

В.В. Вороной, Д.П. ВЕРХОВОД
**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОХОДКИ
ЧЕЛОВЕКА И СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМИ МЕХАНИЗМАМИ МЕХАТРОННОГО
РЕАБИЛИТАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА**

Вороной В.В., Верховод Д.П. Разработка математической модели походки человека и синтез системы управления исполнительными механизмами мехатронного реабилитационного комплекса.

Аннотация. В статье рассматривается разработка математической модели походки человека для синтеза системы управления мехатронного реабилитационного комплекса. Актуальность исследования обусловлена необходимостью создания эффективных реабилитационных технологий для пациентов с нарушениями двигательной функции. Существующие реабилитационные комплексы можно разделить на экзоскелеты и устройства с механическим соединением (end effector), при этом экзоскелеты демонстрируют более высокую реабилитационную эффективность, имитируя естественную походку. Исследование включает анализ различных моделей движения, таких как кинематические, динамические, биомеханические, нейронные сети и алгоритмы управления. Научная новизна работы заключается в создании модели, позволяющей учитывать индивидуальные антропометрические параметры пациента, включая массу и длины сегментов конечностей, а также моделировать поворот ступней. В рамках исследования предложен метод разбиения цикла шага на четыре фазы, каждая из которых описывается отдельной системой математических уравнений, что обеспечивает высокую точность воспроизведения различных этапов движения. Для валидации модели использовалась маркерная система захвата движений, что позволило получить данные о траекториях движения. Результаты показали, что модель эффективно генерирует траектории сагиттальных углов возвышения бедра, голени и стопы, что способствует улучшению управления реабилитационным устройством. В заключение, работа подчеркивает важность математического моделирования для создания адаптивных систем управления, которые могут существенно улучшить процесс реабилитации. Дальнейшие исследования будут направлены на доработку модели и её интеграцию с методами машинного обучения для повышения точности и надежности реабилитационных программ.

Ключевые слова: математическая модель, мехатронный реабилитационный комплекс, экзоскелет, кинематическая модель, параметрическая модель.

1. Введение. Роботизированный реабилитационный комплекс предназначен для проведения функциональной терапии нижних конечностей и вертикализации. Аппарат представляет собой массивный фиксированный стол, условно разделяемый на две половины: плоский стол, на который крепится торс пациента, и экзоскелет, на который крепятся ноги. Предполагается, что экзоскелет будет имитировать реальную походку, тем самым помогая пациенту вновь обрести навыки ходьбы. Подобные методы активно изучаются и применяются в рамках реабилитационных практик.

Текущие исследования в области биомеханики показывают, что она может предложить огромный неиспользованный потенциал в биомеханическом моделировании и симуляции. Математическое моделирование походки человека исходит из биомеханической системы, и соответствующая математическая модель используется для описания характеристик опорно-двигательного аппарата человека. Этот анализ предоставляет пользователям неограниченный доступ ко всем параметрам модели. В сочетании с анализом движений человека пользователи будут стремиться выявить конкретные отклонения, указав параметры модели, которые приводят к лежащей в основе патологии. В процессе принятия решений пользователи хотят оценить наиболее вероятный результат после конкретного терапевтического вмешательства и отрегулировать эти параметры таким образом, чтобы кодировать физиологические изменения, возникающие в результате конкретного вмешательства. Эффективность этого подхода зависит от достоверности моделирования двигательных систем и физиологических процессов человека, а также от того, как протекают сами процессы, порождающие движение.

Помимо поиска оптимального конструкторского и инженерного решения мехатронного комплекса, включающего электроприводы и актуаторы, воздействующие на нижние конечности человека так, что возможно их перемещение по траекториям, имитирующим ходьбу, необходимо также выбрать оптимальную систему управления исполнительными механизмами. Для чего нужно решить две основные задачи. Первое – это выбор математической модели походки человека, позволяющей наиболее точно описать траекторию движения ноги, а второе – выбор системы автоматического регулирования, позволяющей осуществлять точное и плавное движение исполнительных механизмов в совокупности, повторяющих заданную моделью траекторию движения.

Также целью работы является разработка такой системы, которая могла бы описать движение объекта в пространстве координат с плавными и непрерывными переходными процессами, а также обеспечивающую возможность моделирования движения с учетом произвольной временной «сетки». Что подразумевает не только учёт плавного перехода между заданными координатами, но и учёт вариативности скорости изменения координат в различные моменты времени.

2. Обзор основных видов реабилитационных комплексов.

Реабилитационные комплексы для людей, перенесших инсульт и пациентов с нарушением двигательной активности, можно разделить

на несколько категорий, учитывая специфические потребности этих групп пациентов. Первая группа – это активные реабилитационные комплексы (экзоскелеты, тренажеры), которые способствуют активному участию пациента в процессе восстановления двигательных функций [1, 2]. Вторая группа – пассивные комплексы (системы пассивной мобилизации, массажные аппараты), предназначены в основном для пациентов с ограниченной подвижностью и минимальным участием в активных упражнениях [3]. К третьей группе относят смешанные реабилитационные комплексы (роботизированные тренажеры, комплексы виртуальной реальности [4, 5]), которые комбинируют активные и пассивные методы, позволяя адаптировать реабилитацию под индивидуальные потребности пациента. И последняя группа – это информационные и аналитические системы [6] (системы захвата движений, программное обеспечение для анализа), которые акцентируют внимание на мониторинге и анализе данных о процессе реабилитации и позволяют адаптировать реабилитационные планы в соответствии с динамикой состояния пациента.

На данный момент существующие активные реабилитационные комплексы по принципу построения можно разделить на два основных вида. В первом случае концевые приводы (*end effector*) комплекса механически соединяются со ступнями человека [6], а во втором случае комплекс работает по принципу экзоскелета и жестко закреплен на бедрах и голени человека, обеспечивая перемещение конечностей [7, 8], помогая пациентам выполнять шаги и восстанавливать координацию.

Выбор конструктивных и программных решений, в том числе для применяемых приводов, определяется требованиями к их кинематическим и динамическим параметрам, т.е. реализуемым траекториям движения конечностей, располагаемым скоростям и ускорениям. Данные по этим параметрам неоднократно изучены и будут представлены ниже.

Существующие конструкции реабилитационных комплексов для людей, перенесших инсульт и пациентов с нарушением двигательной активности, различаются по уровню сложности и типам упражнений, форме интерфейса, а также габаритами, требованиями к электропитанию, массой и возможностью транспортировки и использования в различных условиях, что немаловажно при эксплуатации комплекса в медицинских учреждениях. Основные сравнительные характеристики представлены в таблице 1.

Таблица 1. Конструктивные характеристики реабилитационных комплексов

Критерий	Экзоскелет	End effector
Габариты комплекса	высота 1.5-1.8 м ширина 0.5-0.7 м	высота 1.5-2 м длина/ширина платформы 2-3 м/1.5-2 м
Масса	30-40 кг	200-500 кг
Потребление электроэнергии	3-5 кВт	6-8 кВт
Удерживание ноги	обеспечивается	Обеспечивается при использовании ортезов
Мобильность комплекса	да	нет
Сложность реализации	высокая	средняя

Экзоскелетная модель демонстрирует высокую реабилитационную эффективность благодаря меньшим массо-габаритным параметрам, низкому энергопотреблению и мобильности. Кроме того, возможность имитации естественной походки на основе математической модели позволяет пациентам, перенесшим травмы или инсульт, быстрее восстанавливать утраченные навыки ходьбы. Подобные методы активно изучаются и применяются на практике [10, 11]. Однако, данные комплексы обладают более высокой сложностью разработки, как программной части, так и механической, что может повлечь за собой и увеличение вероятности инженерных ошибок и снижение надежности.

3. Разработка математической модели походки человека.

В настоящее время существует множество вариантов моделирования походки как робота, так и человека. Большинство существующих моделей разработаны для различной мультипликации и не подходят для применения в реабилитационных комплексах, т.к. траектории движения не настолько гладкие, а при практической реализации в реабилитационных комплексах важны траектории, описываемые математическими уравнениями хотя бы до второй производной. Кроме того, данные модели ориентированы на динамических персонажей, а в нашем случае пациенты с заболеваниями опорно-двигательного аппарата обладают малой подвижностью и высокая плавность движений очень важна в реабилитационных целях. Также существующие модели не предоставляются в открытом доступе, а дорогостоящие лицензии на их применение ограничены для применения в медицинских целях.

В реабилитационных роботизированных комплексах для восстановления двигательной активности после инсульта обычно используются несколько типов моделей движения как робота, так и человека:

1. Модели на основе кинематики [12]. Эти модели описывают движение суставов и конечностей человека. Они могут использоваться для анализа и синтеза движений, а также для создания алгоритмов управления роботизированными системами.

2. Модели на основе динамики [13]. Динамические модели учитывают силы и моменты, действующие на тело человека, и могут использоваться для симуляции походки и разработки контроллеров для реабилитационных устройств.

3. Модели на основе биомеханики [14]. Эти модели исследуют механические аспекты движения человека, включая распределение нагрузки на суставы и мышцы. Они помогают понять, как различные факторы влияют на походку и могут быть использованы для адаптации реабилитационных программ.

4. Модели на основе нейронных сетей [15, 16]. Современные подходы могут включать использование нейронных сетей для анализа и воспроизведения паттернов движения. Эти модели могут адаптироваться к индивидуальным потребностям пациента.

5. Модели, основанные на алгоритмах управления [17]. Эти модели используются для управления роботизированными экзоскелетами или другими устройствами, обеспечивая плавное и естественное движение, имитирующее походку человека.

Каждый из этих типов моделей может быть использован в комбинации с другими для создания эффективных реабилитационных программ и устройств.

В рамках разработки реабилитационного комплекса была выбрана модель, описанная в статьях [18, 19], поскольку она позволяет задать множество антропологических параметров, а также моделирует поворот ступней. В выбранной модели ноги человека представлены в виде соединённых между собой отрезков (рисунок 1). Голова, руки и туловище, для удобства, представляются в виде единого целого. Предполагается, что человек не машет руками при ходьбе слишком сильно [20, 21]. Такая модель обеспечивает баланс между вычислительной эффективностью и биомеханической достоверностью. Упрощение верхней части тела допустимо, так как реабилитация сосредоточена на восстановлении паттернов ходьбы, где ключевую роль играют движения ног и таза [22]. Кроме того, подобный подход широко

применяется в роботизированной реабилитации, например, в экзоскелетах EksoNR и ReWalk, где акцент также делается на нижние конечности.

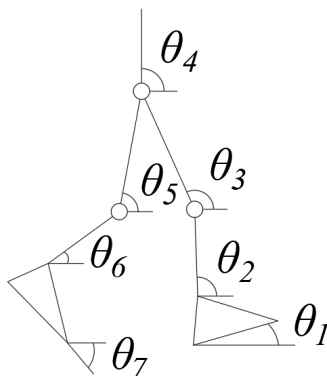


Рис. 1. Визуальное представление модели ног

Цикл шага состоит из четырёх фаз:

1) От касания пола правой пяткой (*RHS*, от англ. *right-heel-strike*) до отрыва левого носка (*LTO*, от англ. *left-toe-off*). Правая пятка и левый носок опираются на пол.

2) От *LTO* до касания правым носком (*RFF*, от англ. *right-foot-flat*). Только правая нога опирается на пол.

3) *RFF*. Правая нога не движется, оставшиеся 6 сегментов опираются на правую ногу.

4) От отрыва правой пятки (*RHO*, от англ. *right-heel-off*) до касания левой пятки. Только правый носок опирается на пол.

Разные фазы шага описываются двумя различными математическими моделями. Первая модель описывает фазу 1, в которой 6 переменных, описывающих ноги, зависимы друг от друга. Система уравнений, описывающая подобную ситуацию, была бы чрезвычайно сложна, поэтому было принято решение считать, что правое бедро соединяется с тазом посредством жёсткой пружины с демпфером. Фазы 2, 3 и 4 существенно отличаются от фазы 1, но между собой отличаются лишь немного. Положение ног описывается с помощью углов относительно уровня пола.

Чтобы сформулировать уравнение, опишем Лагранжиан L :

$$L = T - V, \quad (1)$$

где T и V – кинетическая и потенциальная энергии, соответственно. Энергии описываются как функции независимых переменных θ_i , указанных на рисунке 1. Полученные уравнения движения описываются как:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = Q_i, \quad i = 1, \dots, 7, \quad (2)$$

где Q_i – виртуальная работа, включающая в себя эффекты перемещения ног и демпфера в районе таза во время первой фазы шага. Уравнение, описывающее первую фазу шага:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} \\ 0 & 0 & 0 & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} \\ 0 & 0 & 0 & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddots \\ \theta_1 \\ \ddots \\ \theta_2 \\ \ddots \\ \theta_3 \\ \ddots \\ \theta_4 \\ \ddots \\ \theta_5 \\ \ddots \\ \theta_6 \\ \ddots \\ \theta_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $a_{ij} = c_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)$. Значения c_{ij} симметричны, то есть $c_{ij} = c_{ji}$, а значит a_{ij} тоже симметричны [23].

Стоит отметить, что первые три уравнения системы (3) кажутся несвязанными друг с другом из-за того, что правая нога отделена от остального тела пружиной. Связь через пружину отражена в b_i , включающей в себя воздействие сил, связанных с ней.

Для фаз 2 и 4, где одна нога движется, опираясь на другую ногу, уравнение движения выглядит так.

Значения a_{ij} и b_i в данном случае отличны от аналогичных в уравнении первой фазы. Фаза 3 определяется таким же уравнением, но из-за того, что опорная нога стоит на полу, первый столбец и первая строка матрицы a в ней отсутствуют.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & a_{55} & a_{56} & a_{57} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & 0 & a_{65} & a_{66} & a_{67} \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & 0 & a_{75} & a_{76} & a_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{\theta}_5 \\ \ddot{\theta}_6 \\ \ddot{\theta}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Значения c_{ij} и b_i для всех фаз зависят от углов θ и антропологических параметров пациента (массы тела, длин разных частей ног и так далее).

Значения c_{ij} для первой фазы:

$$\begin{aligned} c_{11} &= m_f C^2 + I_f + (m_s + m_t) B^2, \\ c_{12} &= m_s DB + m_t (D + E), \\ c_{13} &= m_t FB, \\ c_{22} &= I_s + m_s D^2 + m_t (D + E)^2, \\ c_{23} &= m_t F(D + E), \\ c_{33} &= I_t + m_t F^2, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
c_{44} &= I_h + m_h H^2, \\
c_{45} &= m_h H(F + G), \\
c_{46} &= m_h H(D + E), \\
c_{47} &= 2m_h HA, \\
c_{55} &= I_t + m_t F^2 + m_h (F + G)^2 \\
c_{56} &= m_t F(D + E) + m_h (D + E)(F + G), \\
c_{57} &= 2m_t FA + 2m_h A(F + G), \\
c_{66} &= I_s + m_s D^2 + (m_h + m_t)(D + E)^2, \\
c_{67} &= 2(m_h + m_t)(D + E)A + 2m_s AD, \\
c_{77} &= I_f + (0.25m_f + m_h + m_t + m_s)4A^2.
\end{aligned} \tag{5}$$

где A – расстояние от лодыжки до центра масс, B – расстояние от пятки до лодыжки, C – расстояние от пятки до центра масс, m_f – масса стопы, I_f – момент инерции стопы относительно ее центра масс, D – расстояние от лодыжки до центра масс голени, E – расстояние от центра масс голени до колена, m_s – масса голени, I_s – момент вращения голени относительно ее центра масс, F – расстояние от колена до бедра, G – расстояние от центра масс бедра до таза, m_t – масса бедра, I_t – момент инерции бедра относительно центра масс, H – расстояние от таза до центра масс верхней половины тела, m_h – масса верхней половины тела, I_h – момент инерции верхней половины тела вокруг его центра масс, f – коэффициент затухания демпфера в области таза, g – гравитационная постоянная.

Значения c_{ij} для фаз 2, 3, 4:

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= K^2(2m_s + 2m_t + m_h + m_f) + m_f Z^2 + I_f, \\
 c_{12} &= K(m_s D + (2m_t + m_h + m_s + m_f)(D + E)), \\
 c_{13} &= K(m_t F + (m_h + m_t + m_s + m_f)(F + G)), \\
 c_{14} &= K m_h H, \\
 c_{15} &= -K(m_t G + (m_s + m_f)(F + G)), \\
 c_{16} &= -K(m_s E + m_f(D + E)), \\
 c_{17} &= -K m_f A, \\
 c_{22} &= I_s + m_s D^2 + (m_s + 2m_t + m_h + m_f)(D + E)^2, \\
 c_{23} &= (m_t F + (m_h + m_t + m_s + m_f)(F + G))(D + E), \\
 c_{24} &= m_h H(D + E), \\
 c_{25} &= -(m_t G + (m_s + m_f)(F + G))(D + E), \\
 c_{26} &= -(m_s E + m_f(D + E))(D + E), \\
 c_{27} &= -m_f A(D + E), \\
 c_{33} &= I_t + m_t F^2 + (m_h + m_t + m_s + m_f)(F + G)^2, \\
 c_{34} &= m_h H(F + G), \\
 c_{35} &= -(m_t G + (m_s + m_f)(F + G))(F + G), \\
 c_{36} &= -(m_s E + m_f(D + E))(F + G), \\
 c_{37} &= -m_f A(F + G), \\
 c_{44} &= I_h + m_h H^2, \\
 c_{45} &= c_{46} = c_{47} = 0, \\
 c_{55} &= I_s + m_s G^2 + (m_s + m_f)(F + G)^2, \\
 c_{56} &= (m_s E + m_f(D + E))(F + G), \\
 c_{57} &= m_f A(F + G), \\
 c_{66} &= I_s + m_s E^2 + m_f(D + E)^2, \\
 c_{67} &= m_f A(D + E), \\
 c_{77} &= I_f + m_f A^2.
 \end{aligned} \tag{6}$$

K принимает значения: B для фазы 2; 0 для фазы 3; $2A$ для фазы 4. Z принимает значения: C для фазы 2; 0 для фазы 3; A для фазы 4.

Значения c_{ij} , не указанные выше равны нулю.

Определим значения d_j , необходимые для описания выражений b_i :

$$d_1 = B; d_2 = D + E; d_3 = F + G; d_4 = 0; d_5 = -(F + G); \\ d_6 = -(D + E); d_7 = -2A.$$

Значения b_i задаются как:

$$b_i = - \sum_{j=1}^7 c_{ij} \dot{\theta}_i^2 \sin(\theta_i - \theta_j) + \\ + S_k \left[\sum_{j=1}^7 d_i d_j \sin(\theta_i - \theta_j) + d_i S \sin \theta_i \right] + R_i, \quad (7)$$

где S – изначальное расстояние от левого носка до правой пятки,

$$R_1 = -m_f g C \cos(\theta_1 - \beta + \gamma) - (m_s + m_t) g B \cos \theta_1 + M_{ra} + D_1, \\ R_2 = -C_{21} g \cos \theta_2 + M_{rk} - M_{ra} + D_2, \\ R_3 = -C_{31} g \cos \theta_3 + M_{rh} - M_{rk} + D_3, \\ R_4 = -m_h H g \cos \theta_4 - M_{rh} - M_{lh} + D_4, \\ R_5 = -[m_h (F + G) + m_t F] g \cos \theta_5 + M_{lh} - M_{lk} + D_5, \\ R_6 = -[(m_h + m_t)(D + E) + M_s D] g \cos \theta_6 + M_{lk} - M_{la} + D_6, \\ R_7 = -[2A(m_h + m_t + m_s) + A m_f] g \cos \theta_7 + M_{la} + D_7, \quad (8)$$

где D_i – моменты, возникшие в результате работы демпфера, g – гравитационная постоянная. Чтобы найти эти моменты, необходимо вычислить виртуальную работу демпфера. Выразив эту работу через $\delta\theta_i$, можно увидеть данные коэффициенты:

$$\delta W_D = D_1 \delta\theta_1 + D_2 \delta\theta_2 + \dots + D_7 \delta\theta_7. \quad (9)$$

Чтобы найти виртуальную работу, перейдём в Декартову систему координат. Сила демпфера пропорциональна относительной скорости верхних точек левого и правого бёдер. Относительно левого бедра, сила демпфера F_D равна:

$$F_D = -f(v_R - v_L), \quad (10)$$

где v_R и v_L – скорости верхних точек правого и левого бедра соответственно. Переписав выражения для отдельных компонентов, получим: $F_{DX} = -fv_x$, $F_{DY} = -fv_y$, где v_x и v_y – компоненты искомой относительной скорости. Заметим, что F_{DX} и F_{DY} могут быть найдены с помощью перевода угловых скоростей в декартову систему координат.

Уравнение виртуальной работы в декартовой системе координат выглядит таким образом:

$$\delta W_D = F_{DX}\delta x + F_{DY}\delta y. \quad (11)$$

Выразив δx и δy через угловые скорости и подставив представление δW_D в терминах угловых скоростей получим выражения для искоемых моментов:

$$D_i = d_i (-F_{DX}\sin\theta_i + F_{DY}\cos\theta_i). \quad (12)$$

Для фаз 2-4, значения b_i описываются следующим образом:

$$b_i = - \sum_{j=1}^7 c_{ij} \dot{\theta}_i^2 \sin(\theta_i - \theta_j) + R_i. \quad (13)$$

Здесь для фазы 2:

$$R_1 = -Bgm_f \cos(\theta_1 - \beta + \gamma) - (2m_s + 2m_t + m_h + m_f) \cos\theta_1 + M_r, \quad (14)$$

где β – угол между подошвой и стопой, измеренный на пятке, γ – угол между подошвой и центром массы, измеренный на пятке.

Для фазы 3 $R_1 = 0$, а для фазы 4:

$$R_1 = -2Agm_f \cos(\theta_1 - \beta + \gamma) - (2m_s + 2m_t + m_h + m_f) \cos\theta_1 + M_{ra}. \quad (15)$$

Для всех фаз:

$$\begin{aligned}
 R_2 &= -c_{12}\cos\theta_2 + M_{rk} - M_{ra}, \\
 R_3 &= -c_{13}g\cos\theta_3 + M_{rh} - M_{rk}, \\
 R_4 &= -c_{14}g\cos\theta_4 - M_{rh} - M_{lh}, \\
 R_5 &= -c_{15}g\cos\theta_5 + M_{lh} - M_{lk}, \\
 R_6 &= -c_{16}g\cos\theta_6 + M_{lk} - M_{la}, \\
 R_7 &= -c_{17}g\cos\theta_7 + M_l.
 \end{aligned} \tag{16}$$

Для решения сформулированной задачи необходимо знать изначальные положения ног, а также моменты вращения в суставах. Изначальные значения были подобраны вручную, а для определения моментов использовались данные из [18]. Использовался следующий метод решения:

- имея начальные значения углов θ_i , находим $a_{ij} \forall i, j$;
- имея начальные значения углов θ_i и угловых скоростей $\dot{\theta}_i$, находим $b_i \forall i$;
- имея значения a_{ij} и b_{ij} в начальный момент, находим угловые ускорения с помощью уравнений 1 и 2;
- находим угол и угловую скорость спустя время h по схеме Эйлера:

$$\theta_i(t+h) = \theta_i(t) + h(t). \tag{17}$$

Модель была реализована на языке *Python* с помощью библиотеки *numpy*. Для визуализации результата была написана утилита с помощью движка *Godot*. В качестве результатов работы были получены данные о положении ног в процессе шага (рисунок 2). Также, была разработана визуализация процесса ходьбы для выявления недостатков в выбранной модели. В дальнейшем модель будет доработана, будет проведено сравнение с моделью, основанной на машинном обучении.

4. Параметрическая модель. Для построения параметрической модели походки человека, которая позволит генерировать траектории сагиттальных углов возвышения бедра, голени и стопы каждой нижней конечности, необходим набор данных, полученных в результате съёмки походки человека с помощью системы захвата движений. Для

этого в рамках данного проекта разработана маркерная система захвата движений.

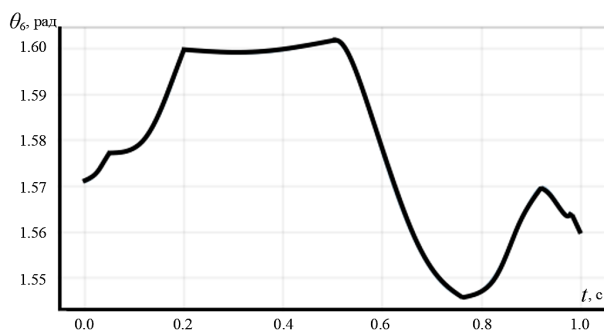


Рис. 2. Изменение θ_6 в процессе шага

Маркерная система захвата движений состоит из трех основных компонентов. Стереокамера, осуществляющая захват позиций маркеров, маркеры, наносимые на человека и хорошо фиксируемые камерами, траекторию движения которого захватывается и программное обеспечение, обеспечивающее функционал калибровки стерео-видеосистемы захвата, сохранения и визуализации стерео-видео и полу автоматизированной разметки снятых данных.

На первом этапе для каждой камеры калибруются параметры матрицы внутренних параметров модели камеры-обскуры и параметры модели искажений объектива «рыбий глаз». Модель камеры-обскуры:

$$z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} R & T \end{bmatrix} p_\omega = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x & 0 \\ 0 & f_y & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & T_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \begin{bmatrix} x_\omega \\ y_\omega \\ z_\omega \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где (u, v) – координаты точки в пространстве изображения; K – матрица внутренних параметров камеры; f_x, f_y – фокальные расстояния, выраженные в пикселях; c_x, c_y – координаты центра изображения; $\begin{bmatrix} R & T \end{bmatrix}$ – матрица внешних параметров, определяющая позицию и ориентации камеры в мировых координатах; $(x_\omega, y_\omega, z_\omega)$ – мировые координаты проецируемой точки.

Модель искажений объектива добавляется к модели камеры-обскура как трансформация вектора $p_a = [R \ T] p_\omega = [x_a \ y_a \ z_a \ 1]^T$ следующим образом:

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a / z_a \\ y_a / z_a \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} = \frac{\theta}{r} \left[1 + k_1 \theta^2 + k_2 \theta^4 + k_3 \theta^6 + k_4 \theta^8 \right] \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix},$$

где $r = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$ и $\theta = \tan^{-1}(r)$, k_1, k_2, k_3, k_4 , – калибруемые параметры.

Параметры $f_x, f_y, c_x, c_y, k_1, k_2, k_3, k_4$ восстанавливаются в результате процесса оптимизации по набору изображений заранее известного паттерна (шахматной доски), снятых камерой с разных ракурсов.

Взаимное расположение камер, матрицы внешней калибровки для первой и второй камеры соответственно, находится в результате процесса минимизации ошибки триангуляции точек по набору изображений шахматной доски, снятых закрепленными между собой камерами с разных ракурсов.

Перед фактической съемкой траекторий камеры устанавливаются на штатив и по нескольким специальным образом нанесенным в некоторые точки окружения опорным маркерам производится привязка позиций камер в мировых координатах помещения, а также выравнивание осей координат так, чтобы ось x соответствовала направлению движению, ось y была направлена вверх, ноль на уровне пола, ось z перпендикулярна двум предыдущим осям и направлена в сторону от камер.

Маркеры закрепляются на человеке так, чтобы была возможность восстановить позицию каждого интересующего нас сустава с некоторой избыточностью в данных. Сами маркеры должны удовлетворять нескольким требованиям: должны быть яркие, контрастные, хорошо различимые со своим локальным фоном, при этом, желательно, быть простыми/доступными, легкими в закреплении. В нашем случае маркерами являются вырезанные в форме круга диаметром 1 см красно-оранжевые наклейки, обладающие хорошим свет возвращающим покрытием.

Каждый записываемый участник проходит несколько раз по намеченной прямой траектории, каждый раз с разной, но постоянной скоростью. Одна запись соответствует одному проходу, длительностью 5-9 секунд, включает 1.5-3 полных цикла шага.

Алгоритм полуавтоматизированной разметки принимает на вход последовательность пар стереоизображений, ищет на них потенциальные позиции маркеров. Пользователь выбирает конкретную позицию каждого маркера на каждом изображении стереопары. Для уже выбранного однажды маркера алгоритм пытается, основываясь на предыдущих наблюдениях, предсказать позицию на последующих кадрах. По предсказанной позиции, алгоритмом выбирается ближайшее похожее на маркер пятно.

При перекрывании маркера отслеживание теряется. Пользователь должен заново выделить маркер, когда тот вернется в поле зрения.

Каждая пара маркеров преобразуется в 3D точку на основе триангуляции с откалиброванной пары камер. Наборы 3D точек для каждой пары изображений стерео-видео для каждого маркера составляют целевые захватываемые траектории движения.

На вход алгоритма нахождения потенциальных позиций маркеров поступает изображение формата RGB, на котором нужно найти потенциальные позиции маркеров. Первым шагом изображение переводится в gray-scale формат следующим образом. За основу берется R канал, на него накладывается штраф, уменьшающий интенсивность, зависящий от величины G и B каналов данного пикселя. Величина штрафа является параметром алгоритма и настраивается пользователем. Затем gray-scale изображение бинаризуется по порогу, где порог также является параметром, настраиваемым пользователем. Затем на бинаризованном изображении находятся связные компоненты (непрерывные белые пятна). Для каждой связной компоненты находится ее центр как взвешенная средняя позиций пикселей связной компоненты, где вес позиции – интенсивность пикселя на gray-scale изображении. Центр каждой связной компоненты – центр потенциального маркера.

5. Синтез системы управления исполнительными механизмами. Полученные данные траекторий движения используются в качестве задающего сигнала в системе подчиненного регулирования приводами исполнительных механизмов с применением ПД-регуляторов. Подробное описание реализации системы управления представлено в [17].

На этапе проектирования была выбрана модель подчиненного управления с целью управления не только координатами положения, но и скоростью и моментом на валу двигателей исполнительных механизмов. Общая структурная схема системы представлена на рисунке 3.

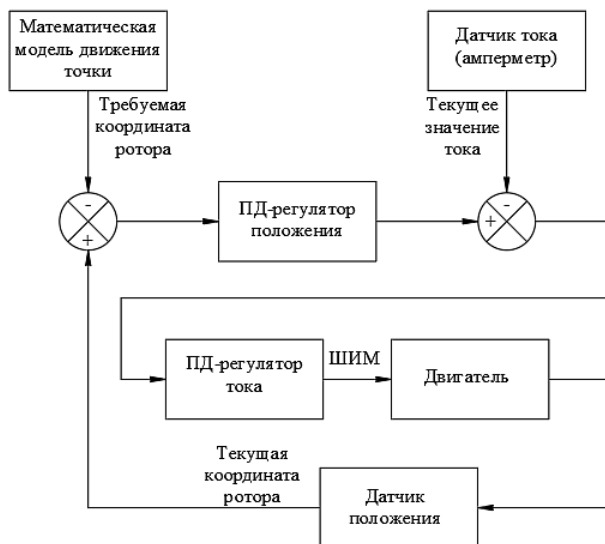


Рис. 3. Структурная схема системы управления

Общее описание функционирования системы: математическая модель походки человека вычисляет актуальную координату в данный момент времени, которая затем передается в ПД-регулятор для расчета необходимого тока. После этого выходное значение по положению от ПД-регулятора поступает на вход ПД-регулятора по току. В результате работы регулятора формируется напряжение, которое будет подано на обмотки фаз, обеспечивая необходимое управление вращением ротора.

На рисунках 4, 5 представлены результаты работы системы управления, полученные в ходе тестирования экспериментального образца мехатронного реабилитационного комплекса. Эксперимент проводился при различных скоростях шага. На рисунке 5 скорость шага соответствует средней скорости человека, равной 1.4-1.5 м/с, в то время как на рисунке 6 скорость шага снижена вдвое. Это связано с тем, что на начальном этапе реабилитации пациентов может потребоваться начинать с более низких скоростей движения и меньшей высоты подъема ног.

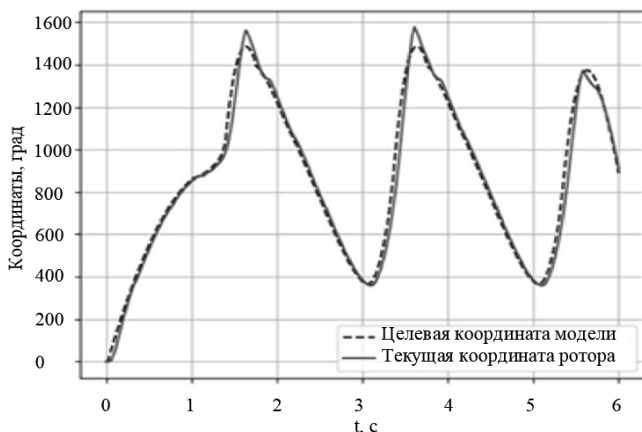


Рис. 4. Координаты при средней скорости шага человека 1.4-1.5 м/с

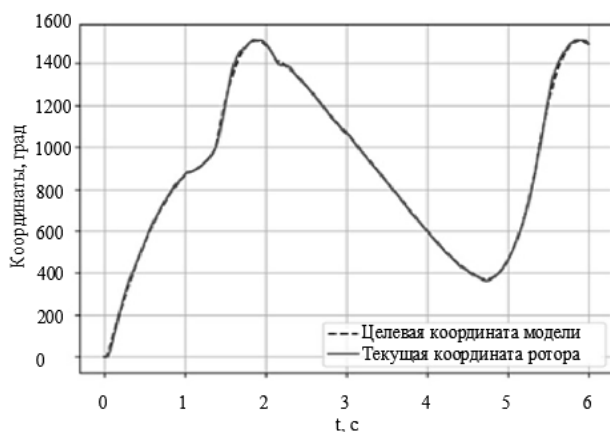


Рис. 5. Координаты при средней скорости шага человека 0.7-0.8 м/с

6. Разработка механической конструкции реабилитационного аппарата. Конструкторское решение комплекса включает в себя каркас, поворотную опору, позволяющую осуществлять процедуры как в горизонтальном, так и в вертикальном положении пациента, индивидуальные электроприводы для бедренного, коленного и голеностопного суставов ног, формирующие экзоскелетную конструкцию нижних конечностей. При применении экзоскелетной схемы комплекса привод каждой конечности должен быть способен справляться с полным весом пациента в случае, если он опирается на стопу во время ходьбы. Необходимость управления

полным весом пациента требует использования рычажного механизма, который способен в различных сегментах траектории шага (при разных положениях ноги) обеспечивать изменяющееся максимальное усилие и скорость электропривода. Такой подход позволяет уменьшить требования к максимальной мощности каждого привода экзоскелетной части реабилитационного комплекса и улучшить его габариты и массу. Трехмерная модель (цифровой двойник) реабилитационного комплекса представлена на рисунке 6.

При использовании рычагов для приведения в движение бедренного сустава для обеспечения необходимой полноты движений необходим диапазон вращения от -30 градусов до плюс 30 градусов, при этом ведущий рычаг может вращаться в диапазоне от -90 градусов до плюс 90 градусов, что при использовании например цепной передачи в этом звене могло бы обеспечить передаточное соотношение $1/3$, однако в нижней части траектории все нагрузки веса пациента воспринимает подшипниковый узел и потребность в моменте минимальна, при отклонении же на 30 градусов полный вес пациента приложенный к рычагу даст значение 300Н/м ($120\text{кг} \cdot 9.8\text{н/м}^2 \cdot \sin 30^\circ \cdot 0.5\text{м}$), причем в крайней точке скорость при траекторном движении будет равно 0 .

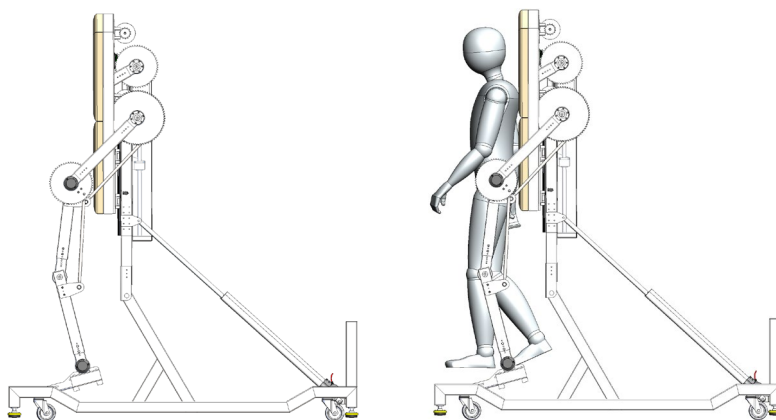


Рис. 6. Трехмерная модель реабилитационного комплекса

При использовании рычажного механизма можно так подобрать длины рычагов, чтобы при отклонении от нулевого положения коэффициент передачи уменьшался, позволяя прилагать все большее усилие для преодоления все возрастающего момента в соответствии с весом пациента, приложенным к бедренному рычагу экзоскелета.

Представим модель рычажной передачи для бедренного сустава на рисунке 7.

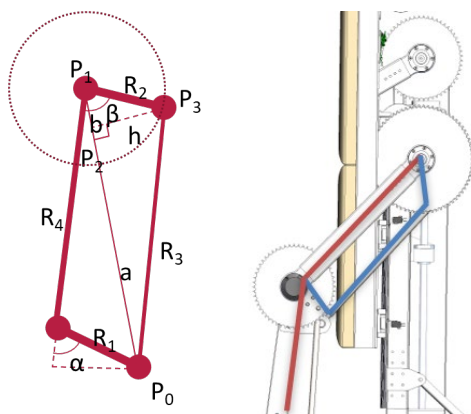


Рис. 7. Модель рычажной передачи

Кинематика рычагов описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}
 P_0 &= (R_4 + R_1 \cos \alpha, R_1 \sin \alpha), \\
 d &= a + b = \sqrt{(R_4 + R_1 \cos \alpha)^2 + (R_1 \sin \alpha)^2}, \\
 a &= \frac{R_3^2 - R_2^2 + d^2}{2d}, P_2 = P_0 \left(1 - \frac{a}{d}\right), \\
 h &= \sqrt{R_3^2 - a^2}, x_3 = x_2 \pm \frac{hy_0}{d}, \\
 y_3 &= y_2 \pm \frac{hx_0}{d}, \beta = \tan^{-1} \frac{x_3}{y_3}.
 \end{aligned} \tag{19}$$

Предложенное конструкторское решение дает нам ряд преимуществ:

1. Реализация функции вертикализации пациента. Позволяет максимально эффективно работать с лежачими больными, начинать реабилитацию на ранних этапах.
2. Имитация различных режимов движения (движение по плоскости с замедлением и ускорением, подъем или спуск по лестнице, перешагивание препятствий).

3. Уникальная мобильность комплекса. Может быть перемещен одним человеком, легко проходит через дверные проемы.

При помощи реабилитационных методик (которые по своей сути являются программными алгоритмами воздействия исполнительных механизмов комплекса на нижние конечности пациента) комплекс поможет пациенту заново учиться делать первые шаги, ходить по лестнице, ускорять и замедлять шаг.

7. Заключение. В статье рассматриваются все этапы разработки мехатронного реабилитационного комплекса, начиная с общего анализа существующих решений, разработке математической модели походки человека и заканчивая разработкой механической составляющей комплекса. Основное внимание уделяется кинематическим и динамическим аспектам модели, что позволяет более точно воспроизводить механизмы движения.

Использование антропометрических параметров и разбивка цикла шага на четыре фазы обеспечивают детальное представление о процессе ходьбы. Валидация модели с применением маркерных систем захвата движений подтвердила высокую точность полученных данных, что является важным шагом в направлении создания эффективных реабилитационных технологий.

Результаты исследования показывают, что предложенная модель может значительно улучшить адаптивные системы управления, что, в свою очередь, может способствовать более эффективной реабилитации пациентов с нарушениями двигательной функции. В дальнейшем необходимо сосредоточиться на интеграции методов машинного обучения, что позволит повысить точность и адаптивность реабилитационных программ.

Для обеспечения точного следования траекториями для комплекса было разработано специализированное управляющее программное обеспечение, обеспечивающее не только комплексное управление всеми приводами и отображение положения комплекса на экране, но и прием сигналов от датчиков состояния пациента и обеспечение в будущем обратной связи этих показателей и интенсивности или типа реабилитационной процедуры. Например, при увеличении частоты сердечных сокращений может быть принято решение об уменьшении скорости «ходьбы», а в ряде случаев и о прекращении процедуры.

Предполагаемый эффект от внедрения данного аппарата – снижение стоимости приобретаемого оборудования медицинскими организациями, что повлечет снижение себестоимости проводимых процедур. Возможно уменьшение времени восстановления

двигательной активности пациента. Снижение трудозатрат медицинского персонала на реабилитационные процедуры больных, перенесших инсульт.

Литература

1. Vaughan-Graham J., Brooks D., Rose L., Nejat G., Pons J., Patterson K. The Use of Exoskeletons in Stroke Rehabilitation: a qualitative study of the perspectives of persons post-stroke and physiotherapists // *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2020. vol. 17(1). DOI: 10.1186/s12984-020-00750-x.
2. Chien W-T, Chong Y-Y, Tse M-K, Chien C-W, Cheng H-Y. Robot-assisted therapy for upper-limb rehabilitation in subacute stroke patients: A systematic review and meta-analysis // *Brain and Behavior*. 2020. vol. 10(8). DOI: 10.1002/brb3.1742.
3. Латышева В.Я., Чечетин Д.А., Ядченко Н.М., Иванцов О.А., Федоров В.В., Барбарович А.С., Филостин А.Е., Иванова Н.М. Реабилитация двигательной активности пациентов в постинсультном периоде: практическое руководство для врачей / Гомель: ГУ «РНПЦ РМиЭЧ», УО «ГТМУ», 2015. 78 с.
4. Chen G., Xu Y. Combining Virtual Reality and Robotics for Effective Stroke Rehabilitation: A Systematic Review // *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2021. vol. 18. pp. 1–14.
5. Краснова-Гольева В.В., Гольев М.А. Виртуальная реальность в реабилитации после инсульта // *Современная зарубежная психология*. 2015. Т. 4. № 4. С. 39–44. DOI: 10.17759/jmfp.2015040406.
6. Котов С.В., Слюнькова Е.В., Борисова В.А., Исакова Е.В. Эффективность применения интерфейсов «мозг – компьютер» и когнитивных тренингов с использованием компьютерных технологий в восстановлении когнитивных функций у пациентов после инсульта // *Журнал неврологии и психиатрии им. С.С. Корсакова*. Спецвыпуски. 2022. Т. 122(12). С. 67–75. DOI: 10.17116/jnevro202212212267.
7. REHA Technology G-EOL Brochure. URL: https://www.rehatechnology.com/wp-content/uploads/181130a_Brochure_G-EOL_En_Web_cm_in.pdf (дата обращения: 01.08.2021).
8. Hocoma Lokomat Pro. Functional Robotic Gait Therapy. URL: <https://www.hocoma.com/solutions/lokomat/> (дата обращения: 01.08.2021).
9. Motorika High-Level Gait Training Platform – ReoAmbulator. URL: <https://motorika.com/reoambulator> (дата обращения: 01.08.2021).
10. Bortole M., del Ama A., Rocon E., Moreno J.C., Brunetti F., Pons J.L. A robotic exoskeleton for overground gait rehabilitation // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2013. pp. 3356–3361. DOI: 10.1109/ICRA.2013.6631045.
11. Beyaert C., Vasa R., Frykberg G.E. Gait post-stroke: pathophysiology and rehabilitation strategies // *Neurophysiologie Clinique/Clinical Neurophysiology*. 2015. vol. 45. № 4-5. pp. 335–355. DOI: 10.1016/j.neucli.2015.09.005.
12. Torricelli D., Cortes C., Lete N., Bertelsen A., Gonzalez-Vargas J.E., del-Ama A.J., Dimbwadyo I., Moreno J.C., Florez J., Pons J.L. A Subject-Specific Kinematic Model to Predict Human Motion in Exoskeleton-Assisted Gait // *Front Neurorobot*. 2018. vol. 12. DOI: 10.3389/fnbot.2018.00018.
13. Sun J. Dynamic Modeling of Human Gait Using a Model Predictive Control Approach // *Dissertations (1934-)*. 2015. pp. 161 p.
14. Колесникова Г.П., Формальский А.М. Об одном способе моделирования походки человека // *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2014. Т. 1(25). DOI: 10.18698/2308-6033-2014-1-1181.

15. Королева Т.М., Липский В.Е., Липская О.В., Паркетова А.В. Использование нейросетевых технологий в биомеханике // Медицинская визуализация и компьютерная графика. 2018. № 6(3). С. 80–86.
16. Hoellinger T., Petieau M., Duvinage M., Castermans T., Seetharaman K., Cebolla A.-M., Bengoetxea A., Ivanenko Yu., Dan B., Cheron G. Biological oscillations for learning walking coordination: dynamic recurrent neural network functionally models physiological central pattern generator // *Frontiers in Computational Neuroscience*. 2013. vol. 7(70). DOI: 10.3389/fncom.2013.00070.
17. Верховод Д.П., Вороной В.В., Побединский С.Ю. Разработка системы управления и позиционирования узлов мехатронного реабилитационного комплекса // Системы анализа и обработки данных. 2023. Т. 92. № 4. С. 23–34.
18. Slim M., Rokbani N., Neji B., Terres M.A., Beyrouthy T. Inverse Kinematic Solver Based on Bat Algorithm for Robotic Arm Path Planning. *Robotics*. 2023. vol. 12(2). pp. 1–26. DOI: 10.3390/robotics12020038.
19. Вороной В.В., Верховод Д.П. Выбор математической модели походки человека для применения в реабилитационных устройствах // Сибирский журнал клинической и экспериментальной медицины. 2023. № 38(4). С. 231–235.
20. Cavagna G., Kaneko M. Mechanical work and efficiency in level walking and running // *The Journal of physiology*. 1977. vol. 268. no. 2. pp. 467–481. DOI: 10.1113/jphysiol.1977.sp011866.
21. Цыгулин А.А. Разработка реабилитационного комплекса Гефест для пациентов после перенесенного инсульта // Экстремальная роботехника. 34-я международная научно-техническая конференция. Сборник тезисов. Санкт-Петербург: ООО «Типография Фурсова», 2023. С. 188–191.
22. McGregor A.H., Warren M., Brooks J.M., Feldman D.S. The Role of Pelvic and Lower Limb Biomechanics in Post-Stroke Gait Rehabilitation: A Systematic Review // *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2021. vol. 18. pp. 45.
23. Chen Z., Franklin D.W. Musculotendon Parameters in Lower Limb Models: Simplifications, Uncertainties, and Muscle Force Estimation Sensitivity // *Annals of Biomedical Engineering*. 2023. vol. 51. pp. 1147–1164. DOI: 10.1007/s10439-023-03166-5.

Вороной Вадим Владимирович — канд. техн. наук, доцент кафедры, кафедра систем сбора и обработки данных, Новосибирский государственный технический университет (НГТУ). Область научных интересов: разработка систем управления технологическими процессами, математическое моделирование систем. Число научных публикаций — 29. voronovj@corp.nstu.ru; проспект Карла Маркса, 20, 630073, Новосибирск, Россия; р.т.: +7(383)346-0843.

Верховод Дмитрий Павлович — младший научный сотрудник, центр технологического превосходства, Новосибирский государственный технический университет (НГТУ). Область научных интересов: разработка реабилитационных комплексов, исследования и моделирование походки человека. Число научных публикаций — 2. verhovod@corp.nstu.ru; проспект Карла Маркса, 20, 630073, Новосибирск, Россия; р.т.: +7(383)346-0843.

Поддержка исследований. Работа выполнена в рамках программы «Приоритет 2030» Новосибирского Государственного Технического Университета.

V. VORONOV, D. VERHOVOD
**HUMAN GAIT MATHEMATICAL MODEL DEVELOPMENT
AND CONTROL SYSTEM SYNTHESIS FOR ACTUATING
MECHANISMS OF THE MECHATRONIC REHABILITATION
COMPLEX**

Voronov V., Verhovod D. Human Gait Mathematical Model Development and Control System Synthesis for Actuating Mechanisms of the Mechatronic Rehabilitation Complex.

Abstract. The article discusses the development of a mathematical model of human gait for the synthesis of a control system for a mechatronic rehabilitation complex. The relevance of the research is determined by the necessity to create effective rehabilitation technologies for patients with motor function impairments. Existing rehabilitation complexes can be divided into exoskeletons and devices with mechanical linkage (end effectors), with exoskeletons demonstrating higher rehabilitation effectiveness by mimicking natural gait. The scientific novelty of this study lies in the development of a model that takes into account the individual anthropometric parameters of the patient, including body mass and the lengths of limb segments, as well as the ability to simulate foot rotation. Within the framework of the study, a method for dividing the gait cycle into four phases is proposed, each described by a separate system of mathematical equations, which ensures high accuracy in reproducing various stages of movement. To validate the model, a marker-based motion capture system was used, which provided data on movement trajectories. The results showed that the model effectively generates trajectories of sagittal angles of hip, shank, and foot elevation, contributing to improved control of the rehabilitation device. In conclusion, the work emphasizes the importance of mathematical modeling for the development of adaptive control systems that can significantly enhance the rehabilitation process. Further research will focus on refining the model and integrating it with machine learning methods to improve the accuracy and reliability of rehabilitation programs.

Keywords: mathematical model, mechatronic rehabilitation complex, exoskeleton, kinematic model, parametric model.

References

1. Vaughan-Graham J., Brooks D., Rose L., Nejat G., Pons J., Patterson K. The Use of Exoskeletons in Stroke Rehabilitation: a qualitative study of the perspectives of persons post-stroke and physiotherapists. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2020. vol. 17(1). DOI: 10.1186/s12984-020-00750-x.
2. Chien W-T, Chong Y-Y, Tse M-K, Chien C-W, Cheng H-Y. Robot-assisted therapy for upper-limb rehabilitation in subacute stroke patients: A systematic review and meta-analysis. *Brain and Behavior*. 2020. vol. 10(8). DOI: 10.1002/brb3.1742.
3. Latysheva V.Ja., Chechetin D.A., Jadchenko N.M., Ivancov O.A., Fedorov V.V., Barbarovich A.S., Filjustin A.E., Ivanova N.M. Reabilitacija dvigatel'noj aktivnosti pacientov v postinsul'nom periode: prakticheskoe rukovodstvo dlja vrachej [Rehabilitation of motor activity of patients in the post-stroke period: a practical guide for doctors]. Gomel': GU «RNPС RMiJeCh», UO «GGMU», 2015. 78 p. (In Russ.).
4. Chen G., Xu Y. Combining Virtual Reality and Robotics for Effective Stroke Rehabilitation: A Systematic Review. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2021. vol. 18. pp. 1–14.

5. Krasnova-Gol'eva V.V., Gol'ev M.A. [Virtual'naja real'nost' v rehabilitacii posle insulta]. *Sovremennaja zarubezhnaja psihologija – Modern foreign psychology*. 2015. vol. 4. no. 4. pp. 39–44. DOI: 10.17759/jmfp.2015040406. (In Russ.).
6. Kotov S.V., Sljun'kova E.V., Borisova V.A., Isakova E.V. [Efficiency of using brain-computer interfaces and cognitive training using computer technologies in restoring cognitive functions in patients after stroke]. *Zhurnal nevrologii i psichiatrii im. S.S. Korsakova. Specvypuski – Journal of Neurology and Psychiatry named after S.S. Korsakov. Special issues*. 2022. vol. 122(12). pp. 67–75. DOI: 10.17116/jnevro202212212267. (In Russ.).
7. REHA Technology G-EOL Brochure. Available at: https://www.rehatechnology.com/wp-content/uploads/181130a_Brochure_G-EOL_En_Web_cm_in.pdf (accessed 01.08.2021).
8. Hocoma Lokomat Pro. Functional Robotic Gait Therapy. Available at: <https://www.hocoma.com/solutions/lokomat/> (accessed 01.08.2021).
9. Motorika High-Level Gait Training Platform – ReoAmbulator. Available at: <https://motorika.com/reoambulator> (accessed 01.08.2021).
10. Bortole M., del Ama A., Rocon E., Moreno J.C., Brunetti F., Pons J.L. A robotic exoskeleton for overground gait rehabilitation. *IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE*. 2013. pp. 3356–3361. DOI: 10.1109/ICRA.2013.6631045.
11. Beyaert C., Vasa R., Frykberg G.E. Gait post-stroke: pathophysiology and rehabilitation strategies. *Neurophysiologie Clinique/Clinical Neurophysiology*. 2015. vol. 45. № 4-5. pp. 335–355. DOI: 10.1016/j.neucli.2015.09.005.
12. Torricelli D., Cortes C., Lete N., Bertelsen A., Gonzalez-Vargas J.E., del-Ama A.J., Dimbwadyo I., Moreno J.C., Florez J., Pons J.L. A Subject-Specific Kinematic Model to Predict Human Motion in Exoskeleton-Assisted Gait. *Front Neurorobot*. 2018. vol. 12. DOI: 10.3389/fnbot.2018.00018.
13. Sun J. Dynamic Modeling of Human Gait Using a Model Predictive Control Approach. *Dissertations (1934-)*. 2015. pp. 161 p.
14. Kolesnikova G.P., Formal'skij A.M. [Ob odnom sposobe modelirovanija pohodki cheloveka]. *Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii – Engineering Journal: Science and Innovation*. 2014. vol. 1(25). DOI: 10.18698/2308-6033-2014-1-1181. (In Russ.).
15. Королева Т.М., Липский В.Е., Липская О.В., Паркетова А.В. Использование нейросетевых технологий в биомеханике. Медицинская визуализация и компьютерная графика. 2018. № 6(3). С. 80–86.
16. Hoellinger T., Petieau M., Duvinage M., Castermans T., Seetharaman K., Cebolla A.-M., Bengoetxea A., Ivanenko Yu., Dan B., Cheron G. Biological oscillations for learning walking coordination: dynamic recurrent neural network functionally models physiological central pattern generator. *Frontiers in Computational Neuroscience*. 2013. vol. 7(70). DOI: 10.3389/fncom.2013.00070.
17. Verhovod D.P., Voronoy V.V., Pobedinskij S.Ju. [Razrabotka sistemy upravlenija i pozicionirovanija uzlov mehatronnogo reabilitacionnogo kompleksa]. *Sistemy analiza i obrabotki dannyh – Data analysis and processing systems*. 2023. vol. 92. no. 4. pp. 23–34. (In Russ.).
18. Slim M., Rokbani N., Neji B., Terres M.A., Beyrouthy T. Inverse Kinematic Solver Based on Bat Algorithm for Robotic Arm Path Planning. *Robotics*. 2023. vol. 12(2). pp. 1–26. DOI: 10.3390/robotics12020038.
19. Voronoy V.V., Verhovod D.P. [Vybor matematicheskoy modeli pohodki cheloveka dlja primenenija v reabilitacionnyh ustrojstvah]. *Sibirskij zhurnal klinicheskoy i jeksperimental'noj mediciny – Siberian Journal of Clinical and Experimental Medicine*. 2023. no. 38(4). pp. 231–235. (In Russ.).

20. Cavagna G., Kaneko M. Mechanical work and efficiency in level walking and running. *The Journal of physiology*. 1977. vol. 268. no. 2. pp. 467–481. DOI: 10.1113/jphysiol.1977.sp011866.
21. Cygulin A.A. Razrabotka reabilitacionnogo kompleksa Gefest dlja pacientov posle perenesennogo insulta [Development of the rehabilitation complex Gefest for patients after a stroke]. *Jekstremal'naja robotehnika. 34-ja mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferencija. Sbornik tezisov [Extreme Robotics. 34th International Scientific and Technical Conference. Abstracts]*. Sankt-Peterburg: OOO «Tipografija Fursova», 2023. pp. 188–191. (In Russ.).
22. McGregor A.H., Warren M., Brooks J.M., Feldman D.S. The Role of Pelvic and Lower Limb Biomechanics in Post-Stroke Gait Rehabilitation: A Systematic Review. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2021. vol. 18. pp. 45.
23. Chen Z., Franklin D.W. Musculotendon Parameters in Lower Limb Models: Simplifications, Uncertainties, and Muscle Force Estimation Sensitivity. *Annals of Biomedical Engineering*. 2023. vol. 51. pp. 1147–1164. DOI: 10.1007/s10439-023-03166-5.

Voronoy Vadim — Ph.D., Associate professor of the department, Data collection and processing systems department, Novosibirsk State Technical University (NSTU). Research interests: development of control systems for technological processes, mathematical modeling of systems. The number of publications — 29. voronovj@corp.nstu.su; 20, Karl Marx Av., 630073, Novosibirsk, Russia; office phone: +7(383)346-0843.

Verhovod Dmitriy — Junior research fellow, Technology excellence center, Novosibirsk State Technical University (NSTU). Research interests: development of rehabilitation complexes, research and modeling of human gait. The number of publications — 2. verxovod@corp.nstu.ru; 20, Karl Marx Av., 630073, Novosibirsk, Russia; office phone: +7(383)346-0843.

Acknowledgements. The work was carried out as part of the «Priority 2030» program at Novosibirsk State Technical University.