

Г.Р. ВОРОБЬЕВА, А.В. ВОРОБЬЕВ, Г.О. ОРЛОВ
**КОНЦЕПЦИЯ ОБРАБОТКИ, АНАЛИЗА И ВИЗУАЛИЗАЦИИ
ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ ЭЛЕМЕНТОВ
ТЕНЗОРНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ**

Воробьева Г.Р., Воробьев А.В., Орлов Г.О. **Концепция обработки, анализа и визуализации геофизических данных на основе элементов тензорного исчисления.**

Аннотация. Одним из основных подходов к обработке, анализу и визуализации геофизических данных является применение геоинформационных систем и технологий, что обусловлено их геопространственной привязкой. Вместе с тем, сложность представления геофизических данных связана с их комплексной структурой, предполагающей множество составляющих, которые имеют одну и ту же геопространственную привязку. Яркими примерами данных такой структуры и формата являются гравитационные и геомагнитные поля, которые в общем случае задаются трех и четырехкомпонентными векторами с разнонаправленными осями координат. При этом на сегодняшний день отсутствуют решения, позволяющие визуализировать указанные данные в комплексе, не декомпозируя их на отдельные скалярные значения, которые, в свою очередь, могут быть представлены в виде одного или многих пространственных слоев. В этой связи в работе предложена концепция, использующая элементы тензорного исчисления для обработки, хранения и визуализации информации такого формата. Формализован механизм тензорного представления компонент поля с возможностью его комбинирования с другими данными такого же формата, с одной стороны, и свертки при сочетании с данными более низкого ранга. На примере гибридной реляционно-иерархической модели данных предложен механизм хранения информации по тензорным полям, предусматривающий возможность описания и применения инструкций по трансформации при переходе между различными системами координат. В работе рассматривается применение подхода при переходе от декартовой к сферической системе координат при представлении параметров геомагнитного поля. Для комплексной визуализации параметров тензорного поля предложен подход, основанный на применении тензорных глифов. В качестве последних при этом используются суперэллипсы с осями, соответствующими рангу тензора. При этом атрибутивные значения предлагается визуализировать относительно осей графического примитива таким образом, что распределение данных может быть задано посредством варьирования градиента монохромного представления параметра вдоль оси. Работоспособность концепции была исследована в ходе сравнительного анализа тензорного подхода с решениями, основанными на скалярной декомпозиции соответствующих комплексных значений с последующим их представлением в виде одного или многих пространственных слоев. Проведенный анализ показал, что применение предложенного подхода позволит в значительной степени повысить наглядность формируемого геопространственного изображения без необходимости сложного перекрыwania пространственных слоев.

Ключевые слова: тензорные поля, тензорное исчисление, геоинформационные технологии, глифы, суперэллипсы.

1. Введение. В настоящее время обработка, анализ и визуализация геофизических данных являются важным фундаментом

при решении прикладных задач, а также проведении разноплановых исследований в области наук о Земле. Так, к примеру, информация такого рода используется для диагностирования геоиндуцированных токов, наводимых в сетях электропередач и способных привести к критическим сбоям в их работе [1]. Другая известная задача – моделирование и анализ пространственно-временного распределения параметров геомагнитного поля и его вариаций, в основе которых лежат результаты наблюдений наземных магнитных станций, с одной стороны, и расчетные данные, полученные на базе соответствующих геофизических моделей, с другой [2].

Объем геофизической информации непрерывно растет. При этом различные типы данных доступны с различным шагом дискретизации во времени и пространстве. Эффективная визуализация таких данных является важным инструментом как для анализа природных и техногенных процессов, так и для принятия решений в соответствующих прикладных областях.

Геопространственная привязка геофизической информации обуславливает применение геоинформационных технологий для ее обработки, анализа и визуализации. Так, к примеру, анализ геомагнитных аномалий, графически представленных в формате изолиний, позволяет даже визуально определить место для размещения лаборатории по поверке магниточувствительного оборудования. Аналогичным образом обеспечивается поддержка принятия решений и исследование различных процессов / явлений в известных геоинформационных решениях на основе геофизической информации.

Особое место в ряду задач обработки и визуализации геофизической информации занимает проблема представления геофизических полей в том формате, который позволит пользователю эффективно использовать эту информацию в своих целях. Важно при этом отметить, что общие тенденции решения обозначенной проблемы таковы, что анализируемые параметры полей декомпозируются на скалярные величины, для визуализации которых используются известные инструменты, модели и методы геоинформационных систем [3]. К ним, в частности, относятся изолинии, тепловые карты, простые геопространственные объекты и их комбинации, дополненные соответствующими цветовыми схемами и пр.

Указанное упрощенное представление геофизических полей в виде скалярных геопространственных изображений в ряде случаев недостаточно информативно. Так, в частности, основной характеристикой геомагнитного поля является вектор, представленный

тремя составляющими. При этом известные приложения, реализующие визуализацию геомагнитного поля, представляют соответствующие данные в виде скалярного поля, которое имеет место при фиксации одного из компонент или полного вектора геомагнитного поля [4].

При этом специфика геофизических полей заключается в том, что они относятся либо к векторным, либо тензорным полям. Упрощение их представления путем сведения к отображению одного компонента из совокупности составляющих вектор неизбежно приводит к снижению информативности и эффективности применения соответствующих геоинформационных решений. В прикладных областях и в процессе проведения научных исследований компоненты вектора (или тензора, в отдельных случаях) геофизического поля, имеет смысл рассматривать в совокупности, без отделения их друг от друга с последующей выделенной визуализацией.

Анализ известных решений в области геопространственной визуализации геофизических полей показал, что в их основе лежит представление поля цифровой моделью на регулярной сетке (GRID-модель) или в виде триангуляции (TIN-модель), поддерживаемые многими распространенными геоинформационными системами [5]. При этом такие подходы неприменимы именно для отображения векторных и тензорных полей. В этой связи необходимо разработать подход, который позволит использовать преимущества геоинформационных систем, с одной стороны, а также полноценно продемонстрировать специфику параметров полей, с другой.

Представляется целесообразным провести сравнительный анализ известных подходов к визуализации геофизических полей (в настоящее время доступны результаты исследований по решению обозначенной задачи для геомагнитного и гравитационного полей), выделить их ключевые положительные аспекты. На основании проведенного анализа требуется разработать подход, который с учетом обозначенных преимуществ рассмотренных методов позволит сформулировать концепцию обработки, анализа и визуализации геофизических полей именно с учетом их векторной / тензорной специфики. Указанные особенности должны в значительной степени быть ориентированы на потенциал современных программных интерфейсов, реализующих возможности двух- и трехмерной графики. Представляется целесообразным, с технической точки зрения, учитывать особенности веб-ориентированной реализации соответствующих программных решений, что позволит существенно расширить круг его потенциальных пользователей.

2. Состояние вопроса. В настоящее время подавляющая часть исследований посвящена разработке новых эффективных способов визуализации векторных полей. В первую очередь, известны решения на разработку методов визуализации гидродинамических полей.

В работе [6] проведен сравнительный обзор методов визуализации многомерных векторных полей. Выделенные методы разделены на четыре укрупненные группы:

- прямые методы, предполагающие использование стрелочных пиктограмм, которые, в свою очередь, размещаются в заданных пространственных координатах (географические широта / долгота). Прямой метод визуализации является достаточно наглядным решением при обработке данных касательно двумерных векторных полей. Например, стрелочные пиктограммы в пространственных точках, представленные под различным углом к земной поверхности, эффективны при двумерной визуализации направлений океанских течений, распространения ураганов и пр. Вместе с тем такой подход слабо применим к визуализации многомерных векторных полей. Разнонаправленные и привязанные к одной пространственной точке векторы могут вызвать некорректную интерпретацию результата визуализации конечным пользователем, с одной стороны, а также значительную перегруженность геопространственного изображения, с другой. В случае высокой плотности визуализируемых пространственных данных ситуация еще более усугубляется.

- методы, основанные на характерных признаках, предполагают выделение подмножества данных с определенным набором характеристик, актуальных для конкретного конечного пользователя и / или в рамках определенной решаемой прикладной / научно-технической задачи. Фактически весь обрабатываемый и анализируемый объем данных сужается до уровня отдельных подмножеств, что в целом позволяет повысить эффективность рассматриваемого метода, по сравнению, к примеру, с ранее описанным. Недостатком рассматриваемого метода является прежде всего его трудоемкость, поскольку непосредственно выделение подмножеств из всей совокупности данных требует дополнительных, зачастую больших, вычислительных затрат.

- текстурные методы визуализации векторных полей основаны на принципе искажения геопространственной структуры в соответствии с локальными свойствами векторного поля таким образом, чтобы отобразить непосредственно векторное поле. Фактически имеет место деформация цвета и формы исходной

геопространственной поверхности. Текстурные методы достаточно информативны, согласованны и детализированы и могут быть успешно применены для визуализации сложных многомерных векторных полей. Поскольку речь идет только о деформации уже готового геопространственного изображения непосредственно средствами графического процессора, текстурным методам свойственна высокая производительность.

– геометрические методы, в основе применения которых лежит выделение набора опорных точек, последующего расчета общей характерной для них траектории и подбора геометрической фигуры. Сложность метода, очевидно, заключается в том, что неправильно выбранные опорные точки могут внести существенные загромождения и искажения визуализируемого геопространственного изображения. В целом, геометрические методы относятся в настоящее время к группе наиболее развитых и эффективных с точки зрения информативности получаемого результата визуализации. Недостатком геометрических методов является большая вычислительная сложность.

Отдельно представляется целесообразным отметить два основных наиболее часто практикуемых в геоинформационном моделировании способа визуализации векторных полей [5]. Первый из них, обозначаемый покомпонентной визуализацией, предполагает выделение отдельных компонент векторных полей и их представление в виде скалярных поверхностей. Метод прост в применении, однако замена вектора одним из его компонент приводит к потере важной для понимания исследуемого процесса / явления информации, поскольку в подавляющем большинстве случаев требуется информация о полном векторе в совокупности его компонент.

Второй подход основан на применении реализованных в современных геоинформационных системах простых алгоритмов визуализации посредством стрелочных диаграмм. Данный подход во многом перекликается с описанным выше методом (прямые методы), который использует стрелочные пиктограммы с однозначной привязкой к связке пространственных координат (географические широта и долгота, к примеру). Метод характеризуется теми же недостатками, что и прямые методы. Прежде всего, здесь необходимо отметить низкую разрешающую способность при отображении векторных полей ввиду зашумления визуализации большим количеством взаимных пересечений стрелочных пиктограмм.

Резюмируя, представляется целесообразным отметить, что перечисленные в обзоре методы ориентированы главным образом на визуализацию векторных полей. При этом в случае тензорных полей

такие методы либо неприменимы, либо малоэффективны. В этой связи необходимо разработать подход, который позволит визуализировать такого рода поля без потери информации, важной для исследования соответствующего процесса / явления.

3. Обзор и характеристика типов полей. В общем виде принято выделять три группы полей, каждое из которых в геопространственном выражении может быть задано соответствующими поверхностями.

Скалярными будем называть поля, которые заданы функцией поверхности, где каждой точке ставится в однозначное соответствие некоторый скаляр, представленный в виде действительного или комплексного числа [7]. Типичными примерами таких полей и поверхностей являются визуализация пространственно-временного распределения мгновенного / среднесуточного значения температуры воздуха, влажности, количества осадков и пр. (иными словами, с учетом сказанного скаляры должны быть представлены в каждой пространственной точке в заданный момент времени только простым атомарным значением). Визуализация скалярных полей предусматривает использование стандартных геопространственных графических примитивов, представленных в соответствии с заданной цветовой схемой (рисунок 1). К их числу относятся, в частности, пространственные точки, полигоны, полилинии (к примеру, выраженные в виде совокупности пространственных изолиний и/или изобар) и пр.

К векторным полям будем относить заданные функцией пространственные поверхности, каждой точке которой ставится в соответствие вектор с началом в этой точке (рисунок 1) [8]. В качестве примера представляется целесообразным привести такие параметры, как направление ветра, потоки миграции населения в различных территориальных областях и пр. Как правило, при задании векторных полей обязательными являются два параметра: точка начала вектора (пространственная точка, представленная соответствующей парой пространственных координат в заданной системе координат), а также направление вектора в соответствии с углом к нормали по отношению к заданной поверхности. В общем виде визуализация векторных полей может быть представлена одним из двух способов. Первый из них ориентирован на упрощение представления пространственных данных, поскольку сводит вектор к покомпонентному разложению на соответствующие скаляры (в подавляющем большинстве случаев такой подход так или иначе сопряжен с потерей значимой для исследования / принятия решений

информации). Второй вариант визуализации пространственных векторных полей связан с применением графических примитивов, имитирующих вектор.

Тензорным полем будем называть заданную функцией поверхность, каждой точке которой ставится в соответствие тензор, привязанный к соответствующей системе координат и имеющий начало в заданной пространственной точке [9]. Примерами тензорных полей являются, в частности, различного рода геофизические поля (геомагнитное, гравитационное и др.). В зависимости от ранга соответствующего тензора, представляющего исследуемый атрибутивный параметр, каждый тензор задается исходной точкой и совокупностью характеризующих его векторов. В общем виде визуализация тензорного поля традиционно выполняется одним из способов, предусмотренных для представления данных по векторным полям. Тензор можно покомпонентно разложить на скалярные значения, представив каждое из них, к примеру, в виде отдельного пространственного слоя. Другой вариант – использовать множество геопространственных примитивов для графического представления составляющих тензора, что, в свою очередь, сопряжено с чрезвычайной перегруженностью геопространственного изображения и, как следствие, его низкой эффективностью при проведении исследований и / или принятии решений в соответствующих областях (рисунок 1).

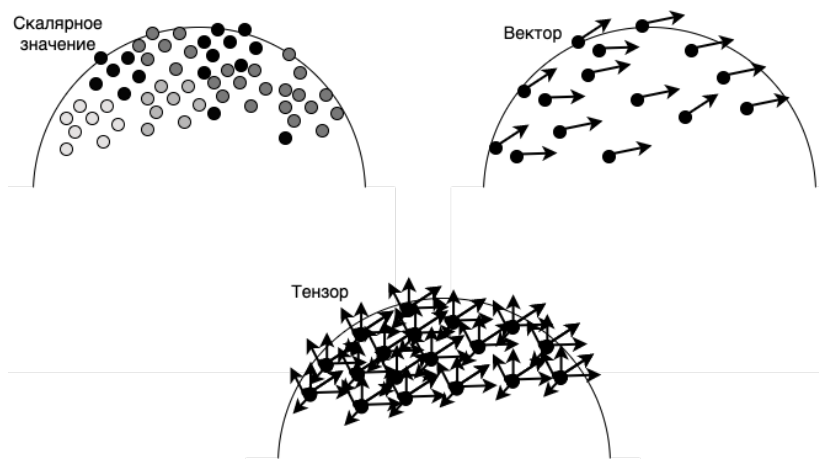


Рис. 1. Известные подходы к визуализации: а) скалярных; б) векторных; в) и тензорных полей

Таким образом, результаты проведенного обзора и анализа свидетельствуют о том, что наименее проработанной с точки зрения геопространственной визуализации является задача отображения тензорных полей. Соответственно требуется разработать подход, повышающий наглядность визуализации тензорных полей и расширяющий возможности их представления для конечного пользователя в процессе проведения исследований и / или принятия решений в прикладных областях.

4. Геомагнитное поле как пример тензорного поля.

Магнитное поле Земли представляет собой поле, которое генерируется внутривоздушными источниками. В любой точке околоземного пространства оно определяется полным вектором напряженности, т.е. направлением действия и соответствующим модулем. При этом на магнитное поле Земли также оказывает воздействие переменное магнитное поле (годовые и суточные магнитные вариации, магнитные бури различной интенсивности и пр.), обусловленное внешними процессами, которые под воздействием космической погоды происходят в ионосфере.

Для разложения вектора напряженности F на составляющие обычно используется декартова система координат, представленная тремя осями (x , y и z соответственно). Ось x при этом ориентирована по направлению географического меридиана, ось y – по направлению географической параллели, ось z – направлена сверху вниз к центру Земли. Важно отметить, что для оси x положительным считается направление к северу, а для оси y – направление к востоку [10] (рисунок 2).

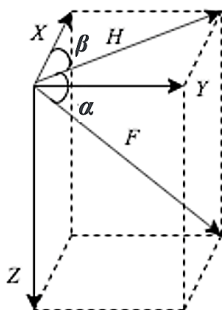


Рис. 2. Взаимосвязь компонент вектора геомагнитного поля

Пусть X , Y , Z – соответствующие компоненты вектора геомагнитного поля. Проекция полного вектора F на горизонтальную

плоскость называется горизонтальной составляющей и обозначается H . Тогда взаимосвязь между указанными компонентами геомагнитного поля может быть представлена посредством соотношений следующего вида:

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \sqrt{H^2 + Z^2}, \\ H &= F \cdot \cos \alpha, \quad Z = F \cdot \sin \alpha, \\ X &= H \cdot \cos \beta, Y = H \cdot \sin \beta; \end{aligned} \quad (1)$$

где β – магнитное склонение, характеризующее угол между осью x и горизонтальной составляющей H ; α – магнитное наклонение, характеризующее угол между вектором F и горизонтальной плоскостью.

С учетом сказанного и соотношений (1) тензор геомагнитного градиента G характеризует скорость изменения параметров геомагнитного вектора по трем направлениям (соответственно x , y и z) в декартовой системе координат [11]:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial x} & \frac{\partial F_x}{\partial y} & \frac{\partial F_x}{\partial z} \\ \frac{\partial F_y}{\partial x} & \frac{\partial F_y}{\partial y} & \frac{\partial F_y}{\partial z} \\ \frac{\partial F_z}{\partial x} & \frac{\partial F_z}{\partial y} & \frac{\partial F_z}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где F_x , F_y и F_z – три компонента вектора в своих проекциях на оси x , y и z соответственно (в (1) им соответствуют обозначения X , Y , Z).

Для упрощения записи представим (2) в виде свертки следующего вида [11]:

$$G = \begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Таким образом, тензор градиента геомагнитного поля представляет собой тензор второго ранга, который при этом состоит из $3 \times 3 = 9$ соответствующих пространственных производных.

Здесь же представляется целесообразным отметить, что ввиду того, что дивергенция и вращение геомагнитного поля равны нулю, могут быть получены следующие соотношения:

$$\begin{aligned} g_{xx} + g_{yy} + g_{zz} &= 0, \\ g_{xy} = g_{yx}, g_{xz} = g_{zx}, g_{yz} = g_{zy}. \end{aligned} \quad (4)$$

Следовательно, тензор магнитного градиента представляет собой симметричную матрицу размером 3×3 , для которой могут быть выделены пять независимых компонентов, обозначенных соответственно, как g_{xx} , g_{yy} , g_{xy} , g_{yz} и g_{zx} [11]. При этом в соответствии с уравнениями Лапласа сумма размещенных по диагонали матрицы элементов равна нулю.

В общем виде тензор вообще и градиента геомагнитного поля в частности традиционно задается тремя основными характеристиками [11]: форма C , ранг R и размер I , которые задаются выражением следующего вида:

$$G = [C, R, I]. \quad (5)$$

Так, для рассматриваемого в случае геомагнитного поля тензора запись (5) будет иметь вид: $G = [3, 3, 9]$. Иными словами, имеет место прямоугольный тензор, в котором длина каждой из осей (форма) равна 3, количество осей (ранг) также равен 3, общее количество элементов в тензоре (размер) равно 9.

В каждой точке пространства геомагнитное поле задается тензором одного и того же (второго) ранга, также называемого диадами [11]. В этом случае для двух и более пространственных точек возможно получить новый тензор так же второго ранга, полученный алгебраическим суммированием каждого компонента тензора одного слагаемого с соответствующим компонентом тензора другого слагаемого. Таким образом, возможно рассмотреть общий тензор градиента поля как результат сложения его компонент, что в общем виде выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} G_A = \begin{bmatrix} g_{xx_A} & g_{xy_A} & g_{xz_A} \\ g_{yx_A} & g_{yy_A} & g_{yz_A} \\ g_{zx_A} & g_{zy_A} & g_{zz_A} \end{bmatrix}; G_B = \begin{bmatrix} g_{xx_B} & g_{xy_B} & g_{xz_B} \\ g_{yx_B} & g_{yy_B} & g_{yz_B} \\ g_{zx_B} & g_{zy_B} & g_{zz_B} \end{bmatrix}; \\ G_{AB} = \begin{bmatrix} g_{xx_A} + g_{xx_B} & g_{xy_A} + g_{xy_B} & g_{xz_A} + g_{xz_B} \\ g_{yx_A} + g_{yx_B} & g_{yy_A} + g_{yy_B} & g_{yz_A} + g_{yz_B} \\ g_{zx_A} + g_{zx_B} & g_{zy_A} + g_{zy_B} & g_{zz_A} + g_{zz_B} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

При этом ввиду неоднородности геофизических полей формирование новых тензоров на основе сложения нескольких известных должно быть ограничено сравнительно небольшими пространственными областями, размеры которых могут быть определены на предварительных этапах исследования. Как правило, указанные операции могут быть применимы только для статистически однородных пространственных точек, изменение исследуемого параметра в которых однозначно и равномерно определяется, к примеру, воздействием одних и тех же внешних факторов (в частности, параметров космической погоды).

Представляется целесообразным обозначить подтензор тензора G градиента геомагнитного поля как его подмножество, заданное соответствующими параметрами формы, ранга и размера. В соответствии с принципами тензорного исчисления, подтензор должен иметь меньшую размерность по сравнению с исходным тензором. Так, для геомагнитного поля представляется целесообразным выделить, к примеру, подтензор, представленный значениями градиента одного из компонент вектора по всем осям. Обозначим подтензор геомагнитного поля G как G' с характеристиками вида [1, 3, 3]. Иными словами, имеет место новый тензор, в котором длина каждой из осей (форма) равна 1, количество осей (ранг) также равен 3, общее количество элементов в тензоре (размер) равно 3.

Введем для подтензора G' следующее соотношение, характеризующее градиент по оси x для трех заданных в исходном тензоре осей:

$$G' = \begin{bmatrix} g_{xx} \\ g_{yx} \\ g_{zx} \end{bmatrix}; G \ni G'. \quad (6)$$

Аналогичным образом для каждой пространственной точки возможно выполнить свертку тензора таким образом, чтобы свести тензор ранга N к тензору ранга M , при этом $N > M$. Свертка тензора, в соответствии с принципами тензорного исчисления [11], сводится к понижению валентности (ранга) тензора на 2. Иными словами, формируется новый тензор ранга M , такого что $M = N - 2$. Поскольку в случае градиента геомагнитного поля имеет место тензор второго ранга, то результатом свертки является скаляр, называемый первым главным инвариантом или следом тензора [11]:

$$G_{ii} = I(\mathbf{G}) = \text{tr } G. \quad (7)$$

Свертка всегда производится по паре разновариантных индексов (один индекс должен быть верхним, а другой нижним). При этом след для двухрангового тензора является скаляром. Так, для выражения (3) выполним свертку вида по его единственной паре индексов:

$$\text{tr } G = \text{tr} \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{pmatrix} = g_{xx} + g_{yy} + g_{zz}. \quad (8)$$

Таким образом, для оптимизации хранения и вариативности представления параметров геомагнитного поля целесообразно использовать в том числе и свертку соответствующего тензора, который для совокупности пространственных точек также демонстрирует картину пространственно-временного распределения соответствующих параметров.

5. Трансформационный тензор. Особенностью описания исследуемых параметров поля в виде тензоров представляется целесообразным отметить возможность трансформации значений при изменении соответствующих систем координат. При этом ни ранг тензора, ни его размерность, ни форма в результате такой трансформации изменений не претерпевают.

Так, к примеру, параметры геомагнитного поля могут быть и обычно представлены как в декартовой, так и сферической системе координат. Начало этой системы координат помещено в центре Земли, полярная ось направлена по оси вращения Земли, координата отсчитывается вдоль радиус-вектора, проведенного из центра Земли. В общем виде сферические координаты задаются в формате (r, θ, λ) , где r – радиус-вектор объекта, θ – полярное расстояние (коширота) в диапазоне от 0° до 180° , λ – долгота в диапазоне от 0° до 360° .

Для примера представляется целесообразным привести соотношения, характеризующие связь сферической и декартовой систем координат:

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \sin(\theta) \cos(\lambda), \\ y &= r \cdot \sin(\theta) \sin(\lambda), \\ z &= r \cdot \cos(\theta). \end{aligned} \quad (9)$$

Кроме того, при решении научных и прикладных геофизических задач часто используются магнитные координаты (соответственно магнитные широта и долгота, а также магнитное время (Magnetic Local Time, MLT)), что также, в свою очередь, сопряжено с рядом необходимых преобразований.

В общем виде процесс трансформации координат и атрибутивных значений из одной системы координат в другую может быть задан функцией отображения вида:

$$f: B \rightarrow B', \quad (10)$$

где B – исходная система координат, B' – целевая система координат.

Более детальное развертывание функции с учетом преобразования отдельных атрибутивных значений при изменении соответствующих осей представляется целесообразным описать следующим образом:

$$f: B \rightarrow B': \forall a_i \exists f(a_{iB}) \xrightarrow{T} f(a_{iB'}), \quad (11)$$

где B – исходная система координат, B' – целевая система координат, a_i – значение по i -й оси, a_{iB} – значение по i -й оси в системе координат B , $a_{iB'}$ – значение по i -й оси в системе координат B' , T – правила трансформации.

Здесь представляется целесообразным ввести понятия базового и трансформационного тензора. Целью первого из них является представление соответствующих параметров поля в заданной системе координат. Так, к примеру, градиент G из выражения (3) может рассматриваться как базовый тензор градиента геомагнитного поля, выраженный в декартовой системе координат (рисунок 2). При этом правила преобразования значений из одной координатной системы в другую предлагается задавать в формате трансформационного тензора того же ранга, формы и размера, что исходный (рисунок 2).

В общем виде трансформационный тензор 2-го ранга с характеристиками [3, 3, 9] предлагается представить следующим образом:

$$G_{B \rightarrow B'} = \begin{bmatrix} f(a_{1B}) \xrightarrow{T} f(a_{1B'}) & f(a_{2B}) \xrightarrow{T} f(a_{2B'}) & f(a_{3B}) \xrightarrow{T} f(a_{3B'}) \\ f(a_{4B}) \xrightarrow{T} f(a_{4B'}) & f(a_{5B}) \xrightarrow{T} f(a_{5B'}) & f(a_{6B}) \xrightarrow{T} f(a_{6B'}) \\ f(a_{7B}) \xrightarrow{T} f(a_{7B'}) & f(a_{8B}) \xrightarrow{T} f(a_{8B'}) & f(a_{9B}) \xrightarrow{T} f(a_{9B'}) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Для геомагнитного поля указанное преобразование можно представить так, как показано в выражении, характеризующем трансформационный тензор для перехода от декартовой к сферической системе координат:

$$G_{C \rightarrow S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(f(F_{xC})^T \rightarrow f(F_{xS}))}{\partial r} & \frac{\partial(f(F_{xC})^T \rightarrow f(F_{xS}))}{\partial \theta} & \frac{\partial(f(F_{xC})^T \rightarrow f(F_{xS}))}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial(f(F_{yC})^T \rightarrow f(F_{yS}))}{\partial r} & \frac{\partial(f(F_{yC})^T \rightarrow f(F_{yS}))}{\partial \theta} & \frac{\partial(f(F_{yC})^T \rightarrow f(F_{yS}))}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial(f(F_{zC})^T \rightarrow f(F_{zS}))}{\partial r} & \frac{\partial(f(F_{zC})^T \rightarrow f(F_{zS}))}{\partial \theta} & \frac{\partial(f(F_{zC})^T \rightarrow f(F_{zS}))}{\partial \lambda} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

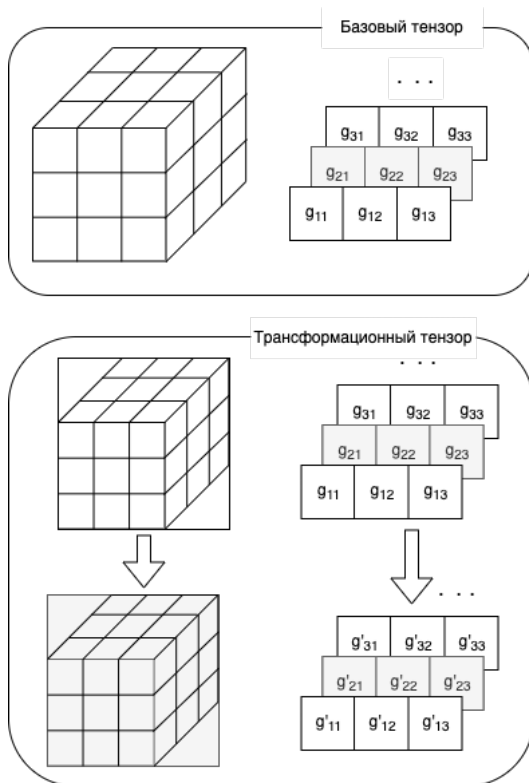


Рис. 2. Обобщенные схемы базового и трансформационного тензоров (кубы используются для условного обозначения тензора 2 ранга с 9 элементами, каждому из которых соответствует своя ячейка; фрагмент тензора (срез по одной из сторон) размещен в правой части рисунка)

При этом предполагается, что для каждой новой системы координат вводится собственный трансформационный тензор, в котором формулируются правила преобразования значений поля из одной системы координат в другую. Фактически при смене системы координат происходит «наложение» двух тензоров: базового и трансформационного. При этом сформированный новый тензор заменяет имеющийся базовый.

6. Информационное обеспечение тензоров. Сложность представления тензоров в соответствии с предложенным подходом заключается в необходимости хранения метаданных, базовых тензоров и выражений для их преобразования в составе трансформационного тензора для последующего оперативного доступа к ним с возможностью интеграции в единый пространственный слой. Любая известная модель данных (сетевая, иерархическая, реляционная и пр.) позволяет частично решить данную задачу, ориентируя разработчика преимущественно на представление базового тензора, с одной стороны, и метаданных, с другой. Каждому из указанных компонент данных может быть выделена собственная структура в соответствии с принятой моделью, например, отдельная таблица в случае реляционной модели. В таком случае сама суть трансформации тензора (в частности, при переходе от одной системы координат к другой) при таком подходе остается нераскрытой. В первом приближении соответствующие трансформационные операции должны быть заданы на уровне бизнес-логики соответствующего приложения и выполняться по мере обращения потребителя данных к ним. Это сужает возможности применения решения различными потребителями, поскольку требует повторной реализации выражений трансформации отдельно для каждого программного решения. В результате увеличивается число процессов обработки данных и, как следствие, снижается реактивность соответствующих программных решений. Представляется целесообразным разработка такого подхода к представлению тензоров в рамках предложенной концепции, которая позволит задать в единой структуре тензоры и правила их трансформации с возможностью динамического изменения информационной структуры таким образом, чтобы в зависимости от метаданных тензора формировать соответствующие экземпляры объектов для их хранения. По сути имеет место динамическая структура, адаптируемая под конкретные тензоры. Извлечение искомым данным осуществляется единой операцией по обработке в составе одной структуры и может быть реализовано многими потребителями под управлением единого метода доступа.

Базовому и трансформационному тензору ставятся в соответствие метаданные, на основании которых возможно идентифицировать базис исходного тензора, а также определить, к какой системе координат приведет сопоставления базового и трансформационного тензоров. Метаданные по каждому тензору могут быть представлены в произвольном формате. Однако, накопленный авторами опыт разработки и исследований в области обработки пространственной информации показывает, что наиболее эффективным в данном случае является использование XML-формата [11].

Непосредственно данные по каждому тензору независимо от его вида в общем случае представляют собой матрицу. Ее физическое хранение может быть выполнено посредством любых доступных реализаций моделей представления данных, например, реляционных, иерархических, объектно-ориентированных и пр. Вместе с тем, представляется целесообразным использовать так называемый гибридный формат представления информации, сочетающий в себе реляционный и иерархический подходы к организации данных.

Предлагается организовать представление данных следующим образом. Каждому тензору ставится в соответствие отдельный кортеж в реляционной таблице. При этом представляется целесообразным выделить базовый тензор в одну таблицу, а трансформационный тензор – в другую. Таблицы связаны друг с другом неявным отношением вида «один-ко-многим» («1:М»), в котором на основании связки «первичный ключ (Primary Key, PK) – внешний ключ (Foreign Key, FK)» возможно определить правила трансформации из некоторой системы координат в тот, который задан непосредственно в базовом тензоре. Поскольку к базовому тензору могут привести преобразования из многих других систем координат, соответствующая реляционная таблица помечается как реляционная.

Характеристики тензора любого вида формируются частично автоматически и помещаются в поле соответствующего кортежа реляционной таблицы. Метаданные, о представлении которых в XML-формате сообщалось выше, заполняют одноименное поле таблицы в составе заданного кортежа в неформатированном виде таким образом, чтобы в дальнейшем их можно было обработать стандартными средствами работы с XML-данными (в частности, с использованием соответствующих DOM-объектов [12]).

При формировании и загрузке базового тензора часть его метаданных должна быть вычислена автоматически. К ним относятся, в частности, форма, ранг и размер соответствующего тензора.

Эта информация получается в результате парсинга данных, представленных в том же кортеже и характеризующих непосредственно значимую часть тензора.

Каждая ось базового тензора также размещается в соответствующем кортеже реляционной таблицы и занимает одну ветку XML-представления. Количество веток, соответственно, определяет количество осей тензора и является основанием для вычисления ранга и других метаданных. Фактически сам тензор в своем содержательном представлении задается отдельным XML-документом, в котором число узлов первого уровня соответствует осям, каждый дочерний XML-элемент, в свою очередь, показывает элементы тензора в родительской оси и пр. Соответственно парсинг такой XML-структуры позволяет вычислить размерность тензора и оставшиеся метапараметры для другого поля в том же кортеже реляционной таблицы.

Для трансформационного тензора в целом схема представления / физического хранения такая же, как для базового тензора. Одно поле кортежа реляционной таблицы выделено под XML-представление метаданных, другое – под XML-представление непосредственно выражения для трансформации (например, в соответствии с выражением (9) применительно к геомагнитным данным). Непосредственно трансформация затрагивает поэлементное преобразование компонент тензора из базового кортежа в соответствии с выражениями, представленными в соответствующей связанной дочерней записи трансформационного тензора. При этом во избежание возможных коллизий при обработке XML-структуры тензора, в частности, его узлов, содержащих правила трансформации атрибутивных значений из одной системы координат в другую, последние должны быть представлены в формате, условно игнорируемой XML-парсерами и соответствующими программными библиотеками. В качестве такого формата могут быть использованы, в частности, комментарии, а также блоки необрабатываемого текстового содержимого типа CDATA. Для представления трансформационных инструкций авторами был выбран второй из указанных вариантов: соответствующие конструкции помещаются между ограничителями секции CDATA и извлекаются посредством дополнительных манипуляций, что позволяет в целом избежать их автоматической обработки и запуска на выполнение, способных привести к различным ошибкам при работе с тензором.

Еще один важный момент касательно физического реляционно-иерархического представления обозначенных тензоров связан

с реализацией отношения между таблицами, соответствующими разным типам тензоров. С этой целью в дочерней реляционной таблице, соответствующей трансформационным тензорам, вводится идентификатор – первичный ключ в составе отдельного поля, например, числового типа со свойствами инкрементируемого счетчика. Альтернативным вариантом, в частности, является использование суррогатного ключа (по усмотрению разработчика). В соответствующем кортеже родительской таблицы размещается ссылка на данный идентификатор – внешний ключ.

Предложенная схема организации физического хранения и представления тензоров обоих видов представлена в общем виде на рисунке 3.

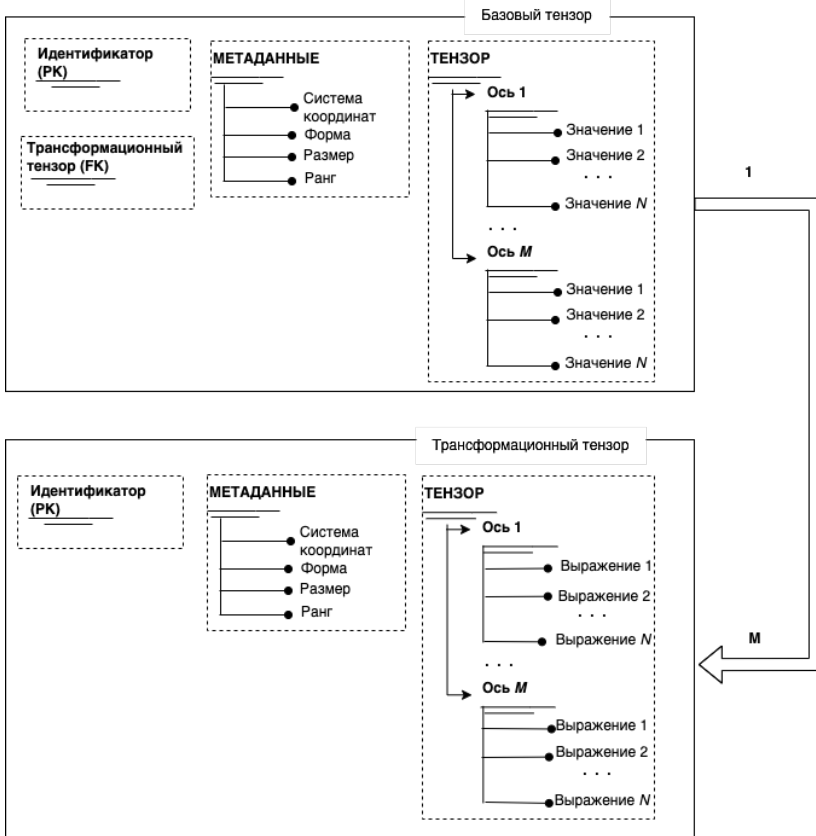


Рис. 3. Общая схема информационной модели тензоров

Платформа для реализации обозначенной модели ограничивается только реляционными СУБД ввиду того, основой соответствующей модели является именно реляционное представление. Конкретная реализация зависит от возможностей и комплекса технических средств разработчика.

7. Подход к визуализации тензорных полей. Анализ описанных выше подходов к визуализации тензорных полей показал их невысокую эффективность и информативность с точки зрения комплексного рассмотрения составляющих его параметров по различным осям заданной системы координат. Наиболее распространенным при этом является вариант послойного представления скалярного разложения тензорного поля на компоненты, что при большом количестве данных, характеризующих сложный организованный процесс / явление, может привести к потере значимой информации ввиду перегруженности итогового пространственного изображения.

В настоящей работе предлагается подход, учитывающий поосевое распределение параметров поля в составе соответствующего тензора и позволяющий продемонстрировать пространственное (или в ряде задач пространственно-временное) распределение данных в удобной для конечного пользователя форме. При этом ожидается, что возможность комплексного визуального анализа на уровне пространственного изображения позволит пользователям повысить оперативность принятия решений в соответствующих прикладных областях.

В основе предлагаемого подхода лежит предположение, что каждый тензор можно представить в виде геопространственного примитива, форма которого адаптирована под соответствующие значения ранга тензора и его формы. В качестве такого базового графического примитива представляется выбрать специализированную фигуру – глиф (glyph). В терминах научной визуализации глифы или графические символы отображают несколько значений данных, характеризуя их форму, размер, ориентацию и внешний вид поверхности базового геометрического примитива [14, 15]. Здесь представляется целесообразным отметить, что непосредственно пространственные данные по тензорам геомагнитного поля представлены в соответствии с информационной моделью, предложенной в предыдущем разделе. Единым запросом с заданными пространственно-временными параметрами формируется обращение к соответствующему информационному хранилищу тензоров. Формируемый при этом результат передается модулю визуализации

для последующего формирования соответствующего пространственного слоя.

При этом представляется целесообразным отметить, что при визуализации глифов используются строго определенные графические примитивы, среди которых выделяют эллипсоид, кубоид, цилиндрический глиф, а также суперквадрикс [16]. Предполагается, что выбор базовой формы глифа напрямую зависит от количества составляющих тензор осей, что, очевидно, определяется рангом соответствующего глифа. Представляется целесообразным в качестве такой основы выбрать простейший вариант представления глифа – эллипсоид. Для поддержки представления эллипсоида для визуализации сложных глифов представляется целесообразным использовать суперэллипсоиды, базирующиеся на использовании кривых Ламе [17].

Для возможности применения суперэллипсоида для решения поставленной задачи представляется дополнить его соответствующими осями с центром в центроиде графического примитива. Внутри каждой оси глифа представлена конкретная составляющая тензора. Например, в случае тензора градиента геомагнитного поля, такими составляющим являются соответствующие компоненты вектора магнитного поля Земли. Здесь и далее представляется целесообразным использовать термин «тензорный глиф» для описания подхода к визуализации рассматриваемого типа полей.

Далее размер и цвет каждой составной части вдоль соответствующей виртуальной оси, исходящей из центроида, можно использовать для отображения информации о скалярных величинах. В частности, для информативного изображения конкретных составляющих представляется использовать монохромное представление значений по каждой виртуальной оси глифа. При этом по заранее сформированной цветовой маске в зависимости от конкретного визуализируемого значения итоговый цвет должен быть представлен в виде соответствующего градиента с шириной, определяемой размерами глифа и количеством предусмотренных в нем осей. В результате интенсивность градиента по каждой из осей тензорного глифа в составе единой фигуры позволит визуально оценить их распределение с учетом аналогичных изображений в соседних пространственных точках.

Для указания направленной информации о тензорном поле необходимо дополнить глиф любым изображением указателя, представляющим вектор. Поскольку в рассматриваемом подходе

к визуализации предлагается использовать неявные оси, то и указание направления должно быть реализовано посредством дополнительных пиктограмм, составляющих части исходного глифа.

В общем виде итоговое пространственное изображение складывается из множества суперэллипсов, координатно привязанных к соответствующим пространственным точкам в заданных системах координат. Центроид суперэллипса геометрически совмещен с соответствующей пространственной точкой. В результате сформированное пространственное изображение визуально не отличается от традиционного пространственного слоя и при необходимости может быть также дополнено дополнительными пространственными изображениями и соответствующими пространственными слоями без потери информативности. Пояснительная информация по глифу должна быть документирована соответствующей цветовой схемой (легендой).

Во избежание перегруженности предлагаемого визуального представления полей представляется ограничиться только тензорами нулевого, первого и второго порядка, чтобы количество возможных осей в тензорном глифе не превышало трех.

Особенность предложенного подхода к визуализации на основе суперэллипсов заключается в том, что в случае нечетного количества осей эллипс теряет собственную симметричность. Известно, что в общем виде простой эллипс представляет собой фигуру, заданную кривыми второго порядка и выражаемую отношением вида:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (14)$$

где коэффициенты a и b определяют соответственно сжатость («приплюснутость») эллипса вдоль осей координат.

Вместе с тем, такой подход неприменим в том случае, если осей более двух и невозможно определить искомые коэффициенты для построения соответствующего симметричного эллипса. В этом случае его замена на суперэллипс выражается с помощью соотношения следующего вида:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 1, \quad (15)$$

где n – коэффициент, значение которого определяется количеством осей, которые должны быть визуализированы в составе суперэллипса. Так, к примеру, при $n = 1$, результатом визуализации суперэллипса в общем виде является ромб с вершинами на осях координат. В случае, если значение указанного коэффициента лежат в диапазоне $1 < n < 2$, то результатом визуализации суперэллипса является ромб с выпуклыми сторонами. При $n = 2$ результатом визуализации является эллипс (или, если a и b равны – окружности). По мере приближения n к бесконечности результат визуализации приближается внешне к прямоугольнику.

С учетом особенностей градации тензоров по рангам представляется подбирать коэффициент n таким образом, что в общем виде его можно представить как:

$$\forall G = [l, r, N] \exists S_G = \left(\frac{o_1}{a}\right)^n + \left(\frac{o_2}{b}\right)^n + \dots + \left(\frac{o_{r-1}}{z}\right)^n = 1; n = r + 1, \quad (16)$$

где G – тензор формы l ранга r с общим количеством элементов, равным N . Здесь и далее o_1, o_2, \dots, o_{r-1} соответствует осям суперэллипса, выделенным в соответствии с рангом визуализируемого тензора r .

Представляется целесообразным также отметить, что подбор коэффициентов a, b, \dots, z возможно выполнить пропорционально значениям соответствующим осям тензора. При этом для каждой оси коэффициенты должны быть подобраны с учетом масштабирования соответствующих значений. Аналогичные расчеты представляется целесообразным выполнять в том числе и на уровне соответствующих градиентов монохрома по рассматриваемым осям тензора и непосредственно характеризующего его суперэллипса.

Здесь следует отметить, что в отдельных случаях получаемые в результате подбора соответствующих коэффициентов суперэллипсы могут выглядеть так, как будто они имеют прямые стороны по каждой из осей. Вместе с тем все точки на пересечении с осями суперэллипса соединены кривыми, которые изогнуты фактически по всему периметру. Иными словами, даже в тех фрагментах, где сегмент суперэллипса внешне выглядит прямым, в действительности он слегка изогнут. При этом кривизна соответствующих линий суперэллипса изменяется повсюду непрерывно [18, 19].

На рисунке 4 приведены обобщенные примеры использования суперэллипсов для визуализации тензоров различного ранга.

Результаты отличаются количеством осей, вдоль которых размещаются эллипсы.

Информативность предложенного варианта визуализации тензоров проявляется двояко. С одной стороны, вытянутость вдоль определенной оси суперэллипсов, изображенных на рисунке 4, показывает ранг тензора. С другой стороны, цвет тех же суперэллипсов отражает значения градиентов тензоров геомагнитного поля. В целом это позволяет оперативно оценить визуализируемые данные (атрибутивные параметры) как количественно, так и качественно в едином глифе.

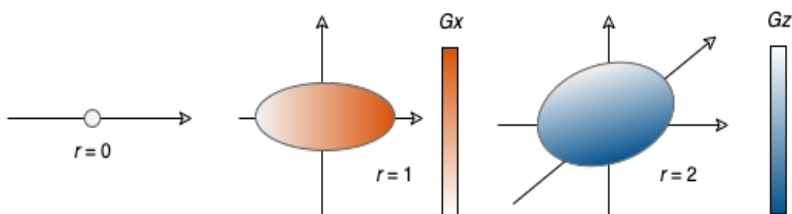


Рис. 4. Примеры визуализации симметричных суперэллипсов для тензоров различных рангов

Для простоты и наглядности в каждом из вариантов на рисунке 4 рассматривается частный случай суперэллипса, представленный симметричным эллипсом. В действительности такая ситуация возможна крайне редко и в данном случае является просто искусственно синтезированным примером. В случае, если ранг тензора не нулевой, то подбор коэффициентов n, a, b, \dots, z приводит к тому, что итоговый суперэллипс сильно искривляется по отношению к той или иной оси.

8. Апробация предложенного подхода. Для подтверждения работоспособности предложенного подхода к обработке, анализу и визуализации тензорных полей в качестве тестового был использован тестовый набор данных, характеризующих пространственное распределение градиента магнитного поля в виде набора соответствующих тензоров второго ранга.

Основным критерием оценки эффективности стала наглядность результата визуализации. Для сравнения были выполнены аналогичные преобразования на примере однослойной и многослойной визуализации посредством системы пространственных изолиний, а также смешанного подхода на основе изолиний и пространственных точек [20, 21] (рисунк 4).

Представляется целесообразным отметить, что во всех отличных от предлагаемого подхода случаях решение задачи визуализации поля сводится к его преобразованию на уровне отдельных скалярных значений. К примеру, в контексте геомагнитного поля таковым является один из компонент соответствующего вектора. Результат визуализации пространственно-временного распределения по одному заданному компоненту представлен в виде системы пространственных изолиний на рисунке 5(б).

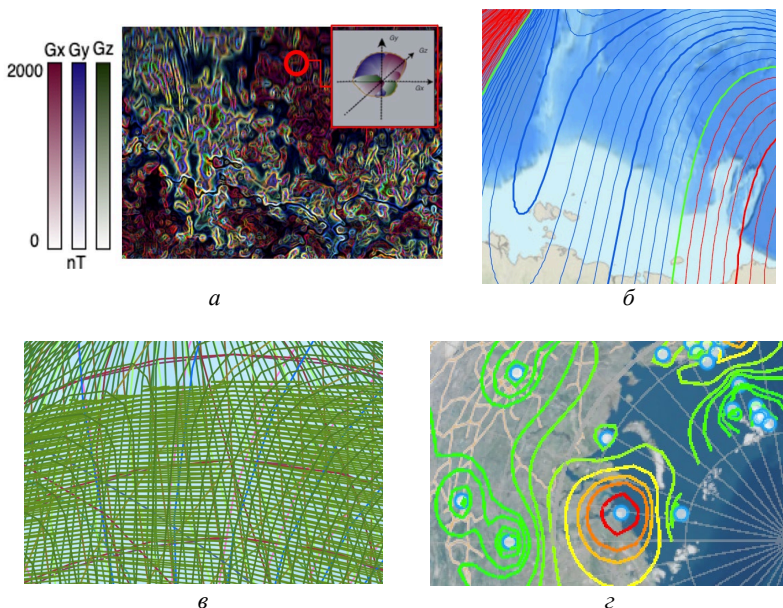


Рис. 5. Возможности визуализации тензора произвольного градиента магнитного поля: а) предлагаемый подход (градиенты по трем заданным в исходном тензоре осям); б) однослойные изолинии, в) многослойные изолинии, г) однослойные изолинии и пространственные точки (градиент по оси x для трех заданных в исходном тензоре осей)

В действительности необходимая информация о пространственном распределении параметров поля должна быть получена только в комплексном рассмотрении составляющих его компонент. Так, на рисунке 5(в) показано, каким образом выполнена визуализация всех компонент геомагнитного поля с учетом того, что каждый из них представлен собственным пространственным слоем, заданным соответствующим набором геопространственных изолиний

в различной цветовой схеме. Из рисунка видно, что наблюдается плотное перекрывание пространственных слоев, что, в итоге, крайне затрудняет их визуальный анализ и интерпретацию, фактически не позволяя отделить один компонент вектора от другого.

На рисунке 5(г) приведен результат визуализации поля, также представляющий собой гибридный подход. Один из параметров поля представлен в виде совокупности пространственных изолиний, а другой визуализируемый параметр задан множеством пространственных точек. При этом нет принципиальной разницы в послыном способе реализации предложенного подхода, который может задавать как отдельные слои, соответствующие отдельным визуализируемым параметрам, так и единый слой, в котором сочетаются все визуализируемые параметры, в том числе, представленные посредством различных геопространственных примитивов (в данном случае, это пространственные полилинии и точки соответственно).

Фрагмент результатов визуализации, полученных посредством предложенного подхода к графической интерпретации тензорных полей, представлен на рисунке 5(а). В каждой доступной пространственной точке проведена визуализация суперэллипса с тремя осями, вдоль каждой из которых соответствующие визуализируемые значения компонента вектора геомагнитного поля характеризуются градиентом заданного цвета (монохром). Здесь показаны градиенты по осям x , y , z (соответственно G_x , G_y , G_z в соответствии с выражением (3) и подтензорами выражения (6) для трех заданных в исходном тензоре вектора геомагнитного поля осей (данные извлекаются из хранилища, построенного в соответствии с предложенной гибридной моделью на базе СУБД PostgreSQL и Sedna XML). Полученный в результате пространственный слой в общем виде несет информацию о характере пространственного распределения совокупности составляющих визуализируемое тензорное поле компонент с распределением по соответствующим осям. Дополненное легендой с пояснениями касательно используемой цветовой схемы, а также дополнительной контекстной информацией о каждой составляющей слоя такой подход позволяет составить общую (единую) картину распределения всех компонент рассматриваемого поля (в данном случае данные были сформированы произвольно).

Для обобщения результатов сравнительного анализа особенностей визуализации компонент тензорного поля (на примере вектора геомагнитного поля) различными способами был выделен ряд критериев, характеризующих их результативность. Здесь

представляется целесообразным отметить, что оценить эффективность визуализации в рассматриваемых случаях возможно только качественно. Однако, небольшая группа показателей может быть условно оценена количественно. Соответствующие результаты сравнительного анализа по выделенным критериям эффективности визуализации приведены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты сравнительного анализа подходов к визуализации тензора произвольного градиента магнитного поля

Подход \ Критерий	Количество визуализируемых в слое атрибутивных параметров / количество пространственных слоев	Время рендеринга пространственного слоя (слоев) (с)	Время отклика (с)
Подход на основе тензорного исчисления	$\geq 1 / 1$	4	2
Однослойные изолинии	1 / 1	2	2
Многослойные изолинии	$\geq 1 / \geq 1$	5	6
Однослойные изолинии и пространственные точки	$\geq 1 / \geq 1$	4	5

Примечание: вычислительные эксперименты были проведены на клиентской стороне с применением ЭВМ (CPU Intel Core i5 10300H ГГц, оперативная память 4 ГБ, скорость интернет-соединения ~52.4 Мбит/с) и на серверной стороне – на базе веб-сервера с процессором 72 * Intel(R) Xeon(R) Gold 6140 CPU @ 2.30GHz.

Анализ представленных в таблице 1 результатов позволяет заключить, что при минимальном времени отклика и не превышающем максимум времени рендеринга предлагаемый подход на основе тензорного исчисления обеспечивает возможность визуализации множества атрибутивных параметров в рамках одного пространственного слоя. Ожидается, что это позволит упростить анализ данных для специалистов в соответствующей области, в частности, для интерпретации геомагнитной информации.

9. Заключение. В настоящее время задача обработки, анализа и визуализации полей различной природы происхождения успешно

решается только для скалярных значений. Известные решения обеспечивают широкий спектр инструментов, позволяющих визуализировать скалярные значения, распределенные по земной поверхности.

Вместе с тем данные, описывающие те или иные процессы и / или явления, имеют более сложную, отличную от атомарных значений структуру. К ним относятся, в частности, векторные данные, которые помимо атрибутивных значений характеризуются соответствующим направлением, вектором, исходящим из заданной пространственной точки. Еще более сложной структурой обладают данные, относящиеся к категории тензорных полей: в этом случае увеличивается количество направлений / осей / векторов, вдоль которых анализируются соответствующие атрибутивные значения. Так, примерами таких данных являются, в частности, гравитационное, геомагнитное поле, которые задаются многокомпонентными векторами или тензорами (так называемые тензорные поля). На сегодняшний день обработка и визуализация таких данных осуществляются в подавляющем большинстве случаев их декомпозицией на скалярные составляющие, каждый из которых рассматривается отдельно от других. В результате теряется значимая для принятия решений и / или исследования некоторого процесса / явления информация, которая должна быть рассмотрена и проанализирована именно в комплексной своей форме.

В этой связи в работе был предложен подход, ориентированный на обработку, хранение и визуализацию данных тензорных полей на основе принципов тензорного исчисления. На примере геофизических данных было формализовано тензорное представление соответствующих атрибутивных значений, определены типовые операции объединения / декомпозиции отдельных тензорных полей и их составляющих.

На основе смешанного подхода, сочетающего в себе элементы реляционных и иерархических моделей данных, был предложен способ физического хранения информации по тензорным полям. В частности, была сформулирована концептуальная схема представления тензорного поля именно по данному предложенному гибриднему подходу.

Проведенные формализованные результаты послужили основой для создания подхода к визуализации тензорных полей. При этом проведенный анализ известных подходов позволил выявить их преимущества для визуализации сложно организованных пространственных данных и использовать их для формулировки

нового, усовершенствованного подхода. Предложенный авторами подход получил название тензорного глифа. При этом в качестве геопространственного примитива предложено использовать суперэллипсы, оси которого соответствуют рангу визуализируемого тензора, а атрибутивные значения выражаются варьированием цветового градиента в его монохромном представлении.

На примере произвольных значений вектора геомагнитного поля предложенный подход был сравнен с точки зрения наглядности с известными практикуемыми подходами: однослойным представлением одного скалярного значения, многослойным представлением нескольких скалярных значений, а также сочетанием различных геопространственных примитивов для представления разнородных скалярных значений. Проведенный анализ показал, что применение предложенного подхода позволяет заметно «разгрузить» итоговое пространственное изображение без необходимости многослойного представления. Дополненное легендой с пояснениями касательно используемой цветовой схемы, а также дополнительной контекстной информацией о каждой составляющей слоя такой подход позволяет составить общую (единую) картину распределения всех компонент рассматриваемого поля.

Литература

1. Vorobev A.V., Pilipenko V.A., Sakharov Ya.A., Selivanov V.N. Statistical relationships between variations of the geomagnetic field, auroral electrojet, and geomagnetically induced currents // *Solar-Terrestrial Physics*. 2019. vol. 5. no. 1. pp. 35–42.
2. Vorobev A.V., Pilipenko V.A., Enikeev T.A., Vorobeva G.R. Geoinformation system for analyzing the dynamics of extreme geomagnetic disturbances from observations of ground stations // *Computer Optics*. 2020. vol. 44. no. 5. pp. 782–790.
3. Fleming J., Marvel S., Supak S., Motsinger-Reif A., Reif D. ToxPi*GIS Toolkit: creating, viewing, and sharing integrative visualizations for geospatial data using ArcGIS // *Journal of Exposure Science & Environmental Epidemiology*. 2022. vol. 32. no. 6. pp. 900–907. DOI: 10.1038/s41370-022-00433-w.
4. Simonyan A., Ohanyan M. Refined Spatio-Temporal Model of Accelerations of the Main Geomagnetic Field on the Earth's Surface and Geomagnetic Jerks // *Geomagnetism and Aeronomy*. 2023. vol. 63. no. 3. pp. 325–348. DOI: 10.1134/S0016793223600078.
5. Boyarchuk M.A., Zhurkin I.G., Nepoklonov V.B. Concept of a visualization method for Earth's gravity field on plain maps // *Scientific Visualization*. 2019. vol. 11. no. 1. pp. 70–79. DOI: 10.26583/sv.11.1.06.
6. Peng Z, Laramée S. Higher Dimensional Vector Field Visualization. A Survey // *Theory and Practice of Computer Graphics (TPCG '09)*. 2009. pp. 149–163.
7. Meuschke M., Vob S., Gaidzik F., Preim B., Lawonn K. Skyscraper Visualization of Multiple Time-Dependent Scalar Fields on Surfaces // *Computers & Graphics*. 2021. vol. 99. pp. 22–42. DOI: 10.1016/j.cag.2021.05.005.

8. Lobo M.-J., Telea A., Hurter C. Feature Driven Combination of Animated Vector Field Visualizations // *Computer Graphics Forum*. 2020. vol. 39. no. 3. pp. 429–441. DOI: 10.1111/cgf.13992.
9. Hergl C., Blecha C., Kretschmar V., Raith F., Gunther F., Stommel M., Jankowai J., Hotz I., Nagel T., Scheuermann G. Visualization of Tensor Fields in Mechanics // *Computer Graphics Forum*. 2021. vol. 40. no. 6. pp. 135–161. DOI: 10.1111/cgf.14209.
10. He Z., Hu X., Teng Yu., Zhang X., Shen X. Data agreement analysis and correction of comparative geomagnetic vector observations // *Earth, Planets and Space*. 2022. vol. 74. DOI: 10.1186/s40623-022-01583-9.
11. Huang Y., Wu L., Li D. Theoretical Research on Full Attitude Determination Using Geomagnetic Gradient Tensor // *The Journal of Navigation*. 2015. no. 68(5). pp. 951–961. DOI: 10.1017/S0373463315000259.
12. Vorobev A.V., Vorobeva G.R., Yusupova N.I. Conception of geomagnetic data integrated space // *SPIRAS Proceedings*. 2019. vol. 18. no. 2. pp. 390–415. DOI: 10.15622/sp.18.2.390-415.
13. Reddy B., Bommala H., Bhyrapuneni S. Strategies and Approaches for Generating Identical Extensive XML Tree Instances // *International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication*. 2023. vol. 11. pp. 559–564. DOI: 10.17762/ijritcc.v11i8s.7238.
14. Yu Q., Zhang X., Huang Zh.-H. Tensor Factorization-Based Method for Tensor Completion with Spatio-temporal Characterization // *Journal of Optimization Theory and Applications*. 2023. vol. 119. pp. 337–362. DOI: 10.1007/s10957-023-02287-0.
15. Xia S., Qiu D., Zhang X. Tensor factorization via transformed tensor-tensor product for image alignment // *Numerical Algorithms*. 2023. vol. 22. pp. 1251–1289. DOI: 10.1007/s11075-023-01607-9.
16. Tomasevic D., Peer P., Solina F., Jaklic A., Struc V. Reconstructing Superquadrics from Intensity and Color Images // *Sensors*. 2022. vol. 22(14). no. 5332. DOI: 10.3390/s22145332.
17. Mamieva I. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. vol. 18. no. 4. pp. 387–395. DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395.
18. Borisenko V., Ustenko S., Ustenko I. Constructing a method for the geometrical modeling of the lame superellipses in the oblique coordinate systems // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. vol. 2. no. 4. pp. 51–59. DOI: 10.15587/1729-4061.2020.201760.
19. Olayiwola T., Choi S.-J. Superellipse model: An accurate and easy-to-fit empirical model for photovoltaic panels // *Solar Energy*. 2023. vol. 262. DOI: 10.1016/j.solener.2023.05.026.
20. Vorobev A.V., Pilipenko V.A., Enikeev T.A., Vorobeva G.R. Geoinformation system for analyzing the dynamics of extreme geomagnetic disturbances from observations of ground stations // *Computer Optics*. 2020. vol. 44. no. 5. pp. 782–790.
21. Vorobev A.V., Pilipenko V.A., Enikeev T.A., Vorobeva G.R., Khristodulo O.I. System for dynamic visualization of geomagnetic disturbances according to the data of ground magnetic stations // *Scientific Visualization*. 2021. vol. 13. no. 1. pp. 162–176. DOI: 10.26583/sv.13.1.11.

Воробьева Гульнара Равиленна — д-р техн. наук, профессор кафедры, кафедра вычислительной математики и кибернетики института математики, информатики и робототехники, Уфимский университет науки и технологий. Область научных интересов: геоинформационные и веб-технологии, системы хранения и обработки

информации. Число научных публикаций — 158. gulnara.vorobeva@gmail.com; улица Карла Маркса, 12, 450077, Уфа, Россия; р.т.: +7(917)417-4111.

Воробьев Андрей Владимирович — д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры, кафедра информатики института математики, информатики и робототехники, Уфимский университет науки и технологий; научный сотрудник, Геофизический центр РАН. Область научных интересов: геоинформационные технологии, цифровая обработка сигналов. Число научных публикаций — 172. geomagnet@list.ru; улица Карла Маркса, 12, 450077, Уфа, Россия; р.т.: +7(917)345-2299.

Орлов Глеб Олегович — аспирант, кафедра вычислительной математики и кибернетики института математики, информатики и робототехники, Уфимский университет науки и технологий. Область научных интересов: геоинформационные и веб-технологии, системы защиты ПО от несанкционированного копирования. Число научных публикаций — 2. orlovgleb99@mail.ru; улица Карла Маркса, 12, 450077, Уфа, Россия; р.т.: +7(919)145-5147.

Поддержка исследований. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФ, проект № 21-77-30010.

G. VOROBVA, A. VOROBV, G. ORLOV
**THE CONCEPT OF PROCESSING, ANALYSIS AND
VISUALIZATION OF GEOPHYSICAL DATA BASED ON
ELEMENTS OF TENSOR CALCULUS**

Vorobva G., Vorobev A., Orlov G. The Concept of Processing, Analysis and Visualization of Geophysical Data Based on Elements of Tensor Calculus.

Abstract. One of the main approaches to processing, analysis and visualization of geophysical data is the use of geographic information systems and technologies, which is due to their geospatial reference. At the same time, the complexity of presenting geophysical data is associated with their complex structure, which involves many components that have the same geospatial reference. Vivid examples of data of such a structure and format are gravitational and geomagnetic fields, which in the general case are specified by three and four-component vectors with multidirectional coordinate axes. At the same time, today there are no solutions that allow visualizing these data in a complex without decomposing them into individual scalar values, which, in turn, can be presented in the form of one or many spatial layers. In this regard, the work proposes a concept that uses elements of tensor calculus for processing, storing and visualizing information of this format. In particular, a mechanism for tensor representation of field components has been formalized with the possibility of combining it with other data of the same format, on the one hand, and convolution when combined with data of a lower rank. Using the example of a hybrid relational-hierarchical data model, a mechanism for storing information on tensor fields is proposed, which provides for the possibility of describing and subsequently applying transformation instructions when transitioning between different coordinate systems. The paper discusses the use of this approach in the transition from the Cartesian to the spherical coordinate system when representing the parameters of the geomagnetic field. For complex visualization of tensor field parameters, an approach based on the use of tensor glyphs is proposed. The latter are superellipses with axes corresponding to the rank of the tensor. In this case, the attribute values themselves are proposed to be visualized relative to the corresponding axes of the graphic primitive in such a way that the data distribution can be specified by varying the gradient of the corresponding monochrome representation of the parameter along the corresponding axis. The performance of the proposed concept was investigated during a comparative analysis of the tensor approach with known solutions based on the scalar decomposition of the corresponding complex values with their subsequent representation in the form of one or many spatial layers. The analysis showed that the use of the proposed approach will significantly increase the visibility of the generated geospatial image without the need for complex overlapping of spatial layers.

Keywords: tensor fields, tensor calculus, geographic information technologies, glyphs, superellipses.

References

1. Vorobev A.V., Pilipenko V.A., Sakharov Ya.A., Selivanov V.N. Statistical relationships between variations of the geomagnetic field, auroral electrojet, and geomagnetically induced currents. *Solar-Terrestrial Physics*. 2019. vol. 5. no. 1. pp. 35–42.
2. Vorobev A.V., Pilipenko V.A., Enikeev T.A., Vorobva G.R. Geoinformation system for analyzing the dynamics of extreme geomagnetic disturbances from observations of ground stations. *Computer Optics*. 2020. vol. 44. no. 5. pp. 782–790.

3. Fleming J., Marvel S., Supak S., Motsinger-Reif A., Reif D. ToxPi*GIS Toolkit: creating, viewing, and sharing integrative visualizations for geospatial data using ArcGIS. *Journal of Exposure Science & Environmental Epidemiology*. 2022. vol. 32. no. 6. pp. 900–907. DOI: 10.1038/s41370-022-00433-w.
4. Simonyan A., Ohanyan M. Refined Spatio-Temporal Model of Accelerations of the Main Geomagnetic Field on the Earth's Surface and Geomagnetic Jerks. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2023. vol. 63. no. 3. pp. 325–348. DOI: 10.1134/S0016793223600078.
5. Boyarchuk M.A., Zhurkin I.G., Nepoklonov V.B. Concept of a visualization method for Earth's gravity field on plain maps. *Scientific Visualization*. 2019. vol. 11. no. 1. pp. 70–79. DOI: 10.26583/sv.11.1.06.
6. Peng Z, Laramée S. Higher Dimensional Vector Field Visualization. *A Survey. Theory and Practice of Computer Graphics (TPCG '09)*. 2009. pp. 149–163.
7. Meuschke M., Vob S., Gaidzik F., Preim B., Lawonn K. Skyscraper Visualization of Multiple Time-Dependent Scalar Fields on Surfaces. *Computers & Graphics*. 2021. vol. 99. pp. 22–42. DOI: 10.1016/j.cag.2021.05.005.
8. Lobo M.-J., Telea A., Hurter C. Feature Driven Combination of Animated Vector Field Visualizations. *Computer Graphics Forum*. 2020. vol. 39. no. 3. pp. 429–441. DOI: 10.1111/cgf.13992.
9. Hergl C., Blecha C., Kretzschmar V., Raith F., Gunther F., Stommel M., Jankowai J., Hotz I., Nagel T., Scheuermann G. Visualization of Tensor Fields in Mechanics. *Computer Graphics Forum*. 2021. vol. 40. no. 6. pp. 135–161. DOI: 10.1111/cgf.14209.
10. He Z., Hu X., Teng Yu., Zhang X., Shen X. Data agreement analysis and correction of comparative geomagnetic vector observations. *Earth, Planets and Space*. 2022. vol. 74. DOI: 10.1186/s40623-022-01583-9.
11. Huang Y., Wu L., Li D. Theoretical Research on Full Attitude Determination Using Geomagnetic Gradient Tensor. *The Journal of Navigation*. 2015. no. 68(5). pp. 951–961. DOI: 10.1017/S0373463315000259.
12. Vorobev A.V., Vorobeva G.R., Yusupova N.I. Conception of geomagnetic data integrated space. *SPIIRAS Proceedings*. 2019. vol. 18. no. 2. pp. 390–415. DOI: 10.15622/sp.18.2.390-415.
13. Reddy B., Bommala H., Bhyrapuneni S. Strategies and Approaches for Generating Identical Extensive XML Tree Instances. *International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication*. 2023. vol. 11. pp. 559–564. DOI: 10.17762/ijritcc.v11i8s.7238.
14. Yu Q., Zhang X., Huang Zh.-H. Tensor Factorization-Based Method for Tensor Completion with Spatio-temporal Characterization. *Journal of Optimization Theory and Applications*. 2023. vol. 119. pp. 337–362. DOI: 10.1007/s10957-023-02287-0.
15. Xia S., Qiu D., Zhang X. Tensor factorization via transformed tensor-tensor product for image alignment. *Numerical Algorithms*. 2023. vol. 22. pp. 1251–1289. DOI: 10.1007/s11075-023-01607-9.
16. Tomasevic D., Peer P., Solina F., Jaklic A., Struc V. Reconstructing Superquadrics from Intensity and Color Images. *Sensors*. 2022. vol. 22(14). no. 5332. DOI: 10.3390/s22145332.
17. Mamieva I. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. vol. 18. no. 4. pp. 387–395. DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395.
18. Borisenko V., Ustenko S., Ustenko I. Constructing a method for the geometrical modeling of the lame superellipses in the oblique coordinate systems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. vol. 2. no. 4. pp. 51–59. DOI: 10.15587/1729-4061.2020.201760.

19. Olayiwola T., Choi S.-J. Superellipse model: An accurate and easy-to-fit empirical model for photovoltaic panels. *Solar Energy*. 2023. vol. 262. DOI: 10.1016/j.solener.2023.05.026.
20. Vorobev A.V., Pilipenko V.A., Enikeev T.A., Vorobeva G.R. Geoinformation system for analyzing the dynamics of extreme geomagnetic disturbances from observations of ground stations. *Computer Optics*. 2020. vol. 44. no. 5. pp. 782–790.
21. Vorobev A.V., Pilipenko V.A., Enikeev T.A., Vorobeva G.R., Khristodulo O.I. System for dynamic visualization of geomagnetic disturbances according to the data of ground magnetic stations. *Scientific Visualization*. 2021. vol. 13. no. 1. pp. 162–176. DOI: 10.26583/sv.13.1.11.

Vorobeva Gulnara — Ph.D., Dr.Sci., Professor of the department, Computational mathematics and cybernetics institute of mathematics, informatics and robotics, Ufa University of Science and Technology. Research interests: geoinformation and web technologies, systems of information storing and processing. The number of publications — 158. gulnara.vorobeva@gmail.com; 12, Karl Marx St., 450077, Ufa, Russia; office phone: +7(917)417-4111.

Vorobev Andrei — Ph.D., Dr.Sci., Associate Professor, Professor of the department, informatics department of institute of mathematics, informatics and robotics, Ufa University of Science and Technology; Researcher, Geophysical Center of RAS. Research interests: geoinformation technologies, digital signal processing. The number of publications — 172. geomagnet@list.ru; 12, Karl Marx St., 450077, Ufa, Russia; office phone: +7(917)345-2299.

Orlov Gleb — Graduate student, Department of computational mathematics and cybernetics, institute of mathematics, informatics and robotics, Ufa University of Science and Technology. Research interests: geoinformation and web technologies, systems for protecting software from unauthorized copying. The number of publications — 2. orlovgleb99@mail.ru; 12, Karl Marx St., 450077, Ufa, Russia; office phone: +7(919)145-5147.

Acknowledgements. The reported study was funded by RSF, project number 21-77-30010.