УДК 519.688

М.М. Безрядин, Г.И. Лозгачев

СИНТЕЗ МОДАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА С КОМПЕНСАЦИЕЙ ВНЕШНЕГО ВОЗМУЩЕНИЯ ДЛЯ ОБЪЕКТА С ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМАЛЬНОЙ РОБАСТНОСТИ

Безрядин М.М., Лозгачев Г.И. **Синтез модального регулятора с компенсацией внешнего возмущения для объекта с параметрической неопределенностью по критерию максимальной робастности.**

Аннотация. В статье предложен метод построения модального регулятора по передаточной функции замкнутой системы при наличии внешнего возмущающего и задающего воздействий. Метод отличается простотой и позволяет выразить коэффициенты передаточной функции регулятора через коэффициенты желаемого полинома замкнутой системы. На основании этой особенности приводится алгоритм оптимизации системы по этим коэффициентам по критерию максимальной робастности.

Ключевые слова: алгоритм, модальный регулятор, робастность, оптимизация.

Bezryadin M.M., Lozgachev G.I. **Synthesis of modal controller with compensation of external disturbance for the object with parametric uncertainty on the criterion of maximum robustness.**

Abstract. This paper proposes a method of constructing modal regulator by transfer function for closed-loop system in case of presence of setting and disturbance influence. The method is simple and allows to express the coefficients of the transfer function of the regulator in terms of coefficients of the wishful polynomial closed-loop system. On the basis of this feature an optimization algorithm of these coefficients on the criterion of maximum robustness is presented.

Keywords: algorithm, modal controller, robustness, optimization.

1. Введение. Проблема робастности является в настоящее время центральной в теории и практике автоматического управления различными технологическими процессами. Это объясняется приближенностью математических моделей технологических процессов, а подчас и отсутствием таковых. В этой ситуации усилия исследователей направлены на разработку таких регуляторов (робастных регуляторов), которые обеспечивали бы качественную стабилизацию основных технологических параметров процесса. Даже если ограничиваться рассмотрением только линейных моделей с коэффициентами, принадлежащими некоторому интервалу, то и в этом случае поставленная задача является весьма сложной. Этому вопросу посвящена обширная литература [1, 2, 3].

Стоит отметить, что существующие методы построения робастных регуляторов часто оказываются достаточно сложными алгоритмически, что затрудняет их программную реализацию на персональных компьютерах.

В настоящей работе разработан метод построения модальных робастных регуляторов при наличии задающих и возмущающих воздействий, при этом предполагается, что задающее и возмущающее воздействие имеют волновую структуру [4]. Данный метод распространяется на системы любого порядка, но в отличие от [5, 6] математический аппарат достаточно прост и сводится к элементарному делению полиномов. Благодаря алгоритмической простоте данный метод достаточно удобен для реализации его на ЭВМ.

2. **Метод синтеза регулятора**. Рассмотрим замкнутую систему автоматического управления, изображенную на рис. 1

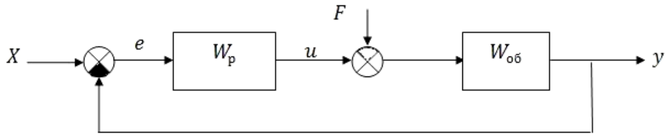

Рис. 1. Схема замкнутой системы автоматического управления.

Обозначим через $\Re_n$ множество алгебраических многочленов степени n над полем действительных чисел.

Пусть задана передаточная функция расчетного объекта

$$W_{об}(p) = \frac{P_1(p)}{P_2(p)} \tag{1}$$

где $P_1(p) \in \Re_m$ и $P_2(p) \in \Re_n$.

Условие физической реализуемости накладывает ограничение на степени полиномов $m \le n$.

Передаточная функция реального объекта управления

$$W^*_{об}(p) = \frac{P^*_1(p)}{P^*_2(p)} \tag{2}$$

где $P^*_1(p) \in \Re_m$ и $P^*_2(p) \in \Re_n$ содержат параметрическую неопределенность интервального типа.

Неопределенность может быть задана одним из следующих способов

$$| q^*_i - q_i | \le \gamma\alpha_i \tag{3}$$

q_i – заданные номинальные значения параметров, q_i^* – реальные значения параметров, α_i – масштабы возможных погрешностей по разным параметрам, γ – степень робастности $i=\overline{1,s}, s \le n+m$;

$$\underline{q_i} \le q_i^* - q_i \le \overline{q_i} \qquad (4)$$

q_i – заданные номинальные значения параметров, q_i^* – реальные значения параметров, $\underline{q_i}$ и $\overline{q_i}$ – пределы возможных погрешностей по i-му параметру $i=\overline{1,s}, s \le n+m$;

Изображение задающего воздействия

$$X(p) = \frac{R_1(p)}{R_2(p)} \qquad (5)$$

где $P_1(p) \in \Re_q$ и $P_2(p) \in \Re_r$.

Изображение внешнего возмущения задано в виде

$$F(p) = \frac{G_1(p)}{G_2(p)} \qquad (6)$$

где $G_1(p) \in \Re_g$ и $G_2(p) \in \Re_h$.

Необходимо найти передаточную функцию $W_p(p)$ реализуемого регулятора, обеспечивающего устойчивость замкнутой системы с передаточной функцией

$$W_{з.с} = \frac{W_{об}^*(p)W_p(p)}{1+W_{об}^*(p)W_p(p)} \qquad (7)$$

и подавляющего действие внешнего возмущения $F(p)$ при максимальном размахе γ.

Для решения поставленной задачи, прежде всего, необходимо определить передаточную функцию, обеспечивающую устойчивость замкнутой системы с номинальным объектом и подавляющую внешнее возмущение $F(p)$. Регулятор необходимо найти в общем виде.

Представим передаточную функцию замкнутой системы в виде частного двух полиномов $Q_1(p)$ и $Q_2(p)$

$$W_{з.с} = \frac{Q_1(p)}{Q_2(p)} \qquad (8)$$

где $Q_1(p) \in \Re_l$ и $Q_2(p) \in \Re_k$ полиномы степени $l \le k$.

Полином $Q_2(p)$ будем считать желаемым полиномом. Полином $Q_1(p)$ задан с точностью до коэффициентов, которые будут определены в процессе построения передаточной функции регулятора.

Введем в рассмотрение полиномы $N_1(p)$, $N_2(p)$, $N_{ост}(p)$, $L_{ост}(p)$, $T_1(p)$, $T_{ост}(p)$, $S_1(p)$, $S_{ост}(p)$.

Полином $N_1(p)$ есть частное от деления полинома $[Q_2(p)-Q_1(p)]$ на полином $P_2(p)$. Полином $N_2(p)$ есть частное от деления полинома $Q_1(p)$ на полином $P_1(p)$. Полином $T_1(p)$ есть частное от деления полинома $[Q_2(p)-Q_1(p)]$ на полином $R_2(p)$. Полином $S_1(p)$ есть частное от деления полинома $N_1(p)$ на полином $G_2(p)$.

Полином $N_{ост}(p)$ есть остаток от деления полинома $[Q_2(p)-Q_1(p)]$ на полином $P_2(p)$. Полином $L_{ост}(p)$ есть остаток от деления полинома $Q_1(p)$ на полином $P_1(p)$. Полином $T_{ост}(p)$ есть остаток от деления полинома $[Q_2(p)-Q_1(p)]$ на полином $R_2(p)$. Полином $S_{ост}(p)$ есть остаток от деления полинома $N_1(p)$ на полином $G_2(p)$. То есть

$$\frac{Q_2(p)-Q_1(p)}{P_2(p)} = N_1(p) + \frac{N_{ост}(p)}{P_2(p)} \tag{9}$$

$$\frac{Q_1(p)}{P_1(p)} = N_1(p) + \frac{L_{ост}(p)}{P_1(p)} \tag{10}$$

$$\frac{Q_2(p)-Q_1(p)}{R_2(p)} = T_1(p) + \frac{T_{ост}(p)}{T_2(p)} \tag{11}$$

$$\frac{N_1(p)}{G_2(p)} = S_1(p) + \frac{S_{ост}(p)}{G_2(p)} \tag{12}$$

<u>Теорема 1</u>. Если полиномы $Q_2(p)-Q_1(p)$, $Q_1(p)$, $Q_2(p)-Q_1(p)$ и $N_2(p)$ делятся соответственно на полиномы $P_2(p)$, $P_1(p)$, $R_2(p)$ и $G_2(p)$ без остатка, то существует передаточная функция регулятора, обеспечивающего желаемое расположение корней характеристического полинома замкнутой системы и обеспечивающего воспроизведение $x(t)$ без остаточной ошибки.

Передаточная функция регулятора при этом имеет вид

$$W_p(p) = \frac{N_1(p)}{N_2(p)} \tag{13}$$

Доказательство

Для доказательства первой части теоремы рассмотрим характеристический полином замкнутой системы с регулятором (13)

$$D(p) = N_2(p)P_2(p) + N_1(p)P_1(p)$$

В том случае, если деление (9) и (10) происходит без остатка, то

$$N_2(p)P_2(p) = Q_2(p) - Q_1(p)$$

$$N_1(p)P_1(p) = Q_1(p)$$

Таким образом

$$D(p) = Q_2(p) - Q_1(p) + Q_1(p) = Q_2(p)$$

Для доказательства второй части рассмотрим изображение ошибки управления:

$$\varepsilon(p) = x(p) - y(p)$$

$$y(p) = \frac{P_1(p)}{P_2(p)}[U(p) - F(p)] = \frac{P_1(p)}{P_2(p)}\left[\frac{N_1(p)}{N_2(p)}(x(p) - y(p)) + F(p)\right] =$$

$$= \frac{P_1(p)N_1(p)}{P_2(p)N_2(p)}x(p) - \frac{P_1(p)N_1(p)}{P_2(p)N_2(p)}y(p) + \frac{P_1(p)}{P_2(p)}F(p)$$

Перенося $y(p)$ в левую часть равенства получаем

$$y(p)\left[\frac{N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p)}{N_2(p)P_2(p)}\right] = \frac{P_1(p)N_1(p)}{P_2(p)N_2(p)}x(p) + \frac{P_1(p)}{P_2(p)}F(p)$$

Откуда

$$y(p) = \frac{P_1(p)N_1(p)}{N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p)}x(p) +$$

$$+ \frac{P_1(p)N_2(p)}{N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p)}F(p)$$

Подставляя $y(p)$ в выражение для ошибки получим

$$\varepsilon(p) = x(p) - y(p) =$$

$$= x(p) - \frac{P_1(p)N_1(p)}{N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p)}x(p) -$$

$$\frac{P_1(p)N_2(p)}{N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p)}F(p) =$$

$$= x(p)\left[1 - \frac{P_1(p)N_1(p)}{N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p)}\right] -$$

$$- \frac{P_1(p)N_2(p)}{N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p)} F(p) =$$

$$= x(p)\left[\frac{N_2(p)P_2(p)}{N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p)}\right] - \frac{P_1(p)N_2(p)}{N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p)} F(p)$$

Учитывая, что

$$N_2(p)P_2(p) + P_1(p)N_1(p) = Q_2(p)$$

и

$$N_2(p)P_2(p) = Q_1(p)$$

Получим

$$\varepsilon(p) = x(p)\left(1 - \frac{Q_1(p)}{Q_2(p)}\right) + \frac{P_1(p)N_2(p)}{Q_2(p)} F(p) =$$

$$= \frac{R_1(p)}{R_2(p)}\left(\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{Q_2(p)}\right) - \frac{P_1(p)N_2(p)}{Q_2(p)} \frac{G_1(p)}{G_2(p)} =$$

$$= \frac{R_1(p)}{Q_2(p)}\left[\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{R_2(p)}\right] - \frac{P_1(p)G_1(p)}{Q_2(p)}\left[\frac{N_2(p)}{G_2(p)}\right]$$

Если в (11) и (12) осуществляется деление без остатка, то

$$\frac{Q_2(p) - Q_1(p)}{R_2(p)} = T_1(p)$$

$$\frac{N_2(p)}{G_2(p)} = S_1(p)$$

и выражение для ошибки управления принимает вид

$$\varepsilon(p) = \frac{R_1(p)}{Q_2(p)} T_1(p) - \frac{P_1(p)G_1(p)}{Q_2(p)} S_1(p)$$

Таким образом, в знаменателе остается только желаемый характеристический полином замкнутой системы, а, следовательно, $\varepsilon(t) \to 0$ при $t \to \infty$ ■

Теорема 2. Если исходная динамическая система является полностью управляемой и наблюдаемой, и выполняется условие $k \geq (2n-1) + r + h$, то всегда найдутся коэффициенты полинома

$Q_1(p)$, при которых происходит деление без остатка $Q_2(p)-Q_1(p)$ на $P_2(p)$, $Q_2(p)-Q_1(p)$ на $R_2(p)$, $Q_1(p)$ на $P_1(p)$ [1-3].

Второй этап синтеза заключается в выборе коэффициентов полинома $Q_2(p)$, чтобы обеспечить максимальный уровень робастности замкнутой системы. Для этого представим объект управления (2) в виде

$$W^*_{об}(p) = \frac{P_1(p)+\Delta P_1(p)}{P_2(p)+\Delta P_2(p)} \tag{14}$$

где $\Delta P_1(p)$ и $\Delta P_2(p)$ полиномы степени меньше либо равной m и n и содержащие в себе неопределенность. В этом случае характеристический полином замкнутой системы (7) с отрицательной обратной связью может быть записан в виде:

$$\begin{aligned} D(p) &= P_1^*(p)N_1(p)+P_2^*(p)N_2(p) = \\ &= [P_1(p)+\Delta P_1(p)]N_1(p)+[P_2(p)+\Delta P_2(p)]N_2(p) = \\ &= P_1(p)N_1(p)+P_2(p)N_2(p)+\Delta P_1(p)N_1(p)+\Delta P_2(p)N_2(p) \end{aligned}$$

учитывая, что $P_1(p)N_1(p)+P_2(p)N_2(p)=Q_2(p)$ получаем

$$D(p) = Q_2(p)+\Delta P_1(p)N_1(p)+\Delta P_2(p)N_2(p) \tag{15}$$

Таким образом, коэффициенты характеристического полинома $D(p)$ выражаются через коэффициенты a_i, $(i=\overline{0,k})$ полинома $Q_2(p)$ и параметры полиномов $\Delta P_1(p)$, $\Delta P_2(p)$.

Для систем невысокого порядка можно выразить неизвестные коэффициенты через коэффициенты характеристического полинома $Q_2(p)$. Для этого, в частности можно воспользоваться критерием Гурвица.

Обозначим коэффициенты полинома (15) через b_i, $i=(\overline{1,k})$. В этом случае $D(p)=b_0p^k+b_1p^{k-1}+\ldots+b_{k-1}p+b_k$. Коэффициенты b_i при этом являются функциями от неопределенных параметров q_j^* и коэффициентов a_i полинома $Q_2(p)$. Выпишем условие Гурвица для полинома $D(p)$, которое заключается в следующем: для того, чтобы линейная система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы были положительны k главных определителей матрицы Гурвица для характеристического полинома данной системы. Матрица Гурвица для полинома $D(p)$ имеет вид

$$
\Gamma = \begin{pmatrix}
b_1 & b_3 & b_5 & \dots & 0 & 0 \\
b_1 & b_1 & b_1 & \dots & 0 & 0 \\
0 & b_1 & b_2 & \dots & 0 & 0 \\
0 & b_0 & b_2 & \dots & 0 & 0 \\
 & & & \dots & & \\
0 & 0 & 0 & \dots & b_{k-2} & b_k
\end{pmatrix}
$$

Поскольку коэффициенты b_i зависят от неопределенных параметров q_j^* и коэффициентов a_i полинома $Q_2(p)$, то и главные определители матрицы Гурвица будут являться функциями от q_j^* и a_i. Используя условие устойчивости можно выразить неизвестные параметры q_j^* через a_i и произвести оптимизацию этих значений по коэффициентам a_i, чтобы обеспечить максимальный уровень робастности замкнутой системы.

Для системы высокого порядка такой метод представляет определенные трудности, и можно воспользоваться одним из численных методов оптимизации.

Обозначим через $u_j = (a_0^j, a_1^j, \dots, a_k^j)$ набор коэффициентов полинома $Q_2(p)$. $J(u_j) = \gamma_j$ - степень робастной устойчивости по неизвестным параметрам q_j^* при заданных a_i^j. Таким образом, необходимо найти значения $u_* = (a_0^*, a_1^*, \dots, a_k^*)$ которые обеспечивали бы максимум функции $J(u)$. Для этого, в частности, можно использовать метод покоординатного спуска [10]

3. Пример использования метода. В качестве примера использования метода рассмотрим замкнутую систему с объектом с параметрической неопределенностью.

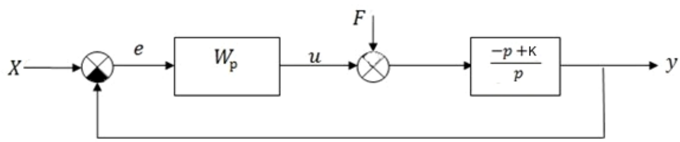

Рис. 2. Замкнутая система с объектом с параметрической неопределенностью.

$$W_{об}(p) = \frac{P_1(p)}{P_2(p)} = \frac{-p+K}{p}$$

Задающее воздействие представлено единичным скачком

$$X(p) = \frac{R_1(p)}{R_2(p)} = \frac{1}{p}$$

Изображение возмущающего воздействия имеет вид

$$F(p) = \frac{G_1(p)}{G_2(p)} = \frac{1}{p}$$

Зададимся передаточной функцией замкнутой системы

$$W_{з.с}(p) = \frac{Q_1(p)}{Q_2(p)} = \frac{d_0 p^2 + d_1 p + d_2}{p^2 + a_1 p + a_2}$$

В качестве номинального значения параметра K зададим $K = 1$ и построим регулятор для этого значения по методу, приведенному выше. Получим передаточную функцию регулятора

$$W_p(p) = \frac{a_2 + (a_1 + a_2)p}{(1 + a_1 + a_2)p}$$

Дадим приращение параметру объекта $K = 1 + \Delta K$. При этом объект будет представлен в виде

$$W_{об}(p) = \frac{-p + 1 + \Delta K}{p}$$

Характеристический полином системы с обратной связью имеет вид

$$D(p) = Q_2(p) + \Delta K(p) N_1(p) = p^2 + a_1 p + a_2 + \Delta K a_2 + \Delta K(a_1 + a_2)p =$$
$$= p^2 + (a_1 + \Delta K(a_1 + a_2))p + \Delta K a_2 + a_2$$

Условия устойчивости можно определить как из условия положительности коэффициентов характеристического полинома, так и по критерию Рауса-Гурвица. Воспользуемся последним.

Сформируем матрицу Гурвица

$$\begin{pmatrix} a_1 + \Delta K(a_1 + a_2) & 0 \\ 1 & \Delta K a_2 + a_2 \end{pmatrix}$$

Вычислив главные миноры матрицы, получаем условия устойчивости

$$\begin{cases} a_1 + \Delta K(a_1 + a_2) > 0 \\ a_1 a_2 + 2a_1 a_2 \Delta K + a_2^2 \Delta K + a_1 a_2 \Delta K^2 + a_2^2 \Delta K^2 > 0 \end{cases}$$

Откуда, получаем, что

$$\Delta K > -\frac{a_1}{(a_1 + a_2)}$$

В частности, при $a_1 = 3$, $a_2 = 1$ получаем, что $\Delta K > -3/4$.

Переходный процесс в номинальной системе при этом будет иметь вид

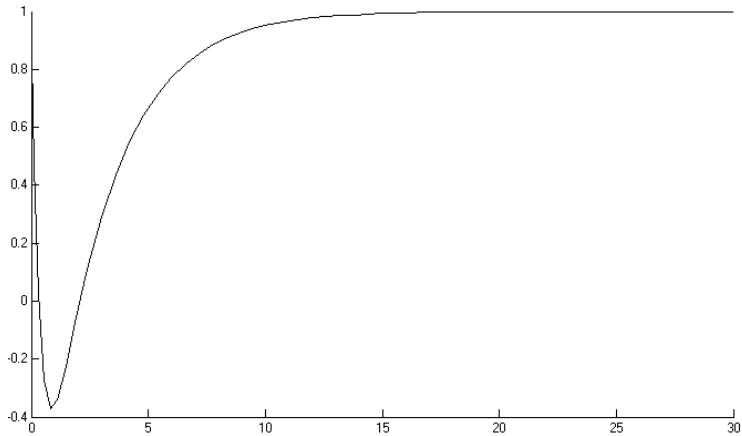

Рис. 3. Переходный процесс в системе при $a_1 = 3$, $a_2 = 1$.

4. Заключение. Разработанный метод построения модального робастного регулятора позволяет решать актуальные проблемы теории автоматического управления, связанные с задачей синтеза регуляторов при не полностью определенной модели объекта. Метод синтеза модального робастного регулятора по передаточной функции замкнутой системы в случае наличия внешнего воздействия может быть применен в теории и практике автоматического управления различными технологическими процессами. Рассмотренный критерий и предложенный алгоритм могут быть использованы при разработке других методов построения регуляторов.

Литература

1. *Мейлахс А.М.* О стабилизации линейных управляемых систем в условиях неопределенности // АиТ. 1975. №2. 182-184 с.
2. *Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З.* Частотные критерии робастной устойчивости и апериодичности линейных систем // АиТ. 1990. №9. 45-54 с.
3. *Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З.* Робастный критерий Найквиста // АиТ. 1992. №7. 25-31 с.

4. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К. Т. Леондеса. М.: Мир, 1980. 408 с.
5. *Bhattacharyya S.P., Chapellat H., Keel L.* Robust control: the parametric approach. Upper Saddle River. N.J.: Prentice Hall, 1995.
6. *Coddard P.J., Clover K.* Controller approximation approaches for preserving H^{∞} performance // IEEE Trans. Automat. Control. 1998 V. 43. № 7. P. 858-871.
7. *Лозгачев Г.И.* Синтез модальных регуляторов по передаточной функции замкнутой системы // АиТ. 1995. №5. 49-55 с.
8. *Лозгачев Г.И.* Построение модальных регуляторов для одноконтурных и многосвязных систем // АиТ. 2000. №12. 15-21 с.
9. *Дылевский А.В., Лозгачев Г.И.* Синтез линейных систем управления с заданным характеристическим полиномом // Изв. РАН. ТиСУ. 2003. № 5. 17-20 с.
10. *Васильев Ф.П.* Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1980. 520 с.

Лозгачев Геннадий Иванович — д-р техн.наук, проф.; заведующий кафедрой технической кибернетики и автоматического регулирования факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета (ВГУ). Область научных интересов: общая теория систем автоматического управления. Число научных публикаций — 120. prof-lozgachev@yandex.ru; ТКиАР ФПММ ВГУ, Университетская пл., 1, Воронеж, 394006, РФ; р.т. +7(473)220-87-15.

Lozgachev Gennadi Ivanovich — Dr. Sc. in Engineering, professor; head of department, Technical Cybernetics and Automatic Control department, Faculty of Applied Mathematics, Informatics and Mechanics, Voronezh State University (VSU). Research interests: common theory of system automatic control. The number of publications — 120. prof-lozgachev@yandex.ru; TCaAC FAMM VSU, 1, University sq., Voronezh, 394006, Russia; office phone +7(473)220-87-15.

Безрядин Михаил Михайлович — аспирант кафедры технической кибернетики и автоматического регулирования факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета (ВГУ). Область научных интересов: общая теория систем автоматического управления. Число научных публикаций — 12. maickel@yandex.ru; ТКиАР ФПММ ВГУ, Университетская пл., 1, Воронеж, 394006, РФ; р.т. +7(473)220-87-15. Научный руководитель — Г.И. Лозгачев.

Bezryadin Mikhail Mikhailovich — post-graduate student, Technical Cybernetics and Automatic Control department, Faculty of Applied Mathematics, Informatics and Mechanics, Voronezh State University (VSU). Research interests: common theory of system automatic control. The number of publications — 12. maickel@yandex.ru; TCaAC FAMM VSU, 1, University sq., Voronezh, 394006, Russia; office phone +7(473)220-87-15. Scientific adviser — G.I. Lozgachev.

Рекомендовано кафедрой технической кибернетики и автоматического регулирования, заведующий кафедрой Лозгачев Г.И., д-р техн. наук, проф.
Статья поступила в редакцию 26.03.2012.

РЕФЕРАТ

Безрядин М.М., Лозгачев Г.И. **Синтез модального регулятора с компенсацией внешнего возмущения для объекта с параметрической неопределенностью по критерию максимальной робастности.**

Задача синтеза регулятора с учетом неопределенности в модели объекта и компенсации внешних возмущений является одной из центральных в современной теории управления. Ее актуальность объясняется тем, что на практике, при проектировании систем управления, присутствует неопределенность в модели объекта, а процессы протекают в условиях наличия внешних возмущений.

Целью работы является разработка алгоритмически простого метода, позволяющего синтезировать регулятор с компенсацией внешнего возмущения для объекта с параметрической неопределенностью по критерию максимальной робастности.

В данной работе для синтеза робастного регулятора используется аппарат передаточной функции, что связано с тем, что передаточная функция содержит в себе всю информацию о динамических свойствах системы автоматического управления. Анализ передаточной функции позволяет изучить свойства модели, а, следовательно, и самой системы.

Авторами предлагается метод построения модального регулятора по передаточной функции замкнутой системы в случае наличия внешнего возмущающего и задающего воздействий. Разработанный подход позволяет по желаемой передаточной функции замкнутой системы вычислять передаточные функции модальных регуляторов. Предлагаемый метод с вычислительной точки зрения весьма прост и сводится к элементарному делению полиномов, что позволяет найти зависимость коэффициентов передаточной функции регулятора от коэффициентов желаемого характеристического полинома замкнутой системы. Рассматривается метод оптимизации коэффициентов характеристического полинома, позволяющий построить регулятор, обеспечивающий максимальную степень робастности. Метод распространяется на линейные системы любого порядка.

Разработанный метод построения модального робастного регулятора позволяет решать актуальные проблемы теории автоматического управления, связанные с задачей синтеза регуляторов при не полностью определенной модели объекта. Метод синтеза модального робастного регулятора по передаточной функции замкнутой системы в случае наличия внешнего воздействия может быть применен в теории и практике автоматического управления различными технологическими процессами. Рассмотренный критерий и предложенный алгоритм могут быть использованы при разработке других методов построения регуляторов.

SUMMARY

Bezryadin M.M., Lozgachev G.I. **Synthesis of modal controller with compensation of external disturbance for the object with parametric uncertainty on the criterion of maximum robustness.**

The problem of synthesis of the regulator with the uncertainty in the object model and with compensation of external disturbances is one of the central problems in modern control theory. Its relevance is due to the fact that in practice, when designing control systems, there is uncertainty in the object model, and the processes occur in the presence of external disturbances.

The aim is to develop algorithmically simple method to synthesize a controller with compensation of external disturbance for the object with parametric uncertainty on the criterion of maximum robustness.

In this paper we use the apparatus of the transfer function for synthesis of robust controllers because the transfer function contains all the information about the dynamic properties of automatic control systems. Analysis of the transfer function allows us to study the properties of the model and the system itself.

The authors propose a method for constructing modal controller by transfer function of closed-loop system in the presence of external disturbance and setpoint. The developed approach allows to calculate transfer function of modal controller on the desired transfer function of the closed-loop system. The proposed method is quite simple from the computational point of view and boils down to the elementary division of polynomials, which allows to find the dependence of the coefficients of the transfer function of the regulator on the coefficients of the desired characteristic polynomial of the closed system. Using this fact authors consider a method of optimizing the characteristic polynomial coefficients, which allows to build a controller that provides the maximum degree of robustness. The method applies to linear systems of arbitrary order.

A method for constructing modal robust controllers can solve current problems of control theory, connected with the synthesis of controllers for not fully defined object model. Method for the synthesis of modal robust controller for closed-loop system transfer function in the presence of external effects can be applied in the theory and practice of automatic control of various technological processes. Proposed algorithm and benchmarks can be used to develop other methods of controls building.