistence effect analysis.

The direct use of the studied process for fixing levels persistence confirmation doesn't allow solving an objective because of a high degree of its stochastic dispersion. Process reaches levels of decision-making more often owing to high dispersion, than as a result of an inertial trend. From there is a recommendation about use for the analysis of a persistence effect of smoothed process. In particulars, good results yields smoothing by the exponential filter with transfer coefficient in the range 0.005-0.01.

As an index of a persistence effect we use the relation of number of the experiences confirming existence of a lag, to total number of experiments. Application of the smoothed curve for the inertia analysis allows to receive value of the specified index within 0.6-0.7. In this case the hypothesis of existence of a chaotic process persistence effect isn't rejected. It means that available experimental data confirm a basic possibility of smoothed trend dynamics use for creation of the short-term forecast. Application of such methodology with so insignificant positive decision overweight is necessary to solve from a specific objective and a risk analysis technique.

The given research is not full. In particular, the question of the inertia analysis for various ranges of segmentation isn't investigated. Other important question is the speed of level passing. It is expedient to carry out the matter on significantly processed program which isn't using range segmentation of process, and carrying out direct counting to any timepoint. In this situation is possible using of stronger criteria of significant trend detection. These questions are supposed to be taken up in the subsequent releases of this collection.