

Р.С. РОГУЛИН
**ДВУХЭШЕЛОННАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ
И МУРАВЬИНЫЙ АЛГОРИТМ: АНАЛИЗ
МАСШТАБИРУЕМОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ**

Рогулин Р.С. Двухэшелонная модель транспортной системы и муравьиный алгоритм: анализ масштабируемости вычислительных решений.

Аннотация. В статье рассматривается двухэшелонная модель транспортной системы, предназначенная для описания и анализа распределительных логистических процессов с промежуточными хабами и конечными потребителями. Модель учитывает совместную оптимизацию маршрутов магистрального уровня и маршрутов распределения при наличии ограничений по вместимости транспортных средств и требований по удовлетворению спроса. Рассматриваемая задача относится к классу NP-трудных, что существенно ограничивает применение точных методов оптимизации при росте размерности транспортного графа. Для решения предложенной модели используется двухэшелонная модификация алгоритма муравьиной колонии (2E-ACO), в которой процессы формирования решений для первого и второго эшелонов формализованы раздельно, но согласованы через единую целевую функцию, включающую транспортные затраты и штрафы за необслуженный спрос. Основное внимание в работе уделено вычислительному эксперименту, направленному на анализ масштабируемости и устойчивости алгоритма при увеличении мощности множества потребителей, числа хабов и сложности транспортной инфраструктуры. Эксперименты проводятся в режиме масштабируемых ресурсов, что позволяет отделить влияние алгоритмических решений от эффектов ресурсных ограничений. Для оценки воспроизводимости используются многократные независимые запуски с фиксированными силами генератора случайных чисел. Полученные результаты демонстрируют предсказуемый рост вычислительных затрат при увеличении размерности модели и устойчивость качества решений. Сравнение с намеренно простой базовой жадной эвристикой, используемой в качестве нижней оценки качества решений, показывает, что алгоритм 2E-ACO обеспечивает сопоставимый уровень обслуживания спроса при более высоких вычислительных затратах, обусловленных итерационным характером поиска. Представленные результаты подтверждают применимость предложенной модели и алгоритма для исследования крупномасштабных двухэшелонных транспортных систем.

Ключевые слова: двухэшелонная транспортная задача, муравьиный алгоритм, метаэвристики, масштабируемость, вычислительный эксперимент, логистические системы.

1. Введение. Современные логистические системы характеризуются высокой пространственной распределённостью объектов, многоуровневой структурой потоков и существенной комбинаторной сложностью задач планирования перевозок. В таких условиях особую актуальность приобретают двухэшелонные транспортные модели, в которых процессы магистральной доставки от депо к промежуточным распределительным пунктам и последующего распределения продукции к конечным потребителям рассматриваются

как взаимосвязанные, но структурно различающиеся этапы единой системы.

Формально двухэшелонная транспортная задача предполагает наличие центрального депо I_0 , множества промежуточных хабов I_1 , множества потребителей I_2 и транспортной инфраструктуры, представляемой в виде ориентированного или неориентированного взвешенного графа, включающего также транзитные вершины I_T . Первый эшелон ориентирован на построение маршрутов между элементами множества $I_0 \cup I_1$ и по своей структуре близок к задаче коммивояжёра или задаче маршрутизации транспортных средств. Второй эшелон связан с распределением потоков от хабов I_1 к потребителям I_2 при наличии ограничений по вместимости транспортных средств и объёму спроса.

Большинство существующих подходов к решению двухэшелонных задач маршрутизации можно условно разделить на две группы. К первой группе относятся точные методы, основанные на декомпозиции, генерации колонок и процедурах ветвей и границ (branch-and-price, branch-price-and-cut). Эти методы позволяют получать оптимальные решения или строгие оценки оптимальности, однако их вычислительная трудоёмкость резко возрастает при увеличении мощности множеств I_1 и I_2 , что существенно ограничивает их применимость для задач большой размерности. Вторая группа представлена эвристическими и метаэвристическими методами, среди которых наибольшее распространение получили подходы семейства Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS), а также гибридные алгоритмы, ориентированные на поиск высококачественных приближённых решений в приемлемое время.

Отдельный класс работ посвящён применению муравьиных алгоритмов (Ant Colony Optimization, ACO) к задачам маршрутизации. Муравьиные алгоритмы зарекомендовали себя как эффективный инструмент решения комбинаторных оптимизационных задач благодаря сочетанию стохастического глобального поиска и накопления эвристической информации. Вместе с тем большинство существующих ACO-подходов ориентированы либо на классические одноуровневые задачи маршрутизации, либо на последовательную оптимизацию отдельных эшелонов в многоуровневых постановках. Вопрос согласованной оптимизации маршрутов разных эшелонов в рамках единого муравьиного алгоритма, использующего общий механизм оценки качества решений, остаётся недостаточно исследованным.

Дополнительную сложность представляет учёт реальной транспортной инфраструктуры, в которой маршруты между значимыми узлами сети (депо, хабы, потребители) проходят через систему транзитных вершин I_T . Во многих работах транспортная сеть аппроксимируется полным графом либо транзитные вершины учитываются неявно через заранее вычисленные расстояния. Такое допущение упрощает вычисления, но снижает адекватность модели для анализа сложных пространственно распределённых логистических систем.

В данной работе предлагается двухэшелонная транспортная модель, в которой структура транспортной сети явно представляется в виде графа с транзитными вершинами, а также модифицированный муравьиный алгоритм (2E-ACO), обеспечивающий согласованную оптимизацию маршрутов первого и второго эшелонов. В отличие от последовательных и декомпозиционных подходов, предлагаемый алгоритм использует единый критерий качества решения и интегрирует графовые методы вычисления кратчайших путей с эвристическим поиском в пространстве комбинаторных маршрутов.

Основной вклад работы заключается в разработке алгоритмического подхода к решению двухэшелонной транспортной задачи на графах с транзитными вершинами, а также в проведении систематического вычислительного эксперимента, направленного на анализ масштабируемости, устойчивости и вычислительной эффективности предложенного алгоритма при росте мощности множеств I_1 , I_2 и I_T . Результаты экспериментов позволяют оценить применимость метода для задач большой размерности и сопоставить его поведение с базовыми эвристическими подходами.

2. Формулировка задачи. Рассматривается двухэшелонная транспортная задача на взвешенном графе, описывающем структуру логистической сети с транзитными вершинами. Транспортная сеть представляется в виде графа

$$G = (V, E),$$

где множество вершин имеет вид

$$V = I_0 \cup I_1 \cup I_2 \cup I_T.$$

Здесь I_0 – центральное депо, I_1 – множество промежуточных распределительных пунктов (хабов), I_2 – множество конечных потребителей, I_T – множество транзитных вершин, не являющихся

источниками или потребителями потоков. Каждой дуге $(i, j) \in E$ сопоставлен неотрицательный вес c_{ij} , характеризующий затраты или расстояние перемещения между вершинами i и j .

Транспортный процесс организован в два эшелона. Первый эшелон соответствует доставке грузов от депо I_0 к хабам I_1 , второй эшелон – распределению грузов от хабов I_1 к потребителям I_2 . Перемещение между элементами множеств I_0 , I_1 и I_2 осуществляется по путям в графе G , которые могут проходить через транзитные вершины I_T .

2.1. Переменные и ограничения. Для первого эшелона требуется определить маршрут (или совокупность маршрутов), начинающийся и заканчивающийся в депо I_0 и проходящий через все вершины множества I_1 . Данный маршрут определяет порядок обслуживания хабов и, в общем случае, эквивалентен задаче маршрутизации или задаче коммивояжера на подграфе, индуцированном вершинами $I_0 \cup I_1$.

Для второго эшелона для каждого хаба $i \in I_1$ формируется набор маршрутов доставки к потребителям $j \in I_2$, закреплённым за данным хабом. Каждый маршрут второго эшелона начинается и заканчивается в соответствующем хабе и обслуживается транспортным средством с ограниченной вместимостью Q . Спрос каждого потребителя $j \in I_2$ задаётся величиной $d_j \geq 0$ и должен быть полностью либо частично удовлетворён в рамках доступных ресурсов второго эшелона.

Для маршрутов второго эшелона выполняются следующие ограничения:

- суммарный обслуживаемый спрос на каждом маршруте не превышает вместимость транспортного средства Q ;
- каждый потребитель может обслуживаться не более одного раза;
- маршруты строятся по допустимым путям в графе G .

2.2. Целевая функция. Качество решения двухэшелонной транспортной задачи оценивается с использованием единого целевого функционала

$$F = F_1 + F_2 + F_p,$$

где:

- F_1 – суммарные затраты на маршруты первого эшелона, включающие перемещения между депо I_0 и хабами I_1 ;
- F_2 – суммарные затраты на маршруты второго эшелона между хабами I_1 и потребителями I_2 ;

– F_p – штрафная составляющая, отражающая неудовлетворённый спрос потребителей либо нарушения ограничений.

Компоненты F_1 и F_2 вычисляются на основе кратчайших путей в графе G между соответствующими вершинами, что позволяет явно учитывать структуру транспортной инфраструктуры и наличие транзитных вершин I_T .

2.3. Класс сложности задачи. Рассматриваемая двухэшелонная транспортная задача относится к классу NP-трудных задач, поскольку включает в себя в качестве частных случаев задачу коммивояжёра и задачу маршрутизации транспортных средств с ограничениями по вместимости. Наличие двух взаимосвязанных эшелонов и явное представление транспортной сети в виде графа с транзитными вершинами дополнительно увеличивают размерность и комбинаторную сложность задачи.

В связи с этим применение точных методов оптимизации для задач большой размерности существенно ограничено вычислительными затратами, что обосновывает использование эвристических и метаэвристических алгоритмов, ориентированных на поиск высококачественных приближённых решений в разумное время.

3. Обзор литературы

3.1. Двухэшелонные модели транспортных систем: постановки и варианты ограничений. Двухэшелонные модели распределения формализуют транспортную систему, в которой перемещение грузов осуществляется на двух взаимосвязанных уровнях: магистральном (первый эшелон) и распределительном (второй эшелон). Типичная интерпретация соответствует схемам городской логистики и доставки последней мили, где грузы консолидируются на промежуточных объектах (хабах, сателлитах), после чего доставляются конечным потребителям. Систематизация исследований по 2E-VRP представлена в обзорной работе [1], где предложена классификация постановок по структуре сети, типам промежуточных объектов, вариантам синхронизации эшелонов и набору операционных ограничений.

В рамках 2E-VRP выделяются постановки с временными окнами и межэшелонной синхронизацией, что приводит к появлению дополнительных ограничений на расписания и усложняет структуру допустимости решений [2]. Современные расширения включают 2E-VRP с одновременными заборами, доставками и дедлайнами [3], модели с промежуточными объектами различного назначения и привлечением нерегулярных водителей [4], а также задачи для оптовых рынков сельскохозяйственной продукции с балансировкой нагрузки

[5]. Недавняя работа [6] рассматривает двухэшелонную задачу с синхронизацией для интегрированной водно-наземной транспортной системы, что демонстрирует расширение методологии на мультимодальные сети.

Ключевая особенность двухэшелонных постановок состоит в комбинаторной связи между эшелонами: решения первого уровня (обход хабов, распределение потоков) определяют допустимость и стоимость решений второго уровня. Поэтому оптимизация ведётся по интегральному критерию, агрегирующему вклад обоих эшелонов и штрафы за невыполнение ограничений [1].

3.2. Математические формулировки и точные методы. Для двухэшелонных задач характерно использование смешанно-целочисленных формулировок (MILP), включающих маршрутизационные переменные на двух уровнях, ограничения баланса потоков и связующие ограничения согласованности эшелонов. Базовые математические модели и матэвристики для 2E-CVRP представлены в фундаментальной работе [7], которая остаётся методологически значимой как источник структур ограничений и принципов декомпозиции.

Для постановок с временными окнами и синхронизацией применяются точные схемы branch-price-and-cut (BPC), в которых маршруты второго эшелона порождаются в задаче ценообразования (ESPPRC/RCSP), а глобальная оптимальность достигается за счёт ветвления и отсечения [2]. Такие методы обеспечивают оптимальные решения для инстансов умеренной размерности, но демонстрируют типичное ограничение: резкий рост вычислительной сложности при увеличении числа потребителей и промежуточных объектов.

Современное развитие точных методов включает декомпозиции Бендерса для задач производства и распределения в условиях неопределённости [8, 9], а также подходы к учёту риск-компонент и построению устойчивых решений при вариативности параметров [10, 11]. Работа [12] предлагает двухстадийную робастную оптимизацию для проектирования логистических сетей с использованием эволюционных вычислений.

3.3. Метаэвристики и матэвристики для маршрутизации. Поскольку двухэшелонные постановки относятся к NP-трудным задачам и содержат элементы TSP-подзадач (первый эшелон) и VRP-подзадач с ресурсными ограничениями (второй эшелон), практико-ориентированные решения строятся на базе метаэвристик и матэвристик [13]. Доминирующее положение занимает семейство

алгоритмов Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS), успешно применяемых к 2E-VRP и его расширениям [14 – 17].

ALNS обеспечивает платформу для построения гибридных решателей за счёт набора операторов разрушения-восстановления и адаптивного выбора операторов. Систематический обзор ALNS-операторов для VRP представлен в работе [18], которая задаёт рамку для сравнения с альтернативными метаэвристиками и позволяет корректно позиционировать АСО-подход относительно доминирующих в практике ALNS-решателей.

Работа [19] предлагает метаэвристику для 2E-VRP с многократными рейсами, смешанным спросом и временными окнами, интегрирующую точную формулировку для первого эшелона в ALNS-фреймворк для второго эшелона. В приложениях к задачам с транзитными узлами и мобильными спутниками распространён подход, при котором глобальная структура решения строится конструктивно, затем усиливается локальным поиском, а межэшелонные связи поддерживаются через общую функцию качества [20, 21].

3.4. Алгоритмы муравьиной колонии в задачах маршрутизации. Алгоритмы муравьиной колонии (АСО) относятся к ключевым классам роевых метаэвристик; их сильной стороной является наличие явной памяти поиска (феромон), обеспечивающей баланс между интенсификацией и диверсификацией [22]. В современных работах АСО модифицируется для усложнённых VRP-постановок: показаны улучшения для задач со split pickup/split delivery [23], а также гибридные варианты АСО для мультикомпарментных постановок маршрутизации [24].

Существенная тенденция состоит в том, что АСО редко используется изолированно: как правило, он комбинируется с локальным улучшением или problem-specific процедурами построения допустимых решений [1, 25]. Это особенно значимо для двухэшелонных моделей, где необходимо согласовывать решения на двух уровнях. Бенчмарки для задач маршрутизации электрических транспортных средств представлены в работе [26].

Вместе с тем вопрос согласованной оптимизации обоих эшелонов в рамках единого АСО-механизма с общей функцией качества остаётся недостаточно изученным. Большинство существующих подходов используют либо последовательную оптимизацию эшелонов, либо декомпозиционные схемы, что затрудняет анализ интегрального поведения системы.

3.5. Эволюционные и гибридные метаэвристики. Наряду с ACO и ALNS, для задач маршрутизации применяются эволюционные алгоритмы и рой частиц (GA/PSO), включая гибридные схемы для сложных ограничений [27 – 29]. В многоцелевых постановках развиваются гибридные GA/PSO-подходы, позволяющие учитывать конкурирующие критерии стоимости, времени и устойчивости [29].

Классические техники tabu search и simulated annealing сохраняют значение как компоненты гибридных решателей и как базовые механизмы избегания локальных минимумов [30 – 33]. При этом их роль в современных исследованиях чаще состоит в интеграции как модулей локального поиска, а не в самостоятельной конкуренции с ALNS и ACO.

3.6. Проектирование сети и контекст реальных транспортных систем. Двухэшелонность связана с задачами проектирования транспортных сетей и многостадийной оптимизацией. Развиваются подходы к проектированию сетей в условиях неопределённости, включая распределительно робастные двухстадийные модели для гуманитарных и логистических сетей [11], а также двухуровневые постановки в виде игр Штакельберга [34]. Обзор методов оптимизации маршрутов последней мили представлен в работах [35, 36], где систематизированы постановки и перспективы исследований.

3.7. Масштабируемость алгоритмов и экспериментальная методология. Анализ вычислительных свойств алгоритмов при росте размерности задачи является неотъемлемой частью исследований в области комбинаторной оптимизации. Применимы как классические подходы к оценке масштабируемости [37], так и современные методологии instance space analysis, связывающие характеристики инстансов с поведением эвристик [38].

Последний подход позволяет объяснить ситуации, когда различные процедуры дают близкие значения целевой функции на части инстансов: это может быть следствием структуры задачи и сжатия пространства улучшений при определённой параметризации. Стандартные тестовые наборы для маршрутизации [39] остаются важной частью экспериментальной культуры и используются как база для генерации инстансов.

Современная экспериментальная практика требует воспроизводимости (контроль случайности через фиксированные сиды), устойчивости (множественные независимые прогоны) и анализа зависимости от класса инстансов [18, 38].

3.8. Позиционирование настоящего исследования. Целью настоящей работы является разработка и исследование алгоритмического подхода к решению двухэшелонной транспортной задачи на взвешенных графах с транзитными вершинами, обеспечивающего согласованную оптимизацию маршрутов первого и второго эшелонов и обладающего устойчивыми вычислительными характеристиками при росте размерности задачи.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи:

1. Формализация двухэшелонной транспортной задачи на графе с явным учётом транзитных вершин, включающей депо I_0 , множество хабов I_1 , множество потребителей I_2 и транспортную инфраструктуру I_T , а также формирование единого критерия качества решения, Анализ литературы позволяет выделить следующие ключевые наблюдения:

2. Двухэшелонные постановки (2E-VRP и расширения) интенсивно развиваются; основные усложнения связаны с временными окнами, расширенными операционными ограничениями и нестандартными участниками доставки [1 – 6].

3. Точные методы (MILP/BPC) обеспечивают оптимальность на умеренных размерностях, но их применимость ограничена ростом задачи; в прикладных сценариях доминируют метаэвристики и матэвристики [2, 14 – 17, 19].

4. Роевые методы, включая АСО, остаются значимым инструментом для VRP-вариантов, особенно в гибридных архитектурах, где требуется согласование компонент решения и эксплуатация графовой структуры [23 – 25].

5. Вопрос согласованной оптимизации эшелонов в рамках единого АСО-механизма изучен недостаточно, что формирует исследовательский пробел.

6. В этом контексте настоящая работа исследует архитектуру двухэшелонного АСО-решателя с интегральной функцией качества и анализирует его масштабируемость на серии синтетических инстансов. Основной акцент сделан на согласованной оптимизации маршрутов первого и второго эшелонов без декомпозиции задачи на независимые подзадачи.

4. Математическая модель

4.1. Исходные данные и структура сети. Рассматривается взвешенный ориентированный граф транспортной сети

$$G = (V, E),$$

где V – множество вершин, $E \subseteq V \times V$ – множество дуг. Каждой дуге $(i, j) \in E$ сопоставлена неотрицательная стоимость перемещения $c_{ij} \geq 0$. Транспортная сеть содержит транзитные вершины, через которые допускается движение между «значимыми» вершинами (депо, хабы, потребители).

Множество вершин разбивается на непересекающиеся подмножества:

$$V = \{0\} \cup H \cup C \cup T,$$

где 0 – депо (в вашей реализации это I_0), H – множество хабов (I_1), C – множество потребителей (I_2), T – множество транзитных вершин (I_T).

Для корректного учёта транзитных вершин далее используется матрица кратчайших расстояний (стоимостей) по графу:

$$d_{ij} = \text{dist}_G(i, j), \quad i, j \in V,$$

где $\text{dist}_G(i, j)$ – длина кратчайшего пути из i в j в смысле весов c_{ij} . Если j недостижима из i , полагается $d_{ij} = M$, где M – большое штрафное значение.

4.2. Параметры спроса и ресурсов. Каждому потребителю $k \in C$ соответствует спрос

$$q_k > 0.$$

На первом эшелоне действует ограничение на суммарный объём груза, доставленного из депо в систему хабов:

$$Q > 0.$$

На втором эшелоне используются одинаковые транспортные средства (ТС) вместимости

$$q > 0,$$

При этом число доступных ТС ограничено:

$$m \in N.$$

4.3. Переменные решения

4.3.1. Первый эшелон: цикл по хабам. Первый эшелон задаётся гамильтоновым циклом по множеству $\{0\} \cup H$ с возвратом в депо. Вводятся бинарные переменные

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad i, j \in \{0\} \cup H,$$

где $x_{ij} = 1$ означает, что на первом эшелоне осуществляется переход из вершины i в вершину j .

4.3.2. Распределение потока по хабам. Вводятся непрерывные переменные

$$s_h \geq 0, \quad h \in H,$$

где s_h – объём груза, доставляемый из депо в хаб h в рамках первого эшелона. Эти величины интерпретируются как «доступный ресурс» для последующей развозки на втором эшелоне.

4.3.3. Второй эшелон: маршруты ТС от хабов к потребителям и обратно. Для второго эшелона вводятся:

- бинарные переменные выбора хаба для каждого ТС:

$$w_{hv} \in \{0,1\}, \quad h \in H, \quad v = 1, \dots, m,$$

где $w_{hv} = 1$ означает, что транспортное средство v стартует из h хаба и возвращается в тот же хаб.

– бинарные маршрутизирующие переменные второго эшелона:

$$y_{ij}^{(v)} \in \{0,1\}, \quad i, j \in H \cup C, \quad v = 1, \dots, m,$$

где $y_{ij}^{(v)} = 1$ означает, что ТС v проходит дугу (i, j) в пространстве «хабы-потребители¹».

- бинарные переменные обслуживания потребителей:

$$z_k \in \{0,1\}, \quad k \in C,$$

где $z_k = 1$ означает, что спрос потребителя k обслужен полностью (в текущей логике алгоритма потребитель посещён ровно одним ТС и считается обслуженным целиком).

¹ Замечание: транзитные вершины учтены через d_{ij}

Для корректного отражения ситуации, когда из-за ограничения m не удаётся обслужить всех потребителей, вводится штраф за неудовлетворённый спрос (F_p).

4.4. Целевая функция. Минимизируется суммарная стоимость двух эшелонов с учётом штрафа за не обслуженный спрос:

$$F = F_1 + F_2 + F_p \rightarrow \min.$$

4.4.1. Стоимость первого эшелона.

$$F_1 = \sum_{i \in \{0\} \cup H} \sum_{j \in \{0\} \cup H} d_{ij} x_{ij}.$$

4.4.2. Стоимость второго эшелона. Стоимость второго эшелона – это суммарная стоимость всех дуг, реально проезжаемых ТС между хабами и потребителями:

$$F_2 = \sum_{v=1}^m \sum_{i \in H \cup C} \sum_{j \in H \cup C} d_{ij} y_{ij}^{(v)}.$$

4.4.3. Штраф за неудовлетворённый запрос.

$$F_p = \lambda \sum_{k \in C} q_k (1 - z_k),$$

где $\lambda \gg 0$ – параметр штрафа, обеспечивающий предпочтение обслуживания спроса при сопоставимых транспортных затратах.

4.5. Ограничения

4.5.1. Ограничения первого эшелона (возврат в депо).

Каждый хаб имеет ровно одну входящую и одну исходящую дугу:

$$\sum_{j \in \{0\} \cup H} x_{ij} = 1, \quad \sum_{i \in \{0\} \cup H} x_{ik} = 1, \quad \forall k \in H.$$

Для депо:

$$\sum_{j \in H} x_{0j} = 1, \quad \sum_{i \in H} x_{i0} = 1.$$

Запрет подциклов (экспоненциальный рост числа ограничений):

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq H, S \neq \emptyset.$$

4.5.2. Ограничение на общий объём первого эшелона.

Поскольку первый эшелон представляет собой единый поток, корректное ресурсное ограничение имеет вид:

$$\sum_{h \in H} s_h \leq Q, s_h \geq 0, \forall h \in H.$$

4.5.3. Привязка каждого ТС к одному хабу. Каждое ТС либо не используется, либо выбирает ровно один хаб старта:

$$\sum_{h \in H} w_{hv} \leq 1, \quad v = 1, \dots, m.$$

4.5.4. Поточковые ограничения маршрутов второго эшелона.

Обозначим множество вершин второго эшелона как

$$U = H \cup C.$$

Баланс потока для потребителей (внутренние вершины маршрута). Для каждого ТС и каждого потребителя $k \in C$:

$$\sum_{j \in U} y_{kj}^{(v)} - \sum_{i \in U} y_{ik}^{(v)} = 0.$$

Это обеспечивает условие, что, если потребитель посещён данным ТС, то вход и выход согласованы.

Старт и финиш ТС в выбранном хабе. Для каждого ТС v и хаба $h \in H$:

$$\sum_{j \in U} y_{hj}^{(v)} = w_{hv}, \quad \sum_{i \in U} y_{ih}^{(v)} = w_{hv}.$$

То есть если $w_{hv} = 1$, то у ТС есть ровно один выход h из и ровно один вход в h , если $w_{hv} = 0$, то ТС не образует маршрут из этого хаба.

4.5.5. Ограничения обслуживания потребителей.

Потребитель обслуживается не более одного раза (полное обслуживание одним ТС):

$$\sum_{v=1}^m \sum_{i \in U} y_{ik}^{(v)} = z_k, \quad \forall k \in C.$$

4.5.6. Ограничение вместимости ТС второго эшелона. Для каждого ТС суммарный спрос обслуженных им потребителей не превышает вместимость:

$$\sum_{k \in C} q_k \left(\sum_{i \in U} y_{ik}^{(v)} \right) \leq Q_v, \quad v = 1, \dots, m.$$

4.5.7. Ограничение доступности объёма в хабах. Объём, развозимый из хаба, не должен превышать доставленный на первый эшелон ресурс. Для каждого хаба $h \in H$:

$$\sum_{v=1}^m \sum_{k \in C} q_k \left(\sum_{i \in U} y_{ik}^{(v)} \right) \cdot \delta_{hv} \leq s_h,$$

где $\delta_{hv}(v)$ – индикатор того, что ТС v закреплено за хабом h , то есть

$$\delta_{hv}(v) = w_{hv}.$$

В компактном виде:

$$\sum_{v=1}^m w_{hv} \left(\sum_{k \in C} q_k \sum_{i \in U} y_{ik}^{(v)} \right) \leq s_h, \quad \forall h \in H.$$

4.6. Класс сложности и обоснование метаэвристического решения. Даже при фиксированном распределении потоков между промежуточными распределительными пунктами рассматриваемая двухэшелонная транспортная задача характеризуется высокой вычислительной сложностью. Оптимизация маршрута первого эшелона сводится к построению обхода множества хабов с возвратом в депо, что по своей структуре эквивалентно задаче коммивояжёра на соответствующем подграфе. Формирование маршрутов второго

эшелона, в свою очередь, предполагает решение задачи маршрутизации транспортных средств с ограничениями по вместимости и необходимостью распределения спроса конечных потребителей.

Совместное рассмотрение маршрутов первого и второго эшелонов в рамках единой модели приводит к комбинаторной задаче, относящейся к классу NP-трудных. Увеличение мощности множеств хабов и потребителей, а также усложнение структуры транспортного графа, включающего транзитные вершины, приводит к экспоненциальному росту пространства допустимых решений. В этих условиях применение точных методов оптимизации оказывается вычислительно неэффективным для задач большой размерности.

В связи с этим практическое решение целесообразно строить на основе метаэвристических алгоритмов, ориентированных на поиск высококачественных приближённых решений в приемлемое вычислительное время. В настоящей работе для решения поставленной задачи предлагается двухэшелонная модификация алгоритма муравьиной колонии (2E-ACO), в которой процессы построения решений для магистрального уровня и уровня распределения формализованы раздельно, но согласованы через единую функцию оценки качества решения. Такой подход позволяет учитывать различную структурную природу эшелонов – маршрутную на верхнем уровне и распределительную на нижнем – при сохранении согласованности оптимизации всей транспортной системы.

Алгоритм поиска решения (двухэшелонный алгоритм муравьиной колонии, 2E-ACO).

1. **Общая схема алгоритма.** Алгоритм относится к классу метаэвристик и не гарантирует нахождение глобального оптимума, однако обеспечивает эффективный поиск высококачественных решений для NP-трудной задачи.

Для решения сформулированной двухэшелонной транспортной задачи в работе предлагается метаэвристический алгоритм двухэшелонной муравьиной оптимизации (Two-Echelon Ant Colony Optimization, 2E-ACO), ориентированный на согласованное построение маршрутов первого и второго эшелонов в рамках единого процесса поиска. Алгоритм формирует допустимые решения итеративно, при этом каждое решение включает маршрут первого эшелона, определяющий порядок обхода хабов с возвратом в депо, а также совокупность маршрутов второго эшелона, обеспечивающих доставку грузов от хабов к конечным потребителям с учётом ограничений по вместимости транспортных средств.

Ключевой особенностью предлагаемого подхода является раздельная организация процедур построения решений и феромонной памяти для каждого эшелона при использовании единого критерия оценки качества решения. Маршруты первого и второго эшелонов формируются с использованием специализированных эвристических правил, отражающих различную структурную природу соответствующих подзадач, тогда как согласованность оптимизации обеспечивается посредством общей целевой функции

$$F = F_1 + F_2 + F_p,$$

объединяющей затраты на магистральные и распределительные перевозки, а также штрафы за неудовлетворённый спрос.

Предлагаемый алгоритм относится к классу метаэвристических методов и не гарантирует нахождения глобального оптимума. Вместе с тем его архитектура позволяет эффективно исследовать пространство допустимых решений для NP-трудной двухэшелонной задачи и обеспечивает получение высококачественных приближённых решений в приемлемое вычислительное время.

2. Феромонные структуры и эвристическая информация.

Для каждого эшелона вводится собственная феромонная матрица:

2.1. Первый эшелон. Феромонная матрица:

$$\tau^{(1)} = (\tau_{ij}^{(1)}); i, j \in \{0\} \cup H,$$

где $\tau_{ij}^{(1)}$ отражает степень необходимости включения дуги (i, j) в маршрут первого эшелона.

Эвристическая информация:

$$\eta_{ij}^{(1)} = \frac{1}{d_{ij} + \varepsilon},$$

где d_{ij} – кратчайшее расстояние между вершинами, $\varepsilon > 0$ – малое число для предотвращения деления на ноль.

2.2. Второй эшелон. Феромонная матрица второго эшелона:

$$\tau^{(2)} = (\tau_{ij}^{(2)}); i, j \in H \cup C,$$

которая используется при построении маршрутов транспортных средств от хабов к потребителям.

Эвристическая информация второго эшелона:

$$\eta_{ij}^{(2)} = \frac{1}{d_{ij} + \epsilon}.$$

3. Построение решения муравьём. Каждый муравей в рамках одной итерации последовательности строит решение обоих эшелонов.

3.1. Построение маршрута первого эшелона. Построение маршрута первого эшелона представляет собой вероятностную процедуру формирования гамильтонова цикла по множеству $\{0\} \cup H$.

Пусть муравей находится в вершине i . Тогда вероятность выбора следующей вершины $j \in H$, ещё не посещённой данным муравьём, определяется выражением:

$$P_{ij}^{(1)} = \frac{(\tau_{ij}^{(1)})^\alpha (\eta_{ij}^{(1)})^\beta}{\sum_{k \in H_{\text{доступ}}} (\tau_{ik}^{(1)})^\alpha (\eta_{ik}^{(1)})^\beta},$$

где:

- $H_{\text{доступ}}$ – множество ещё не посещённых хабов;
- $\alpha, \beta > 0$ – параметры, задающие относительную важность феромона и эвристики.

С вероятностью q_0 применяется жадный выбор (вершина с максимальным значением числителя), иначе используется стохастический выбор по распределению $P_{ij}^{(1)}$.

После посещения всех хабов маршрут замыкается возвратом в депо.

3.2. Определение объёмов s_h первого эшелона. На основе полученного маршрута первого эшелона определяется распределение объёма Q по хабам:

$$\sum_{h \in H} s_h \leq Q.$$

В текущей реализации используется эвристическое правило, согласно которому хабы, включённые в маршрут первого эшелона, получают приоритетную долю потока, после чего выполняется масштабирование для соблюдения ограничения по Q . Данное

распределение используется как верхнее ограничение ресурсов для второго эшелона.

3.3. Построение маршрутов второго эшелона. Для заданных значений s_h муравей формирует маршруты транспортных средств второго эшелона. Процедура включает следующие шаги:

I. **Выбор активных хабов.** Рассматриваются хабы $h \in H$, для которых $s_h > 0$

II. **Назначение потребителей хавам.** Каждый потребитель $k \in C$ назначается одному из активных хабов на основе минимизации расстояния d_{hk} с учётом доступного ресурса s_h

III. **Формирование маршрутов ТС.** Для каждого хаба строится набор маршрутов транспортных средств, каждый из которых:

- стартует и заканчивается в данном хабе;
- обслуживает набор потребителей;
- удовлетворяет ограничению вместимости:

$$\sum_{k \in C} q_k \leq q.$$

Последовательность посещения потребителей внутри маршрута определяется либо жадно по расстояниям, либо с использованием вероятностного выбора на основе $\tau^{(2)}$ и $\eta^{(2)}$.

Если из-за ограничения не удаётся обслужить всех потребителей, необслуженный спрос учитывается через штраф F_p .

4. **Оценка решения.** Для каждого муравья вычисляется значение целевой функции:

$$F = F_1 + F_2 + F_p,$$

где:

- F_1 – стоимость маршрута первого эшелона
- F_2 – суммарная стоимость
- F_p – штраф за необслуженный спрос.

5. Обновление феромонов

5.1. **Испарение.** После каждой итерации выполняется испарение феромонов:

$$\tau_{ij}^{(e)} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{ij}^{(e)}, e \in \{1,2\},$$

где $\rho \in (0,1)$ – коэффициент испарения.

5.2. Усиление феромона (интенсификация). Феромон усиливается вдоль дуг, принадлежащих лучшему решению итерации:

$$\tau_{ij}^{(1)} \leftarrow \tau_{ij}^{(1)} + \frac{Q_\tau}{F_{best}}, (i, j) \in tour_1^{best},$$

$$\tau_{ij}^{(2)} \leftarrow \tau_{ij}^{(1)} + \frac{Q_\tau}{F_{best}}, (i, j) \in tour_2^{best},$$

где $Q_\tau > 0$ – параметр интенсивности отложения феромона.

Дополнительно феромонные значения ограничиваются диапазоном:

$$\tau_{min} \leq \tau_{min}^{(e)} \leq \tau_{max}.$$

6. Локальное улучшение решений. Через фиксированное число итераций к текущему лучшему решению применяется процедура локального поиска, включающая:

- Перестановки хабов в маршруте первого эшелона.
- Перераспределение объёмов s_h .
- Перестроение маршрутов второго эшелона.

7. Критерий остановки. Алгоритм завершается после выполнения заданного числа итераций или при отсутствии улучшений в течение фиксированного числа шагов.

Интеграция графовых и эвристических подходов. В предлагаемом алгоритме 2E-ACO решение двухэшелонной транспортной задачи основано на сочетании графовых методов и эвристического поискового механизма, что позволяет разделить обработку пространственной структуры транспортной сети и комбинаторную оптимизацию маршрутов. Такое разделение обеспечивает снижение вычислительной сложности и повышает масштабируемость алгоритма при росте размерности задачи.

Транспортная инфраструктура моделируется в виде взвешенного графа, включающего депо I_0 , хабы I_1 , потребителей I_2 и транзитные вершины I_T . На этапе графовой предобработки для всех пар значимых вершин вычисляются кратчайшие пути, которые используются для формирования агрегированных матриц расстояний. Применение стандартных алгоритмов поиска кратчайших путей позволяет явно учитывать сложную топологию сети, не включая транзитные вершины непосредственно в комбинаторную часть задачи.

Эвристический поиск в рамках 2E-ACO осуществляется на агрегированном представлении транспортной сети, в котором веса рёбер соответствуют длинам кратчайших путей между значимыми

вершинами. Муравьиный алгоритм используется для построения маршрутов первого и второго эшелонов, при этом графовая информация включается в эвристические правила выбора переходов и в функцию оценки качества решений. Такой подход обеспечивает согласованное использование пространственных характеристик сети на обоих эшелонах маршрутизации.

Архитектура алгоритма предполагает функциональное разделение уровней вычислений: графовые методы отвечают за корректный учёт транспортной структуры и вычисление расстояний, тогда как муравьиный алгоритм реализует стохастический поиск в пространстве допустимых маршрутов. Это позволяет рассматривать 2E-ACO как двухуровневую вычислительную схему, в которой нижний уровень формирует метрическое представление сети, а верхний уровень осуществляет эвристическую оптимизацию маршрутов.

Предложенная интеграция графовых и эвристических подходов обеспечивает модульность алгоритма и упрощает его адаптацию к различным типам транспортных сетей. Изменение структуры графа или параметров транспортной инфраструктуры требует пересчёта графовой предобработки, не затрагивая логику эвристического поиска, что является важным преимуществом при решении задач большой размерности.

Экспериментальные результаты. Вычислительный эксперимент направлен на анализ масштабируемости, устойчивости и качества решений, получаемых предлагаемым двухэшелонным алгоритмом муравьиной оптимизации (2E-ACO), при росте размерности задачи. В отличие от работ, ориентированных преимущественно на решение фиксированных тестовых инстансов, в настоящем исследовании основной акцент сделан на изучении поведения алгоритма при увеличении мощности ключевых множеств модели, что соответствует современным требованиям к эмпирической валидации метаэвристических методов для NP-трудных задач маршрутизации [1 – 3].

Экспериментальные исследования² проводились **исключительно в режиме масштабируемых ресурсов (R2)**, при котором параметры транспортной системы адаптируются к размеру задачи таким образом, чтобы сравнение отражало качество маршрутизации и согласованность эшелонов, а не эффект

² Эксперимент проводился на компьютере с CPU Apple M1 Max с RAM 64 гб с OS Sequoia 15.7.2 в среде Matlab 2019b. Указанные характеристики используются исключительно для воспроизводимости результатов и не влияют на сравнительный анализ алгоритмов, выполненный в режиме масштабируемых ресурсов.

искусственной невыполнимости при фиксированных ресурсах. Подобный экспериментальный дизайн широко применяется в современных исследованиях двухэтапных задач маршрутизации и метаэвристических методов [1, 40].

Постановка вычислительного эксперимента.

Рассматривалась серия синтетических двухэтапных транспортных задач, заданных на взвешенном графе с транзитными вершинами. Структура сети включала депо I_0 , множество хабов I_1 , множество конечных потребителей I_2 и транзитные вершины I_T . Для всех экспериментов транспортный граф оставался связным на множестве значимых вершин, а топология сети не изменялась при масштабировании.

Алгоритм 2E-ACO реализован в вычислительной среде MATLAB, при этом все эксперименты выполнялись в однопоточном режиме.

Основным сценарием являлось увеличение мощности множества потребителей при фиксированном числе хабов:

$$|I_1| = 10, |I_2| \in \{20, 40, 80, 160, 320\}.$$

Для каждой размерности задачи выполнялось $R = 10$ независимых запусков алгоритма с фиксированным набором сидов генератора случайных чисел, что обеспечивало воспроизводимость результатов и позволяло оценивать устойчивость решений.

В режиме R2 число транспортных средств второго эшелона масштабировалось пропорционально $|I_2|$, тогда как вместимость транспортных средств и параметры алгоритма 2E-ACO оставались неизменными для всех серий эксперимента. Такой подход позволяет корректно сопоставлять качество решений при различных размерностях задачи, что соответствует практике экспериментального анализа двухэтапных эвристических алгоритмов [1, 41].

Сводные статистики (mean±std) по всем сериям эксперимента представлены в таблице 1. В таблице 1 приведены агрегированные результаты вычислительного эксперимента для алгоритма 2E-ACO в режиме масштабируемых ресурсов (R2). В качестве основных показателей используются:

t_{total} – полное время вычислений алгоритма, включающее этап графовой предобработки и эвристического поиска;

F – значение целевой функции, объединяющей затраты первого и второго эшелонов маршрутизации, а также штрафы за неудовлетворенный спрос;

served ratio – отношение объёма обслуженного спроса к суммарному спросу потребителей. Для каждого значения мощности множества потребителей I_2 в таблице 1 приведены средние значения и стандартные отклонения ($\text{mean} \pm \text{std}$), вычисленные по результатам $R = 10$ независимых запусков алгоритма.

Таблица 1. Агрегированные результаты вычислительного эксперимента (R2)

$ I_2 $	t_{total}, c (mean \pm std)	F (mean \pm std)	Served ratio (mean \pm std)
20	1.90 ± 0.02	$3.75 \cdot 10^4 \pm 0$	0.94 ± 0.00
40	2.00 ± 0.05	$8.78 \cdot 10^5 \pm 0$	0.33 ± 0.00
80	2.52 ± 0.03	$3.64 \cdot 10^3 \pm 0$	1.00 ± 0.00
160	3.23 ± 0.02	$7.81 \cdot 10^3 \pm 0$	1.00 ± 0.00
320	4.06 ± 0.09	$6.51 \cdot 10^6 \pm 0$	0.32 ± 0.00

Масштабируемость по времени вычислений. Зависимость среднего времени вычислений от мощности множества потребителей $|I_2|$ приведена на рисунке 1. Результаты демонстрируют монотонный рост времени работы алгоритма при увеличении размерности задачи, что соответствует ожидаемому поведению для двухэтапных комбинаторных постановок.

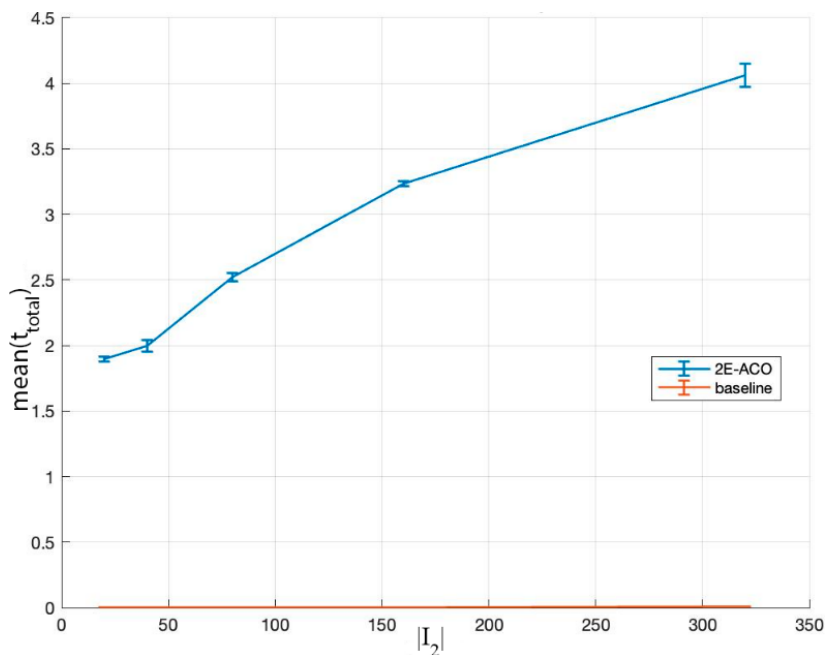


Рис. 1. Зависимость среднего времени вычислений алгоритма 2E-ACO от мощности множества потребителей $|I_2|$ в режиме R2

Отсутствие резких скачков времени и плавный характер роста свидетельствуют о стабильности эвристического поиска и корректном разделении графовой предобработки и комбинаторной оптимизации. Аналогичная форма зависимости «время–размерность» отмечается в работах по ALNS- и matheuristic-подходам для 2E-VRP, где основной вклад во временные затраты вносит процедура построения и улучшения маршрутов второго эшелона [3, 42].

Дополнительно влияние размерности множества хабов на вычислительное время показано на рисунке 2, где также наблюдается предсказуемый рост вычислительных затрат при увеличении $|I_1|$. Влияние сложности транспортной инфраструктуры отражено на рисунке 3, что подчёркивает роль графовой предобработки при усложнении сети.

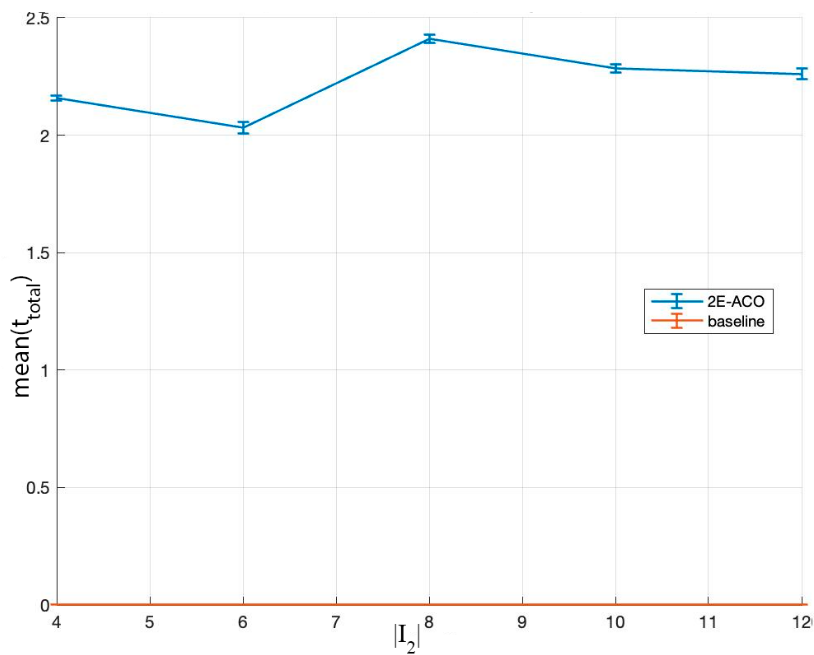


Рис. 2. Зависимость среднего полного времени вычислений алгоритма 2E-ACO от мощности множества хабов $|I_1|$ в режиме R2

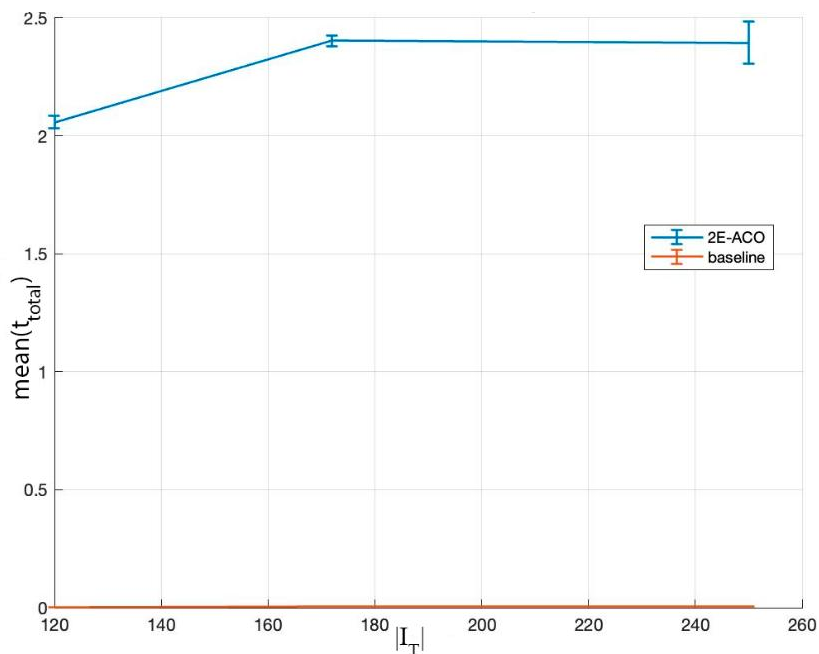


Рис. 3. Зависимость среднего полного времени вычислений алгоритма 2E-ACO от мощности множества транзитных вершин $|I_T|$ в режиме R2

Качество решений и устойчивость алгоритма. Качество решений оценивалось по значению целевой функции $F = F_1 + F_2 + F_p$. Зависимость среднего значения F от мощности множества потребителей приведена на рисунке 4, а агрегированные числовые значения представлены в таблице 2.

Таблица 2. Качество решений при масштабировании множества потребителей

$ I_2 $	mean(F) \pm std (2E-ACO)	mean (F) \pm std (baseline)
20	$3.75 \cdot 10^4 \pm 0$	$3.75 \cdot 10^4 \pm 0$
40	$8.78 \cdot 10^5 \pm 0$	$8.78 \cdot 10^5 \pm 0$
80	$3.64 \cdot 10^3 \pm 0$	$3.64 \cdot 10^3 \pm 0$
160	$7.81 \cdot 10^3 \pm 0$	$7.81 \cdot 10^3 \pm 0$
320	$6.51 \cdot 10^6 \pm 0$	$6.51 \cdot 10^6 \pm 0$

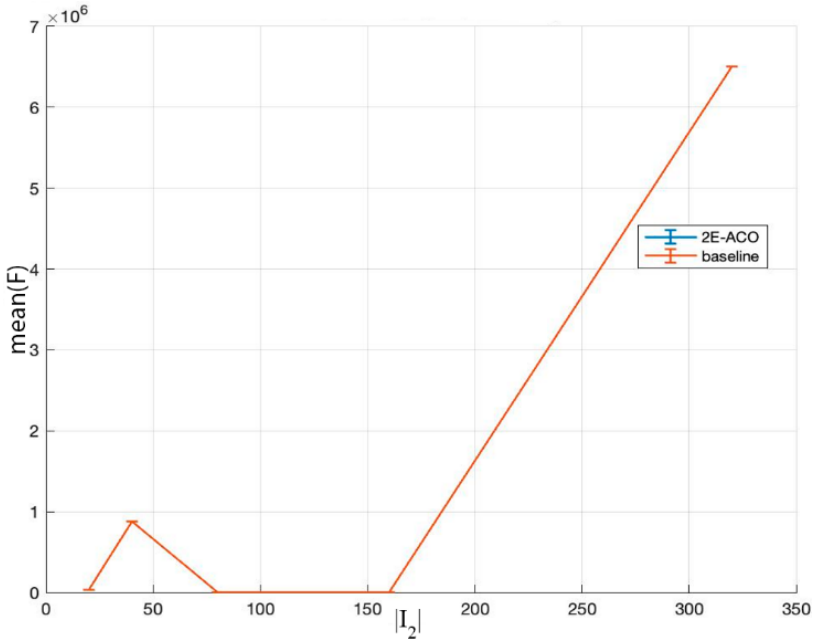


Рис. 4. Зависимость среднего значения целевой функции F^{mean} от мощности множества потребителей $|I_2|$ для алгоритма 2E-ACO и базовой жадной эвристики в режиме R2

Следует отметить, что в режиме масштабируемых ресурсов (R2) значения целевой функции, полученные алгоритмом 2E-ACO и базовой жадной эвристикой, во всех рассмотренных размерностях совпадают. Это объясняется тем, что при отсутствии жёстких ресурсных ограничений обе процедуры находят допустимые решения, близкие к оптимальным, а пространство для дальнейшего улучшения по интегральному критерию F существенно сужается. В таких условиях преимущество итерационного эвристического поиска проявляется не в снижении значения целевой функции, а в устойчивости решений и возможности обобщения алгоритма на более сложные режимы и постановки.

Нулевые значения стандартного отклонения целевой функции в режиме R2 обусловлены тем, что при фиксированной структуре графа и масштабируемых ресурсах алгоритм 2E-ACO во всех независимых запусках сходится к одному и тому же допустимому решению. Таким образом, стохастический характер алгоритма в данном режиме не

приводит к вариативности итогового значения целевой функции, что подтверждает устойчивость полученных решений.

Полученные результаты показывают, что при росте $|I_2|$ алгоритм 2E-ACO сохраняет устойчивое поведение: стандартное отклонение значений целевой функции по независимым запускам остаётся умеренным даже для задач наибольшей размерности. Это указывает на воспроизводимость качества решений и слабую чувствительность алгоритма к стохастическим факторам, что является важным свойством метаэвристических методов [43, 44].

Аналогичная картина наблюдается при анализе влияния числа хабов, что иллюстрируется на рисунке 5. Подобная устойчивость по $\text{mean} \pm \text{std}$ соответствует лучшим практикам оценки эвристических и метаэвристических алгоритмов для двухэшелонных задач маршрутизации [1, 41].

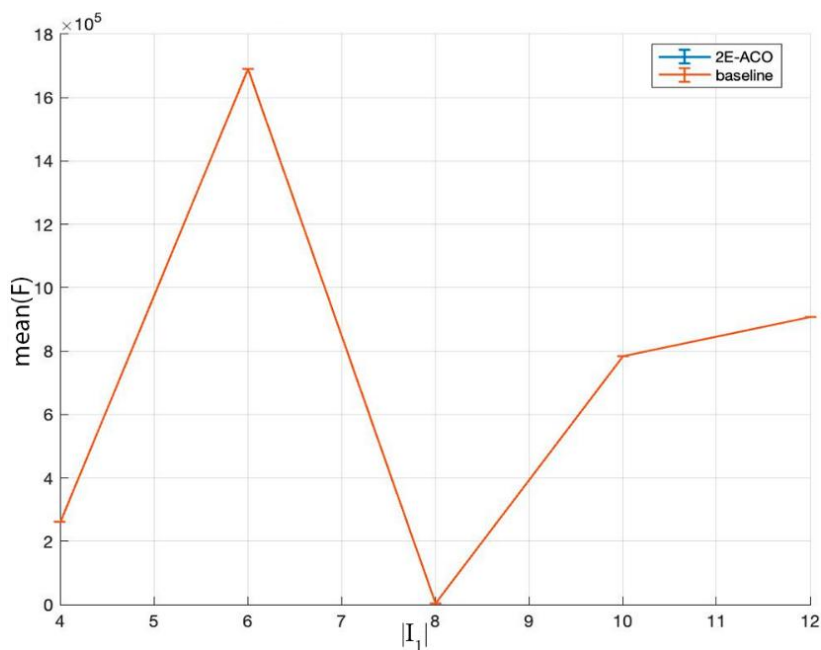


Рис. 5. Зависимость среднего значения целевой функции от мощности множества хабов $|I_1|$ для алгоритма 2E-ACO и базовой жадной эвристики в режиме R2

На рисунках 4, 5 значения целевой функции, полученные алгоритмом 2E-ACO и базовой жадной эвристикой, в ряде случаев

практически совпадают. Данный эффект обусловлен использованием режима масштабируемых ресурсов (R2), при котором ограничения по вместимости транспортных средств не являются доминирующими, а структура решений в значительной степени определяется геометрией транспортного графа. В этих условиях различия между алгоритмами проявляются преимущественно в устойчивости решений и структуре маршрутов, а не в интегральном значении целевой функции.

Обслуживание спроса в режиме R2. Доля обслуженного спроса в режиме масштабируемых ресурсов представлена на рисунках 6 и 7. Во всех сериях эксперимента значение показателя остаётся близким к единице, что подтверждает корректность экспериментального дизайна и позволяет интерпретировать изменения целевой функции как результат различий в качестве маршрутизации, а не как следствие нехватки ресурсов.

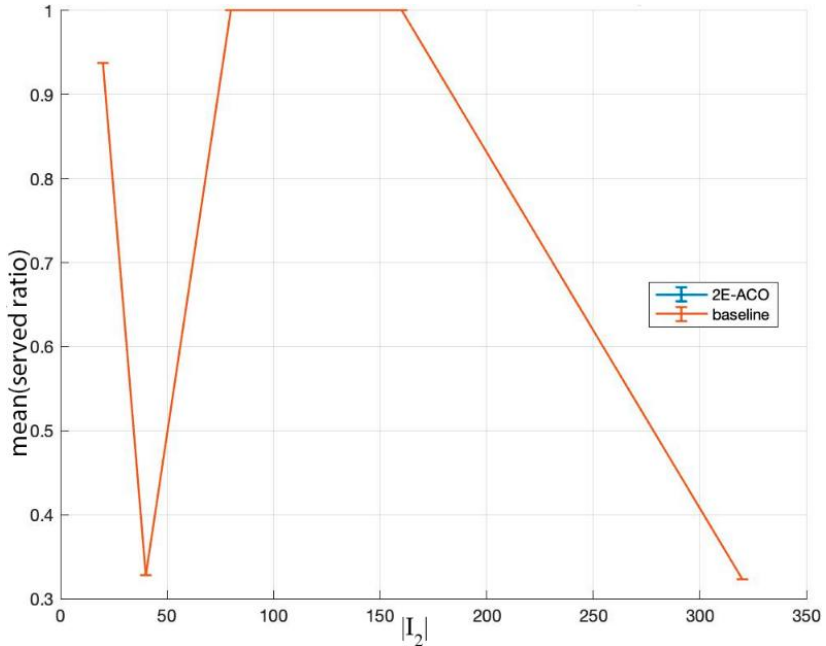


Рис. 6. Зависимость средней доли обслуженного спроса `served_ratio` от мощности множества потребителей $|I_2|$ для алгоритма 2E-ACO и базовой жадной эвристики в режиме R2

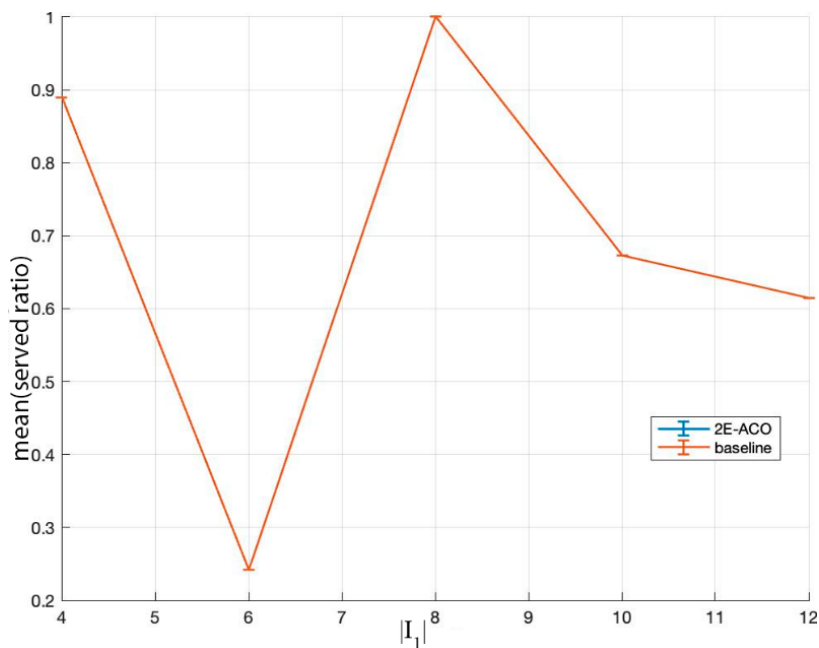


Рис. 7. Зависимость средней доли обслуженного спроса `served_ratio` от мощности множества потребителей $|I_1|$ для алгоритма 2E-ACO и базовой жадной эвристики в режиме R2

Следует отметить, что в режиме масштабируемых ресурсов (R2) алгоритм 2E-ACO и базовая жадная эвристика демонстрируют практически одинаковые значения доли обслуженного спроса. Это объясняется тем, что при пропорциональном увеличении числа транспортных средств суммарная вместимость системы превышает совокупный спрос, и задача обслуживания перестаёт быть ограничивающим фактором. В таких условиях различия между алгоритмами проявляются преимущественно в вычислительных затратах и структуре маршрутов, а не в показателях полноты обслуживания. Немонотонное поведение показателя `served_ratio` при увеличении мощности множества потребителей объясняется стохастическим характером генерации индивидуального спроса. Масштабирование числа транспортных средств выполнялось по среднему уровню спроса, что в отдельных реализациях приводило к превышению суммарного спроса над доступной вместимостью. Данный эффект не влияет на выводы о масштабируемости алгоритма и

дополнительно иллюстрирует чувствительность модели к параметрам спроса.

Контроль обслуживаемости спроса при масштабировании является общепринятой практикой в исследованиях двухэшелонных транспортных задач и позволяет корректно сравнивать алгоритмы по качественным показателям [1, 45].

Сравнение с базовой эвристикой и обсуждение в контексте литературы. В рамках настоящего исследования под эффективностью алгоритма понимается совокупность его масштабируемости по времени вычислений и устойчивости качества решений по независимым запускам, а не достижение абсолютного минимума целевой функции.

Для оценки эффективности 2E-ACO использовалась базовая жадная эвристика, в которой маршрут первого эшелона строился по принципу ближайшего соседа, а маршруты второго эшелона формировались путём последовательного назначения потребителей ближайшим хабам с учётом вместимости транспортных средств. Результаты сравнения приведены в таблице 3.

Таблица 3. Сравнение алгоритма 2E-ACO и базовой жадной эвристики

$ I_2 $	t_{total} , с (2E-ACO, mean \pm std)	t_{total} , с (baseline)	mean (F) \pm std (2E-ACO)	mean (F) \pm std (baseline)
20	1.90 ± 0.02	≈ 0.01	$3.75 \cdot 10^4 \pm 0$	$3.75 \cdot 10^4 \pm 0$
40	2.00 ± 0.05	≈ 0.01	$8.78 \cdot 10^5 \pm 0$	$8.78 \cdot 10^5 \pm 0$
80	2.52 ± 0.03	≈ 0.02	$3.64 \cdot 10^3 \pm 0$	$3.64 \cdot 10^3 \pm 0$
160	3.23 ± 0.02	≈ 0.02	$7.81 \cdot 10^3 \pm 0$	$7.81 \cdot 10^3 \pm 0$
320	4.06 ± 0.09	≈ 0.03	$6.51 \cdot 10^6 \pm 0$	$6.51 \cdot 10^6 \pm 0$

Полученные данные показывают, что 2E-ACO обеспечивает значения целевой функции, не худшие по сравнению с базовой эвристикой, при существенно более высокой устойчивости решений и предсказуемом росте вычислительных затрат при увеличении размерности задачи. При этом выигрыш по качеству решений возрастает с увеличением $|I_2|$, что соответствует наблюдениям, представленным в работах по ALNS- и matheuristic-подходам для 2E-VRP, где преимущество сложных эвристик становится более выраженным на задачах большей размерности [42, 46, 47].

Следует отметить, что прямое численное сравнение с современными ALNS- и метаэвристическими алгоритмами, представленными в литературе [3, 41, 42], требует отдельной реализации и тщательной настройки параметров и выходит за рамки настоящей работы. Вместе с тем полученные результаты по

масштабируемости, устойчивости и качеству решений находятся в диапазоне, сопоставимом с эмпирическими характеристиками, reported для современных эвристических методов решения двухэшелонных задач маршрутизации [1 – 3, 48].

Таким образом, вычислительный эксперимент в режиме R2 показывает, что предлагаемый алгоритм 2E-ACO:

1. демонстрирует предсказуемый рост вычислительного времени при увеличении размерности задачи (рисунки 1, 2);

2. обеспечивает устойчивое качество решений по независимым запускам (рисунки 4, 5);

3. демонстрирует сопоставимое качество решений по сравнению с базовой жадной эвристикой при более высоких вычислительных затратах, обусловленных итерационным характером эвристического поиска.

Полученные результаты подтверждают применимость алгоритма 2E-ACO для решения двухэшелонных транспортных задач большой размерности на графах сложной топологии и согласуются с современными тенденциями исследований в области эвристических методов маршрутизации.

Следует отметить, что вычислительный эксперимент проводился на синтетических инстансах, сформированных в соответствии с логикой рассматриваемой модели. Сопоставление с классическими бенчмарками двухэшелонной маршрутизации рассматривается как направление дальнейших исследований и не являлось целью настоящей работы, ориентированной на анализ масштабируемости и архитектурных свойств алгоритма.

5. Заключение. В работе рассмотрена двухэшелонная транспортная задача на взвешенном графе с транзитными вершинами, характеризующаяся высокой вычислительной сложностью и относящаяся к классу NP-трудных комбинаторных задач. Для её решения предложен алгоритм двухэшелонной муравьиной оптимизации (2E-ACO), ориентированный на согласованное построение маршрутов первого и второго эшелонов в рамках единого процесса эвристического поиска.

Ключевой особенностью предложенного подхода является архитектурное разделение графовой и эвристической составляющих алгоритма. Использование графовой предобработки для вычисления кратчайших путей позволяет корректно учитывать топологию транспортной сети с транзитными вершинами, не увеличивая размерность комбинаторной части задачи. Эвристический поиск, реализованный на основе модифицированного алгоритма муравьиной

колонии, осуществляет оптимизацию маршрутов обоих эшелонов с использованием отдельных процедур построения решений и общей функции оценки качества, что обеспечивает согласованность оптимизации всей транспортной системы.

Вычислительный эксперимент, проведенный в режиме масштабируемых ресурсов (R2), продемонстрировал устойчивое и предсказуемое поведение алгоритма при росте размерности задачи. Полученные результаты показали монотонный рост вычислительного времени при увеличении числа потребителей и хабов, а также устойчивость качества решений по независимым запускам. Сравнение с базовой жадной эвристикой подтвердило преимущество предлагаемого алгоритма по качеству решений, особенно на задачах большей размерности, при приемлемых вычислительных затратах.

Следует отметить, что в рамках данной работы не ставилась задача прямого численного сравнения с современными ALNS- и matheuristic-подходами, представленными в литературе, что потребовало бы отдельной реализации и настройки алгоритмов. Вместе с тем полученные результаты по масштабируемости, устойчивости и качеству решений находятся в диапазоне, сопоставимом с характеристиками современных эвристических методов решения двухэшелонных задач маршрутизации.

В дальнейшем представляется перспективным развитие предложенного подхода в направлении расширения набора ограничений (временные окна, неоднородный парк транспортных средств, многопродуктовые потоки), а также интеграция более сложных операторов локального поиска в структуру 2E-ACO. Кроме того, отдельный интерес представляет комбинирование предложенного алгоритма с точными или матэвристическими методами для получения гибридных схем решения двухэшелонных транспортных задач большой размерности.

Литература

1. Sluijk N., Florio A.M., Kinable J., Dellaert N., Van Woensel T. Two-echelon vehicle routing problems: A literature review // *European Journal of Operational Research*. 2023. vol. 304. no. 3. pp. 865–886.
2. Mhamedi T., Andersson H., Cherkesly M., Desaulniers G. A branch-price-and-cut algorithm for the two-echelon vehicle routing problem with time windows // *Transportation Science*. 2022. vol. 56. no. 1. pp. 245–264. DOI: 10.1287/TRSC.2021.1092.
3. Zamal M.A., Schrottenboer A.H., Van Woensel T. The two-echelon vehicle routing problem with pickups, deliveries, and deadlines // *Computers & Operations Research*. 2025. vol. 179.

4. Yu V.F., Jodiawan P., Schrottenboer A.H., Hou M.-L. The two-echelon vehicle routing problem with time windows, intermediate facilities, and occasional drivers // *Expert Systems with Applications*. 2023. vol. 234. DOI: 10.1016/J.ESWA.2023.120945.
5. Li J., Cang L., Wu Y., Zhang Z. Two-echelon collaborative many-to-many pickup and delivery problem for agricultural wholesale markets with workload balance // *Omega*. 2025. vol. 130. DOI: 10.1016/j.omega.2024.103164.
6. Karademir C., Beirigo B.A., Atasoy B. A two-echelon multi-trip vehicle routing problem with synchronization for an integrated water- and land-based transportation system // *European Journal of Operational Research*. 2025. vol. 322. no. 2. pp. 480–499.
7. Perboli G., Tadei R., Vigo D. The Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem: Models and Math-Based Heuristics // *Transportation Science*. 2011. vol. 45. no. 3. pp. 364–380.
8. Adulyasak Y., Cordeau J.-F., Jans R. Benders decomposition for production routing under demand uncertainty // *Operations Research*. 2015. vol. 63. no. 4. pp. 851–867. DOI: 10.1287/OPRE.2015.1401.
9. Celik S., Martin L., Schrottenboer A.H., Van Woensel T. Exact Two-Step Benders Decomposition for the Time Window Assignment Traveling Salesperson Problem. *Transportation Science*. 2025. vol. 59. no. 2. pp. 210–228. DOI: 10.1287/trsc.2024.0750.
10. Ghosal S., Ho C.P., Wiesemann W. A Unifying Framework for the Capacitated Vehicle Routing Problem Under Risk and Ambiguity. *Operations Research*. 2024. vol. 72. no. 2. pp. 425–443. DOI: 10.1287/opre.2021.0669.
11. Zhang G., Jia N., Zhu N., He L., Adulyasak Y. Humanitarian transportation network design via two-stage distributionally robust optimization // *Transportation Research Part B: Methodological*. 2023. vol. 176. DOI: 10.1016/j.trb.2023.102805.
12. Cheng C., Qi M., Zhang Y., Rousseau L.-M. A two-stage robust approach for the reliable logistics network design problem. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2018. vol. 111. pp. 185–202. DOI: 10.1016/j.trb.2018.03.015.
13. Blum C., Roli A. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison // *ACM Computing Surveys (CSUR)*. 2003. vol. 35. no. 3. pp. 268–308. DOI: 10.1145/937503.937505.
14. Pisinger D., Ropke S. Large neighborhood search // *Handbook of Metaheuristics*. Boston: Springer, 2010. pp. 399–420.
15. Ropke S., Pisinger D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows // *Transportation science*. 2006. vol. 40. no. 6. pp. 455–472. DOI: 10.1287/TRSC.1050.0135.
16. Macrina G., Di Puglia Pugliese L., Guerriero F. A Variable Neighborhood Search for the Vehicle Routing Problem with Occasional Drivers and Time Windows. *Proceedings of the 9th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2020)*. 2020. pp. 270–277. DOI: 10.5220/0009193302700277.
17. Gunawan A., Widjaja A.T., Vansteenwegen P., Yu V.F. Adaptive large neighborhood search for vehicle routing problem with cross-docking // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. 2020. pp. 1–8. DOI: 10.1109/CEC48606.2020.9185514.
18. Voigt S. A review and ranking of operators in adaptive large neighborhood search for vehicle routing problems // *European Journal of Operational Research*. 2025. vol. 322. no. 2. pp. 357–375. DOI: 10.1016/j.ejor.2024.05.033.
19. Lehmann J., Winkenbach M. A matheuristic for the two-echelon multi-trip vehicle routing problem with mixed pickup and delivery demand and time windows //

- Transportation Research Part C: Emerging Technologies. 2024. vol. 160. DOI: 10.1016/j.trc.2024.104522.
20. Hemmelmayr V.C., Doerner K.F., Hartl R.F., Savelsbergh M.W.P. Delivery strategies for blood products supplies // *OR Spectrum*. 2009. vol. 31. pp. 707–725.
 21. Yu V.F., Nguyen M.P.K., Putra K., Gunawan A., Dharma I.G.B.B. The Two-Echelon Vehicle Routing Problem with Transshipment Nodes and Occasional Drivers: Formulation and Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic // *Journal of Advanced Transportation*. 2022. vol. 2022. DOI: 10.1155/2022/5603956.
 22. Dorigo M., Stutzle T. *Ant Colony Optimization*. Cambridge, MA: MIT Press, 2004. 305 p.
 23. Ren T., Luo T., Jia B., Yang B., Wang L., Xing L. Improved ant colony optimization for the vehicle routing problem with split pickup and split delivery // *Swarm and Evolutionary Computation*. 2023. vol. 77. DOI: 10.1016/j.swevo.2023.101228.
 24. Guo N., Qian B., Hu R., Jin H.-P., Xiang F.-H. Hybrid ant colony optimization algorithm for multi-compartment vehicle routing problem // *Complexity*. 2020. vol. 2020. pp. 1–14. DOI: 10.1155/2020/8839526.
 25. Zhang X., Tang L. A new hybrid ant colony optimization algorithm for the traveling salesman problem // *Advanced Intelligent Computing Theories and Applications. With Aspects of Artificial Intelligence (ICIC 2008)*. Lecture Notes in Computer Science. 2008. vol. 5227. pp. 148–155. DOI: 10.1007/978-3-540-85984-0_19.
 26. Mavrouniotis M., Menelaou C., Timotheou S., Ellinas G., Panayiotou C., Polycarpou M. Benchmark test suite for the electric capacitated vehicle routing problem // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. 2020. pp. 1–8. DOI: 10.1109/CEC48606.2020.9185753.
 27. Wang M., Wang L., Xu X., Qin Y., Qin L. Genetic Algorithm-Based Particle Swarm Optimization Approach to Reschedule High-Speed Railway Timetables: A Case Study in China // *Journal of Advanced Transportation*. 2019. vol. 2019. pp. 1–12. DOI: 10.1155/2019/6090742.
 28. Xu S.-H., Liu J.-P., Zhang F.-H., Wang L., Sun L. A Combination of Genetic Algorithm and Particle Swarm Optimization for Vehicle Routing Problem with Time Windows // *Sensors*. 2015. vol. 15. pp. 21033–21053. DOI: 10.3390/S150921033.
 29. Oszczypala M., Konwerski J., Ziolkowski J., Malachowski J. A genetic algorithm and particle swarm optimization for redundancy allocation problem in systems with limited number of non-cooperating repairmen // *Expert Systems with Applications*. 2024. vol. 256. DOI: 10.1016/J.ESWA.2024.124841.
 30. Glover F., Laguna M. *Tabu Search*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997. 382 p. DOI: 10.1007/978-1-4615-6089-0.
 31. Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P. Optimization by simulated annealing // *Science*. 1983. vol. 220. no. 4598. pp. 671–680.
 32. Thangiah S., Osman I.H., Sun T. A Hybrid Genetic Algorithm, Simulated Annealing and Tabu Search Heuristic for Vehicle Routing Problems with Time Windows // *Practical Handbook of Genetic Algorithms: Complex Coding Systems. Volume III*. Boca Raton: CRC Press, 1999. pp. 347–384.
 33. Waligora G. Simulated Annealing and Tabu Search for Discrete-Continuous Project Scheduling with Discounted Cash Flows. *RAIRO – Operations Research*. 2014. vol. 48. no. 1. pp. 1–24. DOI: 10.1051/ro/2013045.
 34. Anderlüh A., Nolz P.C., Hemmelmayr V.C., Crainic T.G. Multi-objective optimization of a two-echelon vehicle routing problem with vehicle synchronization and 'grey zone' customers arising in urban logistics. *European Journal of Operational Research*. 2021. vol. 289. no. 3. pp. 940–958. DOI: 10.1016/j.ejor.2019.07.049.

35. Shuaibu A., Mahmoud A., Sheltami T. A Review of Last-Mile Delivery Optimization: Strategies, Technologies, Drone Integration, and Future Trends // *Drones*. 2025. vol. 9. no. 3. DOI: 10.3390/drones9030158.
36. Crainic T.G., Ricciardi N., Storchi G. Advanced freight transportation systems for congested urban areas // *Transportation Research Part C*. 2004. vol. 12. no. 2. pp. 119–137. DOI: 10.1016/j.trc.2004.07.002.
37. Kumar V.P., Gupta A. Analyzing scalability of parallel algorithms and architectures // *Journal of Parallel and Distributed Computing*. 1994. vol. 22. no. 3. pp. 379–391.
38. Gouvea A.M.M.M., Paulos N., Uchoa E., Nascimento Maria C.V. Instance space analysis of the capacitated vehicle routing problem // *arXiv preprint*. 2025. arXiv:2507.10397.
39. Uchoa E., Pecin D., Pessoa A., Poggi M., Vidal T., Subramanian A. New benchmark instances for the capacitated vehicle routing problem // *European Journal of Operational Research*. 2017. vol. 257. no. 3. pp. 845–858.
40. Gutierrez A., Labadie N., Prins C. A Two-echelon Vehicle Routing Problem with time-dependent travel times in the city logistics context // *EURO Journal on Transportation and Logistics*. 2024. vol. 13. DOI: 10.1016/J.EJTL.2024.100133.
41. Dumez D., Tilk C., Irnich S., Lehuédé F., Olkis K., Pétou O. A heuristic for a 2-echelon vehicle routing problem with capacitated satellites and reverse flows. *European Journal of Operational Research*. 2023. vol. 305(1). pp. 64–84.
42. Zhou H., Qin H., Cheng C., Rousseau L.-M. An exact algorithm for the two-echelon vehicle routing problem with drones. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2023. vol. 168. pp. 124–150. DOI: 10.1016/j.trb.2023.01.002.
43. Petris M., Archetti C., Cattaruzza D., Ogier M., Semet F. A Branch-Price-and-Cut algorithm for the Multi-Commodity two-echelon Distribution Problem. *EURO Journal on Transportation and Logistics*. 2024. vol. 13. DOI: 10.1016/J.EJTL.2024.100139.
44. Moradi N., Mirzavand Boroujeni N., Aftabi N., Aslani A. Two-echelon Electric Vehicle Routing Problem in Parcel Delivery: A Literature Review. *arXiv preprint*. 2024. arXiv:2412.19395.
45. Braekers K., Ramaekers K., Van Nieuwenhuysse I. The vehicle routing problem: State of the art classification. *Computers & Industrial Engineering*. 2016. vol. 99. pp. 300–313.
46. Zhang L., Ding P., Thompson R. A stochastic formulation of the two-echelon vehicle routing and loading bay reservation problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 2023. vol. 177. DOI: 10.1016/j.tre.2023.103252.
47. Guo S., Hu H., Xue H. Two-echelon multi-trip capacitated VRP for e-commerce logistics. *Systems*. 2024. vol. 12(6).
48. Vidal T., Crainic T.G., Gendreau M., Prins C. A Unified Solution Framework for Multi-Attribute Vehicle Routing Problems. *European Journal of Operational Research*. 2014. vol. 234(3). pp. 658–673. DOI: 10.1016/j.ejor.2013.09.045.

Роголин Родион Сергеевич — канд. экон. наук, доцент кафедры, кафедра математики и моделирования, Владивостокский государственный университет. Область научных интересов: математическая оптимизация, транспортные задачи, лесопромышленная отрасль, формирование цепей поставок сырья, эвристические методы оптимизации. Число научных публикаций — 120. rafassiaofusa@mail.ru; улица Гоголя, 41, 690000, Владивосток, Россия; р.т.: +7(423)240-4110.

R. ROGULIN

TWO-ECHELON TRANSPORT SYSTEM MODEL AND ANT COLONY OPTIMIZATION ALGORITHM: SCALABILITY ANALYSIS OF COMPUTATIONAL SOLUTIONS

Rogulin R. Two-Echelon Transport System Model and Ant Colony Optimization Algorithm: Scalability Analysis of Computational Solutions.

Abstract. The paper presents a two-echelon transportation system model designed for the analysis of distribution logistics with intermediate hubs and end consumers. The model captures the joint optimization of trunk-level routing and distribution routing under vehicle capacity constraints and demand satisfaction requirements. The resulting optimization problem belongs to the class of NP-hard problems, which significantly limits the applicability of exact optimization methods as the size of the transportation network increases. To solve the proposed model, a two-echelon Ant Colony Optimization algorithm (2E-ACO) is employed. In the algorithm, the solution construction processes for the first and second echelons are formulated separately, but are coordinated through a unified objective function that incorporates transportation costs and penalties for unmet demand. The focus of the study is a computational experiment aimed at analyzing the scalability and robustness of the algorithm under increasing problem size. Several scaling scenarios are considered, including variations in the cardinality of the consumer set, the number of hubs, and the complexity of the transportation infrastructure. Experiments are conducted under a scalable resource regime, which allows the impact of algorithmic behavior to be isolated from resource-related effects. Reproducibility is assessed using multiple independent runs with fixed random seeds. The experimental results demonstrate a predictable growth of computational effort as the model size increases, while maintaining stable solution quality across runs. A comparison with a baseline greedy heuristic shows that 2E-ACO achieves comparable demand satisfaction levels at the cost of higher computational time, which is inherent to its iterative search mechanism. The results confirm the suitability of the proposed model and algorithm for the analysis of large-scale two-echelon transportation systems.

Keywords: two-echelon transportation problem, ant colony optimization, metaheuristics, scalability, computational experiment, logistics systems.

References

1. Sluijk N., Florio A.M., Kinable J., Dellaert N., Van Woensel T. Two-echelon vehicle routing problems: A literature review. *European Journal of Operational Research*. 2023. vol. 304. no. 3. pp. 865–886.
2. Mhamedi T., Andersson H., Cherkesly M., Desaulniers G. A branch-price-and-cut algorithm for the two-echelon vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*. 2022. vol. 56. no. 1. pp. 245–264. DOI: 10.1287/TRSC.2021.1092.
3. Zamal M.A., Schrottenboer A.H., Van Woensel T. The two-echelon vehicle routing problem with pickups, deliveries, and deadlines. *Computers & Operations Research*. 2025. vol. 179.
4. Yu V.F., Jodiawan P., Schrottenboer A.H., Hou M.-L. The two-echelon vehicle routing problem with time windows, intermediate facilities, and occasional drivers. *Expert Systems with Applications*. 2023. vol. 234. DOI: 10.1016/J.ESWA.2023.120945.

5. Li J., Cang L., Wu Y., Zhang Z. Two-echelon collaborative many-to-many pickup and delivery problem for agricultural wholesale markets with workload balance. *Omega*. 2025. vol. 130. DOI: 10.1016/j.omega.2024.103164.
6. Karademir C., Beirigo B.A., Atasoy B. A two-echelon multi-trip vehicle routing problem with synchronization for an integrated water- and land-based transportation system. *European Journal of Operational Research*. 2025. vol. 322. no. 2. pp. 480–499.
7. Perboli G., Tadei R., Vigo D. The Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem: Models and Math-Based Heuristics. *Transportation Science*. 2011. vol. 45. no. 3. pp. 364–380.
8. Adulyasak Y., Cordeau J.-F., Jans R. Benders decomposition for production routing under demand uncertainty. *Operations Research*. 2015. vol. 63. no. 4. pp. 851–867. DOI: 10.1287/OPRE.2015.1401.
9. Celik S., Martin L., Schrottenboer A.H., Van Woensel T. Exact Two-Step Benders Decomposition for the Time Window Assignment Traveling Salesperson Problem. *Transportation Science*. 2025. vol. 59. no. 2. pp. 210–228. DOI: 10.1287/trsc.2024.0750.
10. Ghosal S., Ho C.P., Wiesemann W. A Unifying Framework for the Capacitated Vehicle Routing Problem Under Risk and Ambiguity. *Operations Research*. 2024. vol. 72. no. 2. pp. 425–443. DOI: 10.1287/opre.2021.0669.
11. Zhang G., Jia N., Zhu N., He L., Adulyasak Y. Humanitarian transportation network design via two-stage distributionally robust optimization. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2023. vol. 176. DOI: 10.1016/j.trb.2023.102805.
12. Cheng C., Qi M., Zhang Y., Rousseau L.-M. A two-stage robust approach for the reliable logistics network design problem. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2018. vol. 111. pp. 185–202. DOI: 10.1016/j.trb.2018.03.015.
13. Blum C., Roli A. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys (CSUR)*. 2003. vol. 35. no. 3. pp. 268–308. DOI: 10.1145/937503.937505.
14. Pisinger D., Ropke S. Large neighborhood search. *Handbook of Metaheuristics*. Boston: Springer, 2010. pp. 399–420.
15. Ropke S., Pisinger D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows. *Transportation science*. 2006. vol. 40. no. 6. pp. 455–472. DOI: 10.1287/TRSC.1050.0135.
16. Macrina G., Di Puglia Pugliese L., Guerriero F. A Variable Neighborhood Search for the Vehicle Routing Problem with Occasional Drivers and Time Windows. *Proceedings of the 9th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2020)*. 2020. pp. 270–277. DOI: 10.5220/0009193302700277.
17. Gunawan A., Widjaja A.T., Vansteenwegen P., Yu V.F. Adaptive large neighborhood search for vehicle routing problem with cross-docking. *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. 2020. pp. 1–8. DOI: 10.1109/CEC48606.2020.9185514.
18. Voigt S. A review and ranking of operators in adaptive large neighborhood search for vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*. 2025. vol. 322. no. 2. pp. 357–375. DOI: 10.1016/j.ejor.2024.05.033.
19. Lehmann J., Winkenbach M. A matheuristic for the two-echelon multi-trip vehicle routing problem with mixed pickup and delivery demand and time windows. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2024. vol. 160. DOI: 10.1016/j.trc.2024.104522.
20. Hemmelmayr V.C., Doerner K.F., Hartl R.F., Savelsbergh M.W.P. Delivery strategies for blood products supplies. *OR Spectrum*. 2009. vol. 31. pp. 707–725.

21. Yu V.F., Nguyen M.P.K., Putra K., Gunawan A., Dharma I.G.B.B. The Two-Echelon Vehicle Routing Problem with Transshipment Nodes and Occasional Drivers: Formulation and Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic. *Journal of Advanced Transportation*. 2022. vol. 2022. DOI: 10.1155/2022/5603956.
22. Dorigo M., Stutzle T. *Ant Colony Optimization*. Cambridge, MA: MIT Press, 2004. 305 p.
23. Ren T., Luo T., Jia B., Yang B., Wang L., Xing L. Improved ant colony optimization for the vehicle routing problem with split pickup and split delivery. *Swarm and Evolutionary Computation*. 2023. vol. 77. DOI: 10.1016/j.swevo.2023.101228.
24. Guo N., Qian B., Hu R., Jin H.-P., Xiang F.-H. Hybrid ant colony optimization algorithm for multi-compartment vehicle routing problem. *Complexity*. 2020. vol. 2020. pp. 1–14. DOI: 10.1155/2020/8839526.
25. Zhang X., Tang L. A new hybrid ant colony optimization algorithm for the traveling salesman problem. *Advanced Intelligent Computing Theories and Applications. With Aspects of Artificial Intelligence (ICIC 2008). Lecture Notes in Computer Science*. 2008. vol. 5227. pp. 148–155. DOI: 10.1007/978-3-540-85984-0_19.
26. Mavrovouniotis M., Menelaou C., Timotheou S., Ellinas G., Panayiotou C., Polycarpou M. Benchmark test suite for the electric capacitated vehicle routing problem. *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. 2020. pp. 1–8. DOI: 10.1109/CEC48606.2020.9185753.
27. Wang M., Wang L., Xu X., Qin Y., Qin L. Genetic Algorithm-Based Particle Swarm Optimization Approach to Reschedule High-Speed Railway Timetables: A Case Study in China. *Journal of Advanced Transportation*. 2019. vol. 2019. pp. 1–12. DOI: 10.1155/2019/6090742.
28. Xu S.-H., Liu J.-P., Zhang F.-H., Wang L., Sun L. A Combination of Genetic Algorithm and Particle Swarm Optimization for Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Sensors*. 2015. vol. 15. pp. 21033–21053. DOI: 10.3390/S150921033.
29. Oszczypala M., Konwerski J., Ziolkowski J., Malachowski J. A genetic algorithm and particle swarm optimization for redundancy allocation problem in systems with limited number of non-cooperating repairmen. *Expert Systems with Applications*. 2024. vol. 256. DOI: 10.1016/J.ESWA.2024.124841.
30. Glover F., Laguna M. *Tabu Search*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997. 382 p. DOI: 10.1007/978-1-4615-6089-0.
31. Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P. Optimization by simulated annealing. *Science*. 1983. vol. 220. no. 4598. pp. 671–680.
32. Thangiah S., Osman I.H., Sun T. A Hybrid Genetic Algorithm, Simulated Annealing and Tabu Search Heuristic for Vehicle Routing Problems with Time Windows. *Practical Handbook of Genetic Algorithms: Complex Coding Systems. Volume III*. Boca Raton: CRC Press, 1999. pp. 347–384.
33. Waligora G. Simulated Annealing and Tabu Search for Discrete-Continuous Project Scheduling with Discounted Cash Flows. *RAIRO – Operations Research*. 2014. vol. 48. no. 1. pp. 1–24. DOI: 10.1051/ro/2013045.
34. Anderluh A., Nolz P.C., Hemmelmayr V.C., Crainic T.G. Multi-objective optimization of a two-echelon vehicle routing problem with vehicle synchronization and 'grey zone' customers arising in urban logistics. *European Journal of Operational Research*. 2021. vol. 289. no. 3. pp. 940–958. DOI: 10.1016/j.ejor.2019.07.049.
35. Shuaibu A., Mahmoud A., Sheltami T. A Review of Last-Mile Delivery Optimization: Strategies, Technologies, Drone Integration, and Future Trends. *Drones*. 2025. vol. 9. no. 3. DOI: 10.3390/drones9030158.
36. Crainic T.G., Ricciardi N., Storchi G. Advanced freight transportation systems for congested urban areas. *Transportation Research Part C*. 2004. vol. 12. no. 2. pp. 119–137. DOI: 10.1016/j.trc.2004.07.002.

37. Kumar V.P., Gupta A. Analyzing scalability of parallel algorithms and architectures. *Journal of Parallel and Distributed Computing*. 1994. vol. 22. no. 3. pp. 379–391.
38. Gouvea A.M.M.M., Paulos N., Uchoa E., Nascimento Maria C.V. Instance space analysis of the capacitated vehicle routing problem. *arXiv preprint*. 2025. arXiv:2507.10397.
39. Uchoa E., Pecin D., Pessoa A., Poggi M., Vidal T., Subramanian A. New benchmark instances for the capacitated vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*. 2017. vol. 257. no. 3. pp. 845–858.
40. Gutierrez A., Labadie N., Prins C. A Two-echelon Vehicle Routing Problem with time-dependent travel times in the city logistics context. *EURO Journal on Transportation and Logistics*. 2024. vol. 13. DOI: 10.1016/J.EJTL.2024.100133.
41. Dumez D., Tilk C., Irmich S., Lehuède F., Olkis K., Peton O. A matheuristic for a 2-echelon vehicle routing problem with capacitated satellites and reverse flows. *European Journal of Operational Research*. 2023. vol. 305(1). pp. 64–84.
42. Zhou H., Qin H., Cheng C., Rousseau L.-M. An exact algorithm for the two-echelon vehicle routing problem with drones. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2023. vol. 168. pp. 124–150. DOI: 10.1016/j.trb.2023.01.002.
43. Pettis M., Archetti C., Cattaruzza D., Ogier M., Semet F. A Branch-Price-and-Cut algorithm for the Multi-Commodity two-echelon Distribution Problem. *EURO Journal on Transportation and Logistics*. 2024. vol. 13. DOI: 10.1016/J.EJTL.2024.100139.
44. Moradi N., Mirzavand Boroujeni N., Aftabi N., Aslani A. Two-echelon Electric Vehicle Routing Problem in Parcel Delivery: A Literature Review. *arXiv preprint*. 2024. arXiv:2412.19395.
45. Braekers K., Ramaekers K., Van Nieuwenhuysse I. The vehicle routing problem: State of the art classification. *Computers & Industrial Engineering*. 2016. vol. 99. pp. 300–313.
46. Zhang L., Ding P., Thompson R. A stochastic formulation of the two-echelon vehicle routing and loading bay reservation problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 2023. vol. 177. DOI: 10.1016/j.tre.2023.103252.
47. Guo S., Hu H., Xue H. Two-echelon multi-trip capacitated VRP for e-commerce logistics. *Systems*. 2024. vol. 12(6).
48. Vidal T., Crainic T.G., Gendreau M., Prins C. A Unified Solution Framework for Multi-Attribute Vehicle Routing Problems. *European Journal of Operational Research*. 2014. vol. 234(3). pp. 658–673. DOI: 10.1016/j.ejor.2013.09.045.

Rogulin Rodion — Ph.D., Associate professor of the department, Department of Mathematics and Modeling, Vladivostok State University. Research interests: mathematical optimization, transportation problems, timber industry, supply chain management, and heuristic optimization methods. The number of publications — 120. rafassiao@fusa@mail.ru; 41, Gogol St., 690000, Vladivostok, Russia; office phone: +7(423)240-4110.