

К.В. КРОТОВ

**ДВУХУРОВНЕВАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ЗАДАНИЙ ПО ПАКЕТАМ И РАСПИСАНИЙ ИХ ВЫПОЛНЕНИЯ
В КОНВЕЙЕРНЫХ СИСТЕМАХ С БУФЕРАМИ
ОГРАНИЧЕННЫХ РАЗМЕРОВ**

Кротов К.В. Двухуровневая оптимизация распределения заданий по пакетам и расписаний их выполнения в конвейерных системах с буферами ограниченных размеров.

Аннотация. Существующие на данный момент математические модели и алгоритмы обеспечивают оптимизацию расписаний выполнения единичных заданий либо фиксированных пакетов заданий на приборах конвейерных систем, содержащих буферы ограниченных размеров. Эти модели и алгоритмы не позволяют осуществлять поиск оптимальных решений по группированию однотипных заданий в пакеты и по последовательностям пакетов для реализации операций с ними на приборах конвейерных систем. Повышение эффективности использования ресурсов конвейерных систем достигается путем оптимизации решений по группированию однотипных заданий в пакеты и по последовательностям пакетов для проведения операций с ними. Решение этой задачи выполнено в работе посредством привлечения подхода, реализующего двухуровневую оптимизацию, который позволяет сформировать иерархию подзадач поиска эффективных решений. Привлечение упомянутого подхода предполагает разработку математических моделей иерархических игр, позволяющих идентифицировать эффективные решения рассматриваемого вида. Осуществлено построение двух математических моделей иерархических игр, использование которых позволяет реализовать оптимизацию составов пакетов на верхнем уровне ведущим игроком и оптимизацию расписаний выполнения пакетов в конвейерных системах на нижнем уровне ведомым игроком. Способ определения оптимальных решений каждым из игроков предусматривает заданный в игре порядок ходов и обмен решений между ними в процессе игры. Первая математическая модель иерархической игры реализует определение эффективных решений при учете простоев обрабатывающих приборов в процессе реализации операций с пакетами. Вторая математическая модель игры реализует определение эффективных решений при учете общего времени ожидания буферами размещения в них заданий, с которыми завершились операции на предшествующих приборах. Для этого сформированы выражения, позволяющие определять простои буферов в ожидании готовности заданий из пакетов к размещению на основе временных характеристик процессов выполнения операций с ними на приборах рассматриваемых систем. В основу алгоритма определения оптимальных решений по порядкам осуществления операций с пакетами на нижнем уровне в каждой из иерархических игр положена разработанная математическая модель процессов реализации действий с пакетом в указанных системах и соответствующий алгоритм моделирования. Реализация рассматриваемого подхода к оптимизации позволила получить результаты, которые показали, что использование буферов позволяет значительно повысить эффективность процессов осуществления операций с пакетами на приборах рассматриваемых систем; увеличение размеров промежуточных буферов позволяет в большей степени повысить эффективность указанных процессов при значительных неоднородностях значений временных параметров, их характеризующих; использование первой модели иерархической игры позволяет добиться большего повышения эффективности процессов в сравнении со второй моделью.

Ключевые слова: конвейерные системы, расписания, буферы ограниченного размера, пакеты заданий.

1. Введение. В различных сферах практической деятельности требуется реализация операций с заданиями, входящими в разные наборы (принадлежащие разным типам), в конвейерных системах (КС). Задания одного типа имеют одинаковое время их выполнения на приборах КС, а также одинаковое время переналадок приборов на реализацию операций с ними на этих приборах. Производительность процессов выполнения заданий разных типов в КС увеличивается за счет их группирования в пакеты. Тогда требуется осуществить распределение заданий по пакетам и определить последовательность пакетов для их выполнения на приборах КС при максимально эффективном использовании их (приборов) ресурсов. Ранее автором был предложен метод многоуровневой оптимизации расписаний [1], использование которого позволяет решить рассматриваемую задачу. Этот метод предполагает формирование иерархии подзадач поиска оптимальных решений по составам пакетов и расписаниям их выполнения на приборах КС, которые образуют обобщенное решение рассматриваемой задачи. С использованием этого метода реализовано решение ряда задач оптимизации составов пакетов заданий и расписаний их выполнения на приборах КС [1 – 3]. Решение этих задач выполнено в предположении о наличии между приборами буферов неограниченных размеров, в которых находятся задания в случае, если приборы не готовы к реализации операций с ними. Применение указанного подхода возможно также в случае, когда в состав конвейерных систем включены промежуточные буферы ограниченных размеров. Включение в состав этих систем буферов ограниченных размеров позволяет уменьшить зависимость производительности процессов реализации операций с заданиями в таких системах от неоднородностей времени выполнения заданий на разных приборах КС, а также от неоднородностей времени переналадок приборов. Тогда актуальным является применение метода иерархической оптимизации, предусматривающего построение математических моделей иерархических игр, участники которых (ведущий игрок на верхнем уровне и ведомый игрок на нижнем уровне) реализуют оптимизацию решений по группированию заданий в пакеты (ведущий игрок) и расписаниям выполнения пакетов заданий на приборах КС (ведомый игрок). Оптимизация расписаний выполнения пакетов заданий на приборах КС осуществляется с использованием модели многостадийных процессов реализации

операций с ними в этих системах, в состав которых входят буферы ограниченных размеров [4].

Работа [5] является одной из первых работ, в которой синтезирована математическая модель процесса реализации операций с единичными заданиями (ЕЗ) в системе с двумя приборами и одним промежуточным буфером ограниченного размера. Модель процесса осуществления операций с единичными заданиями в системах с произвольным количеством приборов и промежуточными буферами ограниченных размеров предложена в [6]. Для определения последовательностей заданий с целью реализации операций с ними на приборах рассматриваемых систем в [6] использованы эвристические правила. Математическая модель *mixed-integer linear programming* (MILP) определения последовательностей заданий для осуществления операций в потоковой системе, включающей обрабатывающие устройства с параллельно функционирующими приборами и предваряющие их буферы (*Batch Processing Machine* (BPM)), предложена в [7]. Использование этой модели позволяет сформировать оптимальное решение по назначению прибора, входящего в BPM, для каждого задания, а также сформировать последовательности выполнения заданий на этих приборах. В [8] решена аналогичная задача идентификации эффективных решений для ЕЗ с использованием разработанного эвристического алгоритма. В [9] оценка эффективности решений осуществляется на основе значений, вычисляемых с использованием предложенной в работе математической модели, аналогичной модели в [6]. Поиск решений по последовательностям ЕЗ для проведения операций с ними осуществляется в [9] с использованием эволюционного алгоритма распределения, реализующего генерацию новых решений на основе вероятностных моделей, полученных с учетом родительских решений. В [10] предложена модель MILP, позволяющая оптимизировать решения по последовательностям ЕЗ для их выполнения на приборах КС, в которые включены буферы заданных размеров. Модель MILP в [11] позволяет определять эффективные последовательности заданий, выполняемых в системе, содержащей: BPM, машины последовательной обработки пакетов заданий, промежуточные буферы заданных размеров. В [12] рассматривается модель MILP, используемая для определения последовательностей заданий, выполняемых в системах с параллельными маршрутами, общими обрабатывающими приборами, включенными в оба маршрута, и единичными промежуточными буферами между приборами. В [13] рассматривается КС, в которой накопитель имеется только за

последним прибором. Модель MILP в [13] позволяет определять оптимальные решения по последовательностям выполнения заданий на приборах указанных систем с учетом ограниченного размера накопителя и директивных сроков извлечения заданий из него. Модель MILP в [13] используется только для определения допустимости сформированных решений, а поиск оптимальных решений осуществляется с использованием вероятностного метода локального поиска с запретами. В [14] маршруты выполнения ЕЗ в конвейерной системе предусматривают возможность их (заданий) повторной обработки на приборах, а сама система включает буферы ограниченных размеров между приборами. В [15] предложены модели MILP оптимизации решений по последовательностям ЕЗ для реализации операций с ними в системе с блокированием приборов при отсутствии возможности у этих приборов приступить к выполнению заданий. Система в [16] имеет два параллельных маршрута осуществления операций с ЕЗ. Оптимизация последовательностей заданий осуществляется с использованием алгоритма дискретной китовой стаи (DWSA).

В [17] рассматривается задача оптимизации последовательностей выполнения ЕЗ на приборах BPM, которые предусматривают буферы ограниченных размеров, с учетом проведения предварительного технического обслуживания (ПТО) приборов, включенных в BPM. С учетом стохастических параметров функционирования приборов, характеризующих отказы, осуществляется определение вида последовательностей выполнения ЕЗ на приборах и периодичность ПТО.

В [18] рассматривается двух приборная система Flexible Flow Shop (FFS), содержащая буфер, который выделяется заданиям на все время их обработки. Оптимизационная задача состоит в определении пары устройств на первой и второй стадиях, назначаемых для выполнения конкретных ЕЗ с учетом буфера ограниченной емкости (длительности выполнения различных заданий на приборах первой и второй стадий являются единичными, буфер может быть разделен между несколькими заданиями). С учетом введенных условий в [18] предложен полиномиальный алгоритм оптимизации назначения заданий на пары устройств и порядков их выполнения на них.

В [19] рассматривается система сбора данных с распределенных узлов на центральную обрабатывающую станцию, на которой размер буфера хранения данных ограничен. Эта система проинтерпретирована в [19] как двух приборная система Flow Shop с общим буфером,

реализующая обработку ЕЗ (соответствующая часть буфера выделяется заданию в момент времени начала передачи данных от узла на станцию и освобождается в момент времени окончания их обработки этой станцией). В [19] построены эвристики для определения эффективных решений с учетом следующих предположений: 1) время выполнения операции с ЕЗ на первой стадии пропорционально размеру размещаемого в буфере задания; 2) время выполнения операции с ЕЗ на второй стадии не меньше времени выполнения операций на первой стадии.

Продолжением работ [18, 19] является работа [20], в которой также рассмотрена двух приборная система Flow Shop с общим буфером ограниченного размера, используемым заданиями в течение всего времени их обработки приборами этой системы. В [20] предложен полиномиальный алгоритм, позволяющий получить оптимальные решения за ограниченное время при выполнении следующих условий: 1) потребности в буфере со стороны заданий не обязательно пропорциональны длительностям их выполнения на первой стадии; 2) минимальное время обработки заданий на первой стадии не меньше наибольшего времени обработки заданий на второй стадии (либо минимальное время обработки заданий на второй стадии не меньше наибольшего времени обработки заданий на первой).

В [21] решена задача управления комплектацией заказов на предприятиях Интернет-торговли (маркет-плейсах). Система, рассматриваемая в [21], интерпретируется как Flow Shop, в которой обрабатываемыми приборами выступают комплектовщики, оперирующими с товарами, размещенными в соответствующих зонах, соединенных конвейером для перемещения контейнеров с заказами (контейнеры интерпретируются как задания). Контейнеры с заказами клиентов накапливаются в буфере соответствующего комплектовщика. В том случае, если буфер заполнен, конвейер останавливается. В статье разработана модель MILP оптимизации порядка контейнеров, соответствующих формируемому в рассматриваемой системе заказам (порядок контейнеров может быть различным для разных комплектовщиков (различных приборов системы Flow Shop)).

Решение задачи, аналогичной рассмотренной в [17], осуществлено в [22] при учете ПТО транспортеров, реализующих размещение ЕЗ в накопителях и перемещение ЕЗ из накопителей на последующие приборы. Для оптимизации расписаний выполнения ЕЗ в КС и периодичности проведения ПТО транспортеров в [22] предложена модель MILP.

В работах [23, 24] решается задача оптимизации расписания обработки данных приложениями и распределения памяти (пространства буферов) между приложениями, используемой ими для обмена данными. В качестве модели взаимодействия приложений через буферы с постоянными количествами формируемых и потребляемых данных рассматривается граф синхронного потока данных. Оптимизация решений осуществляется путем имитационного моделирования рассматриваемых процессов, при реализации которого учитываются различные параметры функционирования приложений, характеристики данных и обрабатывающих систем.

В работе [25] решается задача оптимизации расписаний в транспортно-логистической сфере деятельности, связанная с организацией рейсов авиакомпаний и функционированием аэропортов. Рейсы, выполняемые разными воздушными судами, интерпретируются как единичные задания, а аэропорты посадки/вылета рассматриваются как буферы для накопления пассажиров. Расписания рейсов воздушных судов оптимизируются с точки зрения возможности реализации стыковочных рейсов с учетом размеров буферов (количества пассажиров, которые могут быть размещены в аэропорту) с использованием имитационной модели рассматриваемых процессов.

Математические модели и методы оптимизации, рассмотренные в [5 – 25], позволяют обеспечить решение задач поиска оптимальных расписаний выполнения единичных заданий в обрабатывающих системах разного вида, содержащих буферы между приборами. Использование этих моделей для оптимизации решений по составам пакетов заданий (ПЗ) и расписаниям их выполнения на приборах систем рассматриваемого вида является не возможным.

В [26] разработан способ определения последовательностей пакетов, эффективных с точки зрения времени окончания действий с ними в двух приборной системе, имеющей в составе промежуточный буфер ограниченного размера. При этом составы пакетов являются неизменными, то есть неизменно количество заданий в них (рассматриваются фиксированные пакеты, составы которых не оптимизируются). Задача представлена как задача коммивояжера, решение которой обеспечивается точными методами. В [27] решается аналогичная задача: фиксированные пакеты, двух приборная система, имеющая в составе буфер. Модель, введенная в [27], представляет собой модифицированную модель из [26]. В ней учтено время заполнения конвейера заданиями из пакетов для их выполнения на приборах рассматриваемой системы. В [28] исследуется проблема

определения последовательностей пакетов (с неизменным количеством заданий в них) для их выполнения в системе с двумя приборами и буфером между ними.

В работе [29] оптимизируются составы партий выпускаемой продукции различного вида и расписания ее (продукции) производства в двух приборной (производство и упаковка) системе Flow Shop в химической промышленности с общим буфером (складом) для ее хранения. Под партиями подразумевается количество продукции, размещаемой в резервуарах, объемы резервуаров являются заданными, в каждом резервуаре размещается продукция только одного вида. Оптимизируется количество продукции в резервуарах заданных объемов и порядок выпуска этой продукции (с учетом ограниченного объема хранилища для резервуаров и требования минимизации количества их очисток). Для оптимизации решений разработан полиномиальный алгоритм и эвристические схемы.

В работе [30] реализуется оптимизация порядка обработки пакетов заданий разных типов в системах Flexible Flow Shop (FFS), в которых на каждой стадии находятся машины пакетной обработки (Batch Processing Machine (BPM)), включающие в себя заданное количество приборов, выполняющих задания параллельно. Между BPM в систему включены буферы для хранения пакетов заданий. В сформированной в [30] модели количество пакетов заданий каждого типа является заданным, составы пакетов не оптимизируются (предполагается, что количество заданий в пакетах не превышает количество приборов в BPM). Наличие промежуточных буферов в системе интерпретируется в модели путем задания условия блокировки предшествующего прибора в случае, если буфер заполнен. Так как составы пакетов не оптимизируются, а определяется порядок выполнения заданного количества пакетов заданий каждого типа, то простои приборов, входящих в BPM, не фиксируются. Также не определяется эффективность использования ограниченных ресурсов хранения заданий из пакетов. Решение задачи оптимизации порядка выполнения ПЗ в системе FFS с промежуточными буферами решается в [30] с использованием генетических алгоритмов.

В [31] решается задача оптимизации составов ПЗ разных типов и порядка их выполнения в FFS, состоящих из машин с параллельно функционирующими приборами (BPM) и промежуточными буферами между ними. Размеры партий каждого продукта задаются равными, оптимизируется количество заданий в них. Также оптимизируется их (партий) размещение в буферах, состоящих из секций. Для

оптимизации решений рассматриваемого вида применены генетические алгоритмы.

Таким образом, в [26 – 28] рассматриваются способы определения оптимальных решений по последовательностям выполнения фиксированных ПЗ в двух приборных системах. При этом ограниченным является как количество пакетов, так и количество обрабатывающих приборов в системах. В работе [29] оптимизируется количество продукции химической промышленности (количество продукции в партиях), разливаемой по резервуарам при их размещении с учетом размеров в ограниченном буфере. При этом обрабатывающая система является двух приборной, а буфер представляет собой хранилище общего пользования. В работах [30, 31] рассматриваются системы FFS, включающие BPM и промежуточные буферы ограниченных размеров. Модель взаимодействия приборов друг с другом и приборов с буферами с точки зрения передачи между ними пакетов заданий не соответствует рассматриваемой системе конвейерного типа с машинами последовательной обработки (с Job Processing Machine (JPM)). При этом в [30, 31] не решается задача общего вида, предполагающая возможность определения при оптимизации решений произвольного количества пакетов и произвольного количества заданий в них.

Рассмотренные в [26 – 31] модели не учитывают возможность передачи отдельных заданий из пакетов между приборами непосредственно в момент времени окончания реализации операций с ними на этих приборах (возможность перемещения каждого задания на следующий прибор (либо в буфер) сразу после завершения операций с ним на предыдущем приборе). Перемещение пакетов между приборами в этих работах реализуется только в момент времени окончания выполнения всех заданий, включенных в них.

2. Математическая модель процессов выполнения пакетов заданий в конвейерных системах, содержащих буферы ограниченных размеров. В работе рассматриваются многостадийные процессы выполнения заданий из N наборов в конвейерных системах, количество приборов в которых $L > 2$. Окончание на приборах операций с заданиями одного типа и переход к осуществлению операций с заданиями другого типа связаны с переналадкой приборов. В состав системы включены промежуточные буферы ограниченных размеров, следующие за соответствующими им устройствами обработки. Задания, с которыми завершилось выполнение операций на приборе, могут быть размещены в буфере, следующим за ним. Прибор,

предшествующий некоторому буферу, блокируется в том случае, если этот буфер заполнен.

Модели процессов выполнения пакетов заданий в конвейерных системах, модели иерархических игр оптимизации решений по группированию заданий в пакеты и по последовательностям выполнения пакетов заданий в КС формируются с использованием обозначений [1, 4]: i – тип задания ($i = \overline{1, N}$); n^i – количество заданий i -го типа ($i = \overline{1, N}$); l – индекс прибора КС ($l = \overline{1, L}$); π^l – последовательность выполнения пакетов заданий на l -м приборе КС ($l = \overline{1, L}$); $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_N)^T$ – вектор количества ПЗ каждого типа; $\mathbf{A} = \|a_{ih}\|_{N \times m^{\max}}$ – матрица, каждый элемент которой соответствует количеству заданий i -го типа в h -х пакетах; N_p – количество ПЗ; $\mathbf{T} = \|t_{li}\|_{L \times N}$ – матрица времен выполнения заданий i -х типов на l -х приборах; $\mathbf{T}^l = \|t_{il}^l\|_{N \times N}$ ($l = \overline{1, L}$) – матрицы времен переналадки приборов; j – индекс позиции пакета в последовательности π^l ($l = \overline{1, L}$); $\mathbf{P} = \|p_{ij}\|_{N \times N_p}$ – матрица позиций ПЗ i -х типов в последовательностях π^l их выполнения на l -х приборах КС ($p_{ij} = 1$, если ПЗ i -го типа размещен в последовательностях π^l в j -й позиции; $p_{ij} = 0$, если ПЗ i -го типа не размещен в последовательности π^l в j -й позиции); $\mathbf{R} = \|r_{ij}\|_{N \times N_p}$ – матрица количества заданий в пакетах, занимающих в последовательностях π^l j -е позиции; N_j – количество заданий в пакетах, которые занимают в π^l j -е позиции ($j = \overline{1, N_p}$); $\mathbf{T}^{ol} = \|t_{jq}^{ol}\|_{N_p \times Q}$ ($l = \overline{1, L}$) – матрицы начала операций с q -ми заданиями ($q = \overline{1, N_j}$) из пакетов, занимающих в π^l в j -е позиции ($Q = \max_j(N_j)$) на l -х приборах. Через b обозначен размер буферов.

Также при синтезе моделей иерархических игр использованы обозначения, позволяющие охарактеризовать использование ограниченного ресурса хранения заданий из пакетов (использование

буферов): t_{jq}^{01l} – моменты времени, в которые задания из пакетов добавляются в буферы, следующие за l -ми приборами; t_{jq}^{012} – моменты времени, в которые задания из пакетов удаляются из буферов, следующих за l -ми приборами.

В работе [4] предложены математические модели многостадийных процессов выполнения заданий, распределенных по пакетам, на приборах конвейерных системах, содержащих два и три обрабатывающих прибора, а также промежуточные буферы (модели обеспечивающие вычисление значений t_{jq}^{01} ($j = \overline{1, N_p}$; $q = \overline{1, N_j}$; $l = \overline{1, L}$) для заданий в соответствующих пакетах). Полученные математические модели обобщены для произвольного количества L приборов. Обобщенная математическая модель рассматриваемого вида представлена следующими выражениями:

1. выражения для вычисления значений t_{lq}^{01} ($q = \overline{1, N_1}$):

$$- q=1: t_{l1}^{01} = 0; \quad (1)$$

$$- 1 < q \leq b+1: t_{lq}^{01} = t_{l,(q-1)}^{01} + \sum_{s=1}^N t_{1s} \cdot P_{s1}; \quad (2)$$

$$- b+1 < q \leq N_1: t_{lq}^{01} = \max(t_{l,(q-1)}^{01} + \sum_{s=1}^N t_{1s} \cdot P_{s1}; t_{l,(q-b)}^{02}); \quad (3)$$

2. выражения для вычисления значений t_{jq}^{01} ($q = \overline{1, N_j}$; $j = \overline{1, N_p}$):

$$- q=1: t_{j1}^{01} = \max(t_{(j-1), N_{j-1}}^{01} + \sum_{s=1}^N t_{1s} \cdot P_{s,(j-1)} + t_{i_{j-1}, i_j}^1; t_{(j-1), (N_{j-1}-b+1)}^{02}); \quad (4)$$

$$- 1 < q \leq b: t_{jq}^{01} = \max(t_{j,(q-1)}^{01} + \sum_{s=1}^N t_{1s} \cdot P_{s,j}; t_{(j-1), (N_{j-1}-b+q)}^{02}); \quad (5)$$

$$- \quad b+1 \leq q \leq N_j : t_{jq}^{0l} = \max(t_{j,(q-1)}^{0l} + \sum_{s=1}^N t_{ls} \cdot P_{sj} ; t_{j,(q-b)}^{02}) ; \quad (6)$$

3. выражения для вычисления значений t_{lq}^{0l} ($q = \overline{1, N_1}$; $l = \overline{2, L-1}$):

$$- \quad q=1 : t_{l1}^{0l} = t_{l1}^{0l-1} + \sum_{s=1}^N t_{(l-1),s} \cdot P_{s1} ; \quad (7)$$

$$- \quad 1 < q \leq b+1 : t_{lq}^{0l} = \max(t_{lq}^{0l-1} + \sum_{s=1}^N t_{(l-1),s} \cdot P_{s1} ; t_{l,(q-1)}^{0l} + \sum_{s=1}^N t_{ls} \cdot P_{s1}) ; \quad (8)$$

- $b+1 < q \leq N_j$:

$$t_{lq}^{0l} = \max(t_{lq}^{0l-1} + \sum_{s=1}^N t_{(l-1),s} \cdot P_{s1} ; t_{l,(q-1)}^{0l} + \sum_{s=1}^N t_{ls} \cdot P_{s1} ; t_{l,(q-b)}^{0l+1}) ; \quad (9)$$

4. выражения для вычисления значений t_{jq}^{0l} ($q = \overline{1, N_j}$; $j = \overline{2, N_p}$; $l = \overline{2, L-1}$):

- $q=1$:

$$t_{j1}^{0l} = \max(t_{j1}^{0l-1} + \sum_{s=1}^N t_{(l-1),s} \cdot P_{sj} ; t_{(j-1),N_{j-1}}^{0l} + \sum_{s=1}^N t_{s,(j-1)} \cdot P_{s,(j-1)} + t_{i_{j-1},i_j}^l ; t_{(j-1),(N_{j-1}-b+1)}^{0l+1}) ; \quad (10)$$

- $1 < q \leq b$:

$$t_{jq}^{0l} = \max(t_{jq}^{0l-1} + \sum_{s=1}^N t_{(l-1),s} \cdot P_{sj} ; t_{j,(q-1)}^{0l} + \sum_{s=1}^N t_{ls} \cdot P_{sj} ; t_{(j-1),(N_{j-1}-b+q)}^{0l+1}) ; \quad (11)$$

- $b+1 \leq q \leq N_j$:

$$t_{jq}^{0l} = \max(t_{jq}^{0l-1} + \sum_{s=1}^N t_{(l-1),s} \cdot P_{sj} ; t_{j,(q-1)}^{0l} + \sum_{s=1}^N t_{ls} \cdot P_{sj} ; t_{j,(q-b)}^{0l+1}) ; \quad (12)$$

5. выражения для вычисления значений t_{lq}^{0L} ($q = \overline{1, N_1}$):

$$- q=1: t_{l1}^{0L} = t_{l1}^{0L-1} + \sum_{s=1}^N t_{(L-1),s} \cdot p_{s1} = \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{s=1}^N t_{ls} \cdot p_{s1}; \quad (13)$$

$$- 1 < q \leq N_1: t_{lq}^{0L} = \max(t_{lq}^{0L-1} + \sum_{s=1}^N t_{(L-1),s} \cdot p_{s1}; t_{1,(q-1)}^{0L} + \sum_{s=1}^N t_{Ls} \cdot p_{s1}); \quad (14)$$

6. выражения для вычисления значений t_{jq}^{0L} ($q = \overline{1, N_j}, j = \overline{2, N_p}$):

$$- q=1: t_{j1}^{0L} = \max(t_{j1}^{0L-1} + \sum_{s=1}^N t_{(j-1),s} \cdot p_{sj}; t_{(j-1),N_{j-1}}^{0L} + \sum_{s=1}^N t_{Ls} \cdot p_{s,(j-1)} + t_{i_{j-1},i_j}^L); \quad (15)$$

$$- 1 < q \leq N_j: t_{jq}^{0L} = \max(t_{jq}^{0L-1} + \sum_{s=1}^N t_{(j-1),s} \cdot p_{sj}; t_{j,(q-1)}^{0L} + \sum_{s=1}^N t_{Ls} \cdot p_{s1}). \quad (16)$$

Алгоритм математического моделирования хода многостадийного процесса выполнения заданий, распределенных по пакетам, включенных в последовательности π^l в j -х позициях, предусматривает непосредственную интерпретацию выражений (1)-(16) для вычисления значений t_{jq}^{0L} ($q = \overline{1, N_j}, j = \overline{1, N_p}; l = \overline{1, L}$).

Последовательность шагов алгоритма моделирования рассматриваемых процессов в КС с буферами представлена в [4].

Алгоритм определения оптимальных решений по последовательностям выполнения пакетов заданий на l -х приборах КС предусматривает изменение на каждой итерации вида матриц \mathbf{P} и \mathbf{R} , а также определение значений t_{jq}^{0L} временных характеристик рассматриваемого многостадийного процесса [1]. В соответствии с видом системы вычисление временных характеристик процессов выполнения ПЗ на ее приборах – значений t_{jq}^{0L} ($j = \overline{1, N_p}; q = \overline{1, N_j}; l = \overline{1, L}$), – соответствующих матрицам \mathbf{P} и \mathbf{R} , осуществляется путем использования модели (1)-(16),

учитывающей наличие промежуточных буферов, а не модели, предложенной в [1].

3. Математические модели иерархических игр оптимизации составов пакетов заданий и последовательностей пакетов для их выполнения на приборах конвейерных систем, содержащих буферы ограниченных размеров. В соответствии с декомпозицией обобщенной задачи оптимизации расписаний выполнения пакетов заданий в КС определены иерархически упорядоченные подзадачи. На первом уровне – оптимизация решений по группированию однотипных заданий в пакеты, на втором уровне – оптимизация последовательностей выполнения пакетов заданий на приборах КС, в состав которых включены буферы ограниченных размеров. Одним из возможных подходов к решению рассматриваемой задачи является теория иерархических игр. Ее использование предусматривает закрепление за каждым из уровней игроков, осуществляющих определением оптимальных решений на них: первый уровень – ведущий игрок, второй уровень – ведомый игрок. Применение рассматриваемого аппарата предусматривает взаимодействие игроков, связанное с обменом решениями между ними (между уровнями игры, за которыми они закреплены), которое будет обеспечивать достижение цели ведущим игроком. Действия ведущего игрока направлены на достижение им цели, связанной с минимизацией времени выполнения пакетов заданий в системе рассматриваемого вида. Ведомый игрок оптимизирует расписания выполнения ПЗ в КС, имеющие вид $[P, R, \{T^{0l} | l = \overline{1, L}\}]$, соответствующие решениям $[m, A]$ по их составам, максимизируя эффективность использования ресурсов (минимизируя время простоя приборов при проведении операций с заданиями из пакетов, минимизируя время простоя буферов в ожидании добавления в них заданий из пакетов).

Порядок взаимодействия ведущего и ведомого игроков в иерархической игре следующий:

1) первый ход делает ведущий игрок, формируя решение $[m, A] \in N_1$ по составам ПЗ, и передает это решение на второй уровень, где N_1 – множество допустимых решений на первом уровне;

2) второй ход делает ведомый игрок, оптимизируя для полученного с первого уровня решения $[m, A] \in N_1$ по составам ПЗ расписания их выполнения на приборах КС; таким образом, ведомый игрок на втором уровне реализует решение задачи вида:

$$[\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} | l = \overline{1, L}\}]^* = \arg \min_{[\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} | l = \overline{1, L}\}] \in N_2([\mathbf{m}, \mathbf{A}])} f_2([\mathbf{m}, \mathbf{A}], [\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} | l = \overline{1, L}\}]),$$

где $N_2([\mathbf{m}, \mathbf{A}])$ – множество допустимых расписаний выполнения ПЗ в КС, соответствующее решению $[\mathbf{m}, \mathbf{A}] \in N_1$ с верхнего уровня;

3) полученное на втором уровне оптимальное расписание выполнения ПЗ в КС вида $[\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} | l = \overline{1, L}\}]^*$, соответствующее решению $[\mathbf{m}, \mathbf{A}] \in N_1$, ведомый игрок передает на верхний уровень с целью оценки оптимальности сформированного ведущим игроком решения по составам ПЗ (то есть, оценка оптимальности решения по составам ПЗ осуществляется на первом уровне на основе оптимального расписания выполнения ПЗ в КС $[\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} | l = \overline{1, L}\}]^*$, полученного для решения $[\mathbf{m}, \mathbf{A}] \in N_1$);

4) ведущий игрок формирует новое решение $[\mathbf{m}, \mathbf{A}] \in N_1$ по составам ПЗ, передает его игроку второго уровня. Определение лучшего состава ПЗ $[\mathbf{m}, \mathbf{A}]^* \in N_1$ реализуется путем решения задачи определения $\max_{[\mathbf{m}, \mathbf{A}] \in N_1} f_1([\mathbf{m}, \mathbf{A}], [\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} | l = \overline{1, L}\}]^*)$, то есть задачи определения $[\mathbf{m}, \mathbf{A}]^* = \arg \max_{[\mathbf{m}, \mathbf{A}] \in N_1} f_1([\mathbf{m}, \mathbf{A}], [\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} | l = \overline{1, L}\}]^*)$.

Тогда решением иерархической игры являются: 1) решение по составам ПЗ $[\mathbf{m}, \mathbf{A}]^* \in N_1$, 2) решение $[\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} | l = \overline{1, L}\}]^*$, обеспечивающее выполнение следующего условия: $[\mathbf{m}, \mathbf{A}]^* = \arg \max_{[\mathbf{m}, \mathbf{A}] \in N_1} f_1([\mathbf{m}, \mathbf{A}], [\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} | l = \overline{1, L}\}]^*)$. Эти решения обеспечивают ситуацию равновесия в рассматриваемой двухуровневой иерархической игре двух лиц (являются решением игры).

Для введенной в рассмотрение задачи требуется разработка математических моделей иерархических игр определения оптимальных решений по включению заданий в пакеты и расписаний выполнения пакетов, в соответствии с которыми реализуются операции с ними на приборах КС. Полученные модели обеспечат исследование возможности использования буферов ограниченных размеров для уменьшения влияния неоднородностей значений временных параметров процессов осуществления операций с заданиями в КС на эффективность этих процессов.

Действия ведущего игрока направлены на достижение им цели, связанной с минимизацией времени реализации процесса выполнения

ПЗ в системах рассматриваемого вида. Через t_{N_p, N_p}^{0L} обозначен момент времени начала выполнения последнего задания в последнем N_p -м пакете в последовательности π^L на последнем L -м приборе, выражение вида $\sum_{h=1}^N t_{Lh} \cdot p_{h, N_p}$ определяет время выполнения задания, включенного в этот пакет на L -м приборе. Тогда выражение $t_{N_p, N_p}^{0L} + \sum_{h=1}^N t_{Lh} \cdot p_{h, N_p}$ позволяет определить момент времени окончания выполнения последнего задания в последнем N_p -м пакете в последовательности π^L на последнем L -м приборе, то есть момент времени окончания реализации указанного процесса в КС. Тогда с точки зрения реализуемой цели ведущего игрока, направленной на минимизацию длительности процесса выполнения ПЗ в КС, требуется минимизация момента времени окончания выполнения последнего задания в последнем N_p -м пакете в последовательности π^L на последнем L -м приборе, который определяется с использованием предложенного выражения. В этом случае представленное выражение требуется использовать в качестве критерия оптимизации ведущим игроком решений по составам ПЗ на верхнем уровне игры.

Критерии оптимизации последовательностей π^l ($l = \overline{1, L}$) выполнения пакетов на приборах КС (на втором уровне в иерархических играх) формируются таким образом, чтобы обеспечивалось эффективное использование выделяемых для этого ресурсов. К таким ресурсам относятся: 1) время, в течение которого приборы КС задействованы в проведении действий с заданиями, включенными в пакеты (требуется минимизировать простой приборов при осуществлении операций с заданиями из пакетов); 2) время, выделенное буферам для хранения заданий, с которыми завершены действия на предшествующих приборах (требуется минимизировать общее время ожидания буферами размещения в них заданий из пакетов, действия с которыми завершены на предшествующих приборах). В соответствии с указанными видами ресурсов сформированы две математические модели иерархических игр определения наилучших решений рассматриваемого вида.

В иерархической игре первого вида критерием оптимизации последовательностей π^l ($l = \overline{1, L}$) выполнения ПЗ на приборах КС

на нижнем ее уровне является суммарное время ожидания приборами готовности заданий, входящих в пакеты, к выполнению (вид критерия получен в [1]). То есть на нижнем уровне иерархической игры первого вида оптимизация последовательностей выполнения ПЗ в КС осуществляется с учетом требования (условия) эффективного использования одного из ресурсов этих систем – времени функционирования приборов при реализации заданий, включенных в пакеты. Полученная на основе выполненных рассуждений модель иерархической игры первого вида имеет следующую форму [1]:

– первый уровень игры (ведущий игрок):

$$\min_{[\mathbf{M}, \mathbf{A}] \in N_1} f_1([\mathbf{M}, \mathbf{A}], [\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} \mid l = \overline{1, L}\}]^*), \quad (17)$$

где $f_1 = t_{N_p, N_p}^{0L} + \sum_{h=1}^N t_{Lh} \cdot p_{h, N_p}$;

– второй уровень игры (ведомый игрок):

$$\min_{[\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} \mid l = \overline{1, L}\}] \in N_1([\mathbf{M}, \mathbf{A}])} f_2([\mathbf{M}, \mathbf{A}], [\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} \mid l = \overline{1, L}\}]), \quad (18)$$

где

$$f_2 = \sum_{l=1}^L t_{11}^{0l} + \sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^{N_p} \left[t_{j1}^{0l} - \left[t_{j-1, N_{j-1}}^{0l} + \sum_{i=1}^N t_{li} \cdot p_{i, j-1} \right] \right] + \sum_{l=2}^L \sum_{j=l}^{N_p} \sum_{q=2}^{N_j} \left[t_{jq}^{0l} - \left[t_{j, q-1}^{0l} + \sum_{i=1}^N t_{li} \cdot p_{ij} \right] \right]. \quad (19)$$

В (19) первое слагаемое соответствует простоям приборов на начальной стадии заполнения конвейерной системы заданиями из пакетов для проведения операций с ними. Второе слагаемое в (19) – простои приборов на стадии их переналадки, связанной с переопределением вида операций для заданий в следующих пакетах в $\pi^l (l = \overline{1, L})$. Третье слагаемое в (19) – простои, связанные с ожиданием готовности заданий в пакетах к осуществлению операций с ними на приборах.

Ограничения на множества допустимых решений имеют вид:

$$\sum_{h=1}^{m_i} a_{ih} = n^i; \quad i = \overline{1, N}; \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^{N_p} p_{ij} = m_i; \quad i = \overline{1, N}; \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^{N_p} r_{ij} = \sum_{h=1}^{m_i} a_{ih}; \quad i = \overline{1, N}. \quad (22)$$

Они соответствуют: требованию включения в пакеты всех заданий каждого типа – (20), требованию размещения в последовательностях π^l всех пакетов каждого i -го типа – (21), требованию размещения в последовательностях π^l всех пакетов, составы которых определены на первом уровне игры – (22). С учетом рассмотренной выше процедуры взаимодействия игроков представленная двухкритериальная модель является моделью иерархической игры оптимизации составов пакетов и расписаний их выполнения на приборах КС (при учете требования минимизации простоев приборов при реализации ими операций с заданиями из пакетов). Оптимизация составов пакетов (на верхнем уровне) при условии минимизации общей длительности процесса их выполнения обеспечивается определением оптимальных решений по их порядкам для реализации операций с ними на приборах КС, формируемых ведомым игроком на нижнем уровне для каждого решения, получаемого им от ведущего игрока с верхнего уровня. Оценка оптимальности решений, формируемых ведущим игроком, осуществляется на основе оптимальных расписаний их выполнения в КС, полученных от ведомого игрока и сформированных им для соответствующих решений по составам ПЗ.

Второй вариант математической модели иерархической игры предусматривает, что на втором уровне определены оптимальных расписаний выполнения ПЗ в КС осуществляется с учетом требования эффективного использования ресурса времени промежуточных буферов. Характеристиками процесса реализации операций с заданиями из пакетов в КС являются моменты времени добавления их (заданий) в буферы и удаления их из буфера (t_{jq}^{6l1} и t_{jq}^{6l2}). Значение

$t_{jq}^{\bar{0}l1}$ определяется как момент времени окончания операций с q -м заданием из пакета, который занимает в последовательностях π^l j -ю позицию, на l -м приборе: $t_{jq}^{\bar{0}l1} = t_{jq}^{\bar{0}l} + \sum_{i=1}^N t_{li} \cdot p_{ij}$ (при соблюдении требования блокирования l -го прибора в случае отсутствия места в следующем за ним буфере). Значение $t_{jq}^{\bar{0}l2}$ определяется как момент времени начала операций с q -м заданием из пакета, который занимает в последовательностях π^l j -ю позицию, на $(l+1)$ -м приборе: $t_{jq}^{\bar{0}l2} = t_{jq}^{\bar{0}l+1}$. Критерий оптимизации расписаний выполнения ПЗ в КС в модели игры второго вида характеризует суммарные длительности интервалов времени, в течение которых буферы, следующие за l -ми приборами ($l = \overline{1, L-1}$), не используются.

Введены обозначения для характеристик процесса выполнения ПЗ в КС, соответствующих использованию ограниченного ресурса хранения заданий: 1) длительности интервалов времени ожидания буферами добавления в них q -х заданий из пакетов, которые размещены в последовательностях π^l в j -х позициях – $W_{jq}^{\bar{0}l}$; 2) длительности интервалов времени ожидания буферами добавления в них первых заданий из пакетов, которые включены в последовательностях π^l в j -х позициях – $W_{j1}^{\bar{0}l}$; 3) длительности интервалов времени ожидания буферами добавления в них первых заданий из первых пакетов в π^l – $W_{11}^{\bar{0}l}$. Виды последовательностей, представленные на рисунке 1, использованы при синтезе выражений для определения значений этих характеристик. Вычисление значений характеристик, позволяющих определить эффективность использования ресурсов хранения, осуществляется выражениями вида:

$$W_{jq}^{\bar{0}l} = \max(0; t_{jq}^{\bar{0}l1} - t_{jq-1}^{\bar{0}l2}), \quad q = \overline{2, N_j}, \quad j = \overline{1, N_p}, \quad l = \overline{1, L-1};$$

$$W_{j1}^{\bar{0}l} = \max(0; t_{j1}^{\bar{0}l1} - t_{j-1, N_{j-1}}^{\bar{0}l2}), \quad j = \overline{2, N_p}, \quad l = \overline{1, L-1};$$

$$W_{11}^{\bar{0}l} = t_{11}^{\bar{0}l1} = t_{11}^{\bar{0}l} + \sum_{i=1}^N t_{li} \cdot p_{i1}, \quad l = \overline{1, L-1}.$$

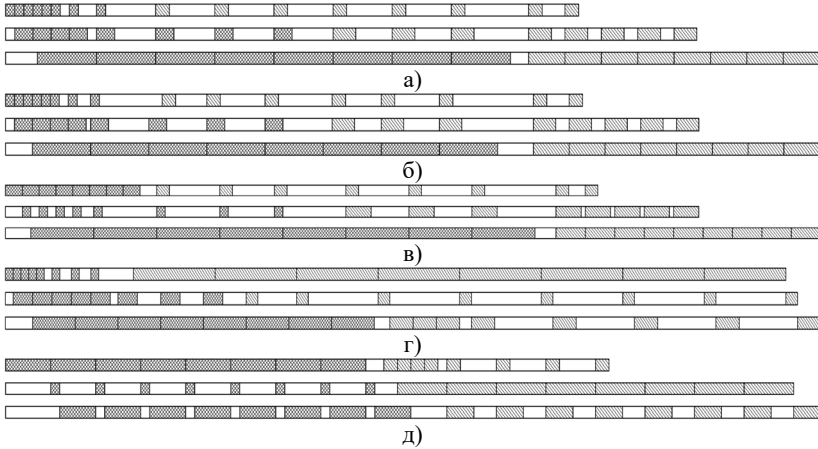


Рис. 1. Последовательности выполнения ПЗ в КС, различающиеся значениями длительностей t_{li} выполнения заданий разных типов, используемые при

формировании выражений для вычисления значений $W_{jq}^{\delta l}$, $W_{j1}^{\delta l}$ и $W_{11}^{\delta l}$

- а) $t_{1i1} \leq t_{2i1}$, $t_{2i1} \leq t_{3i1}$, $t_{1i2} \leq t_{2i2}$, $t_{2i2} \leq t_{3i2}$; б) $t_{1i1} \leq t_{2i1}$, $t_{2i1} \leq t_{3i1}$, $t_{1i2} \leq t_{2i2}$, $t_{2i2} \leq t_{3i2}$; в) $t_{1i1} > t_{2i1}$, $t_{2i1} \leq t_{3i1}$, $t_{1i2} \leq t_{2i2}$, $t_{2i2} \leq t_{3i2}$; г) $t_{1i1} \leq t_{2i1}$, $t_{2i1} \leq t_{3i1}$, $t_{1i2} > t_{2i2}$, $t_{2i2} \leq t_{3i2}$; д) $t_{1i1} > t_{2i1}$, $t_{2i1} \leq t_{3i1}$, $t_{1i2} > t_{2i2}$, $t_{2i2} \leq t_{3i2}$

Представленные выражения преобразованы с учетом способов вычисления значений $t_{jq}^{\delta l1}$ и $t_{jq}^{\delta l2}$. Итоговый вид выражений для вычисления длительностей интервалов времени ожидания буферами размещения в них одного задания из одного пакета в последовательностях π^l следующий (при условии, что $q \neq 1$ и $j \neq 1$):

$$W_{jq}^{\delta l} = \max(0; (t_{jq}^{ol} + \sum_{i=1}^N t_{li} \cdot p_{ij}) - t_{jq-1}^{ol+1}), q = \overline{2, N_j}, j = \overline{1, N_p}, l = \overline{1, L-1};$$

$$W_{j1}^{\delta l} = \max(0; (t_{j1}^{ol} + \sum_{i=1}^N t_{li} \cdot p_{ij}) - t_{j-1, N_{j-1}}^{ol+1}), j = \overline{2, N_p}, l = \overline{1, L-1}.$$

Тогда общая длительность интервалов времени ожидания всеми буферами добавления в них заданий из пакетов (при $q = \overline{2, N_j}$,

$j = \overline{1, N_p}, l = \overline{1, L-1}$) определяется выражением $\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=lq=2}^{N_j} W_{jq}^{\delta l}$, общая

длительность интервалов времени ожидания всеми буферами добавления в них первых заданий из пакетов ($j = \overline{2, N_p}, l = \overline{1, L-1}$)

определяется выражением $\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=2}^{N_p} W_{j1}^{\delta l}$, общая длительность

интервалов времени ожидания всеми буферами добавления в них первых заданий из первых пакетов (при $l = \overline{1, L-1}$) определяется

выражением $\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=2}^{N_p} W_{j1}^{\delta l}$.

Итоговый вид математической модели иерархической игры оптимизации решений по группированию заданий в пакеты и по последовательностям пакетов для их выполнения на приборах КС следующий:

$$\min_{[\mathbf{M}, \mathbf{A}] \in N_1} f_1([\mathbf{M}, \mathbf{A}], [\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} \mid l = \overline{1, L}\}]^*), \quad (23)$$

где $f_l = t_{N_p, N_{N_p}}^{0L} + \sum_{i=1}^N t_{Li} \cdot p_{i, N_p}$;

$$\min_{[\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} \mid l = \overline{1, L}\}] \in N_1([\mathbf{M}, \mathbf{A}])} f_2([\mathbf{M}, \mathbf{A}], [\mathbf{P}, \mathbf{R}, \{\mathbf{T}^{0l} \mid l = \overline{1, L}\}]), \quad (24)$$

где

$$f_2 = \sum_{l=1}^{L-1} W_{11}^{\delta l} + \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=2}^{N_p} W_{j1}^{\delta l} + \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=lq=2}^{N_j} W_{jq}^{\delta l},$$

$$W_{jq}^{\delta l} = \max(0; (t_{jq}^{0l} + \sum_{i=1}^N t_{li} \cdot p_{ij}) - t_{jq-1}^{0l+1}), \quad q = \overline{2, N_j}, j = \overline{1, N_p}, l = \overline{1, L-1};$$

$$W_{j1}^{\delta l} = \max(0; (t_{j1}^{0l} + \sum_{i=1}^N t_{li} \cdot p_{ij}) - t_{j-1, N_{j-1}}^{0l+1}), \quad j = \overline{2, N_p}, l = \overline{1, L-1};$$

$$W_{11}^{\bar{0}l} = t_{11}^{0l} + \sum_{i=1}^N t_{li} \cdot p_{i1}, \quad l = \overline{1, L-1}.$$

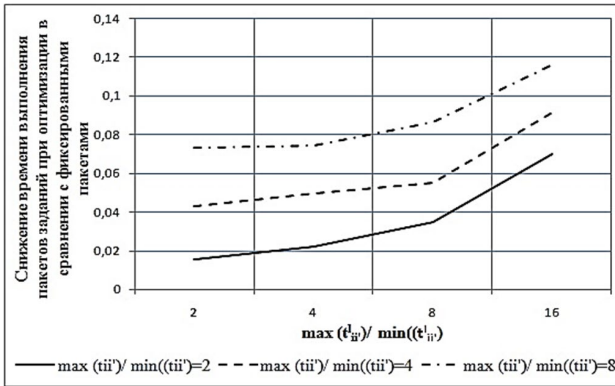
Ограничения для полученной модели иерархической игры аналогичны ограничениям (20)-(22) для модели игры первого вида. Ограничение на размеры буферов в обеих математических моделях иерархических игр отсутствует, так как условие блокирования предшествующего прибора в ожидании освобождения одной позиции для выполненного задания в буфере учтено в модели (1)-(16).

Определение решений по группированию заданий в пакеты и по последовательностям пакетов для осуществления операций с ними на приборах реализуется с использованием метода поиска лучших решений указанного вида, предложенного в [1], определение наилучших решений по последовательностям пакетов осуществления операций на приборах КС выполняется с использованием алгоритма, также предложенного в [1]. При реализации выбора решений указанного видам расчет временных характеристик процессов осуществления операций с пакетами на приборах КС проводится не с использованием модели, предложенной в [1], а с использованием модели (1)-(16), в которой учтено наличие промежуточных буферов ограниченного размера между приборами.

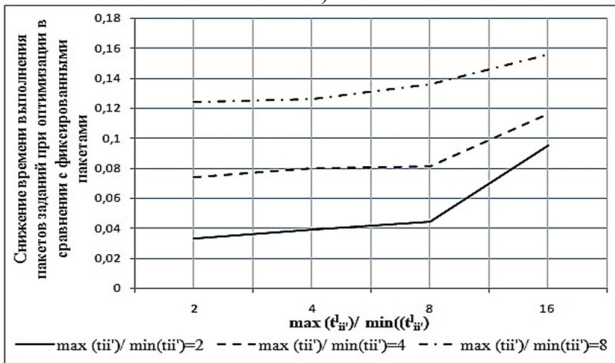
4. Исследование возможностей использования буферов для повышения эффективности процессов выполнения пакетов заданий в конвейерных системах. Проводимые исследования направлены на то, чтобы удостовериться в том, что: 1) применение моделей иерархических игр обеспечивает определение оптимальных решений по группированию заданий в пакеты и по последовательностям пакетов для реализации операций с ними на приборах КС при учете эффективного использования различных ресурсов приборов (в том числе с ограничениями на размеры буферов); 2) применение буферов позволяет снизить влияние неоднородностей временных параметров процессов реализации действий с заданиями на приборах КС на общее время процесса их выполнения в КС. Указанные исследования проведены путем решения задач оптимизации решений рассмотренных видов при варьировании значений их (задач) параметров. Параметры задач заданы таким образом, что $\max(t_{ii})/\min(t_{ii}) \in \{2,4,8\}$ (неоднородность времени, в течение которого осуществляются операции с заданиями разных типов) и $\max(t_{i'v}^l)/\min(t_{i'v}^l) \in \{2,4,8,16\}$ (неоднородность интервалов времени, в течение которых осуществляются переналадки приборов на выполнение заданий разных типов), $b \in \{1,2,4,8\}$. Оставшиеся параметры задач: $n=5$,

$n^i=12, L=5$. Результатом экспериментов с моделями являются установленные зависимости отношения $f_{y\partial n} = (f_1^{\text{фикс}} - f_1^{\text{взн}}) / f_1^{\text{фикс}}$ от параметров задач ($f_{y\partial n}$ – доля уменьшения длительности процесса выполнения заданий из пакетов (УДП) для найденных оптимальных решений по включению в них единичных заданий и по их (пакетов) последовательностям в сравнении с фиксированными пакетами, в которые включены все задания каждого типа, $f_1^{\text{фикс}}$ – значение критерия на первом уровне для пакетов, в которые включены все задания каждого типа; $f_1^{\text{взн}}$ – значение критерия на первом уровне для лучших решений по группированию заданий в пакеты).

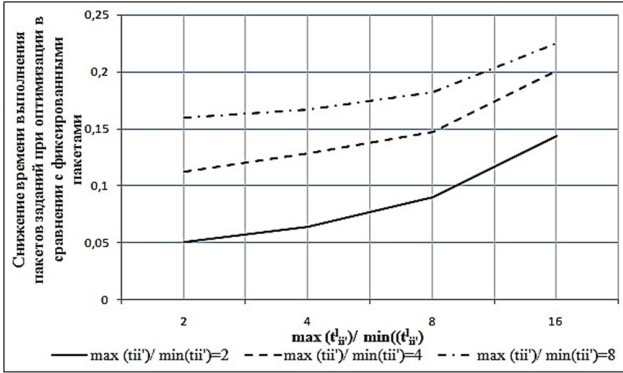
Результаты исследований моделей иерархических игр в виде зависимости $f_{y\partial n}$ от параметров задач, представлены на рисунках 2 и 3.



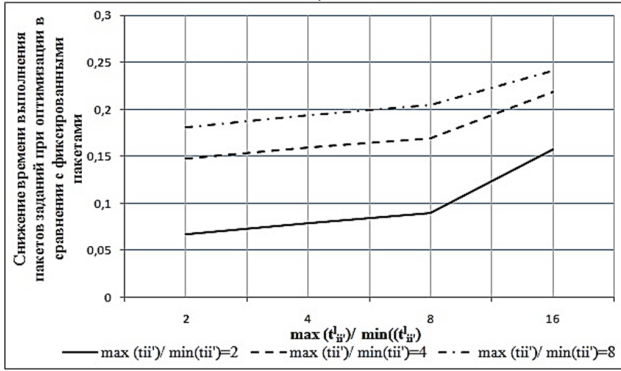
а)



б)

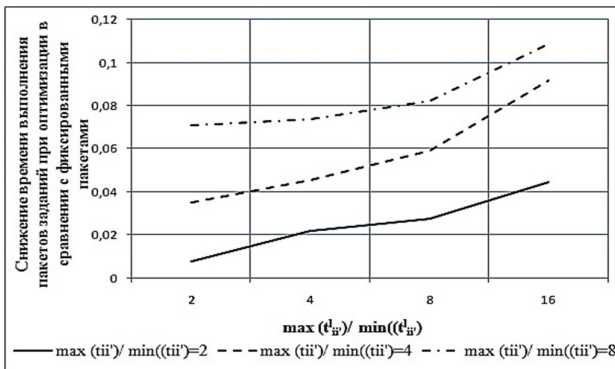


Б)

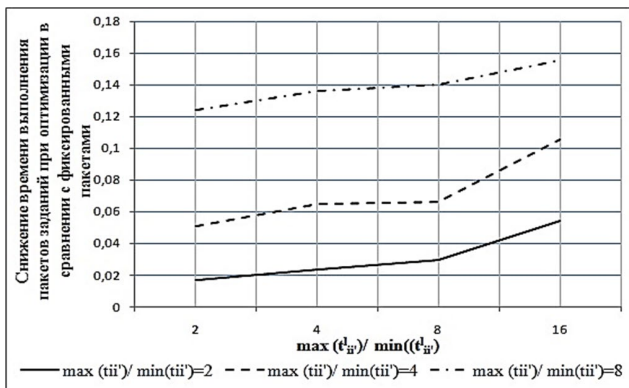


Г)

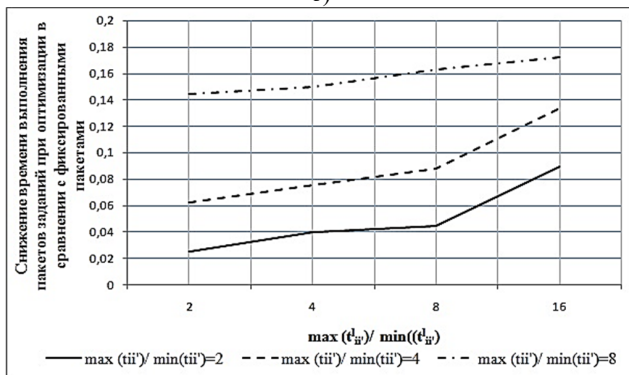
Рис. 2. Сокращение времени реализации процессов выполнения ПЗ в КС для модели иерархической игры первого вида: а) $b=1$; б) $b=2$; в) $b=4$; г) $b=8$



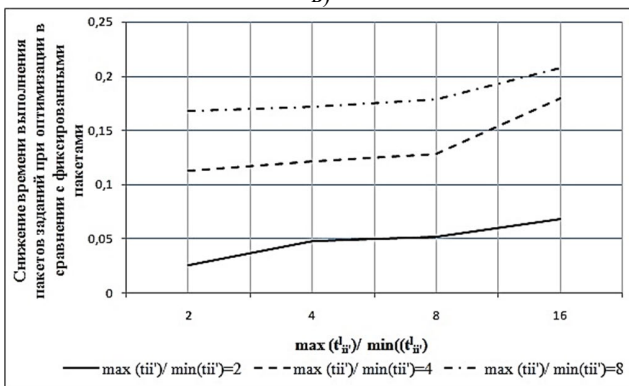
а)



б)



в)



г)

Рис. 3. Сокращение времени реализации процессов выполнения ПЗ в КС для модели иерархической игры второго вида: а) $b=1$; б) $b=2$; в) $b=4$; г) $b=8$

В соответствии с полученными зависимостями значений f_{yop} от параметров задач сделаны выводы, касающиеся особенностей операций с пакетами на приборах рассматриваемых систем:

1) увеличение размера промежуточных буферов (с $b=1$ до $b=8$) позволяет значительно увеличить эффективность рассматриваемых процессов; при $\max(t_{ii})/\min(t_{ii}) \in \{2,4\}$ увеличение количества позиций в буфере (в указанных пределах) обеспечивает рост эффективности процессов от 0,02 до 0,15; при $\max(t_{ii})/\min(t_{ii})=8$ увеличение количества позиций в буфере обеспечивает рост эффективности процессов выполнения заданий из пакетов от 0,08 до 0,23; таким образом, при больших значениях неоднородности времени выполнения заданий разных типов на приборах (заданной отношением $\max(t_{ii})/\min(t_{ii})$) использование промежуточных буферов позволяет в большей степени повысить эффективность рассматриваемых процессов;

2) использование буфера более значительно влияет на эффективность процесса выполнения заданий, входящих в пакеты, при значительной неоднородности интервалов времени, в течение которых проводятся на приборах операции с заданиями разных типов (заданной отношением $\max(t_{ii})/\min(t_{ii})$);

3) при увеличении размера буфера рост эффективности процессов выполнения пакетов заданий является не значительным при $\max(t'_{i'v})/\min(t'_{i'v}) \in \{2,4\}$; при $\max(t'_{i'v})/\min(t'_{i'v}) \in \{8,16\}$ увеличение размера буфера обеспечивает более значительный рост эффективности рассматриваемых процессов;

4) при отношениях $\max(t_{ii})/\min(t_{ii})$ и $\max(t'_{i'v})/\min(t'_{i'v})$, характеризующих малыми значениями, использование модели иерархической игры первого вида (группирование заданий по пакетам и определение последовательностей выполнения пакетов с учетом простоев приборов) обеспечивает более значительный рост эффективности рассматриваемых процессов по сравнению со второй моделью; при больших значениях отношений $\max(t_{ii})/\min(t_{ii})$ и $\max(t'_{i'v})/\min(t'_{i'v})$ полученные с использованием первой и второй моделей результаты являются сопоставимыми с точки зрения значений эффективности процессов выполнения ПЗ в КС.

Таким образом, включение в КС промежуточных буферов позволяет уменьшить влияние неоднородностей времени, в течение которого проводятся операции с заданиями разных типов на приборах КС, и неоднородностей времени, в течение которого реализуются

переналадки приборов, на общее время протекания рассматриваемых процессов. Увеличение размеров буферов позволяет снизить это влияние в большей степени.

5. Заключение. В статье предложена математическая модель многостадийных процессов выполнения пакетов заданий в конвейерных системах, в состав которых включены промежуточные буферы ограниченных размеров. Использование этой модели допустимо при произвольном количестве приборов в КС и произвольном количестве пакетов заданий в последовательностях их выполнения на этих приборах. Особенностью предложенной модели указанных процессов является учет перемещения заданий, включенных в пакеты, между приборами (либо между приборами и следующими за ними буферами) непосредственно в момент времени окончания реализации действий с ними (а не в момент времени окончания выполнения всех заданий, входящих в пакет). Также в полученной модели модифицированы выражения для определения моментов времени начала выполнения заданий из пакетов на l -х приборах КС. Для этого в указанные выражения включены моменты времени начала выполнения заданий из пакетов на $(l+1)$ -х приборах, следующих за рассматриваемыми. Это позволяет непосредственно в самой модели многостадийных процессов выполнения пакетов заданий в конвейерных системах учесть условие блокирования предшествующих приборов в случае отсутствия места в буфере для размещения заданий.

С целью оптимизации решений по составам пакетов заданий и расписаний их выполнения на приборах КС проведена разработка двух математических моделей иерархических игр оптимизации решений указанного вида (применение аппарата иерархических игр предусматривает установленный порядок ходов и обмен решениями между игроками на уровнях иерархии с целью оптимизации соответствующих решений). В обеих моделях иерархических игр критерий оптимизации состав пакетов на первом уровне соответствуют общей длительности процессов выполнения пакетов в указанных системах, а критерии идентификации лучших решений на втором уровне соответствуют эффективности использования ресурсов обрабатывающих приборов этих систем. В частности, получены выражения, позволяющие определять общее время ожидания буферами размещения в них заданий, с которыми завершились операции на предшествующих приборах, а также критерий оптимизации расписаний выполнения ПЗ в КС, учитывающий эффективность использования этого вида ресурса.

Результаты решения тестовых задач оптимизации решений рассматриваемого вида показали, что: 1) использование буферов позволяет значительно повысить эффективность процессов осуществления операций с пакетами заданий на приборах указанных систем; 2) увеличение размеров промежуточных буферов позволяет в большей степени повысить эффективность рассматриваемых процессов при больших значениях неоднородностей временных параметров выполнения заданий разных типов на приборах КС, содержащих промежуточные буферы ограниченных размеров.

Литература

1. Кротов К.В. Комплексный метод определения эффективных решений по составам партий данных и расписаниям их обработки в конвейерных системах // Вычислительные технологии. Изд-во Института вычислительных технологий СО РАН. 2018. Т. 23. № 3. С. 58–76.
2. Кротов К.В., Скاتков А.В. Построение комплексных расписаний выполнения пакетов заданий при формировании комплектов в заданные директивные сроки // Информатика и автоматизация. 2021. Т. 20(3). С. 654–689. DOI: 10.15622/ia.2021.3.6.
3. Кротов К.В., Скатков А.В. Оптимизация планирования выполнения пакетов заданий в многостадийных системах при ограничениях и формировании комплектов // Компьютерные исследования и моделирование. 2021. Т. 13. № 5. С. 917–946.
4. Кротов К.В. Математическое моделирование процессов выполнения пакетов заданий в конвейерных системах с промежуточными буферами ограниченных размеров // Информатика и автоматизация. 2023. Т. 22(6). С. 1415–1450.
5. Paradimitriou Ch.H., Kanellakis P.C. Flowshop scheduling with limited temporary storage // Journal of Association for Computing Machinery. 1980. vol. 27. no. 3. pp. 533–549.
6. Leisten R. Flowshop sequencing problems with limited buffer storage // International Journal of Production Research. 1990. vol. 28. no. 11. pp. 2085–2100.
7. Crowder B. Minimizing the makespan in a flexible flowshop with sequence dependent setup times, uniform machines and limited buffers // Graduate Theses, Dissertations and Problem Reports. Morgantown: West Virginia University, 2006. 145 p. DOI: 10.33915/etd.4220.
8. Han Zh., Zhang Q., Shi H., Qi Yu., Sun L. Research on limited buffer scheduling problems in flexible flow shops with setup times // International Journal of Modelling, Identification and Control. 2019. vol. 32. no. 2. pp. 93–104.
9. Eddaly M., Jarboui B., Siarry P., Rebai A. An Estimation of Distribution Algorithm for Flowshop Scheduling with Limited Buffers // Natural Intelligence for Scheduling, Planning and Packing Problems. Studies in Computational Intelligence. 2009. (SCI). vol. 250. pp. 89–110.
10. Frasc J.V., Krumke S.O., Westphal S. MIP Formulations for Flowshop Scheduling with Limited Buffers // Proceedings First International ICST Conference «Theory and Practice of Algorithms in (Computer) Systems» (TAPAS). 2011. vol. 6595. pp. 127–138.
11. Fu Q., Sivakumar A., Li K. Optimisation of flow-shop scheduling with batch processor and limited buffer // International Journal of Production Research. 2012. vol. 50. pp. 2267–2285.

12. Çakıcı M.K. Parallel flow shop scheduling with common workstations // A thesis submitted to the graduate school of natural and applied sciences of Middle East technical university. 2019. 138 p.
13. Кононова П.А., Кочетов Ю.А. Алгоритм локального поиска для построения расписаний работы одного станка с переналадкой оборудования и складом // Дискретный анализ и исследование операций. 2019. Т. 26. № 2. С. 60–78.
14. Lin Ch.-Ch., Liu W.-Y., Chen Y.-H. Considering Stockers in Reentrant Hybrid Flow Shop Scheduling with Limited Buffer Capacity // Computers & Industrial Engineering. 2020. vol. 139. DOI: 10.1016/j.cie.2019.106154.
15. Takano M.I., Nagano M.S. Solving the permutation flow shop problem with blocking and setup time constraints // International Journal of Industrial Engineering Computations. 2020. vol. 11. no. 3. pp. 469–480. DOI: 10.52677/ij.ijiec.2019.11.002.
16. Zhang Ch., Tan J., Peng K., Gao L., Shen W., Lian K. A discrete whale swarm algorithm for hybrid flow-shop scheduling problem with limited buffers // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2021. vol. 68. DOI: 10.1016/j.rcim.2020.102081.
17. Rooeinfar R., Raissi S., Ghezvati V.R. Stochastic flexible flow shop scheduling problem with limited buffers and fixed interval preventive maintenance: a hybrid approach of simulation and metaheuristic algorithms // Simulation. 2019. vol. 95(6). pp. 509–528. DOI: 10.1177/0037549718809542.
18. Ernst A., Fung J., Singh G., Zinder Ya. Flexible flow shop with dedicated buffers // Discrete Applied Mathematics. 2019. no. 261. pp. 148–163. DOI: 10.1016/j.dam.2018.07.002.
19. Berlinska J. Heuristics for scheduling data gathering with limited base station memory // Annals of Operations Research. 2020. no. 285(1). pp. 149–159. DOI: 10.1007/s10479-019-03185-3.
20. Berlinska J., Kononov A., Zinder Ya. Two-machine flow shop with dynamic storage space // Optimization Letters. 2021. vol. 15. pp. 2433–2454. DOI: 10.1007/s11590-020-01645-5.
21. Souiden S., Cerqueus A., Delorme X., Rasle J.-L. Retail order picking scheduling with missing operations and limited buffer // IFAC-Papers On Line, 21st IFAC World Congress. 2020. voo. 53(2). pp. 10767–10772. DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.2859.
22. Esfeh M.K., Shojaei A.A., Javanshir H., Damghani K.K. Solving a bi-objective flexible flow shop problem with transporter preventive maintenance planning and limited buffers by NSGA-II and MOPSO // The International Journal of Nonlinear Analysis and Applications (IJNAA). 2022. vol. 13. no. 1. pp. 217–246. DOI: 10.22075/ijnaa.2021.24335.2719.
23. Koh J., Bodin B. K-periodic scheduling for throughput-buffering trade-off exploration of CSDF // ACM Transactions on Embedded Computing Systems. 2022. vol. 22. no. 1. DOI: 10.1145/3559760.
24. Honorat A., Dardaillon M., Miomandre H., Nezan J.-F. Automated buffer sizing of dataflow applications in a high-level synthesis workflow // ACM Transactions on Reconfigurable Technology and Systems (TRETS). 2024. no. 17(1). pp. 1–26. DOI: 10.1145/3626103.
25. Van Schilt I.M., Van Kalker J., Lefter I., Kwakkel J., Verbraeck A. Buffer scheduling for improving on-time performance and connectivity with a multi-objective simulation-optimization model: A proof of concept for the airline industry // Journal of Air Transport Management. 2024. no. 115(7). DOI: 10.1016/j.jairtraman.2024.102547.
26. Agnetis A., Pacciarelli D., Rossi F. Batch scheduling in a two-machine flow shop with limited buffer // Discrete Applied Mathematics. 1997. no. 72. pp. 243–260.

27. Pranzo M. Batch scheduling in a two-machine flow shop with limited buffer and sequence independent setup times and removal times // *European Journal of Operational Research*. 2004. no. 153(3). pp. 581–592.
28. Dai J. Batch Scheduling of Two-machine Limited-buffer Flow Shop with Setup and Removal Times // A Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy in the School of Industrial and Systems Engineering. Georgia Institute of Technology. 2003. 108 p.
29. Belaid R., T'kindt V., Esswein C. Scheduling batches in flow shop with limited buffers in the shampoo industry // *European Journal of Operational Research*. 2012. vol. 223(2). pp. 560–572.
30. Ruhbakhsh R., Mehdizadeh E., Adibi M. A Mathematical Model for Lot-streaming Hybrid Flow Shop Scheduling Problem by Considering Learning Effect and Buffer Capacity // *Scientia Iranica*. 2022. DOI: 10.24200/SCI.2022.58131.5582.
31. Janeš G., Ištoković D., Jurković Z., Perinic M. Application of modified steady-state genetic algorithm for batch sizing and scheduling problem with limited buffers // *Applied Sciences*. 2022. no. 12(22). DOI: 10.3390/app122211512.

Кротов Кирилл Викторович — д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры, кафедра «информационные системы», ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет». Область научных интересов: теория расписаний, многоуровневая оптимизация, методы дискретной оптимизации. Число научных публикаций — 122. krotov_k1@mail.ru; улица Университетская, 33, 299053, Севастополь, Россия; р.т.: +7(978)730-3819.

К. КРОТОВ

TWO-LEVEL OPTIMIZATION OF TASK DISTRIBUTION INTO BATCHES AND SCHEDULING THEIR EXECUTION IN PIPELINE SYSTEMS WITH LIMITED BUFFERS

Krotov K. Two-Level Optimization of Task Distribution into Batches and Scheduling Their Execution in Pipeline Systems with Limited Buffers.

Abstract. Currently, existing mathematical models and algorithms provide optimization of schedules for the execution of single tasks or fixed task packages on devices of conveyor systems containing buffers of limited sizes. These models and algorithms do not allow searching for optimal solutions for grouping the same type of tasks into packages and by sequence of packages to implement operations with them on devices of conveyor systems. Increasing the efficiency of using the resources of conveyor systems is achieved by optimizing solutions for grouping the same type of tasks into packages and by sequences of packages for performing operations with them. The solution to this problem is carried out in the work by using an approach that implements two-level optimization, which allows you to form a hierarchy of subtasks for finding effective solutions. The involvement of the mentioned approach involves the development of mathematical models of hierarchical games that allow identifying effective solutions of the type under consideration. Two mathematical models of hierarchical games have been constructed, the use of which makes it possible to optimize package compositions at the upper level by the leading player and optimize package execution schedules in pipeline systems at the lower level by the slave player. The method of determining the optimal solutions for each of the players provides for the order of moves set in the game and the exchange of solutions between them during the game. The first mathematical model of the hierarchical game implements the definition of effective solutions when taking into account the downtime of processing devices in the process of implementing operations with packages. The second mathematical model of the game implements the definition of effective solutions, taking into account the total waiting time for buffers to place tasks in them, with which operations on previous devices were completed. To do this, expressions have been formed that allow you to determine buffer downtime while waiting for tasks from packages to be ready for placement based on the time characteristics of the processes of performing operations with them on the devices of the systems under consideration. The algorithm for determining optimal solutions according to the order of operations with packages at the lower level in each of the hierarchical games is based on a developed mathematical model of the processes of implementing actions with packages in these systems and the corresponding modeling algorithm. The implementation of the optimization approach under consideration allowed us to obtain results that showed that the use of buffers can significantly increase the efficiency of the processes of performing operations with packets on the devices of the systems under consideration; increasing the size of intermediate buffers allows us to increase the efficiency of these processes to a greater extent with significant heterogeneities in the values of time parameters characterizing them; using the first model of a hierarchical game allows us to achieve a greater increase in the efficiency of processes in comparison with the second model.

Keywords: pipeline systems, schedules, buffers of limited size, task packages, two-level optimization.

References

1. Krotov K.V. [A complex method for determining effective solutions for data batch compositions and processing schedules in conveyor systems]. Vychislitel'nye

- tehnologii, Izd-vo Instituta vychislitel'nyh tekhnologij SO RAN – Computational Technologies, Publishing House of the Institute of Computational Technologies SB RAS. 2018. vol. 23. no. 3. pp. 58–76. (In Russ.).
2. Krotov K.V., Skatkov A.V. [Construction of complex schedules for the execution of task packages when forming sets within the specified directive deadlines]. *Informatika i avtomatizacija – Informatics and Automation*. 2021. vol. 20(3). pp. 654–689. DOI: 10.15622/ia.2021.3.6. (In Russ.).
 3. Krotov K.V. [Optimization of task package execution planning in multistage systems under constraints and formation of sets]. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie – Computer research and modeling*. 2021. vol. 13. no. 5. pp. 917–946. (In Russ.).
 4. Krotov K.V. [Mathematical modeling of the processes of completing task packages in conveyor systems with intermediate buffers of limited size]. *Informatika i avtomatizacija – Informatics and Automation*. 2023. vol. 22. no. 6. pp. 1415–1450. (In Russ.).
 5. Papadimitriou Ch.H., Kanellakis P.C. Flowshop scheduling with limited temporary storage. *Journal of Association for Computing Machinery*. 1980. vol. 27. no. 3. pp. 533–549.
 6. Leisten R. Flowshop sequencing problems with limited buffer storage. *International Journal of Production Research*. 1990. vol. 28. no. 11. pp. 2085–2100.
 7. Crowder B. Minimizing the makespan in a flexible flowshop with sequence dependent setup times, uniform machines and limited buffers. Graduate Theses, Dissertations and Problem Reports. Morgantown: West Virginia University, 2006. 145 p. DOI: 10.33915/etd.4220.
 8. Han Zh., Zhang Q., Shi H., Qi Yu., Sun L. Research on limited buffer scheduling problems in flexible flow shops with setup times. *International Journal of Modelling, Identification and Control*. 2019. vol. 32. no. 2. pp. 93–104.
 9. Eddaly M., Jarboui B., Siarry P., Rebaï A. An Estimation of Distribution Algorithm for Flowshop Scheduling with Limited Buffers. *Natural Intelligence for Scheduling, Planning and Packing Problems. Studies in Computational Intelligence*. 2009. (SCI). vol. 250. pp. 89–110.
 10. Frasc J.V., Krumke S.O., Westphal S. MIP Formulations for Flowshop Scheduling with Limited Buffers. *Proceedings First International ICST Conference «Theory and Practice of Algorithms in (Computer) Systems» (TAPAS)*. 2011. vol. 6595. pp. 127–138.
 11. Fu Q., Sivakumar A., Li K. Optimisation of flow-shop scheduling with batch processor and limited buffer. *International Journal of Production Research*. 2012. vol. 50. pp. 2267–2285.
 12. Çakici M.K. Parallel flow shop scheduling with common workstations. A thesis submitted to the graduate school of natural and applied sciences of Middle East technical university. 2019. 138 p.
 13. Kononova P.A., Kochetov Yu.A. [Local search algorithm for building schedules for the operation of one machine with equipment changeover and warehouse]. *Diskretnyj analiz i issledovanie operacij – Discrete analysis and operations research*. 2019. vol. 26. no. 2. pp. 60–78. (In Russ.).
 14. Lin Ch.-Ch., Liu W.-Y., Chen Y.-H. Considering Stockers in Reentrant Hybrid Flow Shop Scheduling with Limited Buffer Capacity. *Computers & Industrial Engineering*. 2020. vol. 139. DOI: 10.1016/j.cie.2019.106154.
 15. Takano M.I., Nagano M.S. Solving the permutation flow shop problem with blocking and setup time constraints. *International Journal of Industrial Engineering Computations*. 2020. vol. 11. no. 3. pp. 469–480. DOI: 10.5267/j.ijiec.2019.11.002.

16. Zhang Ch., Tan J., Peng K., Gao L., Shen W., Lian K. A discrete whale swarm algorithm for hybrid flow-shop scheduling problem with limited buffers. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2021. vol. 68. DOI: 10.1016/j.rcim.2020.102081.
17. Rooeinfar R., Raissi S., Ghezvati V.R. Stochastic flexible flow shop scheduling problem with limited buffers and fixed interval preventive maintenance: a hybrid approach of simulation and metaheuristic algorithms. *Simulation*. 2019. vol. 95(6). pp. 509–528. DOI: 10.1177/0037549718809542.
18. Ernst A., Fung J., Singh G., Zinder Ya. Flexible flow shop with dedicated buffers. *Discrete Applied Mathematics*. 2019. no. 261. pp. 148–163. DOI: 10.1016/j.dam.2018.07.002.
19. Berlinska J. Heuristics for scheduling data gathering with limited base station memory. *Annals of Operations Research*. 2020. no. 285(1). pp. 149–159. DOI: 10.1007/s10479-019-03185-3.
20. Berlinska J., Kononov A., Zinder Ya. Two-machine flow shop with dynamic storage space. *Optimization Letters*. 2021. vol. 15. pp. 2433–2454. DOI: 10.1007/s11590-020-01645-5.
21. Souiden S., Cerqueus A., Delorme X., Rascle J.-L. Retail order picking scheduling with missing operations and limited buffer. *IFAC-Papers On Line, 21st IFAC World Congress*. 2020. vol. 53(2). pp. 10767–10772. DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.2859.
22. Esfeh M.K., Shojaei A.A., Javanshir H., Damghani K.K. Solving a bi-objective flexible flow shop problem with transporter preventive maintenance planning and limited buffers by NSGA-II and MOPSO. *The International Journal of Nonlinear Analysis and Applications (IJNAA)*. 2022. vol. 13. no. 1. pp. 217–246. DOI: 10.22075/ijnna.2021.24335.2719.
23. Koh J., Bodin B. K-periodic scheduling for throughput-buffering trade-off exploration of CSDF. *ACM Transactions on Embedded Computing Systems*. 2022. vol. 22. no. 1. DOI: 10.1145/3559760.
24. Honorat A., Dardaillon M., Miomandre H., Nezan J.-F. Automated buffer sizing of dataflow applications in a high-level synthesis workflow. *ACM Transactions on Reconfigurable Technology and Systems (TRETS)*. 2024. no. 17(1). pp. 1–26. DOI: 10.1145/3626103.
25. Van Schilt I.M., Van Kalker J., Lefter I., Kwakkel J., Verbraeck A. Buffer scheduling for improving on-time performance and connectivity with a multi-objective simulation–optimization model: A proof of concept for the airline industry. *Journal of Air Transport Management*. 2024. no. 115(7). DOI: 10.1016/j.jairtraman.2024.102547.
26. Agnetis A., Pacciarelli D., Rossi F. Batch scheduling in a two-machine flow shop with limited buffer. *Discrete Applied Mathematics*. 1997. no. 72. pp. 243–260.
27. Pranzo M. Batch scheduling in a two-machine flow shop with limited buffer and sequence independent setup times and removal times. *European Journal of Operational Research*. 2004. no. 153(3). pp. 581–592.
28. Dai J. Batch Scheduling of Two-machine Limited-buffer Flow Shop with Setup and Removal Times. A Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy in the School of Industrial and Systems Engineering. Georgia Institute of Technology. 2003. 108 p.
29. Belaid R., T'kindt V., Esswein C. Scheduling batches in flow shop with limited buffers in the shampoo industry. *European Journal of Operational Research*. 2012. vol. 223(2). pp. 560–572.
30. Rubbakhsh R., Mehdizadeh E., Adibi M. A Mathematical Model for Lot-streaming Hybrid Flow Shop Scheduling Problem by Considering Learning Effect and Buffer Capacity. *Scientia Iranica*. 2022. DOI: 10.24200/SCI.2022.58131.5582.

31. Janeš G., Ištoković D., Jurković Z., Perinić M. Application of modified steady-state genetic algorithm for batch sizing and scheduling problem with limited buffers. Applied Sciences. 2022. no. 12(22). DOI: 10.3390/app122211512.

Krotov Kirill — Ph.D., Dr.Sci., Associate Professor, Professor of the department, Department of "information systems", Sevastopol State University. Research interests: theory of schedules, multilevel optimization, methods of discrete optimization. The number of publications — 122. krotov_k1@mail.ru; 33, Universitetskaya St., 299053, Sevastopol, Russia; office phone: +7(978)730-3819.