

А.С. ГВОЗДАРЕВ, П.Е. ПАТРАЛОВ
**ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ОБОБЩЕННОЙ
СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОЛУЧЕВОГО КАНАЛА
SIMO СИСТЕМЫ С ЗАМИРАНИЯМИ И
КОРРЕЛИРОВАННЫМИ ЗАТЕНЕНИЯМИ**

Гвоздарев А.С., Патралов П.Е. Вероятностный анализ обобщённой статистической модели многолучевого канала SIMO системы с замираниями и коррелированными затенениями.

Аннотация. Рассмотрена задача анализа характеристик процесса передачи информации многоэлементными системами связи в условиях многолучевого канала распространения сигнала. Для обобщения эффектов распространения была выбрана модель канала $k-\mu$ с коррелированными затенениями, а в качестве используемой технологии организации многоэлементной системы – SIMO система, использующая дифференциально-взвешенное комбинирование сигнала на приёмной стороне. Для описания характеристик процесса передачи информации использовался подход на основе статистик высшего порядка эргодической пропускной способности. В рамках исследования были получены аналитические выражения для статистик произвольного порядка для рассматриваемой модели канала. Проведён анализ поведения первых четырёх статистик (эргодической пропускной способности, величины надёжности, коэффициентов асимметрии и эксцесса) в зависимости от характеристик канала (количества многопутевых кластеров распространения, доли мощности, приходящейся на доминантные компоненты, степени затенения доминантных компонент и коэффициента корреляции затенений). В рамках исследования были рассмотрены 4 ситуации поведения исследуемой модели канала, существенно различающиеся по своим свойствам. Отмечено, что в отличие от пропускной способности, статистики высшего порядка оказываются существенно более чувствительными к параметрам канала и, как следствие, являются более значимыми индикаторами флуктуации скорости передачи информации в канале связи. Обнаружено наличие ярко выраженного экстремума (минимума) зависимости надёжности эргодической пропускной способности от среднего соотношения сигнал/шум, что с практической точки зрения важно учитывать при предъявлении требований к величине отношения сигнал/шум в канале, обеспечивающей желаемое качество функционирования системы связи.

Ключевые слова: беспроводной канал, замирания, затенение, модель $k-\mu$ с коррелированными затенениями, статистики высших порядков эргодической пропускной способности, SIMO, оптимальная весовая обработка, отношение сигнал/шум

1. Введение. В настоящее время технологии связи с многоэлементными антенными устройствами [1] (SIMO (Single-Input-Multiple-Output), MISO (Multiple-Input-Single-Output), MIMO (Multiple-Input-Multiple-Output)) играют одну из ключевых ролей, обеспечивая скорость передачи и надёжность, требуемые современными стандартами связи [2-3], такими как LTE-A (Long Term Evolution- Advanced), 5G, WiGig и др. В то же время рост потребительских ожиданий приводит к повышению требований, предъявляемых к обработке сигналов, что, по

сути, требует пересмотра существующих моделей канала [4]. Это обусловлено тем, что в основе процедуры обнаружения и/или обработки сигналов на приемной стороне лежит информация об используемой вероятностной модели канала [5-6], при этом жесткие требования, предъявляемые к ней и усложняющие её, определяются необходимостью учёта тонких эффектов распространения сигнала.

Общая проблема с существующими моделями каналов заключается в том, что они обычно хорошо согласуются с реальными экспериментальными данными в окрестности максимума/ожидаемого значения распределения мгновенных флуктуаций коэффициентов передачи канала или в хвостах распределения, но обычно не в обоих случаях [4], [7]. Следовательно, требуемое повышение надежности приводит к необходимости лучшей подстройки модели под экспериментальные данные и, как следствие, более надёжного прогноза флуктуаций канала и возможности более качественной компенсации возникающих из-за них искажений.

Аналитическое моделирование каналов связи является хорошо разработанной и достаточно обширной областью современных телекоммуникаций [6-7]. Среди наиболее известных моделей следует упомянуть так называемые обобщенные модели [6-11], которые учитывают эффекты ослабления, замирания (быстрого и медленного) и затенения сигнала. Кроме того, в ряде частных случаев они вырождаются в менее общие классические модели [4], [5], [7] (включая Рэля, Райса, Накагами, Хойта, Вейбулла и др.). Одной из наиболее распространённых среди обобщённых на сегодняшний день является модель k - μ с затенениями [11].

С другой стороны, современные аналитические подходы, используемые для описания многоантенных систем, в значительной степени опираются на теорию случайных матриц, поэтому усложнение модели канала обычно приводит к невозможности замкнутого аналитического описания общей модели системы, следовательно, к существенному усложнению процедуры оценки качества и прогнозированию эффективности её функционирования. Однако существует несколько частных случаев, когда применение обобщенных моделей к многоантенным системам приводит к замкнутому аналитическому решению [5]. Одним из важных с практической точки зрения сценариев является SIMO система, использующая на приёмной стороне дифференциально-взвешенную обработку сигналов [5] (MRC, Maximum Ratio Combining). В этом случае использование для описания канала модели k - μ с затенениями позволяет преодолеть проблему аналитической разрешимости, учтя большее

(по сравнению с классическими моделями) количество эффектов распространения.

Немаловажным фактором, влияющим на возможность более точной подстройки используемой модели под реальные наблюдения (как следствие, позволяющим учесть большее число эффектов в канале связи), является использование разнообразных показателей качества, описывающих функционирования системы связи. В частности, в последнее время всё возрастающий интерес привлекает математический аппарат статистик высших порядков пропускной способности [12-18], позволяющий оценить не только её ожидаемую величину (в зависимости от различных факторов), но и характеристики её флуктуации вследствие мгновенных флуктуаций канала.

Целью настоящей работы является исследование влияния параметров многолучевого SIMO канала k - μ с коррелированными затенениями на статистики высшего порядка эргодической пропускной беспроводной системы связи.

2. Модель канала k - μ с затенением для случая SISO системы.

Как отмечалось, в качестве рассматриваемой модели многолучевого канала с замираниями была выбрана одна из наиболее общих на данный момент моделей – k - μ канал с затенением [11], в рамках которой мощность сигнала представляется в виде совокупности мощностей синфазной и квадратурной компонент флуктуирующего сигнала:

$$W = \sum_{i=1}^n (X_i + \xi p_i)^2 + (Y_i + \xi q_i)^2,$$

где X_i, Y_i взаимно независимые реализации центрированных (то есть $E\{X_i\} = E\{Y_i\} = 0$, где $E\{\cdot\}$ – оператор математического усреднения) Гауссовских процессов с $E\{(X_i)^2\} = E\{(Y_i)^2\} = \sigma^2$, описывающие случайные флуктуации мгновенных реализаций распространяющегося сигнала; p_i, q_i – детерминированные составляющие; ξ – случайный коэффициент, отвечающий за затенение детерминированных компонент, описывающийся распределением Накагами с параметром масштаба m и единичной интенсивностью затенений (то есть $E\{\xi^2\} = 1$).

С физической точки зрения данная модель рассматривает распространение электромагнитной волны в виде совокупности из n кластеров, в которых выделяются доминантные компоненты $\xi p_i + j\xi q_i$ с мощностью $p_i^2 + q_i^2$ для каждого i -ого кластера (ассоциируемые с зеркальными переотражениями), и рассеянные/многопутевые компоненты

$X_i + j Y_i$ (ассоциируемые с диффузным рассеянием) с суммарной мощностью $2\sigma^2$.

В рамках данной модели плотность распределения вероятности мгновенного соотношения сигнал/шум $\gamma \triangleq E\{\gamma\}W/E\{W\}$ определяется как [11]:

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{\mu^\mu m^m (1+\kappa)^\mu}{\Gamma(\mu) \bar{\gamma} (\mu\kappa + m)^m \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{\mu-1}} e^{-\mu(1+\kappa)\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} F_1\left(m, \mu; \frac{\mu^2 \kappa (1+\kappa) \gamma}{\mu\kappa + m} \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad (1)$$

где $\bar{\gamma} = E\{\gamma\}$ – среднее отношение сигнал/шум (ОСШ) $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция Эйлера [19], ${}_1F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$ – вырожденная гипергеометрическая функция [19], μ – обобщённое количество путей распространения (кластеров многолучевого канала), κ – отношение суммарной мощности основных лучей в каждом из кластеров к суммарной мощности всех остальных лучей, m – параметр затенения основных лучей в каждом кластере. При этом предполагается, что времена задержек многопутевых волн в рамках каждого кластера сравнимы по величине и существенно меньше, чем времена запаздываний между кластерами [11].

Параметры модели могут принимать произвольные положительные значения, однако, проведённое ранее исследование показало, что в ряде задач (например, в задачах энергетического обнаружения сигнала в когнитивных радиосетях) проявляется невысокая чувствительность характеристик, усреднённых с плотностью распределения вероятности (1), к точности оценки параметров κ - μ модели в рассматриваемых на практике диапазонах изменений значений параметров, позволяет трактовать их как целочисленные без существенного искажения оценки качества функционирования системы связи.

Нужно также отметить, что в ряде предельных случаев модель κ - μ канала с затенением переходит в часто используемые и хорошо известные упрощённые модели [11]: одностороннюю Гауссовскую, Рэлеевскую, Райсовскую, Накагами- m , κ - μ модель и Райсовскую с затенением.

3. Модификация модели κ - μ с коррелированными затенениями для случая SIMO. Основным преимуществом модели κ - μ канала с затенением является возможность учёта большего (по сравнению с классическими моделями) числа факторов, описывающих распространение сигнала. Однако значительно возросшая сложность математического описания существенно затрудняет непосредственный её перенос на случай систем с разнесённым приёмом/передачей (SIMO, MISO, MIMO) [5].

Данная задача может быть решена с использованием результатов, полученных в [14] и [15]. В частности, в [14] рассматривается SISO система с агрегацией сигнала из нескольких частотных поддиапазонов (каждый из которых моделируется каналом k - μ с затенениями), с неэквивалентными условиями распространения в каждом из поддиапазонов и наличием корреляции процессов затенения доминантных компонент, при этом используется дифференциально-взвешенное комбинирование сигналов на приёмной стороне с вероятностно-статистическими характеристиками, полученными в [20].

С точки зрения математического описания, модель [14] остаётся справедливой, если заменить физическую трактовку SISO системы с несколькими частотными подканалами на SIMO систему (с M антенными элементами на приёмной стороне, при выполнении условия независимости суммируемых каналов), функционирующую в одном диапазоне частот. При этом будем считать, что до каждого приёмного антенного элемента канал связи описывается моделью k - μ с затенениями, неидентичными параметрами распространения μ_i, κ_i ($i = \overline{1, M}$) и наличием корреляции затенений доминантных компонент. С практической точки зрения это эквивалентно наличию μ путей распространения с существенно различающимися условиями, что характерно для моделей городских каналов связи. Важно отметить, что MRC обработка является оптимальной при выполнении условий наличия информации о состоянии беспроводного канала и независимости трактов приёма. На практике первое требование удовлетворяется на основе оценки коэффициента передачи с использованием пилот-сигналов, а второе – за счёт организации взаимного пространственного разнесения приемных антенных элементов на расстоянии, обеспечивающие условия «наиболее благоприятного» распространения (см. [21, глава 7]), например, половину длины волны или более.

Предполагая, что на приемной стороне используется дифференциально-взвешенная обработка сигнала, плотность распределения вероятности мгновенных значений соотношения сигнал/шум полученной модифицированной k - μ модели с коррелированными затенениями может быть записана в следующей форме [14]:

$$f_\gamma(\gamma) = A \left(\frac{\eta}{\gamma} \right)^U \gamma^{U-1} e^{-\frac{\eta \gamma}{\bar{\gamma}}} \sum_{k=0}^{\infty} D_k F_1 \left(mM + k, U; \frac{\eta}{(1 + \lambda^{-1}) \bar{\gamma}} \right), \quad (2)$$

где введены следующие переобозначения:

$$\gamma = \sum_{i=1}^M \gamma_i, \quad U = \sum_{i=1}^M \mu_i, \quad A = \prod_{i=1}^m \left(\frac{\lambda}{\lambda_i} \right)^m, \quad \eta = \sum_{i=1}^M \mu_i (1 + \kappa_i),$$

при этом $\bar{\gamma}$ – среднее соотношение сигнал/шум, $\lambda = \min(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$ – минимальное значение спектра собственных чисел $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M\}$ произведения матриц DC, где

$$D = \text{diag} \left(\frac{\mu_1 \kappa_1}{m}, \frac{\mu_2 \kappa_2}{m}, \dots, \frac{\mu_M \kappa_M}{m} \right), \quad [C]_{i,j} = \sqrt{\rho_{i,j}},$$

$\rho_{i,j}$ – коэффициент корреляции доминантных компонент кластеров с номерами i и j . Взвешивающие коэффициенты суммирования D_k получаются с использованием рекурсивной процедуры

$$D_k = \frac{\delta_k}{\lambda^{mM+k} \Gamma(U)} (1 + \lambda^{-1})^{-(mM+k)}, \quad \delta_{k+1} = \frac{m}{k+1} \sum_{q=1}^{k+1} \sum_{i=1}^M \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_i} \right)^q \delta_{k+1-i},$$

с начальным условием $\delta_0 = 1$.

4. Статистики высшего порядка эргодической пропускной способности. Как было отмечено ранее, одним из наиболее интересных и перспективных подходов к описанию многоэлементных систем связи является описание в терминах статистик эргодической пропускной способности (СПС) высшего порядка. Здесь и далее будем следовать общепринятому подходу, рассматривающему нормированную пропускную способность системы (в рамках которого она совпадает по смыслу со спектральной эффективностью), то есть функционирующей в полосе частот в 1 Гц в течение интервала времени в 1 с [5].

По определению [12], под СПС порядка n понимается:

$$\Lambda_n = \int_0^{\infty} \log_2^n (1 + \gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma. \quad (3)$$

Соответственно, при $n = 1$ получаем первый начальный момент, который характеризует саму эргодическую пропускную способность [5], то есть $\Lambda_1 = E \{ \log_2 (1 + \gamma) \}$.

Для описания степени разброса флуктуаций мгновенных значений пропускной способности наиболее часто используются: степень замираний η и величина надёжности пропускной способности \mathcal{R} , которые характеризуют величину потери (степень надёжности) пропускной способности при передаче 1 бита информации за счёт случайных флуктуаций мгновенного ОСШ [13]:

$$\eta = \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1^2} - 1, \quad \mathcal{R} = 1 - \left(\frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} - \Lambda_1 \right). \quad (4)$$

В частности, для случая нефлуктуирующего канала с аддитивным белым Гауссовым шумом (АБГШ) $\Lambda_1^2 = \Lambda_2$ и, как следствие, $\eta = 0$, что можно считать референсной точкой отсчёта. Степень надёжности оценки эргодической пропускной способности показывает вероятность того, что эргодическая пропускная способность попадает в заданный диапазон отклонений, равный величине нормированной дисперсии эргодической пропускной способности.

Так же для описания деформации распределения мгновенных значений пропускной способности используются коэффициенты асимметрии $S\hat{k}$ и эксцесса \mathcal{Kur} :

$$S\hat{k} = \frac{\Lambda_3 - \Lambda_1^3}{(\Lambda_2 - \Lambda_1^2)^{3/2}}, \quad \mathcal{Kur} = \frac{\Lambda_4 - \Lambda_1^4}{(\Lambda_2 - \Lambda_1^2)^2}. \quad (5)$$

Стоит оговориться, что, несмотря на схожую терминологию, в отличие от общего определения моментов 3 и 4 порядков в классической математической статистике, выражения (5) представляют собой строго положительные монотонно возрастающие функции значений ОСШ [12]-[14], что в свою очередь несколько затрудняет их непосредственное использование как количественных показателей, как следствие, они служат скорее для качественного сравнения различных ситуаций между собой.

5. Аналитические выражения статистик высшего порядка эргодической пропускной способности для случая SМО системы и канала $k-\mu$ с коррелированными затенениями. Для решения задачи нахождения аналитических выражений для статистик высшего порядка эргодической пропускной способности воспользуемся подходом, предложенным в [16], в рамках которого они вычисляются через линейную комбинацию производящей функции моментов и её производной:

$$\Lambda_n = \int_0^\infty \mathcal{Z}_n(p) \left\{ \mathcal{M}_\gamma(-p) - \frac{\partial}{\partial p} \mathcal{M}_\gamma(-p) \right\} dp \quad (6)$$

с весовым множителем $\mathcal{Z}_n(p)$, учитывающим порядок вычисляемого момента:

$$\mathcal{Z}_n(p) = n! e^{-p} G_{n+2, n+1}^{0, n+1} \left(\begin{matrix} 1 \\ p \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 1, 1, \dots, 1 \\ 0, 0, \dots, 0 \end{matrix} \right),$$

где $G_{p,q}^{m,n} \left(x \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_n \\ b_1, \dots, b_m \end{matrix} \right. \right)$ – G-функция Мейера [19].

Для вычисления (6) найдём выражение для производящей функции моментов мгновенного соотношения сигнал/шум на выходе приёмной решетки, использующей дифференциально-взвешенную обработку сигнала. Принимая во внимание, что по определению $\mathcal{M}_\gamma(p) = E\{e^{\gamma p}\}$ и статистическое усреднение производится с учётом плотности распределения вероятности (2), получим:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_\gamma(p) &= A \left(\frac{\eta}{\gamma} \right)^U \sum_{k=0}^{\infty} D_k \int_0^{\infty} \gamma^{U-1} e^{-\frac{\eta \gamma}{\gamma}} e^{\gamma p} F_1 \left(mM + k, U; \frac{\eta}{(1 + \lambda^{-1}) \gamma} \right) d\gamma = \\ &= A \left(\frac{\eta}{\gamma} \right)^U \sum_{k=0}^{\infty} D_k L \left\{ \gamma^{U-1} F_1 \left(mM + k, U; \frac{\eta}{(1 + \lambda^{-1}) \gamma} \right); \frac{\eta}{\gamma} - p \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где A – нормировочный множитель, $L\{f(x); y\}$ – преобразование Лапласа от функции $f(x)$, вычисленное в точке y . Важно отметить, что в [16] производящая функция моментов определена $\mathcal{M}_\gamma(p) = E\{e^{-\gamma p}\}$, как следствие выражение (6) (используемое далее в вычислениях) и соответствующее выражение в [16] имеют противоположные знаки.

Используя [22] выражение (7) может быть преобразовано к виду:

$$\mathcal{M}_\gamma(p) = \Gamma(U) \left(\frac{\eta}{\gamma} - p \right)^{-U} \xi^{mM}(p) \left(\frac{\eta}{\gamma} \right)^U \sum_{k=0}^{\infty} D_k \xi^k(p), \quad (8)$$

где $\xi(p) = \left(\frac{\eta}{\gamma} - p \right) / \left(\frac{\eta}{\gamma(1 + \lambda)} - p \right)$. Подставляя полученное выражение (8) в (6), производя дифференцирование по переменной p и группируя слагаемые в фигурных скобках, получим:

$$\Lambda_n = A \left(\frac{\eta}{\gamma} \right)^U \sum_{k=0}^{\infty} D_k \int_0^{\infty} \frac{\mathcal{Z}_n(p) \xi^{m+1}(-p)}{(\eta/\gamma + p)^{U+2}} (p + p_{0+})(p + p_{0-}) dp, \quad (9)$$

с учётом введённого обозначения:

$$p_{0\pm} = \frac{U}{2} + \frac{\eta}{2\gamma} \left(\frac{2 + \lambda}{1 + \lambda} \right) \mp \frac{1}{2} \sqrt{\left(U + \frac{\eta}{\gamma} \left(\frac{2 + \lambda}{1 + \lambda} \right) \right)^2 - 4 \frac{\eta}{\gamma} \left(\frac{m \lambda}{1 + \lambda} + \frac{1}{1 + \lambda} \left(U + \frac{\eta}{\gamma} \right) \right)}.$$

Заметим, что весовой множитель $\mathcal{Z}_n(p)$ в (9) непредставим в элементарных функциях, однако, для частных случаев выражается в

виде суммы по степеням $\log p$. Например, для первых 4 порядков (существенных для рассматриваемого в работе описания) $\mathcal{Z}_n(p)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{Z}_1(p) = -\log p - \mathcal{E}, \quad \mathcal{Z}_2(p) = 2\mathcal{E} \log p + \log^2 p + \mathcal{E}^2 - \frac{\pi^2}{6}, \\ \mathcal{Z}_3(p) = \frac{1}{2}((\pi^2 - 6\mathcal{E}^2)\log p - 6\mathcal{E} \log^2 p - 2\log^3 p - 2(2\zeta(3) + \mathcal{E}^3) + \pi^2 \mathcal{E}), \\ \mathcal{Z}_4(p) = \log p(8\zeta(3) + 4\mathcal{E}^3 - 2\pi^2 \mathcal{E}) - (\pi^2 - 6\mathcal{E}^2)\log^2 p + \\ + 4\mathcal{E} \log^3 p + \log^4 p + 8\zeta(3)\mathcal{E} + \mathcal{E}^4 - \pi^2 \mathcal{E}^2 + \frac{\pi^4}{60}, \end{array} \right.$$

где \mathcal{E} – константа Эйлера-Маскерони, а $\zeta(\cdot)$ – дзета-функция Римана [19].

В общем случае интеграл в (9) не вычисляется в замкнутой форме, однако может быть рассчитан численно с использованием вычислительно эффективных алгоритмов.

6. Результаты численной апробации. Существенным для дальнейшего анализа является тот факт, что (9) зависит от одношагового коэффициента корреляции затенений доминантных компонент $\rho_{i,j}$. В рамках вероятностно-статистического описания корреляционных эффектов в канале распространения будем рассматривать классическую экспоненциальную модель корреляции:

$$\rho_{i,j} = \rho^{|i-j|}, \quad (10)$$

которая характеризуется только корреляцией между двумя любыми соседними элементами – одношаговым коэффициентом корреляции ρ . В свою очередь для ρ воспользуемся моделью Абди-Кавеха [23], обобщающей большое количество моделей пространственно-временной корреляции (например, модели изотропного рассеяния, модели Ли, модели Кларка и др.):

$$\rho = I_0\left(\sqrt{\chi^2 - 4\pi^2 \tilde{d}^2 + 4\pi \tilde{d} \chi \sin(\varphi)}\right) / I_0(\chi), \quad (11)$$

где $I_0(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка, \tilde{d} – нормированное на длину волны расстояние между антенными элементами (для эквидистантных антенных систем), χ определяется шириной пространственного спектра углов прихода (изменяется в диапазоне от 0 до ∞), φ – среднее направление прихода сигнала.

Для дальнейшего моделирования была выбрана совокупность параметров моделей (10)-(11), обеспечивающая некоторые разумные

уровни ρ . Например, в случае четырёхэлементной эквидистантной приёмной решётки, ориентированной нормально к падающему фронту ($\varphi = 0$) $\chi=3,3$ даёт значение $\rho=0,2$, $\chi=5,3$ обеспечивает $\rho=0,4$, $\chi=7$ соответствует $\rho=0,5$ и $\chi=9,4$ даёт $\rho=0,6$, что соответствует ширине пространственного спектра 63° , 50° , 43° и 37° соответственно.

С точки зрения анализа поведения системы связи, существенным являются зависимости выбранных для описания статистик высшего порядка (Λ_1 , R , SK , Kur) от параметров системы ($\bar{\gamma}$, m , ρ). При этом будем рассматривать 4 существенно различающихся по своим свойствам ситуации поведения рассматриваемой модели канала (считая, что параметры пространственных подканалов при распространении до каждого из 4 приёмных элементов идентичны):

1. $\mu=0,5$, $\kappa=0,1$, что соответствует малому количеству кластеров многопутевого распространения с малой долей мощности, приходящейся на доминантные компоненты;
2. $\mu=2,5$, $\kappa=0,1$, что соответствует большому количеству кластеров с тем же соотношением мощностей между доминантными и многопутевыми компонентами;
3. $\mu=0,5$, $\kappa=3$, что соответствует малому количеству кластеров с большой долей мощности, приходящейся на доминантные компоненты;
4. $\mu=2,5$, $\kappa=3$, что соответствует большому количеству кластеров многопутевого распространения с большой долей мощности, сконцентрированной в доминантных компонентах.

Количество слагаемых при использовании полученного выражения (9) выбиралось таким образом, чтобы гарантировать относительную ошибку усечения ряда не более 10^{-5} .

Для удобства здесь и далее на всех графиках сплошные кривые соответствуют модели № 1, длинная штрихпунктирная – модели № 4, средняя и короткая штрихпунктирные линии моделям № 2 и № 3 соответственно.

Проведённый анализ позволил отметить, что, несмотря на схожее поведение (малый масштаб изменений) эргодической пропускной способности рассматриваемого канала связи для всех анализируемых моделей (см. рис. 1), статистики высшего порядка оказываются существенно более чувствительными. Так, в частности, переход от наименее (№ 1) к наиболее (№ 4) благоприятной модели приводит к выигрышу в Λ_1 не более чем на 0,5 бит/с/Гц в области больших ОСШ (что составляет лишь 4,6% относительного изменения), однако существенным об-

разом сказывается на поведении \mathcal{R} (см. рис. 2), $S\bar{k}$ (62% относительного изменения) и $\mathcal{K}ur$ (82% относительного изменения) (см. рис. 3 и 4, представленные в логарифмическом масштабе). На рисунках 2 и 3 изображены кривые, соответствующие $m=1$, круглыми маркерами обозначены случаи с $\rho=0,1$, квадратными – $\rho=0,5$.

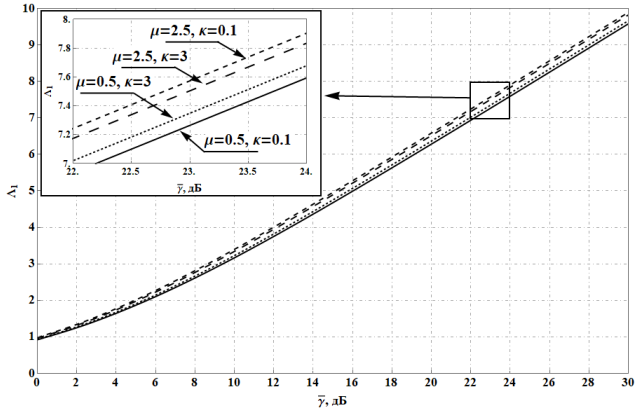


Рис. 1. Зависимость эргодической пропускной способности от $\bar{\gamma}$

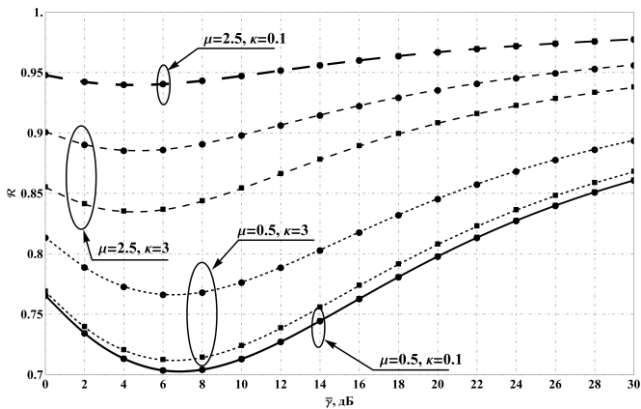


Рис. 2. Зависимость надёжности в определении эргодической пропускной способности от $\bar{\gamma}$

Стоит отметить, что определения (5) отличаются от классического для теории вероятности способа введения понятий асимметрии и эксцесса, как следствие, получаемые характеристики носят монотонно

неубывающий характер и могут быть использованы скорее для качественного, нежели количественного анализа, путём сравнения скоростей роста характеристик для разных случаев.

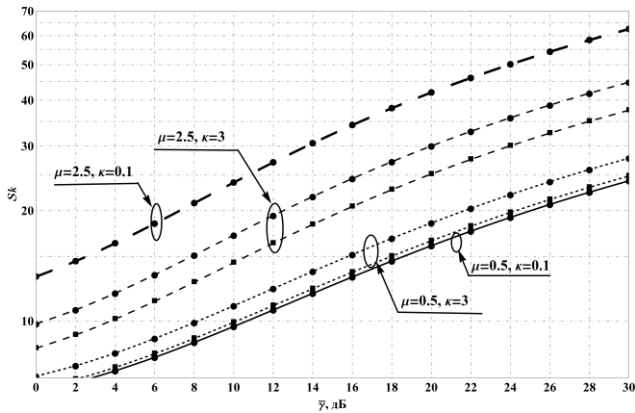


Рис. 3. Зависимость коэффициента асимметрии от $\bar{\gamma}$

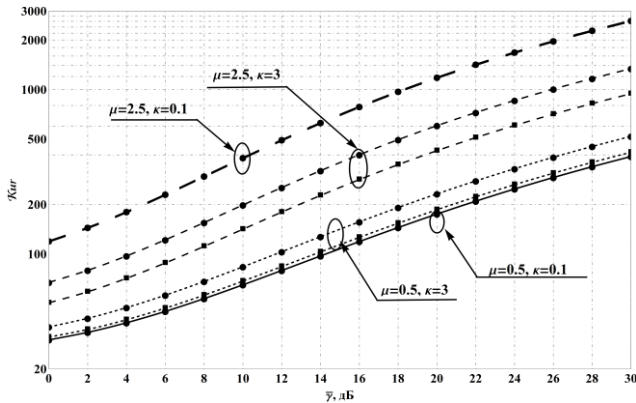


Рис. 4. Зависимость коэффициента эксцесса от $\bar{\gamma}$

Важно отметить наличие у \mathcal{R} ярко выраженных экстремумов (минимумов). Учёт СПС высшего порядка позволяет понять, что, несмотря на монотонное увеличение эргодической пропускной способности, при повышении $\bar{\gamma}$ существует диапазон ОСШ, при которых степень разброса её мгновенных значений (относительно ожидаемого) оказывается максимальной (что соответствует минимумам \mathcal{R}). Фиксируя

(как это, например, сделано в [16]) \mathcal{R} на некотором уровне, например, 0,9 или 0,95, можно указать совокупность параметров ($\bar{\gamma}$, m , ρ , μ , κ) для которых не возможно обеспечить функционирование системы связи с требуемыми характеристиками. Так в частности видно, что модель канала № 1, в отличие от № 2 не способна обеспечить требуемый режим по надёжности в определении Λ_1 (вплоть до $\bar{\gamma} = 30$ дБ), несмотря на то, что с точки зрения самой Λ_1 проигрыш оказывается совершенно незначительным (не более 0,5 бит/с/Гц).

На рисунках 5–9 представлены зависимости поведения СПС высшего порядка от величины одношагового коэффициента корреляции. Результаты представлены для случая $m=0,5$, круглыми маркерами обозначены случаи с $\bar{\gamma} = 0$ дБ, квадратными – $\bar{\gamma} = 10$ дБ. Видно, что в условиях, когда основная доля мощности приходится на многопутевые компоненты (наличие сильно выраженного диффузного рассеяния, что соответствует моделям №1 и №2) рост ρ вплоть до существенных величин (рис. 5–9) не приводит к практически значимым изменениям.

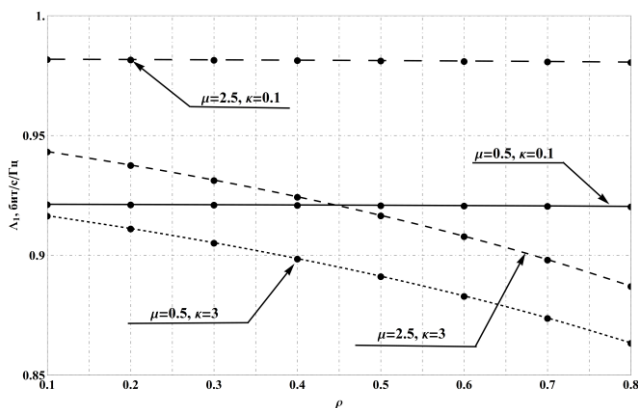


Рис. 5. Зависимость эргодической пропускной способности от ρ для случая $\bar{\gamma} = 0$ дБ

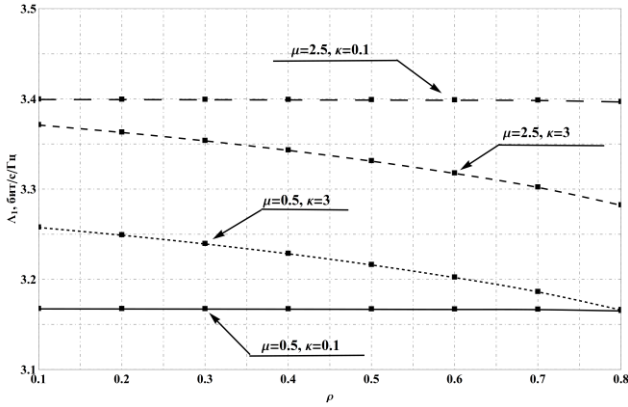


Рис. 6. Зависимость эргодической пропускной способности от ρ для случая $\bar{\gamma} = 10$ дБ

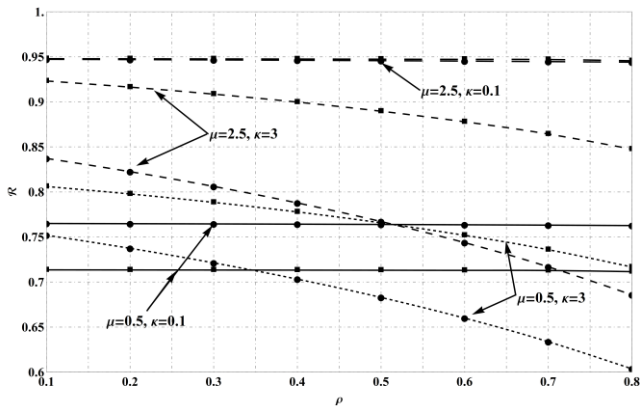
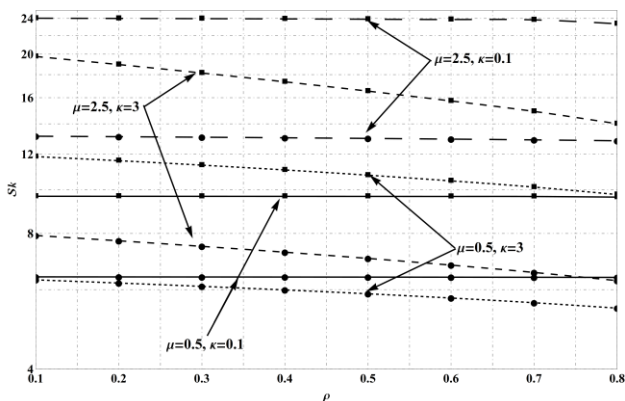
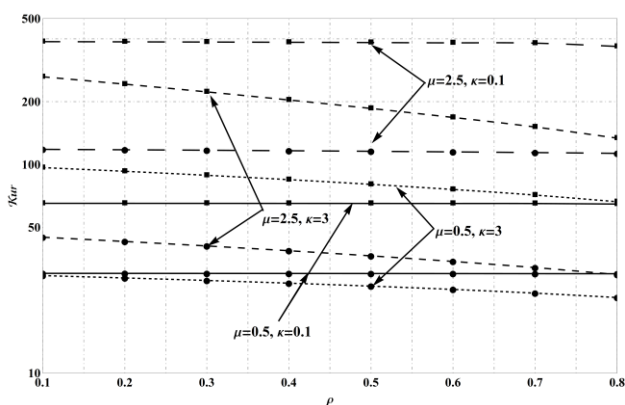


Рис. 7. Зависимость надёжности в определении эргодической пропускной способности от ρ


 Рис. 8. Зависимость коэффициента асимметрии от ρ

При этом большее количество многопутевых кластеров обеспечивает меньшие флуктуации Λ_1 , и как следствие, большие значения \mathcal{R} (см. рис. 7). При наличии же ярко выраженных доминантных компонент (модели № 3 и № 4) увеличение ρ (так же как и увеличение $\bar{\gamma}$) приводит к уменьшению как \mathcal{R} , так и S_k и \mathcal{Kur} .

При анализе зависимости СПС высших порядков от степени затенения доминантных компонент m (см. рис. 10–12) было обнаружено, что существенные изменения наблюдаются лишь в области больших затенений (малые m). В области значений $m > 1$ влиянием изменения её величины можно пренебречь.


 Рис. 9. Зависимость коэффициента эксцесса от ρ

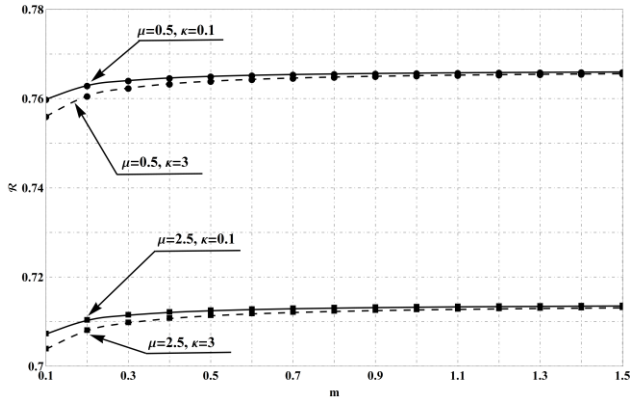


Рис. 10. Зависимость надёжности в определении эргодической пропускной способности от m при $\bar{\gamma} = 0$ ДБ

С учётом вышесказанного (малый масштаб изменений) для возможности анализа эффектов влияния m на коэффициенты асимметрии и эксцесса были определены их относительные отклонения (выражаемые в процентах) при изменении одношагового коэффициента корреляции доминантных компонент:

$$\left\{ \begin{aligned} \delta S\hat{k}(\bar{\gamma}, m) &= \frac{|S\hat{k}(\bar{\gamma}, m, \rho = 0,1) - S\hat{k}(\bar{\gamma}, m, \rho = 0,5)|}{S\hat{k}(\bar{\gamma}, m, \rho = 0,1)} \times 100\% \\ \delta \mathcal{K}ur(\bar{\gamma}, m) &= \frac{|\mathcal{K}ur(\bar{\gamma}, m, \rho = 0,1) - \mathcal{K}ur(\bar{\gamma}, m, \rho = 0,5)|}{\mathcal{K}ur(\bar{\gamma}, m, \rho = 0,1)} \times 100\% \end{aligned} \right. , (14)$$

При этом оказалось, что расхождение кривых для двух существенно отличающихся значений коэффициента корреляции (0,1 и 0,5) в диапазоне значений ОСШ вплоть до 30 дБ не превышает 1%, что с практической точки зрения является незначительным.

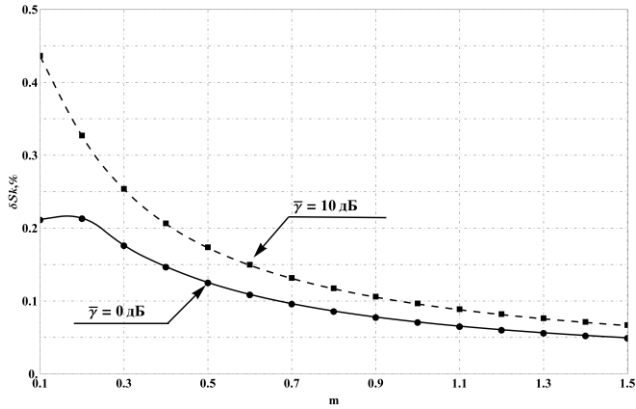


Рис. 11. Зависимость относительного изменения коэффициента асимметрии от m (при $\mu=0,5$, $\kappa=0,1$)

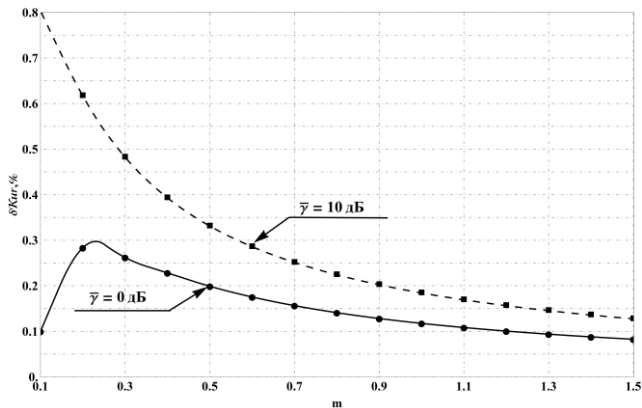


Рис. 12. Зависимость относительного изменения коэффициента эксцесса от m (при $\mu=0,5$, $\kappa=0,1$)

Таким образом, в качестве удобного для практического использования критерия разделения степени затенения доминантных компонент на сильные и слабые (по величине m) может служить уровень $m \approx 1$.

7. Заключение. В работе, с использованием подхода на основе производящей функции моментов было получено аналитическое описание статистик высшего порядка эргодической пропускной способности канала κ - μ с коррелированными затенениями для случая SIMO системы, использующей дифференциально-взвешенное комбинирование сигнала на приёмной стороне.

Проведён анализ поведения первых четырёх СПС высшего порядка (эргодической пропускной способности, величины надёжности, коэффициентов асимметрии и эксцесса) в зависимости от характеристик канала (количества многопутевых кластеров, доли мощности, приходящейся на доминантные компоненты, степени затенения доминантных компонент и коэффициента корреляции затенений). В рамках исследования были рассмотрены 4 ситуации поведения анализируемой модели канала, существенно различающиеся по своим свойствам. В результате анализа были сделаны следующие выводы:

- Несмотря на схожее поведение эргодической пропускной способности рассматриваемого канала связи для всех анализируемых моделей, статистики высшего порядка оказываются существенно более чувствительными. Как следствие являются более значимым индикатором флуктуации скорости передачи информации в канале связи.
- Зависимость надёжности эргодической пропускной способности от среднего соотношения сигнал/шум обнаруживает наличие ярко выраженного экстремума (минимума), что с практической точки зрения важно учитывать при предъявлении требований к величине ОСШ в канале, обеспечивающей некоторое желаемое качество функционирования.
- При анализе зависимости СПС высших порядков от степени затенения доминантных компонент было обнаружено, что существенные изменения наблюдаются лишь в области больших затенений (малые m). В области значений $m > 1$ влиянием изменения её величины можно пренебречь.
- При анализе зависимости относительного изменения коэффициента асимметрии и эксцесса от степени затенения оказалось, что расхождение кривых для двух существенно отличающихся значений коэффициента корреляции (0,1 и 0,5) в диапазоне значений ОСШ вплоть до 30 дБ не превышает 1%.

Полученные результаты могут быть использованы как в рамках теоретических исследований, позволяя более полно понять степень влияния поведения сложных многопутевых каналов связи на характеристики функционирования многоэлементных антенных систем, так и в рамках практических (инженерных) приложений, давая возможность за счёт введения дополнительных ограничений на величины СПС высшего порядка предъявить новые требования к параметрам синтезируемой системы связи (включающей модель канала) для достижения желаемого качества её функционирования.

Литература

1. Massive MIMO White Paper, vol. 01, Global TD-LTE Initiative, 2017-02-06. <http://www.lte-tdd.org/d/file/Resources/rep/2017-03-01/fe7f717a192f762ed7049b6cbbd4f425.pdf>.
2. 3GPP. NR; Physical layer; General description. TS 36.211 (V 16.0.0). December 2019. <https://www.3gpp.org/DynaReport/38201.html>
3. IEEE 802.22, "Part 22: Cognitive Radio Wireless Regional Area Networks (WRAN) Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications" October 2019. https://standards.ieee.org/standard/802_22-2019.html.
4. Probability distributions relevant to radio wave propagation modelling // Recommendations ITU-R p.1057-6 (08/2019). Available at: https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/p/R-REC-P.1057-6-201908-1!PDF-E.pdf.
5. *Heath Jr R. W., Lozano A.* Foundations of MIMO communication. Cambridge University Press, 2018. ISBN: 9780521762281.
6. *Kumbhani B., Kshetrimayum R. S.* MIMO wireless communications over generalized fading channels. CRC Press, 2017. ISBN 9781138033009.
7. *Khatib M.* Advanced Trends in Wireless Communications. In-Tech, 2011. 520 p. DOI: 10.5772/655.
8. *Yacoub M. D.* The α - μ distribution: A Physical Fading Model for the Stacy Distribution // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2007. vol. 56 № 1. pp. 27-34. DOI: 10.1109/TVT.2006.883753.
9. *Yacoub M. D.* The κ - μ distribution and the η - μ distribution // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2007. vol. 49 №. 1. pp. 68–81. DOI: 10.1109/MAP.2007.370983.
10. *Rasethuntsa T. R., Kumar S.* An integrated performance evaluation of ED-based spectrum sensing over α - κ - μ and α - κ - μ -Extreme fading channels // Transactions on Emerging Telecommunications Technologies. 2019. vol. 30 №. 5.p. e3569. DOI: 10.1002/ett.3569.
11. *Paris J. F.* Statistical Characterization of κ - μ Shadowed Fading // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2014. vol. 63 № 2. pp. 518–526. DOI: 10.1109/TVT.2013.2281213.
12. *Fadnis C., Katiyar B.* Review of Higher Order Statistics for Selection Combining Scheme in Weibull Fading Channel //2017 International Conference on Current Trends in Computer, Electrical, Electronics and Communication (CTCEEC). IEEE, 2017. pp. 648-651. DOI: 10.1109/CTCEEC.2017.8455182.
13. *Peppas K. P. et al.* High-order statistics for the channel capacity of EGC receivers over generalized fading channels //IEEE Communications Letters. 2018. vol. 22 №. 8. pp. 1740–1743. DOI: 10.1109/LCOMM.2018.2846229
14. *Zhang J. et al.* On High-Order Capacity Statistics of Spectrum Aggregation Systems Over κ - μ and κ - μ Shadowed Fading Channels //IEEE Transactions on Communications. 2017. vol. 65 №. 2. pp. 935–944. DOI: 10.1109/TCOMM.2016.2637926.
15. *Sagias N.C., Lazarakis F.I., Alexandridis A.A., Dangakis K.P., Tombras G.S.* Higher Order Capacity Statistics of Diversity Receivers // Wireless Personal Communications. vol. 56 № 4. pp. 649–668. DOI: 10.1007/s11277-009-9837-6.
16. *Yilmaz F., Tabassum H., Alouini M. S.* On the Computation of the Higher Order Statistics of the Channel Capacity for Amplify-and-Forward Multihop Transmission // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2014. pp. 489-494. DOI: 10.1109/TVT.2013.2272705.
17. *Lopez-Fernandez J., Lopez-Martinez F. J.* Statistical Characterization of Second-Order Scattering Fading Channels //IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2018. vol. 67 №. 12. pp. 11345–11353. DOI: 10.1109/TVT.2018.2877941.

18. *Gvozdarov A. S., Patralov P. E., Kanaev I. V.* An Analysis of Ergodic Capacity Higher-Order Statistics for Multiantenna Communication System in Presence of Generalized Shadowed Fading Channel //2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). IEEE, 2019. pp. 1-4. DOI: 10.1109/SYNCHROINFO.2019.8814127.
19. *Olver F. W. J. et al.* NIST digital library of mathematical functions, release 1.0. 22. <http://dlmf.nist.gov/>. 2019.
20. *Bhatnagar M. R* On the Sum of Correlated Squared μ Shadowed Random Variables and its Application to Performance Analysis of MRC // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2015. vol. 64, № 6 p. 2674–2684. DOI: 10.1109/TVT.2014.2343453.
21. *Marzetta T. L.* Fundamentals of massive MIMO. Cambridge University Press, 2016.
22. *H. Bateman and A. Erdelyi,* Tables of integral transforms. McGraw-Hill, 1954. <https://authors.library.caltech.edu/43489/1/Volume%201.pdf>.
23. *Abdi A., Kaveh M.* A space-time correlation model for multielement antenna systems in mobile fading channels // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 2002. vol. 20, № 3. pp. 550-560. DOI: 10.1109/49.995514.

Гвоздарев Алексей Сергеевич — канд. физ.-мат. наук, доцент, кафедра инфокоммуникаций и радиофизики физического факультета, Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова. Область научных интересов: статистическая обработка сигналов в беспроводных системах связи, применение методов математической статистики в задачах обработки и передачи информации. Число научных публикаций — 60. a.gvoz-darev@uniyar.ac.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9308-4386>; ул. Советская., д. 14, г. Ярославль, 150003, РФ; р.т.: +7(4852) 797770, факс: +7(4852)25-57-87.

Патралов Павел Евгеньевич — магистр инфокоммуникационных технологий и систем связи, кафедра инфокоммуникаций и радиофизики физического факультета, Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова. Область научных интересов: математическая статистика, теория вероятности, применение методов математического моделирования теории связи. Число научных публикаций — 5. p.patralov1@stud.uniya.ac.ru, ул. Советская., д. 14, г. Ярославль, 150003, РФ; р.т.: +7(4852) 797770, факс: +7 (4852)25-57-87.

A. Gvozdarev, P. Patralov

PROBABILISTIC ANALYSIS OF GENERALISED STATISTIC MODEL FOR MULTIPATH CHANNEL OF SIMO SYSTEMS WITH FADING AND CORRELATED SHADOWING

Gvozdarev A., Patralov P. Probabilistic Analysis of Generalised Statistic Model for Multipath Channel of SIMO Systems with Fading and Correlated Shadows.

Abstract. The paper considers the problem of analysis of the information transmission process by multi-element communication systems in presence of a multipath signal propagation channel. To generalize the propagation effects, the model of the κ - μ fading channel with correlated shadowing was assumed, and the technology used for organizing a multi-element system was the SIMO system, equipped with the maximum-ratio combiner of the signal on the receiving side. To describe the characteristics of the information transfer process, an approach based on the higher-order statistics of the ergodic capacity was used. Closed-form analytical expressions for arbitrary-order capacity higher-order statistics were obtained for the channel model under consideration. The behavior of the first four statistics (ergodic capacity, its reliability, skewness and kurtosis coefficients) is analyzed depending on the channel parameters (the number of multipath propagation clusters, the ratio of power of the dominant components to the total power of multipath waves, the degree of shadowing of the dominant components, and the shadowing correlation coefficient). Within the framework of the study, 4 distinct situations of the assumed channel model behavior were considered, which significantly differ in their properties. It is noted that, in contrast to the capacity, its higher-order statistics are significantly more sensitive to the channel parameters and, as a result, are more significant indicators of fluctuations in the information transfer rate within the communication channel. The existence of a pronounced extremum (minimum) of the reliability ergodic capacity dependence from the signal-to-noise ratio was established. It should be accounted for in practical applications, when the requirements of the signal-to-noise ratio that guarantees the desired communication link quality are set.

Keywords: Wireless Channel, Fading, Shadowing, κ - μ Model, Capacity Higher-Order Statistics, SIMO, Signal-to-Noise Ratio

Gvozdarev Aleksey — Ph.D., Associate Professor at the Department of Infocommunications and Radiophysics (Physics Faculty) P.G. Demidov Yaroslavl State University. Research interests: statistical signal processing in wireless communication systems, application of mathematical statistics methods for information transmission and processing. The number of publications — 60. a.gvozdarev@uniyar.ac.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9308-4386>; Sovetskaya str., 14, Yaroslavl, 150003, Russia; office phone: +7(4852) 797770, fax: +7 (4852)25-57-87.

Patralov Pavel — Master of Infocommunication Technologies and Communication Systems at P.G. Demidov Yaroslavl State University. Research interests: mathematical statistics, probability theory, application of mathematical modeling in wireless communications. The number of publications — 5. p.patralov1@stud.uniya.ac.ru; Sovetskaya str., 14, Yaroslavl, 150003, Russia; office phone: +7(4852) 797770, fax: +7 (4852)25-57-87.

References

1. Massive MIMO White Paper, v. 01, Global TD-LTE Initiative, 2017-02-06. <http://www.lte-tdd.org/d/file/Resources/rep/2017-03-01/fe7f17a192f762ed7049b6cbbd4f425.pdf>
2. 3GPP. NR; Physical layer; General description. TS 36.211 (V 16.0.0). December 2019. <https://www.3gpp.org/DynaReport/38201.htm>

3. IEEE 802.22, "Part 22: Cognitive Radio Wireless Regional Area Networks (WRAN) Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications" October 2019. https://standards.ieee.org/standard/802_22-2019.html
4. Probability distributions relevant to radiowave propagation modelling // Recommendations ITU-R P.1057-6 (08/2019). Available at: https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/p/R-REC-P.1057-6-201908-I!!PDF-E.pdf
5. *Heath Jr R. W., Lozano A.* Foundations of MIMO communication. – Cambridge University Press, 2018. ISBN: 9780521762281.
6. *Kumbhani B., Kshetrimayum R. S.* MIMO wireless communications over generalized fading channels. – CRC Press, 2017. ISBN 9781138033009.
7. *Khatib M.* Advanced Trends in Wireless Communications. – In-Tech, 2011. – 520. DOI: 10.5772/655.
8. *Yacoub M. D.* The α - μ distribution: A physical fading model for the stacy distribution // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2007. – Vol. 56 – № 1. – Pp. 27-34. DOI: 10.1109/TVT.2006.883753.
9. *Yacoub M. D.* The κ - μ distribution and the η - μ distribution // IEEE Antennas and Propagation Magazine – Feb. 2007 – Vol. 49 – №. 1. – Pp. 68–81. DOI: 10.1109/MAP.2007.370983.
10. *Rasethuntha T. R., Kumar S.* An integrated performance evaluation of ED-based spectrum sensing over α - κ - μ and α - κ - μ -Extreme fading channels //Transactions on Emerging Telecommunications Technologies. – 2019. – T. 30. – №. 5. – C. e3569. DOI: 10.1002/ett.3569.
11. *Paris J. F.* Statistical Characterization of κ - μ Shadowed Fading // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2014. vol. 63. № 2. pp. 518–526. DOI: 10.1109/TVT.2013.2281213.
12. *Fadnis C., Katiyar B.* Review of Higher Order Statistics for Selection Combining Scheme in Weibull Fading Channel //2017 International Conference on Current Trends in Computer, Electrical, Electronics and Communication (CTCEEC). – IEEE, 2017. – C. 648-651. DOI: 10.1109/CTCEEC.2017.8455182 .
13. *Peppas K. P. et al.* High-order statistics for the channel capacity of EGC receivers over generalized fading channels //IEEE Communications Letters. – 2018. – T. 22. – №. 8. – C. 1740–1743. DOI: 10.1109/LCOMM.2018.2846229.
14. *Zhang J. et al.* On High-Order Capacity Statistics of Spectrum Aggregation Systems Over κ - μ and κ - μ Shadowed Fading Channels //IEEE Transactions on Communications. – 2017. – T. 65. – №. 2. – с. 935–944. DOI: 10.1109/TCOMM.2016.2637926.
15. *Sagias N.C., Lazarakis F.I., Alexandridis A.A., Dangakis K.P., Tombras G.S.* Higher order capacity statistics of diversity receivers // Wireless Personal Communications. Vol. 56, № 4. Pp. 649–668. DOI: 10.1007/s11277-009-9837-6.
16. *Yilmaz F., Tabassum H., Alouini M. S.* On the Computation of the Higher Order Statistics of the Channel Capacity for Amplify-and-Forward Multihop Transmission // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2014. – C. 489-494. DOI: 10.1109/TVT.2013.2272705.
17. *Lopez-Fernandez J., Lopez-Martinez F. J.* Statistical Characterization of Second-Order Scattering Fading Channels //IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2018. – T. 67. – №. 12. – C. 11345–11353. DOI: 10.1109/TVT.2018.2877941.
18. *Gvozdarov A. S., Patrulov P. E., Kanaev I. V.* An Analysis of Ergodic Capacity Higher-Order Statistics for Multiantenna Communication System in Presence of Generalized Shadowed Fading Channel //2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). – IEEE, 2019. – C. 1-4. DOI: 10.1109/SYNCHROINFO.2019.8814127.
19. *Olver F. W. J. et al.* NIST digital library of mathematical functions, release 1.0. 22. – 2019. <http://dlmf.nist.gov/>

20. *Bhatnagar M. R.* On the Sum of Correlated Squared $\kappa - \mu$ Shadowed Random Variables and its Application to Performance Analysis of MRC // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2015. vol. 64, № 6. pp. 2674–2684. DOI: 10.1109/TVT.2014.2343453.
21. *Marzetta T. L.* Fundamentals of massive MIMO. – Cambridge University Press, 2016.
22. *H. Bateman and A. Erd'elyi*, Tables of integral transforms. – McGraw-Hill, 1954. <https://authors.library.caltech.edu/43489/1/Volume%201.pdf>.
23. *Abdi A., Kaveh M.* A space-time correlation model for multielement antenna systems in mobile fading channels // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 2002. – vol. 20, № 3. pp. 550-560. DOI: 10.1109/49.995514.