

А.А. ВОЕВОДА, Ю.П. ФИЛОШОВ, В.Ю. ФИЛОШОВ
**РАЗРАБОТКА ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЯГОЙ
ВИНТОМОТОРНОЙ ГРУППЫ ДЛЯ БПЛА**

Воевода А.А., Филошов Ю.П., Филошов В.Ю. Разработка линейной системы управления тягой винтомоторной группы для БПЛА.

Аннотация. Управление ориентацией и позиционированием беспилотного летательного аппарата (БПЛА) вертикального взлета и посадки мультироторного типа в пространстве неразрывно связано с формированием вектора управления движением, состоящего из комбинации тяг и аэродинамических моментов создаваемых каждой винтомоторной группой. Точность и скорость формирования вектора управления движением в значительной степени влияет на ошибки позиционирования и ориентации БПЛА. В большинстве работ, посвященных синтезу систем управления БПЛА, используется вектор управления движением без учета динамики винтомоторных групп, что в некоторых случаях вынуждает снижать быстродействие системы управления. Повысить быстродействие можно за счет повышения быстродействия формирования тяги винтомоторных групп, для чего предложена линейная система управления тягой винтомоторной группы. Винтомоторная группа в своем составе имеет нелинейную внутреннюю связь по аэродинамическому моменту и выходной сигнал – тягу, нелинейно зависящую от квадрата скорости вращения винта. Обычно, винтомоторной группой управляют как электродвигателем – внутреннюю связь по аэродинамическому моменту рассматривают как внешнее возмущение, а тягой управляют посредством изменения скорости вращения винта, которая вычисляется на основании требуемого вектора управления движением. Предлагается рассматривать тягу и аэродинамический момент как составную часть винтомоторной группы, для которой построить линейную систему управления тягой. Для этого выполнена линеаризация обратной связи системы винтомоторной группы, связывающей подаваемое на двигатели напряжение с вектором управления движением, являющимся выходной величиной. Процесс линеаризации разбит на два этапа: на первом этапе выполнена линеаризация обратной связи по состоянию для электродвигателя с внутренней нелинейной связью по аэродинамическому моменту; на втором этапе выполнена линеаризация обратной связи по выходу, полученной на первом этапе системы с нелинейным выходным сигналом – тягой. В соответствии с принципами подчиненного регулирования для линеаризованной обратной связи винтомоторной группы сформировано управление двигателем. Выполнено моделирование. Важным вопросом при применении линеаризации обратной связи является сохранение качественных характеристик системы управления при несоответствии параметров объекта и модели, параметры которой используются для вычисления линеаризующей обратной связи. В работе проведено моделирование при несоответствии некоторых параметров до 50%.

Ключевые слова: линеаризация обратной связи, квадрокоптер, винтомоторная группа, подчиненное регулирование, двигатель переменного тока, синтез, система управления.

1. Введение. Существует несколько направлений построения беспилотных летательных аппаратов, одно из них – это создание беспилотных аппаратов с вертикальным взлетом и посадкой к которым относятся мультикоптеры (*multicopter, multirotor*) – летательные

аппараты с более чем двумя несущими винтами, к ним относятся бикоптеры, трикоптеры, квадрокоптеры и так далее. Построение системы управления такими летательными аппаратами является сложной задачей, что привлекает внимание многих исследователей, испытывающих свои подходы к её решению. Область применения таких летательных аппаратов растёт с каждым годом, предлагая все новые направления для исследований.

Мультикоптеры бывают с фиксированными и с поворотными роторами. Одной из проблем мультикоптеров с фиксированными роторами является недостаток управляющих воздействий. Такие объекты называются объектами с недостаточным количеством степеней свободы (*underactuated systems*). К ним можно отнести объекты типа перевернутого маятника на тележке [1]. Для решения этой проблемы в некоторых работах, на примере квадрокоптера, предлагается использовать поворотные роторы, выполняющие линейное перемещение центра масс квадрокоптера без его наклона [2, 3]. Помимо поворотных роторов бывают винты изменяемого шага (*variable pitch propellers*) [4], позволяющие не только повышать эффективность полета, но и изменять направление тяги для повышения маневренности.

Сравнение беспилотных летательных аппаратов осуществляется по качеству управления. Высокого качества управления можно достигнуть построением системы управления учитывающей неточности модели и устойчивую к внешним воздействиям. Для летательных аппаратов внешним воздействием является ветер. В работе [5] рассматривается система управления с компенсацией ветра, при условии, что изменение ветра происходит медленнее, чем переходные процессы в системе. В работе [6] возмущение ветром рассматривается как гармонический сигнал, амплитуда и частота которого вычисляется из уравнений собственной угловой скорости квадрокоптера, сводя задачу компенсации возмущений к задаче адаптивного управления. В работе [7] приводится широкий обзор применения наблюдателей возмущений, в том числе для управления беспилотными летательными аппаратами.

В работе [8] рассмотрена система управления при кватернионном представлении вращений квадрокоптера. Другим важным направлением является управление группой беспилотных летательных аппаратов, пример такой системы рассмотрен в работе [9].

Модель мультикоптера можно представить в виде трех зависящих друг от друга подсистем. Подсистема позиционирования

описывает линейное перемещение. Подсистема ориентации описывает повороты – крен, тангаж и рысканье. Подсистема *электромеханического преобразования* (ЭМП), состоящая из нескольких винтомоторных групп (ВМГ), выступает преобразователем подаваемого напряжения на двигатели в скорости вращения винтов, из которых далее создается тяга и аэродинамический момент, используемые для управления ориентацией и позиционированием. В большинстве работ динамику винтомоторной группы не учитывают [10 – 12], предполагая, что она значительно выше динамики подсистем ориентации и перемещения. Такое допущение не всегда верно, что вынуждает разрабатывать системы управления ориентацией и позиционированием менее быстродействующими для работоспособности используемых алгоритмов. Поэтому для построения систем управления позиционированием и ориентацией в первую очередь необходимо построить быстродействующую систему управления ЭМП.

В качестве двигателя винтомоторной группы наибольшее распространение получили синхронные двигатели с постоянными магнитами управляемые посредством контроллеров скорости (*electric speed controller, ESC*). В данной работе разрабатывается алгоритм работы контроллера скорости, основывающийся на векторном управлении с подчиненным регулированием [13, 14]. В работе [15] разрабатывается система управления для явнополюсного (*salient pole, interior mounted magnets*) синхронного двигателя с постоянными магнитами при управлении током по поперечной оси ($i_d=0$) с использованием принципа плоского регулирования (*flatness based control*).

В работе [16] в качестве объекта взята винтомоторная группа совместно с регулятором скорости. Для этого объекта предложена следующая передаточная функция со звеном запаздывания $G(s) = 9.412e^{-0.295s} / (s + 3.507)$, для которой строится регулятор дробного порядка (*fractional order controller*). В составе винтомоторной группы аэродинамический момент противоположен моменту электродвигателя и нелинейно зависит от скорости вращения винта, при этом тяга двигателя также нелинейно зависит от скорости вращения винта. В работе [17] используется модель неявнополюсного (*surface mounted magnets, non-salient pole*) синхронного двигателя с постоянными магнитами с векторным управлением двигателем током по поперечной оси, для чего ток по продольной оси делают равным нулю ($i_d=0$), что упрощает модель системы. Регулятор скорости формируется по принципу плоского регулирования с учетом

аэродинамического момента, без датчиков тока, но с известным углом поворота ротора ВМГ.

В отличие от других работ по управлению винтомоторными группами, в данной работе предлагается сформировать линейную систему управления тягой, а не скоростью, посредством применения линеаризации обратной связью [18 – 22]. Она заключается в формировании такого управляющего сигнала посредством нелинейных обратных связей, что замкнутая система получает линейный вид. Для полученной линейной системы применяются хорошо разработанные линейные методы синтеза.

2. Постановка задачи. Цель работы – построить линейную систему управления тягой винтомоторной группы, что позволит повысить быстродействие подсистемы ЭМП. Для этого предложено линеаризовать обратную связью по состоянию и по выходу [23] модель винтомоторной группы, построить управление и проверить, что система остается устойчивой при изменении параметров объекта.

Винтомоторная группа относится к классу нелинейных аффинных систем – нелинейных систем, линейных по управлению, которые можно представить следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \\ y = h(\mathbf{x}) \end{cases}, \quad (1)$$

где \mathbf{x} – n -мерный вектор состояния $\mathbf{x} \in R^n$, управляющее воздействие u и выходной сигнал y – скалярные величины $y, u \in R$, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ – гладкие векторные функции в некоторой области $\Omega \subset R^n$.

Линеаризация обратной связью по состоянию системы (1) выполняется на первом этапе, для этого запишем только первое уравнение:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u. \quad (2)$$

В некоторых случаях, для уравнения (2) существует диффеоморфизм*.

* Гладкая векторная функция $\mathbf{z} = T(\mathbf{x}) = (T_1(\mathbf{x}) \ T_2(\mathbf{x}) \ \dots \ T_n(\mathbf{x}))^T$, где $\mathbf{z}, \mathbf{x} \in R^n$, определенная в области Ω , называется диффеоморфизмом в области Ω , если существует однозначная векторная функция $\mathbf{x} = T^{-1}(\mathbf{z})$ и эта функция гладкая.

$$\mathbf{z} = T(\mathbf{x}) = (T_1(\mathbf{x}) \ T_2(\mathbf{x}) \ \dots \ T_n(\mathbf{x}))^T, \quad (3)$$

где индекс T обозначает транспонирование, $z_1 = T_1(\mathbf{x})$, $z_2 = T_2(\mathbf{x}) = L_f T_1(\mathbf{x})$, $z_3 = L_f T_2(\mathbf{x}) = L_f^2 T_1(\mathbf{x})$, $z_n = L_f^{n-1} T_1(\mathbf{x})$, который преобразует систему (2) к виду:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_n = L_f^n T_1 + L_g L_f^{n-1} T_1 u \end{cases},$$

где $L_f^n T_1$ и $L_g L_f^{n-1} T_1$ некоторые нелинейные гладкие скалярные функции, определяемые производными Ли, такие, что $(L_g L_f^{n-1} T_1)^{-1}$ существует в некоторой области. Тогда следующее преобразование обратной связью:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} T_1} (v - L_f^n T_1), \quad (4)$$

приводит систему (2) к линейному виду:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = z_n \\ \dot{z}_n = v \end{cases}, \quad (5)$$

v – входной сигнал системы (5).

В результате применения оператора ∇ к гладкой скалярной функции $\alpha(\mathbf{x})$ получена вектор-строка $\nabla\alpha$:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \ \frac{\partial}{\partial x_2} \ \dots \ \frac{\partial}{\partial x_{n-1}} \ \frac{\partial}{\partial x_n} \right), \quad \nabla\alpha = \left(\frac{\partial\alpha}{\partial x_1} \ \frac{\partial\alpha}{\partial x_2} \ \dots \ \frac{\partial\alpha}{\partial x_{n-1}} \ \frac{\partial\alpha}{\partial x_n} \right),$$

а к гладкой векторной функции $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = (\beta_1(\mathbf{x}) \dots \beta_m(\mathbf{x}))^T$ – матрица:

$$\nabla \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \beta_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \beta_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \beta_1}{\partial x_{n-1}} & \frac{\partial \beta_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \beta_m}{\partial x_1} & \frac{\partial \beta_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \beta_m}{\partial x_{n-1}} & \frac{\partial \beta_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}.$$

Производная Ли L_f скалярной функции $\alpha(\mathbf{x})$ по векторной функции $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ описывается выражением:

$$L_f \alpha = \nabla \alpha \mathbf{f}.$$

Скобка Ли ad_f векторной функции $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ по векторной функции $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ описывается выражением:

$$ad_f \mathbf{g} = \nabla \mathbf{g} \mathbf{f} - \nabla \mathbf{f} \mathbf{g} = L_f \mathbf{g} - L_g \mathbf{f}.$$

Для нахождения диффеоморфизма (3) и линеаризующего управления (4) воспользуемся алгоритмом, приведенным в [23]:

Шаг 1. Составить матрицу управляемости [19]:

$$\mathbf{Y} = \left(\mathbf{g} \quad ad_f \mathbf{g} \quad \dots \quad ad_f^{n-1} \mathbf{g} \right), \quad (6)$$

если матрица управляемости невырожденная – $\det \mathbf{Y} \neq 0$ и множество $\left(\mathbf{g} \quad ad_f \mathbf{g} \quad \dots \quad ad_f^{n-2} \mathbf{g} \right)$ инволютивно [23].

Шаг 2. Определить функцию $T_1(\mathbf{x})$ из следующих соотношений:

$$\nabla T_1 ad_f^i \mathbf{g} = 0, \quad \nabla T_1 ad_f^{n-1} \mathbf{g} \neq 0, \quad i = 0, 1, \dots, n-2.$$

Шаг 3. Определить преобразование состояния в соответствии с (3) и сформировать управляющее воздействие в соответствии с (4).

Результатом выполнения первого этапа линеаризации обратной связью является система (5). Эта система является линейной относительно \mathbf{z} , но нелинейной относительно выхода $y = h(\mathbf{x})$

объекта (1). На втором этапе добавим к системе (5), полученной в результате первого этапа линеаризации, выходной сигнал объекта (1) $h(\mathbf{x})$, который в новых переменных равен $\bar{h}(\mathbf{z}) = h(T^{-1}(\mathbf{z}))$ и получим:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{z})v, \\ y = \bar{h}(\mathbf{z}) \end{cases}, \quad (7)$$

где $\bar{h}(\mathbf{z})$ дифференцируема необходимое количество раз, $\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}) = (z_2 \ z_3 \ \dots \ z_n \ 0)^T$, $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{z}) = (0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1)^T$.

Линеаризация обратной связью по выходу для системы (7) выполняется на втором этапе, который заключается в дифференцировании выходного сигнала $y = \bar{h}(\mathbf{z})$ до получения прямой зависимости от входного сигнала v :

$$\dot{y} = \frac{d\bar{h}(\mathbf{z})}{dz} \dot{\mathbf{z}} = \frac{d\bar{h}(\mathbf{z})}{dz} \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}) + \frac{d\bar{h}(\mathbf{z})}{dz} \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{z})v = L_{\bar{\mathbf{f}}} \bar{\mathbf{h}} + L_{\bar{\mathbf{g}}} \bar{\mathbf{h}}v,$$

если $L_{\bar{\mathbf{g}}} \bar{\mathbf{h}} = 0$, то \dot{y} не зависит от v и необходимо продолжить дифференцирование:

$$\ddot{y} = \frac{d(L_{\bar{\mathbf{f}}} \bar{\mathbf{h}})}{dz} \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}) + \frac{d(L_{\bar{\mathbf{f}}} \bar{\mathbf{h}})}{dz} \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{z})v = L_{\bar{\mathbf{f}}}^2 \bar{\mathbf{h}} + L_{\bar{\mathbf{g}}} L_{\bar{\mathbf{f}}} \bar{\mathbf{h}}v,$$

если $L_{\bar{\mathbf{g}}} L_{\bar{\mathbf{f}}} \bar{\mathbf{h}} = 0$, то необходимо продолжить дифференцирование до тех пор, пока не появится явная зависимость y от v , таким образом получим:

$$y^{(r)} = L_{\bar{\mathbf{f}}}^r \bar{\mathbf{h}} + L_{\bar{\mathbf{g}}} L_{\bar{\mathbf{f}}}^{r-1} \bar{\mathbf{h}}v, \quad (8)$$

где r – относительная степень объекта и $r \leq n$, $L_{\bar{\mathbf{g}}} L_{\bar{\mathbf{f}}}^{r-1} \bar{\mathbf{h}} \neq 0$. При формировании входного сигнала v системы (7) следующим образом:

$$v = (L_{\bar{\mathbf{g}}} L_{\bar{\mathbf{f}}}^{n-1} \bar{\mathbf{h}})^{-1} (\bar{v} - L_{\bar{\mathbf{f}}}^n \bar{\mathbf{h}}), \quad (9)$$

будет получена система вида последовательного соединения нескольких интеграторов:

$$y^{(n)} = \bar{v}, \quad (10)$$

где \bar{v} – управляющий сигнал линеаризованной системы (10), а производные выходного сигнала, необходимые для обратной связи регуляторов, вычисляются следующим образом:

$$y^{(i)} = G_{i+1}(\mathbf{z}) = L_{\mathbf{f}}^i \bar{\mathbf{h}}, \quad i = 0, \dots, n-1.$$

В результате двухэтапной линеаризации получена система (10), для которой применимы различные линейные методы синтеза.

3. Описание модели. Модель мультикоптера состоит из трех подсистем. Подсистему ориентации и подсистему позиционирования объединим в одну подсистему – *подсистему движения*. Подсистема ЭМП, состоящая из нескольких ВМГ, формирует вектор скоростей вращения винтов, из которых создается управляющий сигнал для подсистемы движения, состоящий из комбинации аэродинамических моментов и тяг входящий в состав ВМГ. В данной работе рассмотрен квадрокоптер, ЭМП которого состоит из четырех одинаковых ВМГ, перекрестные связи между которыми не учитываются из-за достаточного удаления друг от друга. Так как ВМГ одинаковы и не имеют перекрестных связей между друг другом, то системы управления для них также одинаковы. В данном разделе рассмотрим, как формируется управляющий сигнал для подсистемы движения и составим модель отдельного ВМГ.

3.1. Составление векторного управляющего сигнала для подсистемы движения квадрокоптера. Винтомоторная группа представляет собой соединение электродвигателя и винта. При работе электродвигателей винтомоторной группы создаётся два аэродинамических эффекта – сила тяги и аэродинамический момент, обеспечивающих перемещение квадрокоптера. Полет квадрокоптера осуществляется на высотах с одинаковой плотностью воздушной среды, поэтому силу тяги F_i и аэродинамический момент M_{ai} можно представить следующим образом [24, 25]:

$$F_i = k_{F_i} \omega_i^2, \quad M_{ai} = k_{M_{ai}} \omega_i^2, \quad (11)$$

где k_{F_i} и $k_{M_{ai}}$ константы i -го винта, ω_i – скорость i -ой ВМГ, i – порядковый номер ВМГ. Действие сил тяги и моментов ВМГ квадрокоптера, показаны на рисунке 1.

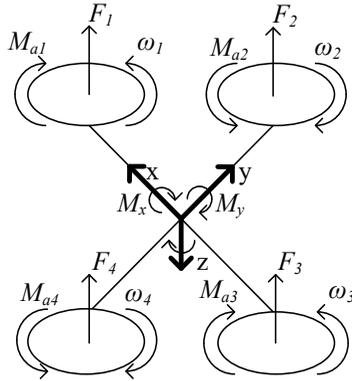


Рис. 1. Схема расположения ВМГ квадрокоптера

Для поворота квадрокоптера вокруг осей x , y , z , как показано на рисунке 1, необходимо создать соответствующие моменты M_x , M_y , M_z , которые получаются из комбинации тяг и аэродинамических моментов следующим образом:

$$M_x = b(F_4 - F_2), \quad M_y = b(F_1 - F_3), \quad M_z = M_{a1} + M_{a3} - M_{a2} - M_{a4},$$

где b – плечо, в рамках данной работы плечо одинаково для всех двигателей. Суммарная тяга двигателей $F_\Sigma = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$ обеспечивает изменение высоты квадрокоптера и его движение вдоль осей x , y , z . При равенстве для каждого двигателя констант силы тяги $k_{F_i} = k_F$ и аэродинамического момента $k_{M_i} = k_M$, моменты M_x , M_y , M_z и тягу двигателей F_Σ , можно выразить через скорости вращения двигателей следующим образом:

$$\mathbf{u}_d = P\mathbf{y} = \begin{pmatrix} k_F & k_F & k_F & k_F \\ 0 & -k_F & 0 & k_F \\ k_F & 0 & -k_F & 0 \\ k_M & -k_M & k_M & -k_M \end{pmatrix} \mathbf{y}, \quad (12)$$

где $\mathbf{y} = (\omega_1^2 \ \omega_2^2 \ \omega_3^2 \ \omega_4^2)^T$ – вектор выходных величин подсистемы ЭМП, $\mathbf{u}_d = (F_\Sigma \ M_x \ M_y \ M_z)^T$ – вектор управления подсистемой движения. Электродвигатели ВМГ вращаются за счёт формирования вектора напряжений \mathbf{u}_{Si} , подводимого к их обмоткам. Квадрокоптер можно разделить на две, связанные уравнением (12) подсистемы – подсистема ЭМП и движения. Выходной величиной подсистемы движения является вектор \mathbf{q} , состоящий из координат квадрокоптера и его углов ориентации. Структурные связи подсистем квадрокоптера представлены на рисунке 2.

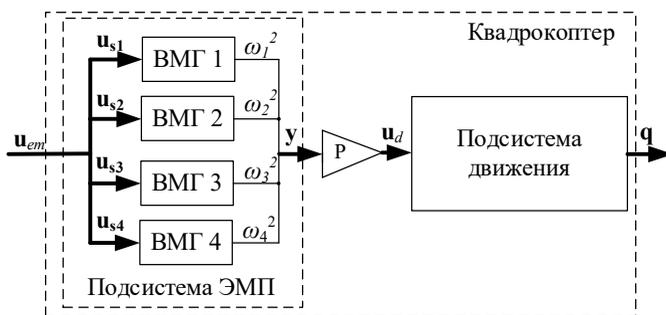


Рис. 2. Структурная схема квадрокоптера

Управляющим сигналом для подсистемы ЭМП является вектор управляющих напряжений \mathbf{u}_{em} , а управляющим сигналом для подсистемы движения – вектор управления движением \mathbf{u}_d . Как видно из рисунка 2, вектор управления движением \mathbf{u}_d формируется за счет изменения вектора напряжений питания \mathbf{u}_{em} , посредством подсистемы ЭМП, то есть управляющий сигнал подсистемы движения \mathbf{u}_d не может быть сформирован самостоятельно, а только за счет подачи соответствующего управляющего напряжения \mathbf{u}_{em} на подсистему ЭМП.

3.2. Описание винтомоторной группы. Исходя из того, что все винтомоторные группы одинаковы, для лаконичной записи уберем индексы i из описания ВМГ. В состав винтомоторной группы входит синхронный двигатель с постоянными магнитами (*permanent magnet synchronous machine*), математическое описание которого представлено уравнениями [26, 27]:

$$\begin{cases} u_{Sd} = L_{Sd} \frac{di_{Sd}}{dt} + r_S i_{Sd} - \omega n_p L_{Sq} i_{Sq}, \\ u_{Sq} = L_{Sq} \frac{di_{Sq}}{dt} + r_S i_{Sq} + \omega n_p L_{Sd} i_{Sd} + \omega n_p \psi_m, \\ M = 1.5 n_p (i_{Sq} (i_{Sd} L_{Sd} + \psi_m) - i_{Sd} i_{Sq} L_{Sq}), \\ M - M_c = J_r \frac{d\omega}{dt}, \end{cases} \quad (13)$$

где u_{Sd} , u_{Sq} – статорные напряжения (stator's voltage), $\mathbf{u}_S = (u_{Sd} \ u_{Sq})^T$; i_{Sd} , i_{Sq} – статорные токи (stator's current); L_{Sd} , L_{Sq} – индуктивности статора (stator's inductance), r_S – статорное сопротивление (stator's resistance), J_r – момент инерции ротора, ω – скорость вращения двигателя, n_p – число пар полюсов; ψ_m – потокосцепление с постоянными магнитами, M – момент, M_c – момент сопротивления, индекс d – проекция на продольную ось, индекс q – проекция на поперечную ось.

Напряжение \mathbf{u}_S формируется таким образом, чтобы выполнялась развязка перекрестных связей и ток статора по продольной оси был равен нулю $i_{Sd} = 0$, обеспечивая ориентацию тока по поперечной оси $i_S = i_{Sq}$.

Рассматривается синхронный двигатель с неявнополюсным ротором $L = L_{Sd} = L_{Sq}$, момент двигателя зависит только от тока по поперечной оси $M = 1.5 n_p \psi_m i_S$, или по аналогии с двигателем постоянного тока, запишем $M = \phi i_S$.

При $i_{Sd} = 0$ и $L = L_{Sd} = L_{Sq}$ уравнение (13) можно записать по аналогии с двигателем постоянного тока следующим образом:

$$\frac{i_S}{u} = \frac{r_S^{-1}}{T_s p + 1}, \quad u = u_{Sq} - u_b, \quad u_b = \psi_m n_p \omega, \quad M - M_c = J_r \frac{d\omega}{dt}, \quad (14)$$

где $T_s = L / r_S$ – постоянная времени характеризующая темп изменения тока статора, u_b – обратное ЭДС двигателя.

В соответствии с уравнением (12), выходной величиной подсистемы ЭМП является вектор скорости, состоящий из скоростей вращения каждого двигателя. Допустим, что двигатели в подсистеме ЭМП расположены на достаточном удалении друг от друга и не влияют друг на друга, поэтому их можно рассматривать по отдельности. Аэродинамический момент M_a (11) создается в результате вращения винта и направлен в противоположную сторону от момента двигателя, являясь для него нагрузкой $M_c = M_a$, как показано на рисунке 1. Подставив в систему уравнений (14) выражение $M_c = k_M \omega^2$, получено математическое описание ВМГ в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u_{Sq} \\ y = h(\mathbf{x}) \end{cases}, \quad (15)$$

$$\text{где } \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_s \\ \omega \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_S}x_1 - \frac{n_p \Psi_m r_s^{-1}}{T_S}x_2 \\ \frac{\varphi}{J_r}x_1 - \frac{k_M}{J_r}x_2^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{r_s^{-1}}{T_S} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$h(\mathbf{x}) = x_2^2.$$

Вектор состояния \mathbf{x} полностью доступен. Представим уравнение (15) в виде структурной схемы на рисунке 3.

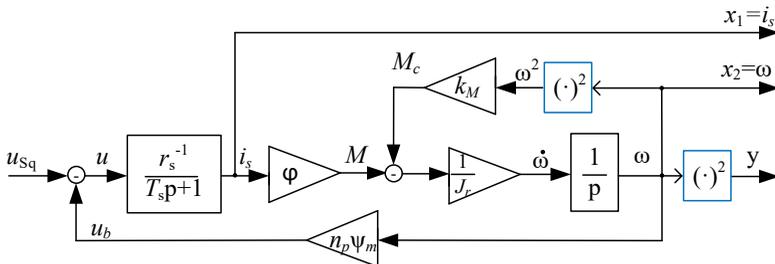


Рис. 3. Структурная схема ВМГ

Как видно из рисунка 3, аэродинамическое сопротивление винта вносит к уравнениям электродвигателя нелинейную внутреннюю

обратную связь по скорости и выход ВМГ y зависит от скорости также нелинейно.

4. Линеаризация обратной связью модели ВМГ.

Первый этап – линеаризация обратной связью по состоянию. Воспользуемся алгоритмом в разделе 2.

Шаг 1. Порядок системы (15) второй $n = 2$, тогда матрица управляемости (6), следующая:

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{g} \quad ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g}),$$

$$ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g} = \nabla\mathbf{g}\mathbf{f} - \nabla\mathbf{f}\mathbf{g} = \begin{pmatrix} \frac{r_S^{-1}}{T_S^2} \\ -\frac{\varphi r_S^{-1}}{T_S J_r} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \frac{r_S^{-1}}{T_S} & \frac{r_S^{-1}}{T_S^2} \\ 0 & -\frac{\varphi r_S^{-1}}{T_S J_r} \end{pmatrix}, \quad \text{rank}(\mathbf{Y}) = 2.$$

Матрица управляемости невырожденная, а множество, составленное из одного вектора \mathbf{g} – инволютивно.

Шаг 2. Определим функцию $z_1 = T_1(\mathbf{x})$. Так как $n = 2$, то:

$$\nabla T_1 ad_{\mathbf{f}}^i \mathbf{g} = \nabla T_1 \mathbf{g} = \begin{pmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} & \frac{\partial T_1}{\partial x_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{r_S^{-1}}{T_S} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{r_S^{-1}}{T_S} \frac{\partial z_1}{\partial x_1} = 0,$$

$$\nabla T_1 ad_{\mathbf{f}} \mathbf{g} = \begin{pmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} & \frac{\partial T_1}{\partial x_2} \end{pmatrix} ad_{\mathbf{f}} \mathbf{g} = \frac{r_S^{-1}}{T_S^2} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} - \frac{\varphi r_S^{-1}}{T_S J_r} \frac{\partial T_1}{\partial x_2} \neq 0,$$

откуда следует, что $T_1(\mathbf{x})$ зависит только от x_2 , примем $T_1(\mathbf{x}) = x_2$.

Шаг 3. Определим преобразование состояния (3) и управляющее воздействие (4). На шаге 2 найдена функция $T_1(\mathbf{x}) = x_2$, тогда найдем $T_2(\mathbf{x})$:

$$T_2(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{f}} T_1 = \nabla T_1 \mathbf{f} = (0 \quad 1) \mathbf{f} = \frac{1}{J_r} (\varphi x_1 - k_M x_2^2).$$

Преобразование состояния (3) запишется следующим образом:

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = T(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{1}{J_r}(\varphi x_1 - k_M x_2^2) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Для определения линеаризующей обратной связи (4) найдем $L_{\mathbf{g}}z_2$ и $L_{\mathbf{f}}z_2$:

$$L_{\mathbf{g}}z_2 = \nabla z_2 \mathbf{g} = \frac{1}{J_r}(\varphi, -2k_M x_2) \begin{pmatrix} r_S^{-1} \\ T_S \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\varphi r_S^{-1}}{J_r T_S},$$

$$L_{\mathbf{f}}z_2 = \nabla z_2 \mathbf{f} = \frac{1}{J_r}(\varphi, -2k_M x_2) \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_S}x_1 - \frac{n_p \Psi_m r_S^{-1}}{T_S}x_2 \\ \frac{\varphi}{J_r}x_1 - \frac{k_M}{J_r}x_2^2 \end{pmatrix},$$

$$L_{\mathbf{f}}z_2 = \frac{2k_M^2 x_2^3 - 2k_M \varphi x_1 x_2}{J_r^2} - \frac{\varphi x_1 + \varphi n_p \Psi_m r_S^{-1} x_2}{T_S J_r}.$$

Управляющий сигнал по обратной связи (4), приводящий систему (15) к виду (5) следующий:

$$u_{Sq} = \frac{T_S J_r}{\varphi r_S^{-1}} \left(\frac{2k_M \varphi x_1 x_2 - 2k_M^2 x_2^3}{J_r^2} + \frac{\varphi x_1 + \varphi n_p \Psi_m r_S^{-1} x_2}{T_S J_r} + v \right). \quad (17)$$

Таким образом выполнен первый этап линеаризации – изменение скорости вращения ВМГ по линейному закону.

Второй этап – линеаризация обратной связью по выходу. На первом этапе была получена линеаризованная система ВМГ вида (5). На втором этапе, примем в качестве выхода системы (5) квадрат скорости $y = \omega^2$, запишем полученную систему, которая имеет вид (7):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{z})v \\ y = \bar{h}(\mathbf{z}) = z_1^2 = \omega^2 \end{cases}, \quad (18)$$

где $\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{z}) = (z_2 \ 0)^T$, $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{z}) = (0 \ 1)^T$. Найдем зависимость выхода y от входа v в системе (18). Продифференцируем выход необходимое количество раз:

$$\dot{y} = L_{\bar{\mathbf{f}}}\bar{\mathbf{h}} + L_{\bar{\mathbf{g}}}\bar{\mathbf{h}}v = (2z_1 \ 0) \begin{pmatrix} z_2 \\ 0 \end{pmatrix} + (2z_1 \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} v = 2z_1 z_2.$$

Как видно $L_{\bar{\mathbf{g}}}\bar{\mathbf{h}} = 0$, продолжаем дифференцировать:

$$\ddot{y} = L_{\bar{\mathbf{f}}}^2\bar{\mathbf{h}} + L_{\bar{\mathbf{g}}}L_{\bar{\mathbf{f}}}\bar{\mathbf{h}}v = (2z_2 \ 2z_1) \begin{pmatrix} z_2 \\ 0 \end{pmatrix} + (2z_2 \ 2z_1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} v = 2(z_2^2 + z_1v),$$

получено выражение вида (8), где $n = r$, $L_{\bar{\mathbf{f}}}^2\bar{\mathbf{h}} = 2z_2^2$, $L_{\bar{\mathbf{g}}}L_{\bar{\mathbf{f}}}\bar{\mathbf{h}} = 2z_1$. По формуле (9) найдем линеаризующее обратной связью по выходу воздействие:

$$v = \frac{1}{2z_1}(\bar{v} - 2z_2^2),$$

преобразующее систему (18) к виду (10):

$$\begin{cases} y = \bar{h}(\mathbf{z}) = z_1^2 \\ \dot{y} = L_{\bar{\mathbf{f}}}\bar{h} = 2z_1 z_2, \\ \ddot{y} = \bar{v} \end{cases} \quad (19)$$

где y и \dot{y} используются для построения регуляторов. Как видно управляющий сигнал имеет разрыв в точке $z_1 = \omega = 0$, который проявляется только при остановленном двигателе.

На рисунке 4 представлена структурная схема линеаризованной системы, где новыми состояниями являются величины y , \dot{y} , которые выражаются из исходного вектора состояния \mathbf{x} в соответствии с (16).

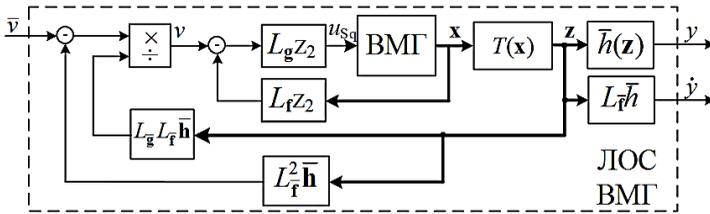


Рис. 4. Структурная схема линейризованной обратной связью винтомоторной группы

На рисунке 4 представлена линейризованная обратной связью винтомоторная группа (ЛОС ВМГ), которая эквивалентна последовательному соединению двух интеграторов, как показано в уравнении (10). Сам выходной сигнал y и его производная \dot{y} вычисляется из системы уравнений (19), где значения вектора z вычисляются из вектора состояния по (16). Управление такой линейризованной системой можно строить разными способами, например добавить П-регуляторы по состоянию в обратную связь, чем обеспечить заданные полюса в замкнутой системе. Также можно добавить полиномиальный матричный регулятор [28] в прямую или обратную связь, что позволит повысить порядок регулятора, тем самым добавит дополнительные качественные свойства замкнутой системы – увеличится порядок астатизма или улучшится точность за счет лучшей компенсации возмущений [29].

Предполагая, что все четыре двигателя одинаковы, получим линейную многоканальную систему преобразования напряжения в тягу двигателей:

$$\begin{pmatrix} F_{\Sigma} \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2} \begin{pmatrix} k_F & k_F & k_F & k_F \\ 0 & -k_F & 0 & k_F \\ k_F & 0 & -k_F & 0 \\ k_M & -k_M & k_M & -k_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \\ \bar{v}_3 \\ \bar{v}_4 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Уравнение (20) представляет собой матричную передаточную функцию, связывающую входной сигнал \bar{v} , полученной в результате линейризации обратной связью системы (19) и вектор управления движением \mathbf{u}_d .

5. Синтез системы управления. Структуры управления, сформированные по принципу подчиненного регулирования, имеют в своем составе несколько последовательно соединенных контуров.

Особенностью систем подчиненного регулирования (СПР) является последовательное расположение регуляторов, образующих замкнутые контуры по своей выходной переменной. Внутренний контур $F_{i-1}(p)$ подчинен внешнему контуру $F_i(p)$. Каждый последующий регулятор вырабатывает задание для предыдущего, как показано на рисунке 5. Рассмотрим трехконтурную СПР [30]:

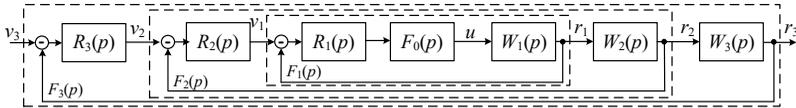


Рис. 5. Структурная схема трехконтурной СПР

На рисунке 5, передаточные функции объекта обозначены как $W_i(p)$, а передаточные функции регулятора как $R_i(p)$, где i – номер звена объекта и регулятора (контура). Корректирующее устройство необходимо для компенсации инерционности объекта и является обратной передаточной функцией звена $R_{Ki}(p) = W_i^{-1}(p)$. Астатизм достигается введением интегратора последовательно со звеном объекта $R_{Ui}(p) = (T_i p)^{-1}$, тогда регулятор звена равен:

$$R_i(p) = R_{Ki}(p)R_{Ui}(p) = W_i^{-1}(p)(T_i p)^{-1}, \quad (21)$$

где T_i удобно выражать в долях от некомпенсируемой постоянной времени T_μ , используя коэффициент a^i , тогда $T_i = a^i T_\mu$. В данной работе примем $a = 2$. Фильтр описывается передаточной функцией $F_0(p) = (T_\mu p + 1)^{-1}$, быстродействие которого характеризуется некомпенсируемой постоянной времени T_μ .

Система подчиненного регулирования для линеаризованной модели ВМГ. Регуляторы для линеаризованной обратной связью системы (19) строятся аналогичным образом. Представим систему (19) в виде многоконтурной системы, как показано на рисунке 5, тогда:

$$r_1 = W_1(p)u, \quad r_2 = W_2(p)r_1, \quad r_3 = W_3(p)r_2, \quad (22)$$

где $W_1(p) = p^{-1}$, $W_2(p) = p^{-1}$, $W_3(p) = 1$, $r_1 = \dot{y}$, $r_2 = r_3 = y$, $u = \bar{v}$. Выходы y , \dot{y} вычисляются из вектора состояния ВМГ x в соответствии с (16) и (19), сигнал \bar{v} является входным воздействием в системе (22). Построенные по принципу подчиненного регулирования (21) регуляторы имеют следующий вид:

$$R_1(p) = \frac{1}{2T_\mu}, \quad R_2(p) = \frac{1}{4T_\mu}, \quad R_3(p) = \frac{1}{8T_\mu p}. \quad (23)$$

На рисунке 6 представлена структурная схема системы подчиненного регулирования для линеаризованной обратной связью винтомоторной группы (ЛОС ВМГ).

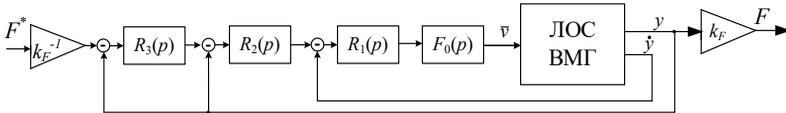


Рис. 6. Структурная схема СПР линеаризованной обратной связью ВМГ

Система управления на рисунке 6 линейна относительно квадрата скорости $y = \omega^2$ и как следствие – линейна относительно тяги. Блок ЛОС ВМГ представлен на рисунке 4, в котором блок ВМГ описывается системой (15). Система управления на рисунке 6 имеет следующую передаточную функцию:

$$F(p) = \frac{1}{64T_\mu^4 p^4 + 64T_\mu^3 p^3 + 32T_\mu^2 p^2 + 8T_\mu p + 1},$$

которая устойчива и соответствует СПР при $a = 2$.

6. Численное моделирование системы. Параметры моделируемого ВМГ представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры ВМГ

Наименование	r_s [МОм]	T_S [с]	n_p	ψ_m [Вб]
Значение	288	0.001	8	0.0104
Наименование	J_r [кг·м ²]	ω_{\max} [об/мин]	k_M	k_F
Значение	0.005	4000	$8 \cdot 10^{-6}$	$25 \cdot 10^{-6}$

Из таблицы 1 можно найти, что $\varphi = 1.5n_p \psi_m = 0.1246$. Зададим ненулевые начальные условия по скорости, чтобы избежать разрыва функции управления во время линеаризации $x_2(0) = \omega(0) = 0.001$. В данной работе не рассмотрено ограничение по напряжению источника питания [31], предельные значения по тяге определяются максимальной скоростью вращения ω_{\max} , кратковременное превышение которой допустимо.

Подставим значения параметров объекта из таблицы 1 в выражение управляющего сигнала (17), выполняющего первый этап линеаризации обратной связи:

$$u_{Sq} = 1.15 \cdot 10^{-5} v + (-5.91 \cdot 10^{-11} x_2^3 + 9.216 \cdot 10^{-7} x_1 x_2 + 0.288 x_1 + 0.0831 x_2).$$

Второй этап линеаризации заключается в формировании следующего сигнала: $v = 0.5 z_1^{-1} (\bar{v} - 2 z_2^2)$, который подставляется в выражение для u_{Sq} из первого этапа. Подставим значения вектора z , тогда:

$$v = 0.5 x_2^{-1} \bar{v} - 621.2 x_1^2 x_2^{-1} - 0.0399 x_1 x_2 + 1.28 \cdot 10^{-6} x_2^3.$$

Приведенные выше выражения u_{Sq} и v приводят исходную модель на рисунке 3 к виду (19):

$$\begin{cases} y = x_2^2, \\ \dot{y} = 49.85 x_2 x_1 - 0.0032 x_2^3, \\ \dot{y} = \bar{v}. \end{cases} \quad (24)$$

Система уравнений (24) описывает подсистему ЛОС ВМГ на рисунках 4 и 6. Система (24) с регуляторами (23) и соответствующими коэффициентами тяги образует следующую передаточную функцию по тяге:

$$F = \frac{1}{64T_\mu^4 p^4 + 64T_\mu^3 p^3 + 32T_\mu^2 p^2 + 8T_\mu p + 1} F^*. \quad (25)$$

Выполним моделирование системы (24) с регулятором (23) при $T_\mu = 0.02$, которое представлено на рисунке 7.

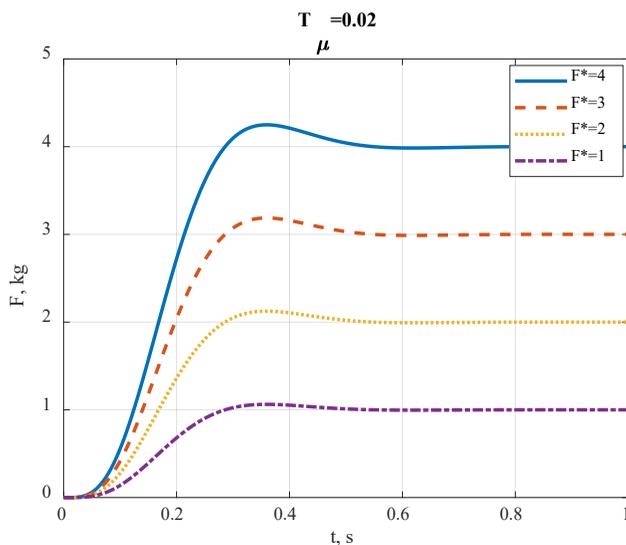


Рис. 7. Графики переходных процессов при различных значениях требуемой тяги F^*

По рисунку 7 видно, что разработанная система управления линейна и соответствует системе подчиненного регулирования (25). Линейное поведение системы управления относительно тяги позволяет реализовывать более сложные алгоритмы управления движением квадрокоптера. Приведенные в таблице 1 параметры ВМГ, в изделии никогда не соответствуют реальным значениям, что приводит к неточной линеаризации модели объекта и отклонении переходных процессов от приведенных на рисунке 7. На рисунке 8 приведены графики переходных процессов при несоответствии некоторых параметров объекта и модели.

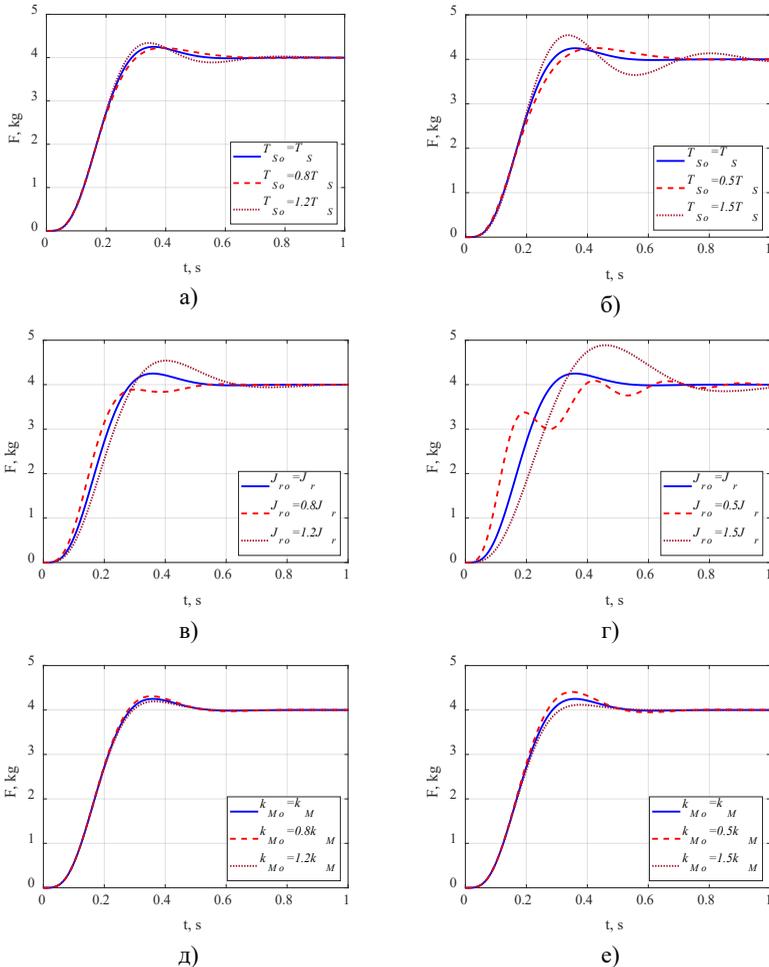


Рис. 8. Переходные процессы при несоответствии параметров объекта и модели: а) электромагнитная постоянная времени отличается на 20%; б) электромагнитная постоянная времени отличается на 50%; в) момент инерции отличается на 20%; г) момент инерции отличается на 50%; д) коэффициент аэродинамического момента отличается на 20%; е) коэффициент аэродинамического момента отличается на 50%

Как видно из рисунка 8, где T_{So} , J_{ro} , k_{Mo} – параметры объекта, а T_S , J_r , k_M – параметры модели, система управления ЛОС ВМГ не теряет устойчивости при несоответствии выбранных параметров на

20% и на 50%. При этом заметно, что отличие k_{Mo} объекта от k_M модели влияет на переходной процесс меньше, чем отличие T_{So} и J_{ro} от T_S и J_r .

Сравним *быстродействие* разработанной системы управления тягой ВМГ с системой подчиненного регулирования скорости ВМГ, где аэродинамический момент является возмущением, а уставка по скорости вычисляется из уставки по тяге. На рисунке 9 приведена эквивалентная схема двукратной системы автоматического регулирования (САР) скорости, взятой из [14] с учетом (11). Она получена для уравнения двигателя (14) при применении принципа подчиненного регулирования (21).

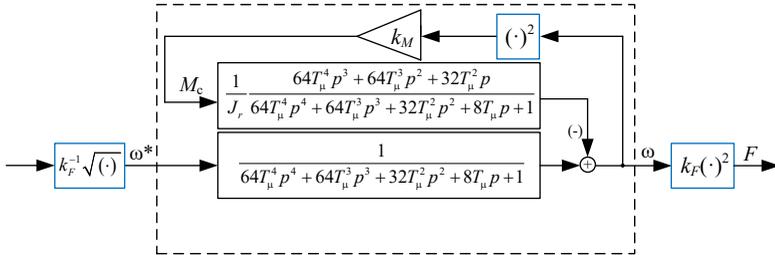


Рис. 9. Эквивалентная структурная схема двукратной системы автоматического регулирования скорости ВМГ

Динамика разработанной линейной системы управления тягой ВМГ описывается передаточной функцией (25), которая совпадает с передаточной функцией на рисунке 9, описывающей систему управления скоростью без возмущения, от входа ω^* к выходу ω_1 . Сравним графики переходных процессов разработанной системы управления тягой (25) с двукратной САР скорости ВМГ на рисунке 8.

На рисунке 10 показаны графики переходных процессов по тяге (а), напряжению (б) и току (в) для разработанной линейной системы управления тягой (*Linearized*) и двукратной САР скорости (*Non-Linearized*), показанной на рисунке 9. Линеаризованная система управления тягой (*Linearized*) описывается передаточной функцией (25) куда подставляется значение некомпенсируемой постоянной времени $T_{\mu L} = 0.05$ (сплошная линия). В показанную на рисунке 9 двукратную САР скорости (*Non-Linearized*), подставляются значения некомпенсируемой постоянной времени $T_{\mu nL} = 0.05$ (штрихованная

линия), $T_{\mu nL} = 0.04$ (штрих-пунктирная линия), $T_{\mu nL} = 0.03$ (пунктирная линия).

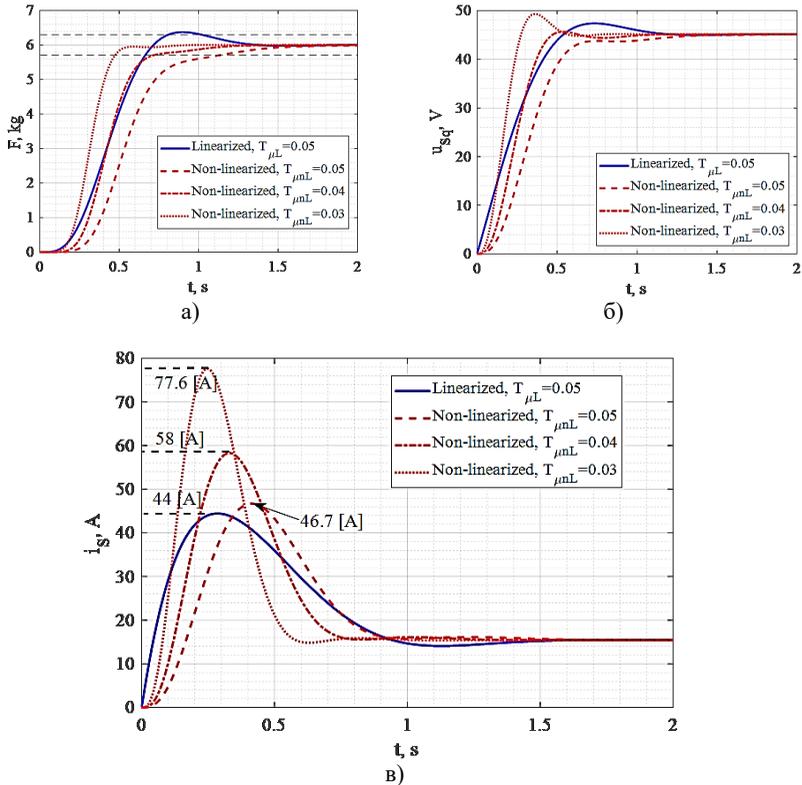


Рис. 10. Графики переходных процессов разработанной линейной системы управления тягой (Linearized) и двукратной САР скорости (Non-linearized) при различных некомпенсируемых постоянных времени:

а) по тяге; б) по напряжению; в) по току

В таблице 2 введены следующие обозначения, t_1 – время достижения зоны 5%, $\max(q)$ – максимальное значение q , Δ – разница между столбцами *Non-linearized* и *Linearized*, например, $\Delta t_1 = t_1^{Non-linearized} - t_1^{Linearized}$, δ – отношение между столбцами *Non-linearized* и *Linearized*, например, $\delta t_1 = \frac{t_1^{Non-linearized} - t_1^{Linearized}}{t_1^{Linearized}} \cdot 100\%$.

Таблица 2. Параметры переходных процессов на рисунке 10

	<i>Linearized</i> $T_{\mu L} = 0.05$	<i>Non-linearized</i> $T_{\mu nL} = 0.05$	<i>Non-linearized</i> $T_{\mu nL} = 0.04$	<i>Non-linearized</i> $T_{\mu nL} = 0.03$
t_1 [с]	0.67	1.13	0.71	0.47
Δt_1 [с]		0.46	0.04	-0.2
δt_1 [%]		68.6	5.9	-30
$\max(u_{sq})$ [В]	47.3	45	45.6	49.3
$\Delta(\max(u_{sq}))$ [В]		-2.3	-1.7	2
$\delta(\max(u_{sq}))$ [%]		-5	-3.6	4.2
$\max(i_s)$ [А]	44	46.7	58	77.6
$\Delta(\max(i_s))$ [А]		2.7	14	33.6
$\delta(\max(i_s))$ [%]		6.1	31.8	76.4

Увеличение быстродействия системы по тяге можно достичь уменьшением некомпенсируемой постоянной времени, но при этом возрастают максимальные значения тока, как показано на рисунке 10(в), что вынудит использовать электрооборудование с большей перегрузочной способностью. Поэтому под повышением быстродействия понимаем уменьшение времени t_1 при схожих максимальных значениях тока и напряжения.

В соответствии с таблицей 2, при одинаковых некомпенсируемых постоянных времени $T_{\mu L} = T_{\mu nL} = 0.05$ время t_1 уменьшено на 68.6% или 0.44 [с], а максимальные значения тока и напряжения близки к друг другу $\Delta(\max(u_{sq})) = -2.3$ [В], $\Delta(\max(i_s)) = 2.7$ [А].

При уменьшении некомпенсируемой постоянной времени двукратной САР скорости $T_{\mu nL} = 0.04$, время достижения зоны 5% становится близким, двукратная САР скорости обрабатывает ступенчатый сигнал задания медленнее на 5.9%, но при этом её максимальное значение тока увеличено на 14 [А] или 31.8 [%].

При $T_{\mu nL} = 0.03$ время достижения зоны 5% двукратной САР скорости быстрее на 0.2 [с] или на 30%, чем у разработанной системы, но при этом максимальное значение тока возрастает на 33.6 [А] или 76.4%.

7. Заключение. Математическая модель винтомоторной группы отличается от математической модели электродвигателя наличием двух нелинейностей как показано на рисунке 3. Обе эти нелинейности зависят от квадрата скорости ω^2 . В отличие от других работ в данной работе выполнена линеаризация обратной связью модели ВМГ (15), которая содержит эти две нелинейности. В результате получена линеаризованная обратной связью система (24), что позволило линейно связать сигнал управления движением \mathbf{u}_d со входным сигналом системы $\bar{\mathbf{v}}$ (20).

Для линеаризованной обратной связью системы (24) построена линейная система управления тягой ВМГ (25) по принципу подчиненного регулирования, которая сравнена с двукратной САР скорости, показанной на рисунке 9. В результате у разработанной системы, относительно двукратной САР скорости увеличено быстродействие (уменьшено время достижения 5% зоны) на 68% при схожих максимальных значениях тока, как показано на рисунке 10 и в таблице 2. При схожем быстродействии линейной системы управления тягой и двукратной САР скорости, максимальное значение тока уменьшилось на 14 [А]. Проведена проверка сохранения устойчивости системы при отличии параметров объекта и модели, как показано на рисунке 8. Таким образом разработанная линейная система управления тягой позволяет повысить быстродействие подсистемы ЭМП, тем самым улучшить маневренность БПЛА.

Литература

1. Ткачев С.Б. Стабилизация неминимально фазовых аффинных систем с использованием линеаризации по части переменных // Наука и образование. изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. № 10. С. 1–25.
2. Шавин М.Ю. Управляемая динамика квадрокоптера с поворотными роторами // Инженерный журнал: наука и инновации. 2018. № 4(76). С. 1–16.
3. Shavin M., Pritykin D. Tilt-Rotor Quadrotor Control System Design and Mobile Object Tracking // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2019. vol. 20. no. 10. pp. 629–639. <https://doi.org/10.17587/mau.20.629-639>.
4. Cutler M., How J.P. Analysis and Control of a Variable-Pitch Quadrotor for Agile Flight. // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2015. vol. 137(10). DOI: 10.1115/1.4030676.
5. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Borisov O., Gromov V., Aranovskiy S. Output Controller for Quadcopters with Wind Disturbance Cancellation // IEEE Conference on Control Applications (CCA). 2014. pp. 166–170. DOI: 10.1109/CCA.2014.6981346.
6. Demircioglu H., Basturk H. Adaptive Attitude and Altitude Control of a Quadrotor Despite Unknown Wind Disturbances // IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control. 2017. pp. 274–279. DOI: 10.1109/CDC.2017.8263678.

7. Andrievsky B., Furtat I. Disturbance observers: methods and applications. II. Applications // Automation and Remote Control. 2020. vol. 81. pp. 1775–1818. DOI: 10.1134/S0005117920100021.
8. Kusaka T., Tanaka R. Stateful Rotor for Continuity of Quaternion and Fast Sensor Fusion Algorithm Using 9-Axis Sensors // Sensors. 2022. vol. 22(20). DOI: 10.3390/s22207989.
9. Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю. Групповое управление движением мобильных роботов в неопределенной среде с использованием неустойчивых режимов // Труды СПИИРАН. 2018. Т. 60. № 5. С. 39–63. DOI: 10.15622/sp.60.2.
10. Zulu A., John S. A review of control algorithms for autonomous quadrotors // Open Journal of Applied Sciences. 2014. no. 4. pp. 547–556. DOI: 10.4236/ojapps.2014.414053.
11. Gasparyan O., Darbinyan H., Asatryan A., Simonyan T. On the control of quadcopters based on the feedback linearization method // Proceedings of National Polytechnic University of Armenia. Information Technologies, Electronics, Radio Engineering. 2020. vol. 2. pp. 44–54.
12. Itaketo U., Inyang H. Dynamic Modeling and Performance Analysis of an Autonomous Quadrotor Using Linear and Nonlinear Control Techniques // International Journal of Advances in Engineering and Management. 2021. vol. 3. no. 12. pp. 1629–1641.
13. Воевода А.А., Филюшов В.Ю. Многоканальная система подчиненного регулирования в многоканальном неквадратном представлении // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2021. Т. 76. С. 90–100. DOI: 10.21667/1995-4565-2021-76-90-100.
14. Шрейнер Р.Т. Системы подчиненного регулирования электроприводов: учеб. пособие для вузов. Ч. 1. Электроприводы постоянного тока с подчиненным регулированием координат // Урал. гос. проф.-пед. ун-т. Екатеринбург: Издательство УГПТУ. 1997. 277 с.
15. Fezzani A., Drid S., Makouf A., Chrifi L. Speed sensorless flatness-based control of PMSM using a second order sliding mode observer // 2013 Eighth International Conference and Exhibition on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER). 2013. pp. 1–9. DOI: 10.1109/EVER.2013.6521553.
16. Копесну Л., Hnidka J., Bajer J. Drone Motor Control using Fractional-Order PID Controller // International Conference on Military Technologies (ICMT). 2023. pp. 1–5. DOI: 10.1109/ICMT58149.2023.10171276.
17. Herrmann L., Bruckmann T., Bröcker M., Schramm D. Development of a Dynamic Electronic Speed Controller for Multicopters // 18th European Control Conference (ECC). Naples, Italy. 2019. pp. 4010–4015. DOI: 10.23919/ECC.2019.8795711.
18. Krener A., Isidori A. Linearization by output injection and nonlinear observers // Systems & Control Letters. 1983. vol. 3. pp. 47–52.
19. Жевнин А.А., Крищенко А.П. Управляемость нелинейных систем и синтез алгоритмов управления // Докл. АН СССР. 1981. Т. 258. № 4. С. 805–809.
20. Fetisov D. Linearization of affine systems based on control-dependent changes of independent variable // Diff Equat. 2017. vol. 53. pp. 1483–1494. DOI: 10.1134/S0012266117110106.
21. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления: учебное пособие // М.: ЛЕНАНД. 2019. 500 с.
22. Филюшов В.Ю. Линеаризация нелинейного трехканального динамического объекта обратной связью // Вестник научных трудов НГТУ. 2017. Т. 66. № 1. С. 74–85.
23. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. // М.: Физматлит. 2004. 464 с.

24. Арзамасцев А.А., Крючков А.А. Математические модели для инженерных расчетов летательных аппаратов мультироторного типа // Вестник ТГУ. 2014. Т. 19. № 6. С. 1821–1828.
25. Kato Y. Performance Evaluation of a Gain-scheduled Propeller Thrust Controller Using Wind Velocity and Rotor Angular Velocity under Fluctuating Wind // IEEE 17th International conference on advanced motion control. 2022. pp. 12–17. DOI: 10.1109/AMC51637.2022.9729317.
26. Виноградов А. Векторное управление электроприводами переменного тока // ГОУ ВПО Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина. 2008. 298 с.
27. Анучин А.С. Системы управления электроприводов. Учебник для ВУЗов // М.: Изд. МЭИ. 2015. 373 с.
28. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2012. 360 с.
29. Филошов В.Ю. Полиномиальный метод синтеза регуляторов по задающему и возмущающим воздействиям // Системы анализа и обработки данных. 2022. Т. 85. № 1. С. 93–108.
30. Филошов В.Ю. Полиномиальный матричный метод синтеза для многоканальных объектов с неквадратной матричной передаточной функцией: дис. канд. техн. наук: 2.3.1. 2022. 177 с.
31. Andrievsky B., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Pogromsky A.Yu. Hidden oscillations in aircraft flight control system with input saturation // International Federation of Automatic Control proceedings. 2013. vol. 46. no. 12. pp. 75–79. DOI: 10.3182/20130703-3-FR-4039.00026.

Воевода Александр Александрович — д-р техн. наук, профессор кафедры, кафедра автоматике, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: многоканальные системы управления, нелинейные системы управления. Число научных публикаций — более 350. voevoda@corp.nstu.ru; проспект Карла Маркса, 20, 630073, Новосибирск, Россия; р.т.: +7(383)319-6110.

Филошов Юрий Петрович — д-р техн. наук, профессор, Сибирский государственный университет водного транспорта. Область научных интересов: быстродействующий и энергоэффективный электропривод. Число научных публикаций — 70. filushov@mail.ru; улица Щетинкина, 33, 630099, Новосибирск, Россия; р.т.: +7(905)945-3923.

Филошов Владислав Юрьевич — канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры, кафедра автоматике, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: многоканальные системы управления, нелинейные системы управления. Число научных публикаций — 40. filushov.vladislav@gmail.com; проспект Карла Маркса, 20, 630073, Новосибирск, Россия; р.т.: +7(952)935-6734.

A. VOEVODA, YU. FILIUSHOV, V. FILIUSHOV
**DEVELOPMENT OF A LINEAR CONTROL SYSTEM FOR A
THROTTLE OF A UAV PROPELLER-MOTOR GROUP**

Voevoda A., Filiushov Yu., Filiushov V. Development of a Linear Control System for a Throttle of a UAV Propeller-Motor Group.

Abstract. Orientation and positioning control of an unmanned aerial vehicle (UAV) vertical take-off and landing multi-rotor type in space is inextricably linked with the formation of a motion control vector, consisting of a combination of thrusts and aerodynamic moments of each propeller-motor group. The accuracy and speed of formation of the motion control vector greatly affect the positioning and orientation errors of the UAV. Most works devoted to the synthesis of UAV control systems use a motion control vector without taking into account the dynamics of the rotor-motor groups, which in some cases forces the control system to reduce its performance. The performance of the UAV control system can be increased by increasing the speed of generation of the thrust of the propeller-motor groups, for which a system for controlling the thrust of the propeller-motor group has been proposed. The propeller-motor group in its composition has a nonlinear internal connection in the aerodynamic torque and an output signal – thrust, that nonlinearly depends on the square of the propeller rotation speed. Typically, the propeller group is controlled like an electric motor – the internal coupling of the aerodynamic torque is considered an external disturbance, and the thrust is controlled by changing the speed of rotation of the propeller which is calculated based on the required motion control vector. It is proposed to consider thrust and aerodynamic torque an integral part of the propeller-engine group, for which to build a linear thrust control system. For this purpose, we carried out feedback linearization of the rotor-motor group system, connecting the voltage supplied to the motors with the motion control vector, which is the output value. The linearization process is divided into two stages: at the first stage feedback linearization is performed for an electric motor with internal nonlinear coupling by aerodynamic torque; at the second stage, linearization is performed with feedback on the output obtained at the first stage of the system with a nonlinear output signal – thrust. In accordance with the principles of subordinate control, motor control is formed for linearized feedback of the propeller group. Simulation was completed. An important issue when using feedback linearization is the preservation of the quality characteristics of the control system in the event of a mismatch between the parameters of the object and the model, the parameters of which are used to calculate the linearizing feedback. In this work, modeling was carried out with a discrepancy of some parameters up to 50%.

Keywords: feedback linearization, quadcopter, propeller group, slave control, AC motor, synthesis, control system.

References

1. Tkachev S. [Stabilization of non-minimal phase affine systems with linearization by some variables]. *Nauka i obrazovanie izd. MG TU imeni Baumana – Science and education*. ed. MSTU im. N.E. Bauman. 2011. no. 10. pp. 1–25. (In Russ.).
2. Shavin M.Yu. [Controllable dynamics of a quadcopter with rotating rotors] *Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii – Engineering Journal: Science and Innovation*. 2018. no. 4(76). pp. 1–16. (In Russ.).
3. Shavin M., Pritykin D. Tilt-Rotor Quadrotor Control System Design and Mobile Object Tracking. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2019. vol. 20. no. 10. pp. 629–639. DOI: 10.17587/mau.20.629-639.

4. Cutler M., How J. Analysis and Control of a Variable-Pitch Quadrotor for Agile Flight. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. 2015. vol. 137(10). DOI: 10.1115/1.4030676.
5. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Borisov O., Gromov V., Aranovskiy S. Output Controller for Quadcopters with Wind Disturbance Cancellation. *IEEE Conference on Control Applications (CCA)*. 2014. pp. 166–170. DOI: 10.1109/CCA.2014.6981346.
6. Demircioglu H., Basturk H. Adaptive Attitude and Altitude Control of a Quadrotor Despite Unknown Wind Disturbances. *IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control*. 2017. pp. 274–279. DOI: 10.1109/CDC.2017.8263678.
7. Andrievsky B., Furtat I. Disturbance observers: methods and applications. II. Applications. *Automation and Remote Control*. 2020. vol. 81. pp. 1775–1818. DOI: 10.1134/S0005117920100021.
8. Kusaka T., Tanaka R. Stateful Rotor for Continuity of Quaternion and Fast Sensor Fusion Algorithm Using 9-Axis Sensors. *Sensors*. 2022. vol. 22(20). DOI: 10.3390/s22207989.
9. Pshihopov V., Medvedev M. [Group control of autonomous robots motion in uncertain environment via unstable modes]. *Trudi SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2018. vol. 60. no. 5. pp. 39–63. (In Russ.).
10. Zulu A., John S. A review of control algorithms for autonomous quadrotors. *Open Journal of Applied Sciences*. 2014. no. 4. pp. 547–556. DOI: 10.4236/ojapps.2014.414053.
11. Gasparyan O., Darbinyan H., Asatryan A., Simonyan T. On the control of quadcopters based on the feedback linearization method. *Proceedings of National Polytechnic University of Armenia. Information Technologies, Electronics, Radio Engineering*. 2020. vol. 2. pp. 44–54.
12. Itaketo U., Inyang H. Dynamic Modeling and Performance Analysis of an Autonomous Quadrotor Using Linear and Nonlinear Control Techniques. *International Journal of Advances in Engineering and Management*. 2021. vol. 3. no. 12. pp. 1629–1641.
13. Voevoda A., Filiushov V. [Multi-loop slave control system in multi-channel non-square representation]. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Ryazan State Radio Engineering University*. 2021. vol. 76. no. 2. pp. 90–101. (In Russ.).
14. Shrejner R. *Sistemy podchinennogo regulirovaniya jelektroprivodov: ucheb. posobie dlja vuzov. Ch. 1. Jelektroprivody postojannogo toka s podchinennym regulirovanijem koordinat [Systems of subordinate control of electric drives: textbook. manual for universities. Part 1. DC electric drives with subordinate coordinate control.]*. Ural. state prof.-ped. univ. Ekaterinburg: Publishing house UGPPU. 1997. 277 p. (In Russ.).
15. Fezzani A., Drid S., Makouf A., Chrifi L. Speed sensorless flatness-based control of PMSM using a second order sliding mode observer. *2013 Eighth International Conference and Exhibition on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*. 2013. pp. 1–9. DOI: 10.1109/EVER.2013.6521553.
16. Kopečný L., Hnidka J., Bajer J. Drone Motor Control using Fractional-Order PID Controller. *International Conference on Military Technologies (ICMT)*. 2023. pp. 1–5. DOI: 10.1109/ICMT58149.2023.10171276.
17. Herrmann L., Bruckmann T., Bröcker M., Schramm D. Development of a Dynamic Electronic Speed Controller for Multicopters. *18th European Control Conference (ECC)*. Naples. Italy. 2019. pp. 4010–4015. DOI: 10.23919/ECC.2019.8795711.
18. Krener A., Isidori A. Linearization by output injection and nonlinear observers. *Systems & Control Letters*. 1983. vol. 3. pp. 47–52.

19. Zhevnin A.A., Krishchenko A.P. [Controllability of nonlinear systems and synthesis of control algorithms]. Dokl. AN SSSR – Reports of the Academy of Sciences of the USSR. 1981. vol. 258. no. 4. pp. 805–809. (In Russ.)
20. Fetisov D. Linearization of affine systems based on control-dependent changes of independent variable. Diff. Equat. 2017. vol. 53. pp. 1483–1494. DOI: 10.1134/S0012266117110106.
21. Polyak B., Hlebnikov M., Rapoport L. Matematicheskaja teorija avtomaticheskogo upravlenija: uchebnoe posobie [Mathematical theory of automatic control: textbook]. Moscow: LENAND, 2019. 500 p. (In Russ.).
22. Filiushov V. [Linearization of a nonlinear three-channel dynamic object with feedback]. Vestnik nauchnyh trudov NGTU – Bulletin of scientific works of NSTU. 2017. vol. 66. no. 1. pp. 74–85. (In Russ.).
23. Kim D. Teorija avtomaticheskogo upravlenija. T. 2 [Automation control theory Volume 2]. Moscow: Fizmatlit, 2004. 464 p. (In Russ.).
24. Arzamascev A., Kryuchkov A. [Mathematical models for engineering calculations of multi-rotor aircraft]. Vestnik TGU – Bulletin of TSU. 2014. vol. 19. no. 6. pp. 1821–1828. (In Russ.).
25. Kato Y. Performance Evaluation of a Gain-scheduled Propeller Thrust Controller Using Wind Velocity and Rotor Angular Velocity under Fluctuating Wind. IEEE 17th International conference on advanced motion control. 2022. pp. 12–17. DOI: 10.1109/AMC51637.2022.9729317.
26. Vinogradov A. Vektornoe upravlenie jelektrivodami peremennogo toka [Vector control of AC electric drives] // GOU VPO Ivanovskij gosudarstvennyj energeticheskij universitet. 2008. 298 p. (In Russ.).
27. Anuchin A. Sistemy upravlenija jelektrivodov [Electric drive control systems]. Moscow: Ed. MPEI, 2015. 373 p. (In Russ.).
28. Gaiduk A. Teorija i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravlenija (polinomial'nyj podhod) [Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems (polynomial approach)]. Moscow: Fizmatlit, 2012. 360 p. (In Russ.).
29. Filiushov V. [Polynomial method for synthesizing controllers based on master and disturbing influences]. Sistemy analiza i obrabotki dannyh – Data analysis and processing systems. 2022. vol. 85. no. 1. pp. 93–108. (In Russ.).
30. Filiushov V. [Polynomial matrix synthesis method for multichannel objects with non-square matrix transfer function]: diss. Ph.D.: 2.3.1. St-Petersburg, 2022. 177 p. (In Russ.).
31. Andrievsky B., Kuznetsov N., Leonov G., Pogromsky A. Hidden oscillations in aircraft flight control system with input saturation. International Federation of Automatic Control proceedings. 2013. vol. 46. no. 12. pp. 75–79. DOI: 10.3182/20130703-3-FR-4039.00026.

Voevoda Alexander — Ph.D., Dr.Sci., Professor of the department, Automation department, Novosibirsk State Technical University (NSTU). Research interests: multichannel control systems, nonlinear control systems. The number of publications — более 350. voevoda@corp.nstu.ru; 20, Karl Marx Ave., 630073, Novosibirsk, Russia; office phone: +7(383)319-6110.

Filiushov Yuriy — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Siberian State University of Water Transport. Research interests: high-speed and energy-efficient electric drive. The number of publications — 70. filushov@mail.ru; 33, Shchetinkina St., 630099, Novosibirsk, Russia; office phone: +7(905)945-3923.

Filiushov Vladislav — Ph.D., Senior lecturer of the department, Automation department, Novosibirsk State Technical University (NSTU). Research interests: multichannel control systems, nonlinear control systems. The number of publications — 40. filiushov.vladislav@gmail.com; 20, Karl Marx Ave., 630073, Novosibirsk, Russia; office phone: +7(952)935-6734.