

А.С. ГОРОБЦОВ, К.В. КЛИМОВ, В.А. ДАНИЛОВ
**МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РОБОТА СОБАКИ
ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ В ПЕРСПЕКТИВНЫХ
НИЗКОБЮДЖЕТНЫХ ШАГАЮЩИХ РОБОТАХ**

Горобцов А.С., Климов К.В., Данилов В.А. Методы управления движением робота собаки для реализации в перспективных низкобюджетных шагающих роботах.

Аннотация. Целью работы является создание методов управления шагающими роботами реального времени для широкого диапазона режимов движения. Рассматривается модификация метода обратной задачи с использованием универсального адаптивного генератора походок, реализующего шестимерное движение корпуса робота. Выполнена программная реализация этого метода с добавлением методов регуляризации для численного интегрирования уравнений с вырожденной матрицей. Представлены результаты теоретического и экспериментального исследования движения робота собаки в различных режимах по микро и макронеровностям. Отмечается невысокий уровень динамических показателей движения робота, в частности, высокая вибрация, что соответствует литературным данным для аналогичных по кинематической схеме роботов собак, управление которыми синтезируется методами машинного обучения и обратной задачи. Причиной низкого качества управления являются фазы движения, в которых система становится неуправляемой. Для безусловного выполнения условия управляемости системы рассмотрены возможные модификации кинематической схемы робота. Такие модификации могут быть выполнены введением избыточных управляемых степеней свободы за счет хвоста, лап и др. Предложены новые теоретические методы управления систем с избыточными степенями свободы на основе метода обобщенной задачи динамического уравнивания. Подтверждена эффективность этих методов моделированием управляемого движения робота собаки с хвостом и лапами. Для распространенной кинематической схемы робота собаки с тремя приводами на ногу и точечным контактом в стопе в качестве рационального решения предлагается использование моноколеса для движения по микронеровностям и шагающих движителей для преодоления макронеровностей и выхода из аварийных ситуаций, например, опрокидывания. Эпизодическое использование шагающих движителей допускает упрощенные режимы управления, которые эффективно реализуются в рамках предложенной модификации метода обратной задачи. Концепция подтверждена численными и натурными экспериментами. Система управления локомотивной в этом случае может быть реализована на недорогой аппаратной базе, в том числе с использованием апробированного приборного оснащения широко распространенных роботов, в частности, квадрокоптеров. Особенностью роботов, построенных на предлагаемых принципах управления, является модульность конструкции, позволяющая получать модификации в широком диапазоне технических характеристик путем различной конфигурации модулей. Такие высокомобильные роботы могут стать дешевой и безопасной платформой для доводки систем навигации, беспилотного управления и др. в условиях реальной эксплуатации в различных сферах применения.

Ключевые слова: управляемость, шагающие роботы, обратная задача, избыточные связи, устойчивость движения.

1. Введение. Задача управления шагающими роботами актуальна, поскольку позволяет получить принципиально новый класс

машин, с новыми эксплуатационными характеристиками. Для построения управления такими роботами используются два типа методов – методы машинного обучения и метод обратной задачи. При машинном обучении обычно используется обучение с подкреплением, управляющие силы (моменты) в приводах интерполируются рекуррентной нейронной сетью.

Типовая методика использования машинного обучения состоит в прогнозировании траектории корпуса робота и реализации этой траектории с помощью шагающих движителей, управление которыми осуществляется с помощью нейронной сети [1, 2]. Управляющая нейронная сеть строится с помощью обучения с подкреплением. В [3] рассмотрены особенности формирования целевых функций (функций выигрыша) для различных режимов движения робота. Обучение с подкреплением является методом Монте-Карло, поэтому для ускорения вычислений используются технологии параллельных вычислений [4]. Главной проблемой систем управления, полученных машинным обучением, является их недостаточная адаптивность к изменению условий движения. Адаптивность управления пытаются повысить различными подходами. В работах [5–7] управление разделяется на два уровня – перемещение корпуса и шагающих движителей. Такое разделение предполагает и разделение на два потока и данных с датчиков [8–10]. Перемещение шагающих движителей реализует генератор походки, который для повышения адаптивности может настраиваться нейронной сетью [11–13]. Перемещение корпуса может выбираться из множества стратегий [14, 15]. Для обучения движению по нетвердым поверхностям применяют специальные математические модели таких поверхностей [16, 17]. Обучение выполняется на прямой задаче динамики робота. Прямая задача, в отличие от обратной задачи, допускает сведение к невырожденным уравнениям движения, которые корректно численно решаются. В целом машинное обучение позволяет добиться значительной доли успешных проходов робота по тестовым ландшафтам. Частота падений лежит в диапазоне 0-80% [18]. Такие методы позволили получить эффективные натурные демонстраторы шагающих роботов [18–20]. Главным недостатком методов машинного обучения является то, что они относятся к методам Монте-Карло и требуют значительных вычислительных ресурсов даже для расчета одного варианта целевой функции (функции выигрыша) и теоретически не могут обеспечить заданную малую величину вероятности падений в различных условиях. С целью увеличения вычислительной эффективности разрабатывается специализированное программное обеспечение для

решения прямой задачи, например, Isaac SDK, адаптированное под аппаратную базу высокопроизводительных вычислений. В качестве регуляторов в приводах роботов используются, как правило, ПД регуляторы. В работе [18] рассмотрено управление только по силе. При таком управлении робот может преодолевать препятствия (тоннель, наступание на предмет) для которых управление по положению [19 – 20] дает худшие результаты.

При синтезе управления методом обратной задачи по перемещению корпуса и координатам опорной поверхности точно рассчитываются кинематические параметры движения шагающих движителей [21, 22]. В этом подходе, в режиме реального времени решается модель динамики робота. Для снижения вычислительных затрат используют упрощенные модели [23, 24]. Для управления движителями применяются методы оптимального управления линейными системами – квадратичные регуляторы [25, 26]. Проблема вырожденности уравнений обратной задачи решается методами оптимизации с условиями расположения реакции в точечных контактах стоп в конусе трения [27, 28]. Генераторы походок, как правило, строятся на основании эвристик, связывающих законы перемещения стопы и кузова, что позволяет формировать походки для произвольного движения корпуса [29]. Следует выделить также работы по управлению шагающе-колесными роботами [30, 31]. В [31] рассматривается устойчивость таких роботов на основе контроля траектории ТНМ (Точки Нулевого Моментa реакций в контактах стоп) с использованием общепринятой линеаризации уравнений для координат ТНМ.

Преимуществом машинного обучения являются невысокие требования к вычислительной мощности контроллеров, реализующих управление, недостатком – низкие адаптивные свойства управления к изменению внешних условий. Метод обратной задачи нуждается в значительно более производительных контроллерах, но теоретически может обеспечить произвольный уровень адаптации.

Качество управления, достигнутое в обоих методах, существенно не различается. Оба метода дают решение в ограниченной области параметров походки с частотой около 3 Гц. Объективным индикатором достигнутого уровня методов управления локомоцией шагающих роботов можно считать компьютерную анимацию, реалистичность которой невысока. Широкого применения в этой области указанные методы не нашли. Недостатки существующих методов управления так же пытаются компенсировать введением колесных движителей на каждой стопе. Главная причина

отсутствия удовлетворительного решения задачи синтеза управления шагающими роботами – некорректность математической модели динамики робота. Выделяются две причины некорректности – это избыточные связи и неуправляемость. Избыточные связи обуславливаются многомерностью реакций в контакте стопы. В общем случае, каждая точка контакта стопы имеет шесть составляющих реакции, что уже в случае нахождения в фазе опоры более чем одной стопы приводит к избыточным уравнениям связей. Для четырехногих роботов общепринято использовать точечный контакт в стопе с тремя реакциями, что снижает число избыточных связей. Однако точечный контакт является причиной неуправляемости системы при контакте только двух или трех стоп, поскольку при этом невозможно создать момент относительно оси, соединяющей точки контакта (при контакте двух стоп). Существующие кинематические схемы четырехногих роботов приводят к системе, в которой чередуются фазы управляемости и неуправляемости. Обладать постоянной управляемостью шагающий робот с точечным контактом в стопе может только при наличии не менее шести ног. Отметим, что в животном мире контакт стопы всегда шестимерный, что обеспечивает управляемость даже при опоре только на одну ногу.

Таким образом, задача управления локомоцией шагающих роботов остается актуальной. Предложенный в [32–33] метод обобщенной задачи динамического уравнивания, позволяет синтезировать управление для широкого круга систем, в том числе и для шагающих роботов. В отличие от методов машинного обучения, указанный метод теоретически является методом реального времени, что делает его привлекательным для решения задач управления роботами со сложной локомоцией. В настоящей работе проводится анализ динамических параметров движения робота собаки типичной кинематической схемы, и анализируются пути их улучшения.

2. Анализ теоретических и экспериментальных параметров движения робота собаки. Динамику управляемого движения механической системы произвольной структуры и размерности можно описать в форме дифференциально – алгебраических уравнений вида [34, 35].

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}^T \mathbf{p} = \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t) + \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{D}\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{h}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}). \end{cases} \quad (1)$$

Где \mathbf{x} – вектор координат системы размерностью n , \mathbf{M} – матрица коэффициентов инерции, $\mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)$ – вектор внешних воздействий, $\mathbf{u}(t)$ – вектор управлений, приведенных к координатам системы, \mathbf{D} – матрица переменных коэффициентов уравнений связей размерностью $k \times n$, k – число уравнений связей, $\mathbf{h}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x})$ – вектор правых частей уравнений связей, \mathbf{p} – вектор множителей Лагранжа. Для шагающих роботов вектор $\mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)$ включает в себя силы взаимодействия с опорной поверхностью. Уравнения (1) принято называть уравнениями прямой задачи.

Уравнения обратной задачи, получаются из (1) введением дополнительных связей, задающих перемещение некоторых заданных точек системы по некоторым заданным траекториям $\mathbf{y}(t)$, которые могут быть найдены, например, методами оптимального управления. В этом случае, управляющие силы $\mathbf{u}(t)$ в уравнениях (1) могут быть заменены с помощью дополнительных уравнений связей для некоторых точек. Система (1) переписется в виде:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}^T \mathbf{p} + \mathbf{D}_y^T \mathbf{p}_y = \mathbf{f}^*(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t) \\ \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{h}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) \\ \mathbf{D}_y \ddot{\mathbf{x}} = \ddot{\mathbf{y}}(t), \end{cases} \quad (2)$$

где \mathbf{D}_y – матрица переменных коэффициентов, полученная из дополнительных уравнений связей, размерностью $k_1 \times n$, $\ddot{\mathbf{y}}(t)$ – вектор ускорений заданных дополнительных точек, \mathbf{p}_y – вектор множителей Лагранжа, соответствующих дополнительным уравнениям связей, k_1 – число дополнительных уравнений связей. Система (2) эквивалентна (1), но не содержит неизвестных управляющих воздействий. Интегрируя (2) мы можем получить кинематические параметры программного движения – координаты \mathbf{x}^* и их производные. Предположим, что на систему (1) наложены $k_2 \geq n - k$ связей, исключающих степени свободы приводов. Для механических систем такие связи могут быть введены, например, блокировкой поворотов шарниров вращения. В этом случае (1) с учетом (2) можно записать в форме:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}_o^T \mathbf{p}_o = \mathbf{f}^*(\dot{\mathbf{x}}^*, \mathbf{x}^*, t) - \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}}^* - \mathbf{D}^T \mathbf{p} \\ \mathbf{D}\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{h}(\dot{\mathbf{x}}^*, \mathbf{x}^*) \\ \mathbf{D}_o \ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{h}_o(\dot{\mathbf{x}}^*, \mathbf{x}^*). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $\dot{\mathbf{x}}^*, \ddot{\mathbf{x}}^*, \mathbf{x}^*$ – программные значения координат и их первых и вторых производных, полученные из (2), \mathbf{D}_o – матрица коэффициентов, полученная из уравнений исключаяющих связей размерностью $k_2 \times n$, $\mathbf{h}_o(\dot{\mathbf{x}}^*, \mathbf{x}^*)$ – вектор правых частей вторых производных исключаяющих связей, \mathbf{p}_o – вектор множителей Лагранжа, соответствующих исключаяющим связям, k_2 – число исключаяющих связей.

Решая (3) как систему линейных алгебраических уравнений

с вектором неизвестных $\begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{p} \\ \mathbf{p}_o \end{pmatrix}$, мы находим \mathbf{p}_o . Сравнивая первое

уравнение (1) и (3), учитывая, что в (3) $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} = 0$, поскольку $k_2 + k \geq n$, можно записать равенство:

$$\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{D}_o^T \mathbf{p}_o. \quad (4)$$

Так как исключаяющие связи соответствуют степеням свободы приводов, уравнение (4) дает выражение для нахождения программных воздействий в приводах. Таким образом, уравнения (1-4) позволяют решить задачу синтеза управления многомерной системой и находить кинематические параметры управляемого движения и программные значения управляющих воздействий. Решение уравнений (1-3) реализовано в программном комплексе моделирования динамики связанных тел ФРУНД [35]. В программном комплексе реализованы так же методы регуляризации [36], необходимые для решения задач с вырожденной матрицей при векторе неизвестных левой части этих уравнений. Причиной вырожденности матриц коэффициентов при неизвестных в левой части уравнений (2) и (3) являются избыточные связи в точках контакта стоп.

Для экспериментального исследования движения четырехногого робота используется робот собака МОРС [37] – рисунок 1. Основные параметры робота: масса 7.22 кг, поперечное расстояние между

продольными осями ног 134 мм, продольное расстояние между поперечными осями ног 331 мм. Полная длина ног – 398 мм (105+130+163). Робот реализован по общепринятой кинематической схеме с тремя приводами на каждой ноге. Ориентация приводов в ноге также типовая – первый от корпуса привод расположен продольно относительно корпуса, второй и третий – перпендикулярно оси первого привода. Для синтеза управления и расчетного анализа управляемого движения используется математическая модель робота в системе моделирования динамики связанных систем тел ФРУНД [35] – рисунок 2.

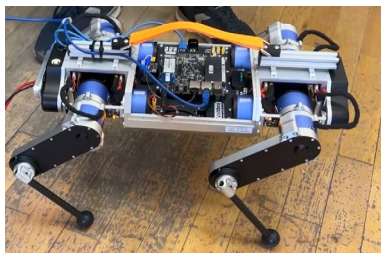


Рис. 1. Робот МОРС

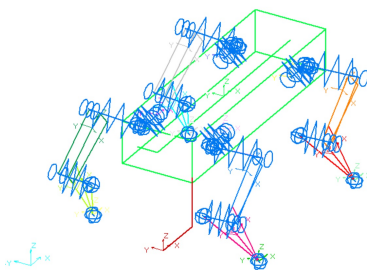


Рис. 2. Расчетная схема робот МОРС, маркерами пружин отмечены приводы ног робота

Математическая модель включает адаптивный генератор походок [38], который формирует трехмерную программную траекторию стоп с учетом движения корпуса в месте крепления ноги. Программная траектория корпуса задается шестью координатами движения его центра масс. Программные траектории стоп и корпуса образуют вектор $y(t)$ в (2). Траектория движения стопы интерполируется тригонометрическими функциями с плавным изменением перемещения, скорости и ускорения – рисунок 3.

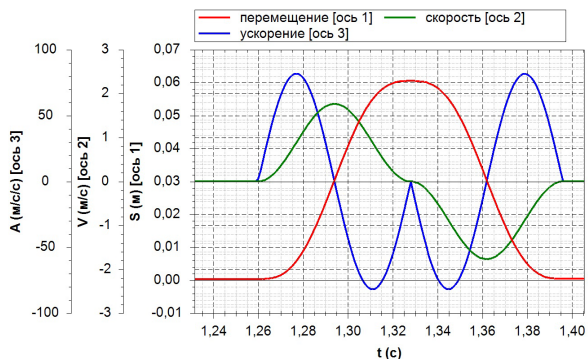


Рис. 3. Интерполяция перемещения, скорости и ускорения стопы в вертикальном направлении

Показанные на рисунке 3 кинематические характеристики вертикального программного движения стопы соответствуют варианту походки, в котором вертикальное и горизонтальное перемещение стопы выполняется одновременно. Время переноса стопы в этом случае разбито на два равных интервала – подъем и опускание. В генераторе походок реализовано так же раздельное перемещение стопы в вертикальном и горизонтальном направлении – сначала стопа поднимается вверх на заданную высоту, затем перемещается горизонтально и далее опускается. Такое программное перемещение стопы необходимо при движении робота по макронеровностям с вертикальными поверхностями, например, по ступеням лестниц. Для синтеза управления математическая модель решалась в режиме обратной задачи, в котором находились последовательности программных перемещений, скоростей и моментов приводов, которые затем передавались в систему управления робота МОРС по специальному интерфейсу. Рассмотрены различные типы движения робота.

Прямолинейное движение – разгон до заданной скорости, движение с постоянной скоростью, торможение и остановка. Время разгона и торможения 0.5 с, время движения с постоянной скоростью 3 с, скорость движения изменялась от 0.2 до 1 м/с. Параметры шага – частота 3 Гц, высота подъема стопы 6 см, длина шага выбиралась адаптивным генератором походок в зависимости от скорости движения. Использовалась походка с попарным переносом ног, расположенных по диагонали. Моменты в приводах робота находились из выражения:

$$u = M_p + c\delta + d\dot{\delta}, \quad (5)$$

где M_p – программное значение момента в приводе – соответствующая компонента вектора \mathbf{p}_o , δ рассогласование в приводе по положению, c, d – коэффициенты обратных связей по рассогласованию положения и скорости. Программные значения угловых перемещений и скоростей приводов находились при решении обратной задачи (2), программные значения моментов из (3). Расчетный анализ управляемого движения робота выполнялся решением прямой задачи (1). Модель контакта стопы с поверхностью при решении прямой задачи принималась вязкоупругой, коэффициент жесткости 40 кН/м, коэффициент вязкого сопротивления 0.2 кН/(м/с), коэффициент трения стоп о поверхность 0.4. Перечисленные параметры подобраны по данным эксперимента. На рисунках 4-5 показаны расчетные и экспериментальные зависимости изменения продольного перемещения и скорости корпуса робота при программной скорости движения 0.2 м/с. Из рисунка видно, что используемое управление реализует программный закон изменения перемещения с приемлемой точностью, однако наблюдаются значительные колебания продольной скорости. Флуктуации продольной скорости в эксперименте и расчете хорошо коррелируют, но экспериментальный разброс продольных скоростей в 1.5 раза выше расчетных. Амплитуда колебаний поперечной скорости составляет 0.06 м/с, расчетная амплитуда на 20-30% меньше, чем в эксперименте.

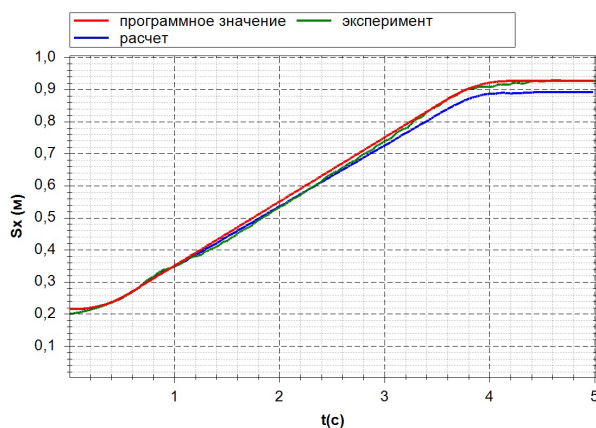


Рис. 4. Продольное перемещение ц.м. робота

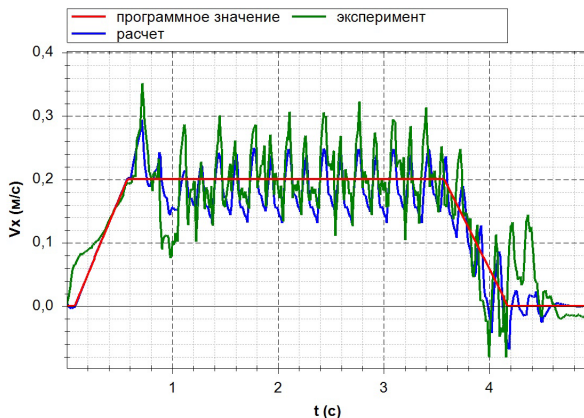


Рис. 5. Продольная скорость робота

Удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных имеет место по большинству параметров движения робота. На рисунке 6 показаны вертикальные ускорения в центре масс корпуса робота. Вертикальные ускорения достигают значительных величин – $2g$. Пиковые значения расчетных вертикальных ускорений достигают экспериментальных при трехкратном увеличении вязкого сопротивления в шарнирах.



Рис. 6. Вертикальное ускорение ц.м. робота

Угловые перемещения корпуса робота относительно продольной и поперечной осей показывают хорошее качественное

и количественное соответствие расчетных и экспериментальных величин – амплитуда колебаний составляет 1-1.5 град, различие расчетных и экспериментальных данных 20-30%. Для угловых перемещений корпуса относительно вертикальной оси различие экспериментальных и расчетных величин значительно больше – амплитуда колебаний в эксперименте в 3 раза выше расчетной и достигает 1 град, имеет место значительный увод – 5 град за 4 с. Анализ расчетных и экспериментальных данных по вертикальным реакциям в стопах показал хорошее совпадение момента времени вхождения стоп в контакт с опорной поверхностью. И в расчете, и в эксперименте для задних ног наблюдается вход в контакт с отскоком.

На рисунке 7 представлено сравнение расчетных и экспериментальных значений моментов в приводах в задней левой ноги. Расчётные управляющие моменты в фазе переноса практически совпадают с программными. В фазе опоры расчетные значения управляющих моментов отличаются от программных максимально на 30-40 %, за исключением некоторых точек. Экспериментальные значения управляющих моментов отличаются от расчетных примерно так же. Максимальные отличия расчетных и экспериментальных управляющих моментов зафиксированы в фазе переноса стопы – рисунок 7. В этой фазе наблюдаются значительные колебания приводных моментов, особенно в приводах 3. Максимальные погрешности углов приводов в расчете составляют 1.5 град.

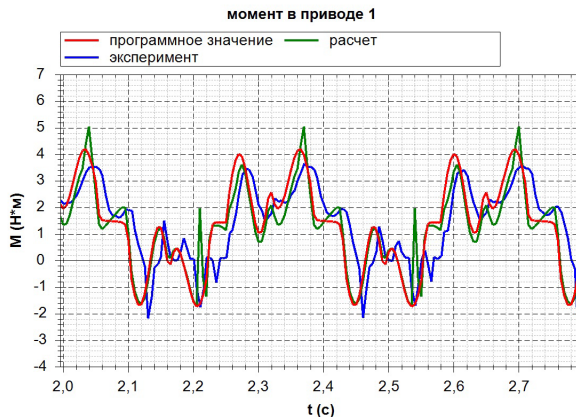


Рис. 7. Расчетные и экспериментальные моменты в приводе 1 задней левой ноги

Приведенные расчетные результаты получены для коэффициентов обратных связей в (5) $c=55$, $d=3$. При увеличении коэффициента c в три раза, погрешность по углу в приводах уменьшается примерно вдвое. Дальнейшее увеличение коэффициентов обратных связей до $c=500$, $d=15$ не приводит к пропорциональному уменьшению погрешностей приводов, но при этом резко возрастают пиковые моменты в момент начала опорной фазы. При увеличении коэффициентов обратных связей в 2-3 раза от номинальных увеличиваются вибрационные ускорения корпуса робота. Увеличение вибраций корпуса так же происходит при исключении из управления программной силы. Исключение из управления (5) программной силы при номинальных значениях коэффициентов обратных связей $c=55$, $d=3$ тоже приводит к росту ускорений – до полутора раз и резкому снижению качества воспроизведения программных параметров движения робота.

Управляющие моменты в приводах значительно зависят от инерционных характеристик звеньев робота. На рисунке 8 показаны программные моменты в 3 приводе передней правой ноги для различных масс звеньев ног. Масса звеньев ног робота – первое звено – 0.309 кг, второе звено – 0.532 кг, третье звено – 0.049 кг. Моменты инерции звеньев имеют порядок одной тысячной величины массы. Как видно из рисунка 8 уменьшение масс звеньев в 25 раз, снижает максимальные значения программных моментов более чем вдвое и при этом из моментов исключается периодическая составляющая.

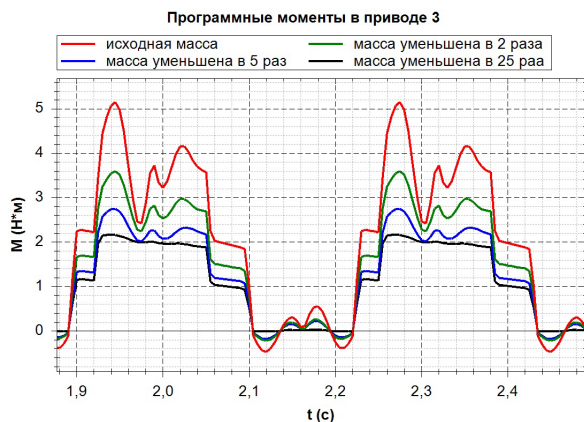


Рис. 8. Программный момент в приводе 3 передней правой ноги в зависимости от массы ног

Масса звеньев ноги оказывает влияние на величину программных управляющих моментов всех приводов. Наибольшее влияние на управляющие моменты приводов оказывает масса звена 2, что, возможно связано с тем, что масса третьего звена значительно меньше остальных – примерно в 10 раз. Так, например, уменьшение массы второго звена в 5 раз, приводит к уменьшению момента привода 3 с 5 до 3.5 Нм. Влияние моментов инерции звеньев ноги на моменты в приводах наиболее сильно проявляется в приводе 2, поскольку, как уже указывалось, основную составляющую величины момента в этом приводе дают инерционные нагрузки. При увеличении моментов инерции в 5 раз, при тех же массах, пиковое значение управляющего момента в приводе 2 вырастает в 2 раза.

Выполненный сравнительный анализ показал удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных значений динамических параметров движения робота и соответствует результатам, известным по литературным данным. Имеющиеся расхождения объясняются недостаточной точностью некоторых подмоделей, например, приводов, контактного взаимодействия стопы с опорной поверхностью и др. Такие подмодели имеют второстепенное значение с точки зрения качества управления и их доработка в настоящий момент нецелесообразна.

Анализ инерционных параметров звеньев ног подтверждает существующие конструктивные особенности шагающих роботов, заключающиеся в максимальном уменьшении массы звеньев. Такие конструктивные особенности значительно снижают требуемые приводные моменты, поскольку из них исключаются периодические составляющие, сопоставимые с составляющими от весовой нагрузки.

Расчетная математическая модель может быть использована для нахождения рациональных параметров походки робота, повышающих качество управляемого движения. Так при изменении номинального продольного сдвига передних ног назад на 5 см, существенно уменьшаются колебания по линейным и угловым координатам робота. При движении робота с рассматриваемой походкой существует взаимное номинальное расположение стоп, при котором возмущения корпуса минимальны. Задача такой оптимизации выходит за рамки настоящей работы и не рассматривается. Однако все такие улучшения возможны в области частоты походки в районе 3 Гц. Максимальная скорость робота, достигнутая экспериментально при таком управлении, составляет 0.7-0.8 м/с. Достигнутая расчетная максимальная скорость робота больше экспериментальной – 1 м/с.

Рассматриваемое управление с помощью адаптивного генератора походок позволяет реализовать произвольное пространственное движение корпуса робота. В качестве примера, на рисунке 9 показана кинограмма разворота робота на месте.

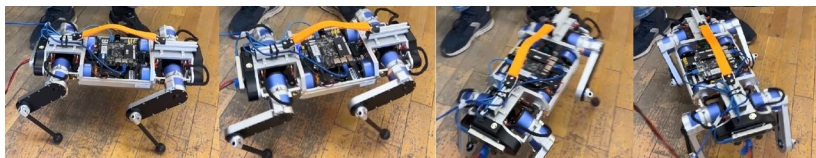


Рис. 9. Кинограмма разворота робота на месте

Представленное управление сопоставимо с управлением, полученным методами машинного обучения. Как уже отмечалось, наиболее популярным в этой области является т.н. обучение с подкреплением, с помощью которого можно получить управляющую нейронную сеть рекуррентного типа. Преимуществом такой сети является компактность, позволяющая реализовать управление на несложной аппаратной базе. Методы машинного обучения относятся к классу методов Монте-Карло, поэтому требуют значительных вычислительных ресурсов. Так время обучения одного варианта целевой функции (функции выигрыша) может составлять десятки часов на мощных вычислительных кластерах [17]. При этом полученная нейронная сеть дает приемлемое управление при возмущениях, в которых выполнялось обучение и дает худшие результаты при других возмущениях [18]. При формировании нейронной сети методы машинного обучения решают прямую задачу (1). Популярность таких методов настолько высока, что для решения моделей типа (1) разрабатываются специализированные процессоры – NVIDIA и ПО – Isaac. Такие нейронные сети реализуют, как правило, слепое управление, т.е. используют минимальную информацию о микро и макронеровностях. Общий недостаток методов – избыточные энергетические затраты в приводах. Пиковая мощность в приводах для робота МОРС достигает 120-130 Вт – рисунок 10.

Отметим так же, что оба указанных класса методов в рассмотренной задаче управления роботом собакой дают похожие походки и близкие особенности конструктивной реализации. Сказанное справедливо так же для роботов андроидов и многоногих роботов с 6 и более ногами [38]. Рассматриваемый в данной работе метод обратной задачи теоретически является методом реального времени для произвольного движения робота, хотя непосредственное

решение (2-3) в контроллере требует существенно больших вычислительных ресурсов по сравнению с управлением нейросетью. Однако, любой режим движения робота, полученный из (2-3) может быть интерполирован компактными математическими моделями – рядами Фурье, нейронными сетями и др.

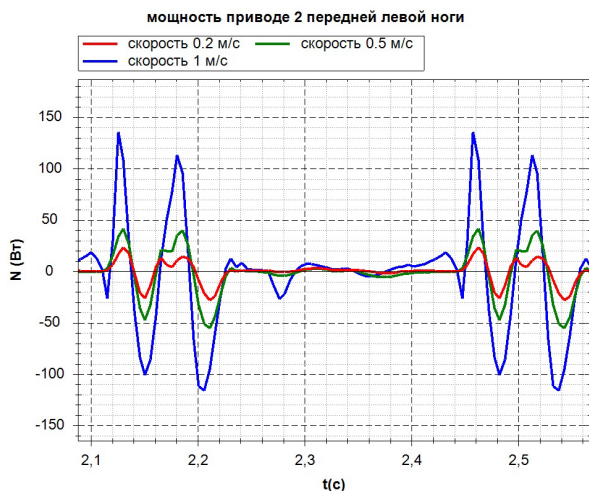


Рис. 10. Мощность в приводе 2 передней левой ноги при разных скоростях движения

Можно выделить принципиальную общность двух методов. Известно, что рекуррентная нейронная сеть эквивалентна системе нелинейных дифференциальных уравнений [39]. С этой точки зрения оба рассматриваемых метода близки, и обладают схожими размерностями – 300-500 нейронов или степеней свободы в (1-3). Рекуррентная сеть является более мягкой системой дифференциальных уравнений по сравнению с (1-3), ее спектральный радиус ограничивается специальными методами – т.н. LSTM сети.

Как уже отмечалось, задача синтеза управления для шагающих роботов остается актуальной, поскольку все существующие методы дают решения в узком классе походок, преимущественно с высокой частотой шагания. Такие методы непригодны для использования в экзоскелетах, биопротезах и компьютерной анимации. Общий недостаток – высокое энергопотребление и интенсивные вибрации робота, которые значительно затрудняют работу его приборов и оборудования.

Параметрическая оптимизация на основе (1-3) выходит на границы реализуемости. Так применительно к роботам собакам, уровень и частоту основной гармоники возмущения можно значительно снизить уменьшением поперечного расстояния между ногами. Однако при этом вырастает вероятность бокового заваливания робота из-за уменьшения статического запаса устойчивости. При походке галопом в фазе переноса ног с опорой только на две стопы невозможно создание момента, противодействующего опрокидыванию. Такой момент может быть создан дополнительными кинематическими звеньями. Рассмотрим это более подробно.

3. Стабилизация шагающих роботов за счет дополнительных степеней свободы. Альтернативным методом синтеза управления рассматриваемых систем является метод обобщенной задачи динамического уравновешивания [32, 33]. Исходными уравнениями для этого метода служат уравнения типа (1). При численном интегрировании (1) используется решение системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$\begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_0 \\ \mathbf{p}_0 \end{pmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

С матрицей коэффициентов:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{D}^T \\ \mathbf{D} & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Индекс 0 в (6) указывает, что соответствующие переменные суть решение системы. Уравнение вида (6) можно представить в форме:

$$\begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{p}_3 \\ \mathbf{p}_r \\ \mathbf{p}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_0 \\ \mathbf{p}_{30} \\ \mathbf{p}_{20} \\ \mathbf{p}_{10} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{w}}(t). \quad (7)$$

\mathbf{A}_i – соответствующие подматрицы \mathbf{A}^{-1} , а вектор множителей Лагранжа \mathbf{p} разделен на три подвектора. \mathbf{p}_1 – подвектор, соответствующий воздействиям в приводах, размерностью k_{11} , \mathbf{p}_2 – подвектор, размерностью k_{12} , соответствующий некоторым уравнениям связей $\mathbf{q}_2 = \mathbf{0}$, реакции которых должны быть равны заданным функциям $\mathbf{p}_r(t)$, \mathbf{p}_3 – подвектор остальных множителей Лагранжа из \mathbf{p} , $\mathbf{w}(t)$ – вектор неизвестных перемещений в приводах, размерностью k_{12} . Второе слагаемое в правой части уравнения (7) соответствует влиянию на решение (6) перемещений в приводах $\mathbf{w}(t)$, добавленных в правые части уравнений связей для \mathbf{p}_1 . Матрицы \mathbf{A}_i образованы из последних k_{12} столбцов матрицы \mathbf{A}^{-1} . $\mathbf{w}(t)$ можно найти из следующего из (7) равенства:

$$\mathbf{p}_r(t) = \mathbf{p}_{20} + \mathbf{A}_2 \ddot{\mathbf{w}}(t). \quad (8)$$

Откуда:

$$\ddot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{A}_2^{-1} (\mathbf{p}_r(t) - \mathbf{p}_{20}). \quad (9)$$

Непосредственно перемещения и скорости программного движения в приводах находятся интегрированием $\ddot{\mathbf{w}}(t)$. Программные воздействия в приводах теперь можно найти:

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_{10} + \mathbf{A}_1 \ddot{\mathbf{w}}(t). \quad (10)$$

Уравнения (7) с учетом (10) задают управляемое движение системы (1) при условии минимума критерия вида:

$$I = \int_0^T R(\mathbf{p}_r(t)) dt. \quad (11)$$

R – положительно определенная скалярная функция. В простейшем случае, когда $\mathbf{p}_r(t) = \mathbf{0}$, следует, $I = 0$. Очевидно, что существуют критерии вида (11) для случаев $\mathbf{p}_r(t) \neq \mathbf{0}$. Другими словами управления (9) оптимальны в смысле (11).

Представленные два способа нахождения управлений на основе (3) или (10) имеют свои преимущества и недостатки. Можно выписать уравнения для нахождения управлений и для смешанного способа. Для рассматриваемой расчетной схемы робота применение (7), в простейшем случае требует введения дополнительных связей, из которых можно сформировать вектор \mathbf{p}_1 и, следовательно, дополнительных степеней свободы системы за счет добавления новых тел. Такая модификация расчетной схемы робота согласуется с биологическими аналогиями строения позвоночных животных, характеризующимися большим числом избыточных степеней свободы за счет позвоночника, хвоста, шеи, суставов стоп. Для расчетной апробации метода на основе (7) разработаны две модификации математической модели робота собаки с хвостом и лапами

На рисунке 11 показана расчетная схема модели робота собаки с двухзвенным хвостом и двумя вращательными приводами относительно поперечной и вертикальной оси. Рассчитывалось управляемое движение робота с частотой шагания 0.5 Гц. При номинальном управлении с неподвижным хвостом угловые перемещения корпуса робота достигали 20 град, движение робота носит стохастический характер – рисунок 12. При управлении двумя степенями свободы хвоста по (7) с приравниванием нулю реакций в двух связях, задающих программные углы поворота корпуса (9) относительно продольной и поперечной осей, получено управление приводами хвоста и ног согласно (10) и (2-3). При управлении со стабилизацией хвостом угловые колебания корпуса уменьшились на 2-3 порядка. Расчеты управляемого движения для стабилизации хвостом были выполнены для завышенных моментов инерции звеньев хвоста, однако это приемлемо для проверки эффективности метода, на основе (7).

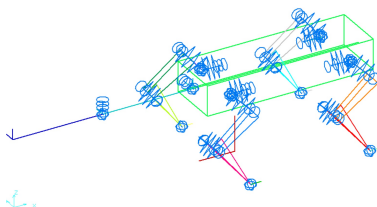


Рис. 11. Расчетная схема робота собаки с двухзвенным хвостом

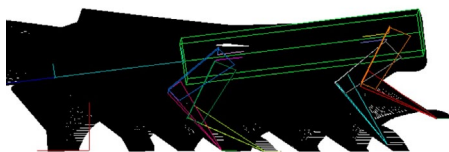


Рис. 12. Анимация расчета управляемого движения робота собаки с частотой шагания 0.5 Гц, без стабилизации хвостом

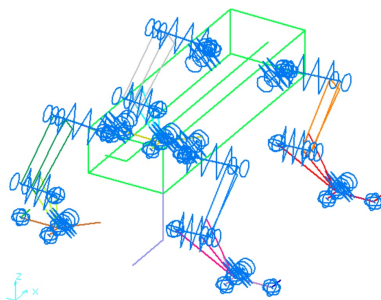


Рис. 13. Расчетная схема робота собаки с пальцем в каждой стопе

На рисунке 13 представлена расчетная схема робота с добавленным в каждую стопу пальцем. Палец имеет одну управляемую степень свободы – поворот относительно продольной оси и направлен во внешнюю сторону относительно стопы. Расчеты управляемого движения робота в этом случае показали принципиальную возможность стабилизации углового положения корпуса робота в фазе перемещения с двумя диагонально расположенными опорными стопами. Для физической реализуемости такой схемы в (9) вводится дополнительное условие положительности вертикальной реакции в точке опоры пальца, которое выражается в исключении из набора приводов пальцев в (10) одного из приводов, действие которого приводит к отрицательной реакции в точке опоры пальца (отрыву пальца). Таким образом, в такой схеме из двух приводов пальцев опорных стоп работает только один, действие которого физически реализуемо. Еще одно условие физической реализуемости такой схемы задает длина пальца. Длина пальца должна обеспечивать положительный знак вертикальной реакции в стопе и в пальце этой стопы – при коротком пальце может быть не достигнута требуемая величина стабилизирующего момента.

Приведенные примеры демонстрируют принципиальные возможности метода для существенного расширения области устойчивых и энергетически выгодных походок шагающих роботов. На основе метода может быть построено управление антропоморфными роботами с близкими к биологическим образцам параметрами, что в свою очередь открывает новые пути решения задачи управления экзоскелетами и биопротезами, применений в компьютерной анимации. Построение рациональных кинематических схем роботов на этой основе выходит за рамки данной статьи и не рассматривается.

4. Перспективные низкобюджетные шагающие роботы.

Представленные в разделе 2 методы синтеза управления с помощью обратной задачи образуют достаточную основу для создания низкобюджетных шагающих роботов. Ввиду энергетической неэффективности режима шагания во всех существующих методах управления шагающими роботами, для высококомбинированных роботов целесообразно использовать гибридный колесно шагающий движитель [40]. Такая гибридная схема позволяет применить колесный движитель в виде моноколеса, поскольку устойчивость и управляемость робота обеспечивается за счет шагающих движителей. Гибридный движитель значительно упрощает конструкцию робота и делает ее модульной. Макетный образец такой конструктивной реализации робота MORS показан на рисунке 14.



Рис. 14. Робот MORS с колесным движителем

Шагающий режим движения должен обеспечивать ряд функций, принципиально повышающих мобильность такой платформы и допускать простую техническую реализацию. К таким функциям относятся – преодоление макропрепятствий – лестницы, завалы камней, ямы и др. Восстановление рабочего положения после аварийных ситуаций – переворотов, падений и др, обладать возможностью принимать заданную ориентацию корпуса для работы оборудования. Рассмотрим такие специальные режимы движения.

Типичное макропрепятствие для шагающего робота – лестница. При известной трехмерной геометрии препятствия и относительного положения робота движение по лестнице просто реализуется с управлением по уравнениям (2-3) квазистатической походкой вперевалку с небольшой скоростью – рисунок 15. Квазистатическая походка может осуществляться непрерывно или с остановками. При такой походке управляемое движение мало отличается от программного, что удобно для отладки алгоритмов технического зрения. Возможна так же реализация движения без использования данных о геометрии препятствия – движение вслепую, которое может осуществляться, например, ползком – рисунок 16. Максимальная высота преодолеваемых ступенек определяется суммарной длиной двух последних звеньев ноги и составляет примерно треть этой величины. При большей высоте ступенек происходят удары боковых поверхностей ног о поверхности ступенек – рисунок 17. Для робота МОРС преодолеваемая высота ступенек – 10-12 см.

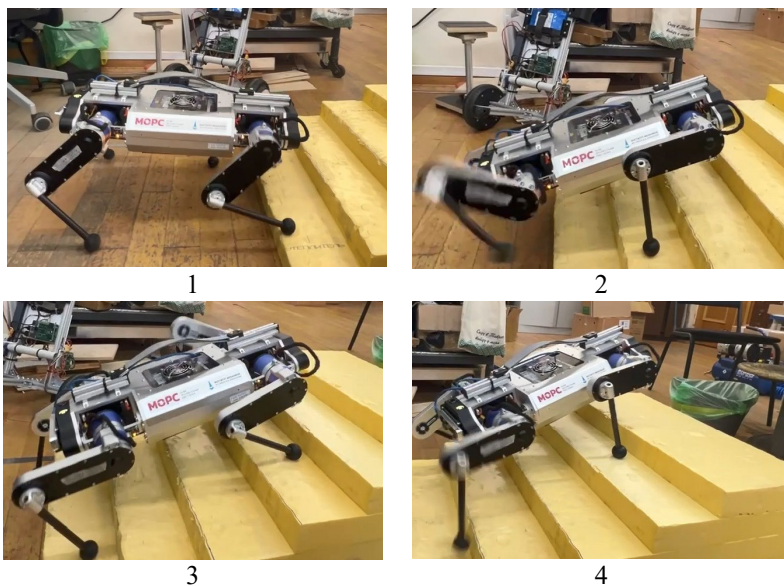


Рис. 15. Шагание по лестнице вперевалку

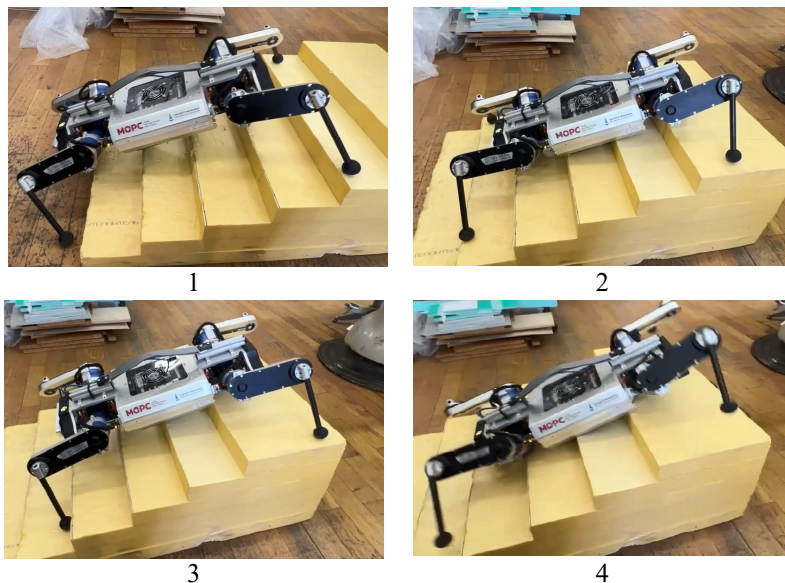


Рис. 16. Шагание по лестнице ползком

Выполнение задачи придания корпусу робота заданной ориентации при неподвижных ногах так же решается в рамках обратной задачи (2-3). Предварительную ориентацию корпуса можно осуществлять поворотами перешагиванием, как это показано на рисунке 9.

Движение по неровной поверхности можно разделить на несколько режимов. При известном макропрофиле возможен выбор параметров шага по высоте аналогично шаганию вперевалку по ступенькам. Существующие алгоритмы управления с помощью нейронных сетей реализуют устойчивое (в смысле редкости падений) слепое движение по неровностям высотой 20-25% от длины ног [16]. Такое движение можно реализовать за счет специального управления приводами по силе [17], что так же реализуется в рамках рассматриваемого метода.

Все перечисленные режимы допускают падение робота, из которого можно выйти в нормальное положение с помощью ног. На рисунке 18 показан переворот робота на спину. Движение реализуется с помощью адаптивного генератора походки заданием поворота корпуса относительно продольной оси.

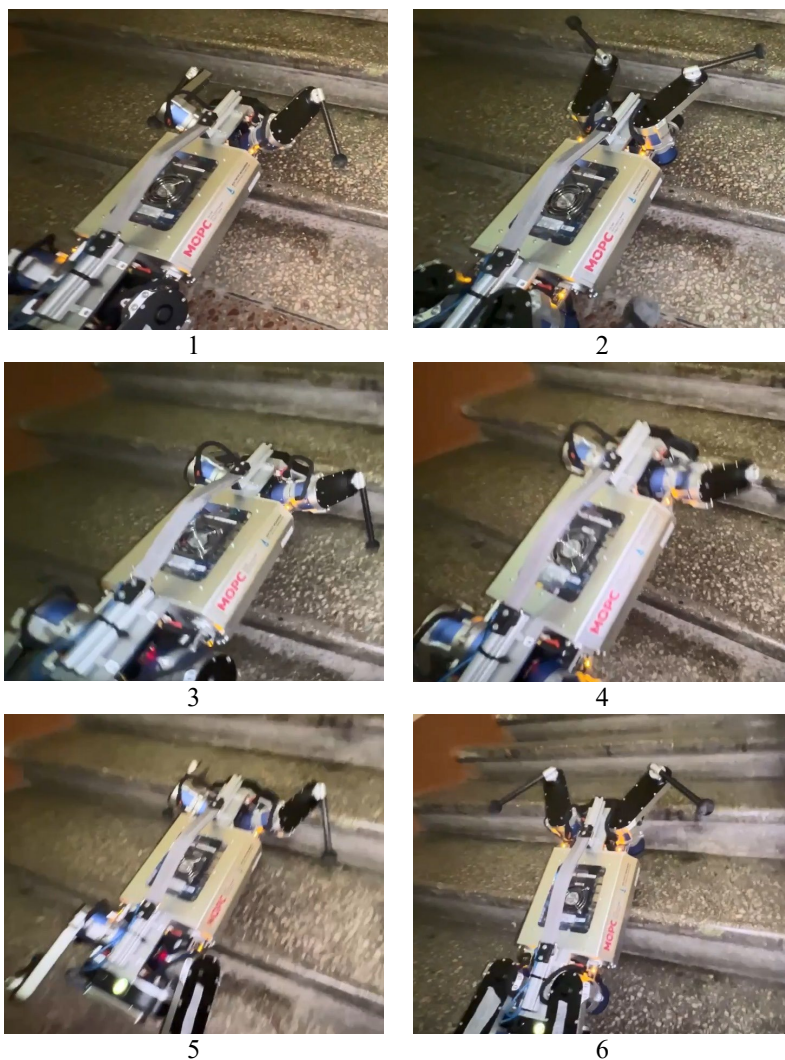


Рис. 17. Граничные по высоте размеры ступенек – робот упирается голенью в ступеньку и соскальзывает

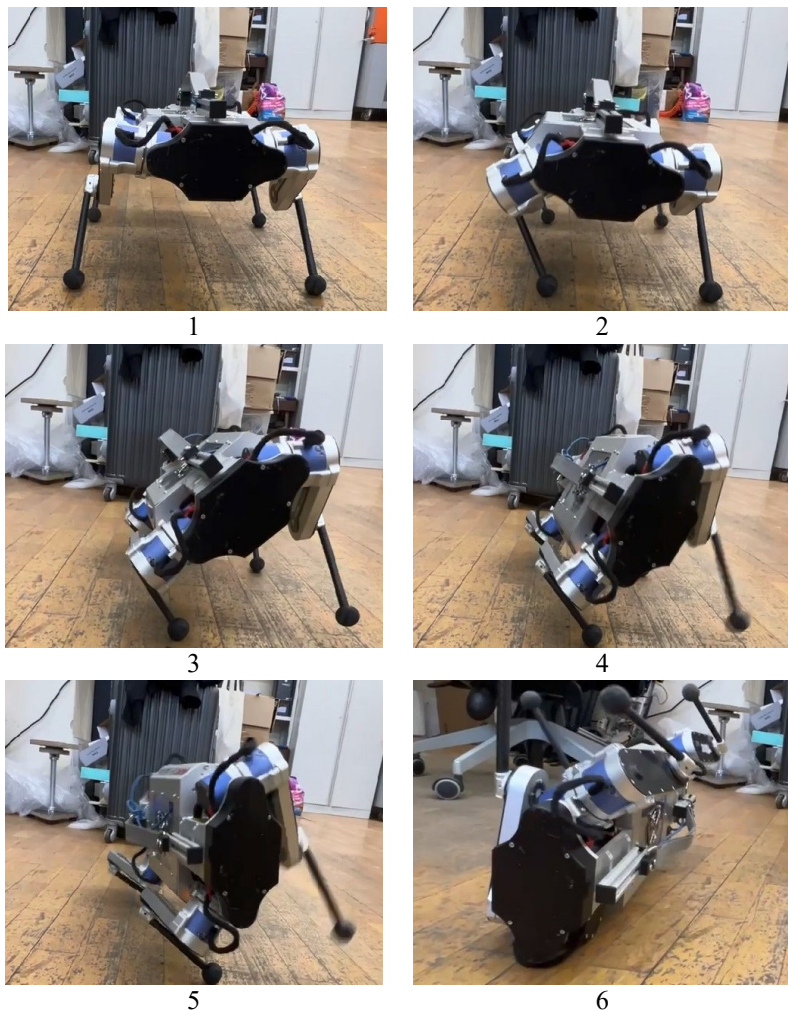


Рис. 18. Переворот на спину

5. Заключение. Выполненный анализ существующих методов управления локомоцией четырехногих шагающих роботов показал наличие теоретических ограничений при решении этой задачи, обусловленных отсутствием управляемости в определенных фазах походки. Отсутствие управляемости вызвано используемой кинематической схемой с тремя приводами на ногу и точечным контактом стопы. Такие ограничения могут быть преодолены за счет

введения в кинематическую схему робота собаки дополнительных управляемых степеней свободы. В работе предложен новый метод синтеза управления для таких систем с избыточными приводами на основе метода обратной задачи. Продемонстрирована эффективность нового метода на расчетных задачах.

Существующие методы управления роботами собаками со стандартной кинематической схемой могут быть эффективно использованы в гибридных роботах с моноколесом. Шагающие движители используются эпизодически для преодоления макропрепятствий и выхода из аварийных ситуаций. Колесный режим является основным режимом движения, а шагающие движители при этом обеспечивают управление и устойчивость робота за счет балансирования и подруливания ногами. Такое решение обеспечивает принципиальное повышение мобильности и функциональных возможностей робота. Например, могут быть сняты ограничения на скорость робота по устойчивости. Представленная в работе модификация метода обратной задачи, включающая адаптивный генератор походок и метод регуляризации для решения вырожденных дифференциально – алгебраических уравнений позволяют реализовать широкий набор режимов движения шагающего робота. Предложенный метод и его программная реализация применимы к шагающим роботам с любым количеством ног и групповому движению нескольких роботов, например, при переносе единого груза.

Конструктивно шагающие роботы на базе электропривода могут быть выполнены по модульной схеме, содержащей несущий корпус, унифицированные шагающие движители, электронный блок управления, программу управления, приборы навигации, технического зрения, связи и технологическое оборудование. Модульность конструкции шагающих роботов – принципиальное отличие от существующих колесных и гусеничных мобильных платформ. В приборной части могут использоваться элементы существующих роботов, например, квадрокоптеров.

Ключевым элементом шагающих роботов можно считать шагающий движитель. При наличии такого движителя на основе разработанных методов реализуется управление роботами с различным числом ног 4, 6, 8. Базовая конструкция шагающего движителя – 3 звена. Набор шагающих движителей различных типоразмеров позволит получать роботов различной грузоподъемности, оснащающихся унифицированной аппаратной частью системы управления. Модульность конструкции дает возможность реконфигурации робота в рамках одного или различных

типоразмеров ног, в том числе использование шагающих движителей в качестве манипуляторов.

Центральной задачей, в шагающих роботах, является отработка приводов, поскольку в отличие, например, от приводов таких широко распространенных роботов как квадрокоптеры, приводы шагающих роботов содержат редукторы, значительно усложняющие конструкцию.

Рассмотренные методы управления и эксперименты с макетом робота показывают реализуемость создания низкобюджетных роботов для широкого коммерческого и специального применения, в том числе одноразового. Эксплуатация таких роботов, на наш взгляд, позволит существенно ускорить отработку их приводов, что в свою очередь повысит коммерческую привлекательность роботов. Параллельно с этим может идти модификация и усложнение алгоритмов управления, приборной базы.

Литература

1. Zhang Z., Chang X., Ma H., An H., Lang L. Model Predictive Control of Quadruped Robot Based on Reinforcement Learning // *Applied Sciences*. 2023. vol. 13. no. 1. 154 p. DOI: 10.3390/app13010154.
2. Tsounis V., Alge M., Lee J., Farshidian F., Hutter M. Deepgait: Planning and Control of Quadrupedal Gaits Using Deep Reinforcement Learning // *IEEE Robotics and Automation Letters*. 2020. vol. 5. no. 2. pp. 3699–3706. DOI: 10.1109/LRA.2020.2979660.
3. Siekmann J., Godse Y., Fern A., Hurst J. Sim-to-Real Learning of All Common Bipedal Gaits via Periodic Reward Composition // *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. 2021. pp. 7309–7315. DOI: 10.1109/ICRA48506.2021.9561814.
4. Rudin N., Hoeller D., Reist P., Hutter M. Learning to Walk in Minutes Using Massively Parallel Deep Reinforcement Learning // *Proceedings of the Conference on Robot Learning (PMLR)*. 2022. pp. 91–100.
5. Wang J., Hu C., Zhu Yu. Cpg-Based Hierarchical Locomotion Control for Modular Quadrupedal Robots Using Deep Reinforcement Learning // *IEEE Robotics and Automation Letters*. 2021. vol. 6. no. 4. pp. 7193–7200. DOI: 10.1109/lra.2021.3092647.
6. Zhang X., Xiao Z., Zhang Q., Pan W. SYNLOCO: Synthesizing Central Pattern Generator and Reinforcement Learning for Quadruped Locomotion // *arXiv preprint arXiv:2310.06606*. 2023.
7. Luo Y.-S., Soeseno J.H., Chen T.P.-C., Chen W.-C. CARL: Controllable Agent with Reinforcement Learning for Quadruped Locomotion // *arXiv preprint arXiv:2005.03288*. 2020.
8. Humphreys J., Zhou C. Learning to Adapt: Bio-Inspired Gait Strategies for Versatile Quadruped Locomotion // *arXiv preprint arXiv:2412.09440*. 2024.
9. Miki T., Lee J., Hwangbo J., Wellhausen L., Koltun V., Hutter M. Learning robust perceptive locomotion for quadrupedal robots in the wild // *Science Robotics*. 2022. vol. 7. no. 62. DOI: 10.1126/scirobotics.abk2822.
10. Iscen A., Caluwa K., Tan J., Zhang T., Coumans E., Sindhvani V., Vanhoucke V. Policies Modulating Trajectory Generators // *Proceedings of the Conference on Robot Learning (PMLR)*. 2018. pp. 916–926.

11. Margolis G.B., Yang G., Paigwar K., Chen T., Agrawal P. Rapid Locomotion via Reinforcement Learning // arXiv preprint arXiv:2205.02824. 2022.
12. Bellegarda G., Ijspeert A. CPG-RL: Learning Central Pattern Generators for Quadruped Locomotion // IEEE Robotics and Automation Letters. 2022. vol. 7. no. 4. pp. 12547–12554. DOI: 10.1109/LRA.2022.3218167.
13. Aractingi M., Leziart P.-A., Flayols T., Perez J., Silander T., Soueres P. Controlling the Solo12 Quadruped Robot with Deep Reinforcement Learning // Scientific Reports. 2023. vol. 13. 11945 p. DOI: 10.1038/s41598-023-38259-7.
14. Surana S., Lim B., Cully A. Efficient Learning of Locomotion Skills through the Discovery of Diverse Environmental Trajectory Generator Priors // arXiv preprint arXiv:2210.04819. 2022.
15. Margolis G.B., Agrawal P. Walk These Ways: Tuning Robot Control for Generalization with Multiplicity of Behavior // Proceedings of the Conference on Robot Learning. (PMLR). 2023. pp. 22–31.
16. Choi S., Ji G., Park J., Kim H., Mun J., Lee J.H., Hwangbo J. Learning quadrupedal locomotion on deformable terrain // Science Robotics. 2023. vol. 8. no. 74. DOI: 10.1126/scirobotics.ade2256.
17. Kim T., Lee S.-H. Quadruped Locomotion on Non-Rigid Terrain using Reinforcement Learning // arXiv preprint arXiv:2107.02955. 2021.
18. Li P., Li H., Sun G., Cheng J., Yang X., Bellegarda G., Shafiee M., Cao Y., Ijspeert A., Sartoretti G. SATA: Safe and Adaptive Torque-Based Locomotion Policies Inspired by Animal Learning // arXiv preprint arXiv:2502.12674. 2025.
19. Chen Y., Nguyen Q. Learning Agile Locomotion and Adaptive Behaviors via RL-augmented MPC // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). pp. 11436–11442. DOI: 10.1109/ICRA57147.2024.10610453.
20. Buchli J., Kalakrishnan M., Mistry M., Pastor P., Schaal S. Compliant quadruped locomotion over rough terrain // Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2009. pp. 814–820. DOI: 10.1109/IROS.2009.5354681.
21. Kim D., Di Carlo J., Katz B., Bledt G., Kim S. Highly Dynamic Quadruped Locomotion via Whole-Body Impulse Control and Model Predictive Control // arXiv preprint arXiv:1909.06586. 2019.
22. Rebula J. R., Neuhaus P.D., Bonnlander B.V., Johnson M.J., Pratt J.E. A Controller for the LittleDog Quadruped Walking on Rough Terrain // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2007. pp. 1467–1473. DOI: 10.1109/ROBOT.2007.363191.
23. Di Carlo J., Wensing P.M., Katz B., Bledt G., Kim S. Dynamic Locomotion in the MIT Cheetah 3 through Convex Model-Predictive Control // Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2018. pp. 1–9. DOI: 10.1109/IROS.2018.8594448.
24. Park H.-W., Wensing P.M., Kim S. High-speed bounding with the MIT Cheetah 2: Control design and experiments // The International Journal of Robotics Research. 2017. vol. 36. no. 2. pp. 167–192. DOI: 10.1177/0278364917694244.
25. Kim D., Lee J., Ahn J., Campbell O., Hwang H., Sentis L. Computationally-Robust and Efficient Prioritized Whole-Body Controller with Contact Constraints // Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2018). 2018. pp. 1–8. DOI: 10.1109/IROS.2018.8593767.
26. Righetti L., Schaal S. Quadratic programming for inverse dynamics with optimal distribution of contact forces // Proceedings of the 12th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots. 2012. pp. 538–543. DOI: 10.1109/HUMANOIDS.2012.6651572.

27. Khandelwal N., Manu A., Gupta S.S, Kothari M., Krishnamurthy P., Khorrami F. Distributed Inverse Dynamics Control for Quadraped Robots using Geometric Optimization // arXiv preprint arXiv:2412.09816v1. 2024.
28. Todorov E., Erez T., Tassa Y. MuJoCo: A physics engine for model-based control // Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. pp. 5026–5033. DOI: 10.1109/IROS.2012.6386109.
29. Raibert M.H. Legged Robots that Balance // Cambridge: MIT press. 1986. 233 p.
30. Bjelonic M., Grandia R., Harley O., Galliard C., Zimmermann S., Hutter M. Whole-body MPC and online gait sequence generation for wheeled-legged robots // Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2021). 2021. pp. 8388–8395. DOI: 10.1109/IROS51168.2021.9636371.
31. De Viragh Y., Bjelonic M., Bellicoso C.D., Jenelten F., Hutter M. Trajectory Optimization for Wheeled-Legged Quadrupedal Robots Using Linearized ZMP Constraints // IEEE Robotics and Automation Letters. 2019. vol. 4. no. 2. pp. 1633–1640. DOI: 10.1109/LRA.2019.2896721.
32. Gorobtsov A., Sychev O., Orlova Yu., Smirnov E., Grigoreva O., Bochkina A., Andreeva M. Optimal Greedy Control in Reinforcement Learning // Sensors. 2022. vol. 22. no. 22. 8920 p. DOI: 10.3390/s22228920.
33. Горобцов А.С. Обобщенная задача динамического уравнивания и перспективные направления ее применения // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2023. №3(756). С. 14–24.
34. Горобцов А.С. Синтез параметров управляемого движения многозвенных механических систем произвольной структуры методом обратной задачи // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. №6. С. 43–50.
35. Горобцов А.С., Карцов С.К., Плетнев А.Е., Поляков Ю.А. Компьютерные методы построения и исследования математических моделей динамики конструкций автомобилей // М.: Машиностроение. 2011. 462 с.
36. Gorobtsov A.S. The Methods of the Transform of Multibody Systems with Redundant Constraints // EUROMECH Colloquium 495. Advanced in simulation of multibody system dynamics. Book of Abstracts. 2008. 36 p.
37. Буданов В.М., Данилов В.А., Капытов Д.В., Климов К.В. Малогабаритный четырехногий шагающий робот на базе бесколлекторных моторов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2025. №3. С. 152–176. DOI: 10.31857/S0002338825030146.
38. Горобцов А.С. Кинематический планировщик движения робота-собаки // Известия ВолГТУ. 2024. №9(292). С. 19–24.
39. Haykin S. Neural Networks and Learning Machines // New York: Pearson. 2009. 938 p.
40. Горобцов А.С., Скориков А.В., Тарасов П.С., Чесноков О.К. Робот с комбинированным колёсно-шагающим движителем // Известия ВолГТУ. 2020. №9. С. 26–30. DOI: 10.35211/1990-5297-2020-9-244-26-30.

Горобцов Александр Сергеевич — д-р техн. наук, старший научный сотрудник, заведующий кафедрой, кафедра высшей математики, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный технический университет» (ВолГТУ); главный научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН). Область научных интересов: вычислительная механика, динамика машин, оптимальное управление в механических системах. Число научных публикаций — 250. vm@vstu.ru; проспект им. В.И. Ленина, 28, 400005, Волгоград, Россия; р.т.: +7(844)224-8487; факс: +7(844)224-8489.

Климов Константин Владимирович — младший научный сотрудник, лаборатория робототехники, Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова (НИИ механики МГУ). Область научных интересов: робототехника, конструкции машин, управление механических систем, приводы. Число научных публикаций — 22. kklimov@imec.msu.ru; Мичуринский проспект, 1, 119192, Москва, Россия; р.т.: +7(916)619-4425.

Данилов Владимир Александрович — младший научный сотрудник, лаборатория робототехники, Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова (НИИ механики МГУ). Область научных интересов: оптимальное и интеллектуальное управление механических систем, управление локомоцией шагающих машин. Число научных публикаций — 12. vldanilov90@gmail.com; Мичуринский проспект, 1, 119192, Москва, Россия; р.т.: +7(916)619-4425.

Поддержка исследований. Работа выполнена в рамках Государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации FFGU-2024 0016.

A. GOROBTSOV, K. KLIMOV, V. DANILOV
**METHODS OF ROBOT DOG LOCOMOTION CONTROL FOR
IMPLEMENTATION IN PROSPECTIVE LOW-COST WALKING
ROBOTS**

Gorobtsov A., Klimov K., Danilov V. Methods of Robot Dog Locomotion Control for Implementation in Prospective Low-Cost Walking Robots.

Abstract. The purpose of the work is to create methods for controlling real-time walking robots for a wide range of motion modes. A modification of the inverse dynamics method is considered, using a universal adaptive gait generator that implements the six-dimensional motion of the robot's body. This method has been implemented in software, with the addition of regularization methods for numerically integrating equations with a singular matrix. The results of theoretical and experimental research on the motion of a dog robot in various modes over micro and macro irregularities are presented. There is a low level of dynamic parameters of the robot's motion, in particular, high vibration, which corresponds to the literature data for a similar kinematic scheme of dog robots, the control of which is synthesized by machine learning methods and inverse dynamics. The reason for the low quality of control is the phases of motion in which the system becomes uncontrollable. Possible modifications of the robot's kinematic scheme are considered to ensure the unconditional controllability of the system. These modifications can be achieved by introducing redundant controllable degrees of freedom, such as a tail, paws, etc. New theoretical methods for controlling systems with redundant degrees of freedom are proposed based on the generalized dynamic balancing problem. The effectiveness of these methods is confirmed through simulations of the controlled movement of a dog robot with a tail and paws. For a common kinematic scheme of a dog robot with three drives per leg and point contact in the foot, a rational solution is to use a single wheel for moving over micro-irregularities and walking propulsors for overcoming macro-irregularities and escaping from emergency situations, such as tipping over. The episodic use of walking propulsors allows for simplified control modes, which are effectively implemented within the proposed modification of the inverse dynamics method. The concept has been confirmed by numerical and field experiments. In this case, the locomotion control system can be implemented on an inexpensive hardware basis, including the use of proven instrumentation for widespread robots, such as quadcopters. A distinctive feature of robots based on the proposed control principles is their modular design, which allows for modifications in a wide range of technical characteristics through various module configurations. Such highly mobile robots can become a cheap and safe platform for refinement of navigation systems, unmanned control, etc. in real-world conditions in various fields of application.

Keywords: controllability, walking robots, inverse dynamics, redundant constraints, motion stability.

References

1. Zhang Z., Chang X., Ma H., An H., Lang L. Model Predictive Control of Quadruped Robot Based on Reinforcement Learning. *Applied Sciences*. 2023. vol. 13. no. 1. 154 p. DOI: 10.3390/app13010154.
2. Tsounis V., Alge M., Lee J., Farshidian F., Hutter M. Deepgait: Planning and Control of Quadrupedal Gaits Using Deep Reinforcement Learning. *IEEE Robotics and Automation Letters*. 2020. vol. 5. no. 2. pp. 3699–3706. DOI: 10.1109/LRA.2020.2979660.

3. Siekmann J., Godse Y., Fern A., Hurst J. Sim-to-Real Learning of All Common Bipedal Gaits via Periodic Reward Composition. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2021. pp. 7309–7315. DOI: 10.1109/ICRA48506.2021.9561814.
4. Rudin N., Hoeller D., Reist P., Hutter M. Learning to Walk in Minutes Using Massively Parallel Deep Reinforcement Learning. Proceedings of the Conference on Robot Learning. (PMLR). 2022. pp. 91–100.
5. Wang J., Hu C., Zhu Yu. Cpg-Based Hierarchical Locomotion Control for Modular Quadrupedal Robots Using Deep Reinforcement Learning. IEEE Robotics and Automation Letters. 2021. vol. 6. no. 4. pp. 7193–7200. DOI: 10.1109/lra.2021.3092647.
6. Zhang X., Xiao Z., Zhang Q., Pan W. SYNLOCO: Synthesizing Central Pattern Generator and Reinforcement Learning for Quadruped Locomotion. arXiv preprint arXiv:2310.06606. 2023.
7. Luo Y.-S., Soeseno J.H., Chen T.P.-C., Chen W.-C. CARL: Controllable Agent with Reinforcement Learning for Quadruped Locomotion. arXiv preprint arXiv:2005.03288. 2020.
8. Humphreys J., Zhou C. Learning to Adapt: Bio-Inspired Gait Strategies for Versatile Quadruped Locomotion. arXiv preprint arXiv:2412.09440. 2024.
9. Miki T., Lee J., Hwangbo J., Wellhausen L., Koltun V., Hutter M. Learning robust perceptive locomotion for quadrupedal robots in the wild. Science Robotics. 2022. vol. 7. no. 62. DOI: 10.1126/scirobotics.abk2822.
10. Iscen A., Caluwa K., Tan J., Zhang T., Coumans E., Sindhwani V., Vanhoucke V. Policies Modulating Trajectory Generators. Proceedings of the Conference on Robot Learning (PMLR). 2018. pp. 916–926.
11. Margolis G.B., Yang G., Paigwar K., Chen T., Agrawal P. Rapid Locomotion via Reinforcement Learning. arXiv preprint arXiv:2205.02824. 2022.
12. Bellegarda G., Ijspeert A. CPG-RL: Learning Central Pattern Generators for Quadruped Locomotion. IEEE Robotics and Automation Letters. 2022. vol. 7. no. 4. pp. 12547–12554. DOI: 10.1109/LRA.2022.3218167.
13. Aractingi M., Leziart P.-A., Flayols T., Perez J., Silander T., Soueres P. Controlling the Solo12 Quadruped Robot with Deep Reinforcement Learning. Scientific Reports. 2023. vol. 13. 11945 p. DOI: 10.1038/s41598-023-38259-7.
14. Surana S., Lim B., Cully A. Efficient Learning of Locomotion Skills through the Discovery of Diverse Environmental Trajectory Generator Priors. arXiv preprint arXiv:2210.04819. 2022.
15. Margolis G.B., Agrawal P. Walk These Ways: Tuning Robot Control for Generalization with Multiplicity of Behavior. Proceedings of the Conference on Robot Learning. (PMLR). 2023. pp. 22–31.
16. Choi S., Ji G., Park J., Kim H., Mun J., Lee J.H., Hwangbo J. Learning quadrupedal locomotion on deformable terrain. Science Robotics. 2023. vol. 8. no. 74. DOI: 10.1126/scirobotics.ade2256.
17. Kim T., Lee S.-H. Quadruped Locomotion on Non-Rigid Terrain using Reinforcement Learning. arXiv preprint arXiv:2107.02955. 2021.
18. Li P., Li H., Sun G., Cheng J., Yang X., Bellegarda G., Shafiee M., Cao Y., Ijspeert A., Sartoretti G. SATA: Safe and Adaptive Torque-Based Locomotion Policies Inspired by Animal Learning. arXiv preprint arXiv:2502.12674. 2025.
19. Chen Y., Nguyen Q. Learning Agile Locomotion and Adaptive Behaviors via RL-augmented MPC. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). pp. 11436–11442. DOI: 10.1109/ICRA57147.2024.10610453.
20. Buchli J., Kalakrishnan M., Mistry M., Pastor P., Schaal S. Compliant quadruped locomotion over rough terrain. Proceedings of the IEEE/RSSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2009. pp. 814–820. DOI: 10.1109/IROS.2009.5354681.

21. Kim D., Di Carlo J., Katz B., Bledt G., Kim S. Highly Dynamic Quadruped Locomotion via Whole-Body Impulse Control and Model Predictive Control. arXiv preprint arXiv:1909.06586. 2019.
22. Reubla J. R., Neuhaus P.D., Bonnlander B.V., Johnson M.J., Pratt J.E. A Controller for the LittleDog Quadruped Walking on Rough Terrain. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2007. pp. 1467–1473. DOI: 10.1109/ROBOT.2007.363191.
23. Di Carlo J., Wensing P.M., Katz B., Bledt G. Kim S. Dynamic Locomotion in the MIT Cheetah 3 through Convex Model-Predictive Control. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2018. pp. 1–9. DOI: 10.1109/IROS.2018.8594448.
24. Park H.-W., Wensing P.M., Kim S. High-speed bounding with the MIT Cheetah 2: Control design and experiments. The International Journal of Robotics Research. 2017. vol. 36. no. 2. pp. 167–192. DOI: 10.1177/0278364917694244.
25. Kim D., Lee J., Ahn J., Campbell O., Hwang H., Sentis L. Computationally-Robust and Efficient Prioritized Whole-Body Controller with Contact Constraints. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2018). 2018. pp. 1–8. DOI: 10.1109/IROS.2018.8593767.
26. Righetti L., Schaal S. Quadratic programming for inverse dynamics with optimal distribution of contact forces. Proceedings of the 12th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots. 2012. pp. 538–543. DOI: 10.1109/HUMANOIDS.2012.6651572.
27. Khandelwal N., Manu A., Gupta S.S., Kothari M., Krishnamurthy P., Khorrami F. Distributed Inverse Dynamics Control for Quadruped Robots using Geometric Optimization. arXiv preprint arXiv:2412.09816v1. 2024.
28. Todorov E., Erez T., Tassa Y. MuJoCo: A physics engine for model-based control. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. pp. 5026–5033. DOI: 10.1109/IROS.2012.6386109.
29. Raibert M.H. Legged Robots that Balance. Cambridge: MIT press. 1986. 233 p.
30. Bjelonic M., Grandia R., Harley O., Galliard C., Zimmermann S., Hutter M. Whole-body MPC and online gait sequence generation for wheeled-legged robots. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2021). 2021. pp. 8388–8395. DOI: 10.1109/IROS51168.2021.9636371.
31. De Viragh Y., Bjelonic M., Bellicoso C.D., Jenelten F., Hutter M. Trajectory Optimization for Wheeled-Legged Quadrupedal Robots Using Linearized ZMP Constraints. IEEE Robotics and Automation Letters. 2019. vol. 4. no. 2. pp. 1633–1640. DOI: 10.1109/LRA.2019.2896721.
32. Gorobtsov A., Sychev O., Orlova Yu., Smirnov E., Grigoreva O., Bochkina A., Andreeva M. Optimal Greedy Control in Reinforcement Learning. Sensors. 2022. vol. 22. no. 22. 8920 p. DOI: 10.3390/s22228920.
33. Gorobtsov A.S. [Generalized dynamic balancing problem and promising directions of its application]. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye – BMSTU Journal of Mechanical Engineering. 2023. no. 3(756). pp. 14–24. (In Russ.).
34. Gorobtsov A.S. [Synthesis of parameters of controlled motion of multilink mechanical systems of arbitrary structure by the inverse problem method]. Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2004. no. 6. pp. 43–50. (In Russ.).
35. Gorobtsov A.S., Kartsov S.K., Pletnev A.E., Polyakov Yu.A. [Computer methods for constructing and researching mathematical models of dynamics of automobile structures]. Moscow: Mashinostroyeniye. 2011. 462 p. (In Russ.).

36. Gorobtsov A.S. The Methods of the Transform of Multibody Systems with Redundant Constraints // EUROMECH Colloquium 495. Advanced in simulation of multibody system dynamics. Book of Abstracts. 2008. 36 p.
37. Budanov V.M., Danilov V.A., Kapytov D.V., Klimov K.V. [A small-sized four-legged walking robot based on brushless motors]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya – Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems.* 2025. no. 3. pp. 152–176. DOI: 10.31857/S0002338825030146. (In Russ.).
38. Gorobtsov A.S. [Kinematic motion planner of a robot dog]. *Izvestiya VolgSTU – News VolgSTU.* 2024. no.9(292). pp. 19–24. (In Russ.).
39. Haykin S. *Neural Networks and Learning Machines.* New York: Pearson. 2009. 938 p.
40. Gorobtsov A.S., Skorikov A.V., Tarasov P.S., Chesnokov O.K. [Robot with a combined wheel-walking propulsion]. *Izvestiya VolgSTU – News VolgSTU.* 2020. no. 9. pp. 26–30. DOI: 10.35211/1990-5297-2020-9-244-26-30. (In Russ.).

Gorobtsov Alexander — Ph.D., Dr. Sci., Associate professor, Head of the Department, Department of Higher Mathematics, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Volgograd State Technical University" (VolgSTU); Chief scientific officer, Federal State Budgetary Institution of Science A. A. Blagonravov Institute of Machine Science of the Russian Academy of Sciences (IMASH RAS). Research interests: computational mechanics, machine dynamics, optimal control in mechanical systems. The number of publications — 250. vm@vstu.ru; 28, Lenin Ave., 400005, Volgograd, Russia; office phone: +7(844)224-8487; fax: +7(844)224-8489.

Klimov Konstantin — Junior research assistant, Robotics Laboratory, Lomonosov Moscow State University Scientific Research Institute of Mechanics (MSU Research Institute of Mechanics). Research interests: robotics, machine designs, control of mechanical systems, drives. The number of publications — 22. kklimov@imec.msu.ru; 1, Michurinsky Ave., 119192, Moscow, Russia; office phone: +7(916)619-4425.

Danilov Vladimir — Junior research assistant, Robotics Laboratory, Lomonosov Moscow State University Scientific Research Institute of Mechanics (MSU Research Institute of Mechanics). Research interests: optimal and intelligent control of mechanical systems, locomotion control of walking machines. The number of publications — 12. vldanilov90@gmail.com; 1, Michurinsky Ave., 119192, Moscow, Russia; office phone: +7(916)619-4425.

Acknowledgements. This research was carried out within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. FFGU-2024 0016).