

Кротов К.В., Скатков А.В.  
**ПОСТРОЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ РАСПИСАНИЙ  
ВЫПОЛНЕНИЯ ПАКЕТОВ ЗАДАНИЙ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ  
КОМПЛЕКТОВ В ЗАДАнные ДИРЕКТИВНЫЕ  
СРОКИ**

*Кротов К.В., Скатков А.В. Построение комплексных расписаний выполнения пакетов заданий при формировании комплектов в заданные директивные сроки.*

**Аннотация.** Современное состояние решения задачи комплексного планирования выполнения пакетов заданий в многостадийных системах характеризуется отсутствием универсальных способов формирования решений по составам пакетов, наличием ограничений на размерность задачи и невозможностью гарантированного получения эффективных решений при различных значениях ее входных параметров, а также невозможностью учета условия формирования комплектов из результатов. В статье авторами реализовано решение задачи планирования выполнения пакетов заданий в многостадийных системах при формировании комплектов результатов в заданные для них директивные сроки. Для решения задачи планирования выполнена декомпозиция обобщенной функции системы на совокупность иерархически взаимосвязанных подфункций. Применение декомпозиции позволило использовать иерархический подход для планирования выполнения пакетов заданий в многостадийных системах, предусматривающий определение решений по составам пакетов на верхнем уровне иерархии и построение расписаний выполнения пакетов на нижнем уровне иерархии. Для оптимизации решений по составам пакетов и расписаниям их выполнения в соответствии с иерархическим подходом применена теория иерархических игр. Построена математическая модель иерархической игры для определения эффективных составов пакетов заданий и расписаний их выполнения, представляющая собой систему критериев на уровнях принятия решений. Оценка эффективности решений по составам пакетов на верхнем уровне иерархии обеспечивается распределением результатов выполнения заданий по комплектам в соответствии с сформированным расписанием. Для оценки эффективности решений по составам пакетов сформулирован метод упорядочивания идентификаторов типов комплектов с учетом директивных сроков и метод распределения результатов выполнения заданий по комплектам, реализующий вычисление моментов времени окончания формирования комплектов и запаздываний с их формированием относительно заданных директивных сроков. Выполнены исследования планирования процесса выполнения пакетов заданий в многостадийных системах при условии формирования комплектов в заданные директивные сроки. На их основе сформулированы выводы, касающиеся зависимости эффективности планирования от входных параметров задачи.

**Ключевые слова:** многостадийная система, пакеты заданий, расписание, комплекты результатов, директивные сроки, иерархическая игра

**1. Введение.** В производственных и вычислительных системах конвейерного типа (в многостадийных системах (МС)) возникают задачи планирования выполнения пакетов заданий (ПЗ). Для их

решения используется иерархический подход [1]. При планировании заданными являются наборы однотипных заданий (однотипными являются задания, длительности выполнения которых на приборах МС одинаковы, длительности переналадок приборов на выполнение этих заданий также одинаковы). При значительных неоднородностях длительностей выполнения заданий и неоднородностях длительностей переналадок приборов на выполнение заданий действия с ними в МС реализуются в составе пакетов. Пакетом является набор однотипных заданий, выполняемых на приборах МС без их переналадки на выполнение заданий других типов. Количество заданий в пакетах определяется с учетом временных характеристик процесса их выполнения в МС. Если составы пакетов не оптимизируются и в пакеты входят все задания из их наборов, то такие пакеты называются фиксированными. Оптимизация составов ПЗ, реализуемая с учетом временных параметров их выполнения, позволяет повысить эффективность планирования реализации действий с ними на приборах МС.

Решение задачи планирования выполнения ПЗ в МС предполагает определение составов пакетов и расписаний их выполнения на приборах МС [1]. Определение этих решений реализуется на иерархически взаимосвязанных уровнях системы планирования [1]. Развитием указанной задачи [1] является задача планирования выполнения ПЗ в МС при формировании комплектов результатов (КР) (в частности, с условием задания для КР директивных сроков окончания их формирования). Под комплектом подразумевается набор заданного состава результатов выполнения в МС заданий разных типов.

Рассмотренный в предлагаемой работе подход применим, в частности, к планированию выполнения ПЗ в МС при обработке данных дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) в Web-ориентированных сервисах мониторинга окружающей среды (ОС). Эти сервисы реализуют идентификацию наличия на земной поверхности различных видов негативных природных явлений (НПЯ), техногенных воздействий (ТВ) на ОС, а также (для областей заданных размеров) условий их развития и распространения. Наборами данных ДЗЗ разных типов являются совокупности массивов значений отражательной способности подстилающей поверхности, полученные из разных каналов различных измерительных приборов искусственных спутников Земли (на основе этих наборов массивов значений формируются пакеты данных, обрабатываемые в МС). Для каждого типа НПЯ и ТВ на ОС определен набор параметров (характеризующих как состояние

подстилающей поверхности, так и растительности на ней), соответствующих условиям их распространения (развития). Для каждого из этих параметров формируются в результате обработки данных ДЗЗ в МС массивы значений. В итоге идентифицированного на поверхности Земли НПЯ и ТВ на ОС формируется соответствующий ему набор массивов значений параметров, характеризующих условия его распространения (развития). Тогда комплектами являются наборы результатов обработки данных ДЗЗ в МС (массивов значений), соответствующие условиям распространения (развития) НПЯ и ТВ на ОС различных типов, идентифицированных на земной поверхности.

С целью разработки методов оптимизации решений при комплексном планировании выполнения ПЗ в МС при формировании КР выполнена декомпозиция функции системы, которая позволила определить набор иерархически взаимосвязанных подфункций. Каждая из подфункций реализуется на соответствующем уровне иерархии системы планирования и обеспечивает определение следующих решений:

- первый уровень – решений по составам ПЗ;
- второй уровень – расписаний выполнения ПЗ, решение по составам которых сформировано на первом уровне.

Планирование выполнения ПЗ в МС с учетом формирования КР предполагает также решение задачи распределения результатов выполнения заданий, входящих в пакеты, по комплектам для определения значений критерия оптимальности решений по их (пакетов) составам. Реализация распределения результатов выполнения ПЗ по комплектам сопровождается определением моментов времени их (комплектов) формирования и значений запаздываний с их формированием относительно директивных сроков. Определение решений по составам ПЗ и расписаниям их выполнения с использованием иерархического подхода связано с применением теории иерархических игр.

Методы комплексного планирования выполнения ПЗ в многостадийных системах, предложенные зарубежными авторами, рассмотрены в работах [2-20]. В работах [2-8] рассмотрены методы планирования выполнения ПЗ в потоковых системах, реализующих непрерывные процессы в химической и фармацевтической промышленности. Под выполнением ПЗ в этом случае подразумевается обработка в системе партий материалов разных типов для получения требуемой продукции. Обработывающая система состоит из различных приборов, с использованием которых формируются маршруты движения материалов, определены объемы партий материалов, а также

порядок выпуска продукции. Количество продукции, которое должно быть получено, определяется спросом. Маршруты движения партий определяются в процессе оптимизации. За счет оптимизации маршрутов реализуется совмещение выпуска продукции различных видов. Планирование реализации операций с партиями предполагает определения решений, состоящих из [2-4]: бинарных переменных (партия материалов  $i$ -го типа обрабатывается во временном интервале  $t$ , обработка партий материалов  $i$ -го типа начинается в момент времени  $n$  и заканчивается в момент времени  $n'$  и т.д) и переменных, соответствующих размерам партий (размер партии материалов  $i$ -го типа, обработка которой начинается во временном интервале  $t$  на  $j$ -ом элементе некоторого ресурса  $r$ , размер партии материалов  $i$ -го типа, обработка которой активизируется в момент времени  $n$ , размер партии материалов  $i$ -го типа, которая обрабатывается в интервала времени  $t$ ). Определение решений предполагает применение аппарата смешанного целочисленного программирования (СЦЧП). Однако с его использованием определяются решения задач только ограниченной размерности [2-4].

Аналогичный подход к решению задачи планирования в непрерывном производстве изложен в работах [5, 6]. Решение формируется в виде бинарных переменных, соответствующих назначению для выполнения партий материалов  $i$ -ых типов на  $j$ -е ресурсы, и переменных, соответствующих размерам партий обрабатываемых материалов. Особенностью рассматриваемых в [5, 6] задач является учет неудовлетворенного спроса на продукцию и введение критерия, учитывающего штрафы. Развитием работ [2-6] является работа [7], в которой рассматривается метод планирования обработки партий материалов в непрерывном производстве, учитывающий неопределенности во входных данных (в длительностях обработки партий). Задача переформулируется как детерминированная и для ее решения применена многошаговая адаптивная робастная оптимизация. В силу того, что задача в рассматриваемой постановке является NP-трудной, реализовано ее упрощение, предполагающее применение к временным переменным задачи аффинных правил, позволяющих при решении интерпретировать их как параметры. Это обеспечивает возможность определения решения задачи за ограниченное время.

Одним из вариантов решения задач планирования обработки партий материалов в непрерывных производствах является применение метаэвристических алгоритмов (генетических алгоритмов (ГА)), рассмотренное в [8]. Размеры партий материалов определяются

спросом на продукцию, а построение расписания формируемых партий реализуется с использованием ГА. Определены особенности задачи планирования: обработка партий материалов проводится непрерывно, между приборами нет промежуточных буферов для накопления материалов; требуется определить такую последовательность запуска партий материалов на обработку в систему, чтобы минимизировать общее время выполнения всех операций со всеми партиями. В соответствии с выполненной постановкой задачи разработан ГА, реализующий формирование расписаний обработки партий материалов заданного состава, исследованы его особенности, определены значения параметров ГА, которые позволяют получить лучшие результаты.

Метод планирования обработки пакетов заданий на параллельно функционирующих устройствах, использующий целочисленное линейное программирование (ЧЦЛП), рассматривается в [9]. Решаемая в [9] задача предполагает, что в систему для выполнения поступают заказы, каждый заказ состоит из некоторых продуктов (заданий), а продукт (задание) состоит из компонентов. Определение составов пакетов осуществляется в [9] не на уровне компонентов, а на уровне заданий (пакеты образуются не из компонентов продуктов, входящих в заказ, а непосредственно из продуктов (заданий)). Реализация планирования в данной задаче предусматривает определение решений по составам пакетов и расписаниям их выполнения. Решение задачи планирования предполагает определение значений переменных, соответствующих как составам пакетов, так и порядкам их выполнения на приборах. Так как для решения указанных задач применено ЧЦЛП, то их размерность является ограниченной [9].

В работе [10] рассматривается метод планирования выполнения ПЗ на параллельно функционирующих приборах на основе локального поиска совместно с методом муравьиной колонии при использовании эвристических правил. Включение каждого задания в пакеты предполагает определение значений плотности следа феромона, характеризующей качество решений. При распределении заданий по пакетам используется эвристическое правило, предполагающее, что задания добавляются в первую очередь в пакет, выполняемый на параллельной машине с наибольшей емкостью. Также при распределении заданий по пакетам учитываются значения параметра, в котором учтены длительности выполнения самого задания и соответствующего пакета. Использование метаэвристических алгоритмов для планирования выполнения ПЗ на параллельных приборах рассматривается в работах [11, 12]. Для определения составов ПЗ в [11] применены генетические алгоритмы (ГА). Формируемые при

реализации ГА хромосомы соответствуют решениям по составам ПЗ. Приближенно оптимальное решение обеспечивает минимизацию простоев приборов при выполнении заданий в ПЗ. В [12] при распределении заданий по пакетам используется алгоритм муравьиной колонии (МК), позволяющий группировать задания, имеющие приближенно одинаковую длительность выполнения. В силу стохастического характера рассмотренных алгоритмов они не гарантируют получение эффективных решений при разных значениях входных параметров задачи.

В [13] реализуется решение задачи планирования реализации действий с ПЗ на параллельных приборах при указании директивных сроков для выполняемых заданий. В состав пакетов включаются задания, у которых близкими являются значения директивных сроков окончания их формирования. Упорядочивание ПЗ на параллельных приборах также осуществляется с учетом директивных сроков окончания их выполнения.

В работе [14] рассматривается решение задачи определения составов пакетов и очередности их выполнения на параллельно действующих приборах с использованием эвристических правил. При формировании пакетов для каждого задания реализуется вычисление значения параметра, учитывающего вес задания, длительность его выполнения, среднюю длительность выполнения заданий, не распределенных по приборам, момент времени поступления и т.д. В соответствии со значениями этого параметра формируется последовательность заданий, после чего количество заданий, соответствующее размеру пакета, закрепляется за определенным не занятым прибором. Рассмотрены различные способы вычисления указанного параметра. Пакеты, закрепленные за определенными приборами, упорядочиваются для выполнения с использованием ГА.

Применению эвристических правил при определении составов ПЗ, выполняемых на параллельных приборах, посвящена работа [15]. В соответствии с этим правилом в пакет включаются задания с близкими значениями длительностей их выполнения. Формирование ПЗ приводит к уменьшению общего времени выполнения всех заданий.

Использование различных эвристических правил при формировании чередующихся окрестностей текущего локально оптимального решения по составам ПЗ рассмотрено в работе [16]. В формируемых окрестностях реализуется определение нового локально оптимального решения по составам ПЗ и расписаниям их выполнения. Формулировки правил, позволяющих формировать решения по составам ПЗ и расписаниям их выполнения, имеют вид: объединить два

ПЗ с фиксацией позиции нового пакета в последовательности выполнения; разделить один ПЗ и вставить один из полученных пакетов в новую позицию; поменять местами ПЗ в последовательности их выполнения; переместить ПЗ в новую позицию в последовательности; поменять местами два задания разных пакетов. Рассмотренный способ реализует не направленный поиск локально оптимальных решений, а стохастический поиск, что не гарантирует получение эффективного результата при разных значениях входных параметров.

Работы [17,18] также посвящены рассмотрению эвристических правил формирования ПЗ. В [17] рассматривается правило пакетной совместимости (VCLPT), которое предполагает:

- сортировку заданий по не возрастанию длительностей;
- в полученной последовательности определяются задания  $i_1$  и  $i_1 + 1$ , длительности выполнения которых связаны введенным условием с длительностью выполнения первого задания; если задания из последовательности до  $i_1 + 1$ -го включаются в пакет;
- для оставшихся в последовательности заданий вновь проверяются введенные условия и формируется новый пакет;
- если условия не выполняются, то все рассматриваемые задания включаются в один пакет.

Последовательность выполнения ПЗ определяется либо с использованием динамического программирования, либо с использованием предложенного в [17] полиномиально сходящегося алгоритма.

В работе [18] в качестве критерия используется сумма момента времени окончания выполнения всех ПЗ и штрафа за отказ в обслуживании заданий. Отказ в выполнении задания связан с ограничениями мощности параллельных приборов и срока выполнения заданий. Эвристические правила, рассмотренные в [18], предусматривают формирование различных множеств отклоняемых заданий и для каждого множества не отклоненных заданий формирования пакетов с использованием соответствующих условий.

В [19] рассматривается метод планирования выпуска нескольких изделий в многомашинных системах с учетом заданных директивных сроков. В соответствии с указанным подходом планирование реализуется с использованием эвристического правила, предполагающего, что в пакеты объединяются изделия, у которых директивные сроки окончания их выпуска не превышают момент времени окончания выполнения соответствующего пакета. При

построении расписаний используется метод вставки. В работе [20] развивается подход к планированию выполнения ПЗ на основе имитационного моделирования. Рассматривается имитационная модель технологического процесса, в которой учтены его особенности (вводятся дополнительные операции, которые учитываются при построении расписаний). Размеры партий материалов являются задаваемыми в качестве входных параметров модели. Определение маршрутов движения партий материалов и расписаний обработки реализуется с использованием правил. Каждый вариант решения (размеры партий, маршруты их движения в системе, расписание обработки) характеризуется своим значением критерия. Использование имитационной модели позволяет выполнить выбор составов партий и эвристических правил, обеспечивающих эффективные маршруты их передачи и расписания их запуска в систему.

В работах отечественных авторов, таких как Танаев В.С., Сотсков Ю.Н., Ковалев М.Я., Лазарев А.А., Кобак В.Г., Нейдорф Р.А. (в том числе, основополагающих, являющихся базой теории расписаний) рассматриваются методы построения расписаний выполнения единичных заданий, не объединяемых в пакеты. При этом рассматриваются различные виды обрабатываемых систем (с одинаковыми маршрутами выполнения заданий, с различными маршрутами выполнения заданий, с не фиксированными маршрутами), учитываются различные виды упрощающих предположений (ограниченное количество приборов, одинаковые последовательности выполнения заданий на приборах, упорядочивание значений длительностей выполнения заданий на разных приборах и т.д.). Ограниченное количество работ (в частности, [21]) посвящены рассмотрению использования эвристических правил при определении составов пакетов и методам построения расписаний фиксированных пакетов. Методы оптимизации составов пакетов в работах упомянутых авторов не рассматриваются.

Таким образом, планирование выполнения ПЗ, включающее определение их составов, осуществляется путем применения:

- смешанного целочисленного программирования (для партий материалов, обрабатываемых в непрерывном производстве) при решении задач ограниченной размерности;
- имитационного моделирования технологического процесса обработки партий материалов в непрерывном производстве для оценки эффективности применения эвристик при определении маршрутов и расписаний выполнения операций с ними;



- целочисленного линейного программирования для определения составов ПЗ и расписаний их выполнения (для задач ограниченной размерности);
- метаэвристических алгоритмов (ГА либо метода МК) при определении составов ПЗ; применение этих алгоритмов не гарантирует приближения к оптимальным решениям при различных значениях входных параметров;
- эвристических правил при формировании составов ПЗ (с учетом директивных сроков выполнения заданий), что позволяет получать решения, лучшие, чем без оптимизации, но не приближающиеся к оптимальным.

Таким образом, отсутствуют методы оптимизации составов ПЗ, лишенные ограничений на размерность задач, использование которых не предполагает введения дополнительных условий (в частности, директивных сроков окончания выполнения отдельных заданий). В рассмотренных методах планирования выполнения ПЗ в МС не учитывается условие построения КР (в том числе при заданных директивных сроках). В связи с этим совершенствование методов комплексного планирования выполнения ПЗ в МС, учитывающих условие формирования комплектов из результатов и предполагающих совместную (комплексную) оптимизацию составов пакетов и расписаний реализации действий с ними на приборах МС, является актуальным.

Комплексное планирование выполнения ПЗ в МС при условии формирования комплектов в заданные для них директивные сроки реализуется в составе двухуровневой системы принятия решений. На первом уровне определяются составы ПЗ, на втором – расписания их (ПЗ) выполнения в МС, а также с целью определения значений критерия оптимальности решений по составам ПЗ на первом уровне реализуется распределение результатов выполнения заданий в пакетах по комплектам. При этом для лучшего (локально оптимального) решения суммарное отклонение сроков окончания формирования комплектов от директивных сроков, заданных для них (суммарное запаздывание с формированием комплектов относительно директивных сроков), является минимальным. Определение решений на первом уровне реализуется с использованием метода оптимизации составов ПЗ, рассмотренного в [1], определение расписаний выполнения ПЗ в МС реализуется с использованием метода оптимизации решений, рассмотренного в [22]. В тоже время реализация алгоритма распределения результатов выполнения заданий из пакетов по комплектам предваряется упорядочиванием идентификаторов типов

комплектов в соответствии с заданными для этих комплектов директивными сроками (то есть предварительное упорядочивание типов комплектов в соответствии с директивными сроками обеспечивает распределение результатов выполнения заданий по комплектам и определение суммарного запаздывания с их формированием). Поэтому для достижения цели работы – совершенствования методов комплексного планирования выполнения ПЗ в МС, – в ней требуется решить следующие задачи:

- 1) построения математической модели иерархической игры оптимизации решений по составам ПЗ и расписаний их выполнения в МС, учитывающей условие формирования комплектов результатов в заданные для них директивные сроки;
- 2) построения метода упорядочивания идентификаторов типов комплектов в соответствии с заданными для комплектов директивными сроками;
- 3) построения метода распределения результатов выполнения в МС заданий, входящих в пакеты, по комплектам и определения значений суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно заданных для них директивных сроков.

**2. Математическая модель иерархической игры для определения составов ПЗ и расписаний их выполнения в МС.** В предлагаемом методе планирования выполнения ПЗ в МС, реализующем иерархический подход к оптимизации [1], теория иерархических игр применена в качестве способа определения комплексных (взаимосвязанных) локально-оптимальных решений по составам ПЗ и расписаниям реализации действий с ними на приборах МС. Как способ определения локально-оптимальных решений на каждом уровне иерархии системы планирования теория иерархических игр предполагает, что заданным является следующий порядок ходов:

- формирование решения по составам ПЗ ведущим игроком (на первом уровне) и передачу этого решения ведомому игроку (на втором уровне);
- формирование игроком второго уровня расписания выполнения ПЗ в МС, соответствующего решению по их составу, и передачу расписания на первый уровень с целью вычисления значения критерия, характеризующего решение по составам ПЗ;
- переопределение решений по составам ПЗ ведущим игроком и определение лучшего среди них (локально-оптимального) с

учетом решений по порядкам выполнения пакетов на приборах МС.

Таким образом, игра предусматривает передачу ведущим игроком ведомому информации о сформированном им решении. Игроки реализуют указанный порядок ходов до тех пор, пока не будет получено комплексное решение по составам ПЗ и расписаниям их выполнения в МС, состоящее из локально-оптимальных решений, сформированных на каждом из уровней.

В результате теория иерархических игр предоставляет механизм совместной (комплексной) оптимизации решений по составам ПЗ и расписаниям их выполнения в МС.

Решения, формируемые ведомым игроком (на нижнем уровне), благоприятствуют достижению ведущим игроком его цели – минимизации общего запаздывания с формированием комплектов относительно их директивных сроков (максимизации соответствия моментов времени окончания формирования комплектов заданным для них директивным срокам). Игрок нижнего уровня является благожелательным по отношению к игроку верхнего уровня, то есть выбирает такие решения, которые обеспечивают минимизацию этим игроком суммарного запаздывания с формированием КР. При этом решения, формируемые ведущим игроком, являются не зависимыми от решений ведомого игрока. Реализуемая в системе планирования выполнения ПЗ в МС игра является не антагонистической игрой в оптимистических стратегиях. При построении модели иерархической игры определения составов ПЗ и расписаний их выполнения в МС использованы обозначения, которые представлены в Таблице 1.

Таблица 1. Обозначения параметров процесса выполнения ПЗ в МС

Обозначение	Назначение параметра
1	2
$i$	Идентификатор типа заданий ( $i = \overline{1, n}$ )
$n^i$	Количество заданий $i$ -го типа
$l$	Номер прибора ( $l = \overline{1, L}$ )
$m_i$	Количество ПЗ $i$ -го типа ( $i = \overline{1, n}$ )
$M$	Вектор количества пакетов $i$ -ых типов ( $i = \overline{1, n}$ )
$a_{ih}$	Количество заданий $i$ -го типа в $h$ -ом пакете ( $h = \overline{1, m_i}$ )
$A$	Матрица составов комплектов
$P$	Матрица порядка выполнения заданий

## Продолжение таблицы 1

$R$	Матрица количества заданий $i$ -ых типов в пакетах, занимающих в последовательностях их выполнения на приборах МС $j$ -е позиции
$\pi^l$	Последовательность выполнения ПЗ на $l$ -ых приборах МС
$t_{li}$	Длительность выполнения задания $i$ -го типа на $l$ -ом приборе МС ( $i = \overline{1, n}, l = \overline{1, L}$ )
$T$	Матрица длительностей выполнения заданий на приборах МС
$t_{ij}^l$	Длительность переналадки $l$ -го прибора с выполнения заданий $i$ -го типа на выполнение заданий $j$ -го типа
$T^l$	Матрицы переналадки $l$ -ых приборов с выполнения заданий одного типа на выполнение заданий другого типа ( $l = \overline{1, L}$ )
$t_{jq}^{0l}$	Моменты времени начала реализации действий с $q$ -ыми заданиями в пакетах, занимающих $j$ -е позиции в последовательностях их выполнения в МС ( $q = \overline{1, n_j}$ )
$T^{0l}$	Матрицы начала выполнения заданий в пакетах в $j$ -ых позициях в последовательностях реализации действий с ними на $l$ -ых приборах МС ( $l = \overline{1, L}$ )
$t_{jn}^{0l}$	Моменты времени начала выполнения последнего $n_j$ -го задания в пакете, занимающем в последовательностях их выполнения на приборах МС $j$ -ю позицию

С учетом введенного в рассмотрение вектора количества пакетов  $i$ -ых типов  $M$  и матрицы составов пакетов  $A$  решение на первом уровне имеет следующий вид:  $[M, A]$ . Для формализации вида последовательностей  $\pi^l$  расписания выполнения ПЗ на приборах МС в рассмотрении введена матрица порядка  $P$ . Элемент  $p_{ij} = 1$ , ПЗ  $i$ -го типа занимает в последовательностях  $\pi^l$   $j$ -ю позицию,  $p_{ij} = 0$  в случае, если ПЗ  $i$ -го типа не занимает в последовательности  $\pi^l$   $j$ -ю позицию, размерность матрицы  $n \times n_p$ , где  $n$  – количество типов заданий,  $n_p$  – количество ПЗ в последовательностях  $\pi^l (n_p = \sum_{i=1}^n m_i)$ . Порядок выполнения ПЗ на всех приборах одинаков, поэтому достаточно определения одной матрицы порядка  $P$ . Матрица  $R$  – матрица количества заданий  $i$ -ых типов в пакетах, занимающих в

последовательностях  $\pi^l$   $j$ -е позиции (элемент  $r_{ij}$  – количество заданий  $i$ -го типа в пакете, занимающем  $j$ -ю позицию в  $\pi^l$ , размерность матрицы  $n \times n_p$ ). Значения  $t_{jq}^{0l}$  вычисляются с использованием математической модели процесса выполнения заданий в МС [1]. Эти значения используются при определении значений критерия оптимизации решений по порядкам выполнения ПЗ в МС на нижнем уровне, а также при распределении результатов выполнения заданий в пакетах по комплектам. Моменты времени окончания выполнения ПЗ в  $j$ -ых позициях в этих последовательностях определяются выражением

вида:  $t_{j,n_j}^{0L} + \sum_{q=1}^n t_{Lq} \cdot p_{q,j}$ . Решение, формируемое на втором уровне,

имеет вид  $[P, R, \{T^{0l} | l = \overline{1, L}\}]$ . Для формализации модели процесса выполнения ПЗ в МС при формировании КР в заданные сроки использованы дополнительные обозначения, которые представлены в Таблице 2.

Таблица 2. Обозначения, используемые при построении модели выполнения ПЗ в МС при формировании КР в директивные сроки

Обозначение	Назначение параметра
1	2
$g$	Идентификатор типа КР
$g^{КОМ}$	Общее количество типов комплектов
$n_g^{КОМ}$	Количество комплектов $g$ -го типа ( $g = \overline{1, g^{КОМ}}$ )
$h_g$	Индекс комплекта $g$ -го типа ( $h_g = \overline{1, n_g^{КОМ}}$ )
$w_{ig}$	Количество результатов $i$ -го типа, которые входят в один комплект $g$ -го типа (образуют $i$ -ю компоненту комплекта $g$ -го типа, $i = \overline{1, n}$ , $g = \overline{1, g^{КОМ}}$ )
$W$	Матрица составов комплектов ( $w_{ig}$ – элемент матрицы $W$ )
$t_{i,h_g}^g$	Моменты времени окончания формирования $i$ -ых компонент $h_g$ -ых комплектов $g$ -ых типов ( $i = \overline{1, n}$ , $h_g = \overline{1, n_g^{КОМ}}$ , $g = \overline{1, g^{КОМ}}$ )

## Продолжение таблицы 2

$T^g$	Матрицы моментов времени окончания формирования $i$ -ых компонент $h_g$ -ых комплектов $g$ -ых типов
$d_{g,h_g}^{KOM}$	Директивный срок окончания формирования $h_g$ -го комплекта $g$ -го типа ( $h_g = \overline{1, n_g^{KOM}}$ , $g = \overline{1, g^{KOM}}$ )
$D^{KOM}$	Матрица директивных сроков окончания формирования $h_g$ -го комплектов $g$ -ых типов ( $h_g = \overline{1, n_g^{KOM}}$ , $g = \overline{1, g^{KOM}}$ )
$K_y^{KOM}$	Упорядоченное в соответствии со значениями $d_{g,h_g}^{KOM}$ множество идентификаторов типов комплектов
$D_y^{KOM}$	Упорядоченное множество значений $d_{g,h_g}^{KOM}$ для $h_g$ -ых комплектов $g$ -ых типов ( $h_g = \overline{1, n_g^{KOM}}$ , $g = \overline{1, g^{KOM}}$ )
$g_y^{KOM}$	Мощность множеств $K_y^{KOM}$ и $D_y^{KOM}$
$p$	Номер позиции типа комплекта в множестве $K_y^{KOM}$ и директивного срока $d_{g,h_g}^{KOM}$ в множестве $D_y^{KOM}$ ( $p = \overline{1, g_y^{KOM}}$ )
$g_p$	Идентификатор типа комплекта, занимающий в множестве $K_y^{KOM}$ $p$ -ю позицию
$t_{g_p}^{KOM}$	Момент времени окончания формирования комплекта $g$ -го типа, идентификатор которого занимает $p$ -ю позицию в множестве $K_y^{KOM}$
$d_{g_p}^{KOM}$	Директивный срок окончания формирования комплекта $g$ -го типа в $p$ -й позиции в множестве $K_y^{KOM}$

С учетом введенных параметров  $n_g^{KOM}$  и  $w_{ig}$  значения  $n^i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) вычисляются с использованием выражения вида [22]: 
$$n^i = \sum_{g=1}^{g^{KOM}} n_g^{KOM} \cdot w_{ig}$$

Значения  $t_{i,h_g}^g$  соответствуют значениям моментов времени окончания выполнения ПЗ, результаты которых позволяют сформировать  $i$ -е компоненты  $h_g$ -ых комплектов  $g$ -ых типов. Они определяются при реализации алгоритма распределения результатов выполнения заданий по комплектам. С использованием значений  $t_{i,h_g}^g$  для каждого комплекта

$g$ -го типа ( $g = \overline{1, g^{KOM}}$ ) формируется матрица  $T^g$  ( $g = \overline{1, g^{KOM}}$ ) моментов времени окончания формирования их компонент.

Задача планирования выполнения ПЗ в МС с учетом формирования КР предполагает задание директивных сроков  $d_{g, h_g}^{KOM}$  для каждого  $h_g$ -го комплекта  $g$ -го типа ( $h_g = \overline{1, n_g^{KOM}}$ ,  $g = \overline{1, g^{KOM}}$ ). Значения директивных сроков  $d_{g, h_g}^{KOM}$  образуют матрицу  $D^{KOM}$ .

В соответствие с постановкой задачи формирование комплектов требуется реализовать к назначенным для них директивным срокам. Лучшим решением по составам ПЗ и расписаниям их выполнения в МС является решение, гарантирующее минимальные отклонения моментов времени формирования комплектов от их директивных сроков. По этой причине для решений по составам ПЗ на первом уровне требуется определять соответствие между моментами времени формирования комплектов и директивным срокам.

Распределение результатов выполнения ПЗ по комплектам предваряется упорядочиванием их типов в множестве  $K_y^{KOM}$  в соответствии с директивными сроками  $d_{g, h_g}^{KOM}$ , а также директивных сроков в множестве  $D_y^{KOM}$ . Мощность  $g_y^{KOM}$  множеств  $K_y^{KOM}$  и  $D_y^{KOM}$  определяется выражением  $g_y^{KOM} = \sum_{g=1}^{g^{KOM}} n_g^{KOM}$ . Между множествами  $K_y^{KOM}$  и  $D_y^{KOM}$  установлено соответствие. То есть  $g$ -ому типу комплекта, занимающему в множестве  $K_y^{KOM}$   $p$ -ю позицию (обозначенному как  $g_p$ ) соответствует директивный срок окончания его формирования в множестве  $D_y^{KOM}$ , обозначенный как  $d_{g_p}^{KOM}$ .

В результате реализации алгоритма распределения результатов выполнения ПЗ в МС по комплектам в матрице  $T^g$  ( $g = \overline{1, g^{KOM}}$ ) для  $h_g$ -го комплекта  $g$ -го типа будет сформирован столбец значений  $t_{i, h_g}^g$ , на основе которых реализуется вычисление значения  $t_{g_p}^{KOM}$  в соответствии с выражением вида  $t_{g_p}^{KOM} = \max_{1 \leq i \leq n} [t_{i, h_g}^g]$ . В случае, если для

вычисленного значения  $t_{g_p}^{KOM}$  и соответствующего ему значения  $d_{g_p}^{KOM}$  из множества  $D_y^{KOM}$  выполняется условие  $t_{g_p}^{KOM} > d_{g_p}^{KOM}$ , то определяется запаздывание  $tz_{g_p}^{KOM}$  с формированием комплекта по сравнению с его директивным сроком  $d_{g_p}^{KOM}$ . Для каждого комплекта идентификатор  $g$  типа которого занимает в  $K_y^{KOM}$   $p$ -ю позицию, значение  $tz_{g_p}^{KOM}$  определяется выражением:  $tz_{g_p}^{KOM} = \max\{0, t_{g_p}^{KOM} - d_{g_p}^{KOM}\}$ . Для всех комплектов  $g$ -ых типов в  $p$ -ых позициях в множестве  $K_y^{KOM}$  (обозначенных как  $g_p, p = \overline{1, g_y^{KOM}}$ ) суммарное запаздывание с их формированием определяется выражением  $\sum_{p=1}^{g_y^{KOM}} tz_{g_p}^{KOM}$ , которое является критерием оптимизации решений по составам ПЗ.

В работе [22] рассмотрен метод построения расписаний выполнения ПЗ в МС. Порядок выполнения ПЗ на приборах МС оптимизируется с учетом требования минимизации суммарных простоев приборов МС [22]. Этот критерий ([22]) также используется при оптимизации расписаний в задаче планирования выполнения ПЗ в МС с учетом формирования КР в заданные директивные сроки. Вид иерархической игры комплексного планирования выполнения ПЗ в МС (при формировании КР в заданные директивные сроки) следующий:

– первый уровень:

$$\min f_1([M, A]), \tag{1}$$

где  $f_1 = \sum_{p=1}^{g_y^{KOM}} tz_{g_p}^{KOM}$ ;

– второй уровень [1, 22]:

$$\min f_2([M, A], [P, R, \{T^{ol} | l = \overline{1, L}\}]), \tag{2}$$



$$\text{где } f_2 = \sum_{l=2}^L t_{l1}^{0l} + \sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^{n_p} \left[ t_{j1}^{0l} - \left[ t_{j-1,n_{j-1}}^{0l} + \sum_{h=1}^n t_{lh} \cdot P_{h,j-1} \right] \right] + \\ + \sum_{l=2}^L \sum_{j=1}^{n_p} \sum_{q=2}^{n_j} \left[ t_{jq}^{0l} - \left[ t_{j,q-1}^{0l} + \sum_{h=1}^n t_{lh} \cdot P_{hj} \right] \right].$$

Критерий (1) оптимизации решений по составам ПЗ на верхнем уровне соответствует суммарному запаздыванию с формированием комплектов относительно их директивных сроков (соответственно, выигрышем ведущего игрока является соответствие моментов времени окончания формирования комплектов заданным для них директивным срокам, которое будет максимизироваться). Оптимизируемым в соответствии с критерием (1) решением является решение  $[M, A]$  по количеству и составам ПЗ (определяется оптимальное количество и составы пакетов). Критерий (2) оптимизации решений на нижнем уровне соответствует суммарным простоям приборов МС при выполнении ПЗ, составы которых сформированы на верхнем уровне. Оптимизируемым (с учетом решения  $[M, A]$  по составам ПЗ) решением является решение по порядкам выполнения ПЗ в МС.

Задача оптимизации составов ПЗ и расписаний их выполнения в МС сформулирована следующим образом. Заданными являются: количество типов комплектов  $g^{ком}$ ; количество комплектов каждого типа  $n_g^{ком}$  ( $g = \overline{1, g^{ком}}$ ); матрица  $W$  составов комплектов; матрица  $D^{ком}$  директивных сроков окончания формирования комплектов; количество  $n$  типов заданий, выполняемых в МС; матрица  $T$  длительностей выполнения заданий на  $l$ -ых приборах МС ( $l = \overline{1, L}$ ); матрицы  $T^l$  ( $l = \overline{1, L}$ ) длительностей переналадок приборов с выполнения заданий  $i$ -го типа на выполнение заданий  $j$ -го типа. Требуется определить: количество  $m_i$  ПЗ  $i$ -ых типов ( $i = \overline{1, n}$ ), которые следует сформировать, составы этих пакетов (значения элементов  $a_{ih}$  ( $i = \overline{1, n}, h = \overline{1, m_i}$ ) матрицы  $A$  составов пакетов), расписание выполнения пакетов на приборах МС (матрицу  $P$  порядка выполнения, матрицу  $R$  количества заданий в пакетах, матрицы  $T^{0l}$  ( $l = \overline{1, L}$ ) начала выполнения заданий в пакетах в последовательностях реализации действий с ними на приборах МС). Оптимизация составов ПЗ реализуется с использованием критерия вида (1). Оптимизация расписания

выполнения ПЗ в МС реализуется с использованием критерия вида (2), характеризующего суммарные простои приборов МС при выполнении ПЗ.

Планирование выполнения ПЗ в МС при условии формирования КР в заданные директивные сроки реализуется с привлечением методов оптимизации: составов ПЗ [1] для формирования решений  $[M, A]$  на первом уровне; расписаний  $[P, R, \{T^{0l} | l = \overline{1, L}\}]$  выполнения ПЗ в МС [22] на втором уровне. С целью определения значений критерия

$f_1([M, A])$  на верхнем уровне требуется реализовать распределение по комплектам результатов, получаемых в соответствии с расписанием  $[P, R, \{T^{0l} | l = \overline{1, L}\}]^*$ , определение моментов времени окончания формирования комплектов и значений суммарного запаздывания с

формированием комплектов (значений критерия  $f_1([M, A])$ ). Для распределения результатов по комплектам требуется предварительно реализовать упорядочивание идентификаторов типов комплектов с учетом директивных сроков. В соответствии с выполненными рассуждениями сформирована обобщенная схема системы планирования выполнения ПЗ в МС при формировании комплектов в заданные директивные сроки, представленная на рисунке 1.

**3. Метод упорядочивания типов комплектов и метод распределения результатов выполнения ПЗ в МС по комплектам.** В алгоритмах упорядочивания идентификаторов типов комплектов в соответствии с их директивными сроками и распределения результатов выполнения ПЗ по комплектам использованы обозначения, представленные в Таблице 3.

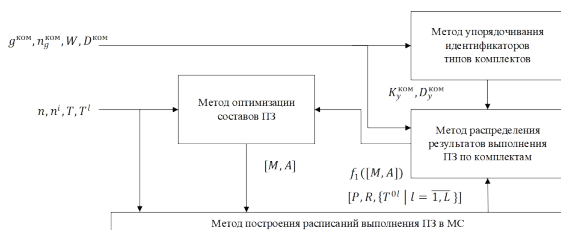


Рис. 1. Схема системы планирования выполнения ПЗ в МС при формировании комплектов в директивные сроки

Таблица 3. Обозначения, используемые в алгоритме упорядочивания идентификаторов типов комплектов и алгоритме распределения результатов выполнения заданий по комплектам

Обозначение	Назначение параметра
$g'$	Идентификатор типа комплекта, добавляемый в $K_y^{KOM}$
$I$	Множество типов результатов ( $I = \{1, 2, \dots, n\}$ )
$i'$	Тип результатов, на основе которых формируется $i'$ -я компонента комплекта $g'$ -го типа
$h_{i'}$	Номер ПЗ $i'$ -го типа, результаты выполнения которого добавляются в комплект $g'$ -го типа
$st_{i', g'}$	Количество результатов $i'$ -го типа, добавленных в комплект $g'$ -го типа
$tz_{g', p}^{KOM}$	Запаздывание с формированием комплекта $g'$ -го типа в $p$ -ой позиции в множестве $K_y^{KOM}$

Рассматриваемый алгоритм реализует упорядочивание типов комплектов в множестве  $K_y^{KOM}$ , а в множестве  $D_y^{KOM}$  упорядочивание директивных сроков их формирования. Алгоритм формирования множеств  $K_y^{KOM}$ ,  $D_y^{KOM}$  имеет следующий порядок шагов:

1. инициализировать единичным значением номер позиции  $p$  для рассматриваемого типа  $g'$  комплектов в множестве  $K_y^{KOM}$  и для его директивного срока  $d_{g', h_{g'}}^{KOM}$  в множестве  $D_y^{KOM}$  ( $p = 1$ );
2. определить наличие в матрице  $D^{KOM}$  таких элементов  $d_{g, h_g}^{KOM}$  ( $h_g = \overline{1, n_g^{KOM}}$ ,  $g = \overline{1, g^{KOM}}$ ), что  $d_{g, h_g}^{KOM} \neq 0$ ; при отсутствии в матрице  $D^{KOM}$  элементов  $d_{g, h_g}^{KOM}$  ( $h_g = \overline{1, n_g^{KOM}}$ ,  $g = \overline{1, g^{KOM}}$ ), что  $d_{g, h_g}^{KOM} \neq 0$ , перейти на пункт 6;
3. определить элемент  $d_{g', h_{g'}}^{KOM} = \min_{1 \leq g \leq g^{KOM}} \min_{1 \leq h_g \leq n_g^{KOM}} (d_{g, h_g}^{KOM})$  (номер строки  $g'$  соответствует типу комплекта, номер столбца  $h_{g'}$  – номеру комплекта  $g'$ -го типа);
4. добавить идентификатор  $g'$  в множество  $K_y^{KOM}$  в  $p$ -ой позиции ( $K_y^{KOM} = K_y^{KOM} \cup \{g'\}$ ), добавить значение  $d_{g', h_{g'}}^{KOM}$  в множество  $D_y^{KOM}$  в  $p$ -ой позиции ( $D_y^{KOM} = D_y^{KOM} \cup \{d_{g', h_{g'}}^{KOM}\}$ );

5. присвоить рассмотренному элементу  $d_{g',h_g}^{KOM}$  матрицы  $D^{KOM}$  нулевое значение ( $d_{g',h_g}^{KOM} = 0$ ); модификация номера позиции  $p$  элементов в множествах  $K_y^{KOM}$  и  $D_y^{KOM}$ :  $p=p+1$ ; перейти на пункт 2;
6. окончание алгоритма.

Формирование с использованием рассмотренного алгоритма множеств  $K_y^{KOM}$  и  $D_y^{KOM}$  предвдвряет распределение результатов выполнения ПЗ в МС по комплектам, которое соответствует расписанию выполнения пакетов  $[P, R, \{T^{Ol} | l = \overline{1, L}\}]^*$ , вычисление значений  $t_{g_p}^{KOM}$  ( $p = \overline{1, g_y^{KOM}}$ ) и в случае  $t_{g_p}^{KOM} > d_{g_p}^{KOM}$  определение значений  $tz_{g_p}^{KOM}$  для комплектов  $g$ -ых типов (в  $p$ -ых позициях в множестве  $K_y^{KOM}$ ). Реализация алгоритма распределения результатов выполнения ПЗ в МС по комплектам позволяет вычислить значения  $t_{g_p}^{KOM}$  и  $tz_{g_p}^{KOM}$  ( $p = \overline{1, g_y^{KOM}}$ ) в случае запаздываний с формированием комплектов.

Входными данными для алгоритма распределения результатов по комплектам являются: множества  $K_y^{KOM}$  и  $D_y^{KOM}$ , расписание  $[P, R, \{T^{Ol} | l = \overline{1, L}\}]^*$ , множество  $l$  типов результатов (ему соответствует множество  $l'$ , изменяемое в процессе реализации алгоритма). Значение  $p$  номера позиции типа комплекта и его директивного срока в множествах  $K_y^{KOM}$  и  $D_y^{KOM}$  задается равным 1.

Порядок шагов алгоритма распределения результатов по комплектам, определения значений  $t_{g_p}^{KOM}$  ( $p = \overline{1, g_y^{KOM}}$ ) и  $tz_{g_p}^{KOM}$  (в случае  $t_{g_p}^{KOM} > d_{g_p}^{KOM}$ ) следующий:

1. положить  $l'=l, p=l, h_g = 1$  ( $g = \overline{1, g^{KOM}}$ );
2. для каждого  $i$ -го типа результатов положить  $h_i = 0$  ( $i = \overline{1, n}$ );
3. на основе номера позиции  $p$  в множестве  $K_y^{KOM}$  определить тип комплекта  $g'$ , в который будут распределяться результаты выполнения заданий:  $g' = g_p$ ; на основе

номера позиции  $p$  в множестве  $D_y^{KOM}$  определить значение директивного срока формирования комплекта  $g'$ -го типа:

$$d_{g'}^{KOM} = d_{g_p}^{KOM} ;$$

4. определить тип  $i'$  результатов выполнения ПЗ, добавляемых в комплект  $g'$ -го типа:  $i' = \min\{i \mid i \in I'\}$ ; модифицировать  $I'$ :  $I' = I \setminus \{i'\}$ ;
5. положить значение  $st_{i',g'}$  равным 0 ( $st_{i',g'} = 0$ );
6. определить первый элемент  $r_{i',h}$  в  $i'$ -ой строке матрицы  $R$  такой, что  $r_{i',h} \neq 0$  (при  $h = \overline{h_{i'} + 1, n_p}$ );
7. если  $r_{i',h} \geq (w_{i',g'} - st_{i',g'})$ , то модифицировать значение  $r_{i',h}$ :  $r_{i',h} = r_{i',h} - (w_{i',g'} - st_{i',g'})$ ; выполнить переход на пункт 8; если  $r_{i',h} < (w_{i',g'} - st_{i',g'})$ , то модифицировать значение  $st_{i',g'}$ :  $st_{i',g'} = st_{i',g'} + r_{i',h}$ ; модифицировать значение  $h_{i'}$ :  $h_{i'} = h$ ; выполнить переход на пункт 6;
8. вычислить значение  $t_{i',h_{g'}}^{g'} = t_{h,n_h}^{0L} + \sum_{q=1}^n t_{L,q} \cdot p_{q,h}$ ;
9. если  $I' = \emptyset$ , то рассчитать значение  $t_{g'_p}^{KOM}$  момента времени окончания формирования комплекта  $g'$ -го типа: времени запаздывания:  $t_{g'_p}^{KOM} = \max_{1 \leq i \leq n} (t_{i,h_{g'}}^{g'})$ ;  $tz_{g'_p}^{KOM} = \max\{0, t_{g'_p}^{KOM} - d_{g'_p}^{KOM}\}$ ; если  $tz_{g'_p}^{KOM} > 0$ , то добавить значение  $tz_{g'_p}^{KOM}$  в критерий  $f_1$ :  $f_1 = f_1 + tz_{g'_p}^{KOM}$ ; модифицировать значение  $h_{g'}$ :  $h_{g'} = h_{g'} + 1$ ; выполнить переход на пункт 10; если  $I' \neq \emptyset$ , то выполнить переход на пункт 4;
10. модифицировать значение  $p$  номера позиции типа комплекта  $g$  в  $K_y^{KOM}$  и директивного срока в  $D_y^{KOM}$ :  $p = p + 1$ ; если  $p > g_y^{KOM}$ , то выполнить переход на пункт 11; если  $p \leq g_y^{KOM}$ , то положить  $I' = I$ , переход на пункт 3;

11. останов алгоритма.

Результатом реализации рассмотренного алгоритма является значение критерия  $f_1$ , которое характеризует текущее решение  $[M, A]$  по составам ПЗ на первом уровне иерархии системы планирования.

Решение задачи планирования выполнения ПЗ в МС при формировании КР обеспечивается применением метода локальной оптимизации составов пакетов [1]. Поэтому результаты комплексного планирования выполнения ПЗ в МС являются зависимыми от формируемых на верхнем уровне решений по составам пакетов. При исследовании иерархического подхода к планированию выполнения ПЗ в МС в рассматриваемой задаче использованы следующие параметры: неоднородность длительностей выполнения заданий  $i$ -ых типов

$(i = \overline{1, n})$  на  $l$ -ых приборах МС  $(l = \overline{1, L}) - \max(t_i^l) / \min(t_i^l)$ ;

неоднородность длительностей переналадок приборов МС на выполнение заданий  $j$ -ых типов –  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$ ; неоднородность составов комплектов –  $\max(w_{ig}) / \min(w_{ig})$ .

Задаваемые значения параметров:  $n \in \{5, 10\}$ ,  $L \in \{5, 10\}$ ;  $g^{KOM} = 2$ ;  $n_g^{KOM} \in \{2, 4\}$ . Значения

$\max(w_{ig}) / \min(w_{ig})$  задавались равными 1, 2, 3; значения

$\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$  – равными 1, 2, 4, 8, 16; значения  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$

– равными 1, 2, 4, 8, 16. Также при исследовании эффективности планирования выполнения ПЗ в МС с условием формирования КР в заданные директивные сроки использованы обозначения:  $d_{1, h_g}^{KOM} / d_{g^{KOM}, h_g}^{KOM}$  –

отношение значений директивных сроков  $h_g$ -ых комплектов первого и

$g^{KOM}$ -го типов; отношение  $d_{g, 1}^{KOM} / d_{g, n_g^{KOM}}^{KOM}$  ( $d_{g, 1}^{KOM}$  – директивный срок

формирования первого комплекта  $g$ -го типа,  $d_{g, n_g^{KOM}}^{KOM}$  – директивный срок

формирования последнего  $n_g^{KOM}$ -го комплекта этого же  $g$ -го типа).

Значение  $d_{g^{KOM}, 1}^{KOM}$  задавалось равным 100. Значения отношений

$d_{1, h_g}^{KOM} / d_{g^{KOM}, h_g}^{KOM}$  и  $d_{g, 1}^{KOM} / d_{g, n_g^{KOM}}^{KOM}$  задавались равными 1.5, 2. В соответствии

с указанными значениями параметра  $d_{g^{KOM}, 1}^{KOM}$ , отношений  $d_{1, h_g}^{KOM} / d_{g^{KOM}, h_g}^{KOM}$ ,

$d_{g, 1}^{KOM} / d_{g, n_g^{KOM}}^{KOM}$  для каждой задачи сформированы матрицы  $D^{KOM}$ .

Задачи планирования выполнения ПЗ в МС характеризуются значениями пары параметров  $(g^{KOM}, n_g^{KOM})$ . Рассматривались задачи планирования, значения параметров  $(g^{KOM}, n_g^{KOM})$  в которых равны (2,2) и (2,4). Для задачи планирования, характеризуемой значениями параметров  $(g^{KOM}, n_g^{KOM})$  вида (2,2), матрица  $D^{KOM}$  в соответствии со значениями отношений  $d_{1,h_g}^{KOM} / d_{g^{KOM},h_g}^{KOM} = 1.5$  и  $d_{g,1}^{KOM} / d_{g,n_g^{KOM}}^{KOM} = 2$ , значением  $d_{g^{KOM},1}^{KOM} = 100$  определена в виде:

$$D^{KOM} = \begin{pmatrix} 150 & 300 \\ 100 & 200 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для задачи планирования, характеризуемой значениями параметров  $(g^{KOM}, n_g^{KOM})$  вида (2,4), матрица  $D^{KOM}$  в соответствии со значениями отношений  $d_{1,h_g}^{KOM} / d_{g^{KOM},h_g}^{KOM} = 2$  и  $d_{g,1}^{KOM} / d_{g,n_g^{KOM}}^{KOM} = 2$ , значением  $d_{g^{KOM},1}^{KOM} = 100$  определена в виде:

$$D^{KOM} = \begin{pmatrix} 200 & 250 & 350 & 400 \\ 100 & 125 & 175 & 200 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Значения элементов  $d_{g,h_g}^{KOM}$  матриц (3) и (4) фиксировались в качестве директивных сроков формирования  $h_g$ -ых комплектов  $g$ -ых типов при проведении исследований метода планирования выполнения ПЗ в МС. Для других параметров задачи планирования (отношений  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$ ,  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$ ,  $\max(w_{ig}') / \min(w_{ig}')$ ,  $g^{KOM}$ ,  $n_g^{KOM}$  и т.д.) значения указаны выше. Для каждой задачи планирования результаты фиксировались в виде значения критерия  $f_i$ , получаемого для локально оптимального решения по составам ПЗ.

В качестве параметра, позволяющего продемонстрировать снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов при использовании для планирования метода оптимизации составов ПЗ [1] в сравнении с планированием для фиксированных пакетов, использовалось отношение  $f_{эмосп} = (f_1^{фикс} - f_1^{мосп}) / f_1^{фикс}$ , где  $f_1^{фикс}$  – значение критерия  $f_i$  для решения по фиксированным пакетам,  $f_1^{мосп}$  –

значение критерия  $f_i$  для решения с оптимизированными составами ПЗ. Этот параметр характеризует степень снижения суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков для фиксированных пакетов и пакетов, сформированных в соответствии с методом оптимизации их составов [1].

Графики, отображающие зависимости снижения суммарного запаздывания с формированием комплектов по отношению к директивными срокам для оптимизируемых составов ПЗ в сравнении с фиксированными ПЗ от входных параметров задачи (при  $n=5, L=5$ ), представлены на рисунках 2–7.

На этих же рисунках сопоставлены степени снижения суммарных запаздываний, полученных для решений по составам ПЗ, сформированных с использованием метода оптимизации [1], и полученных при использовании генетических алгоритмов для оптимизации составов пакетов [23] (МО СП – метод оптимизации составов пакетов, ГА – генетические алгоритмы).

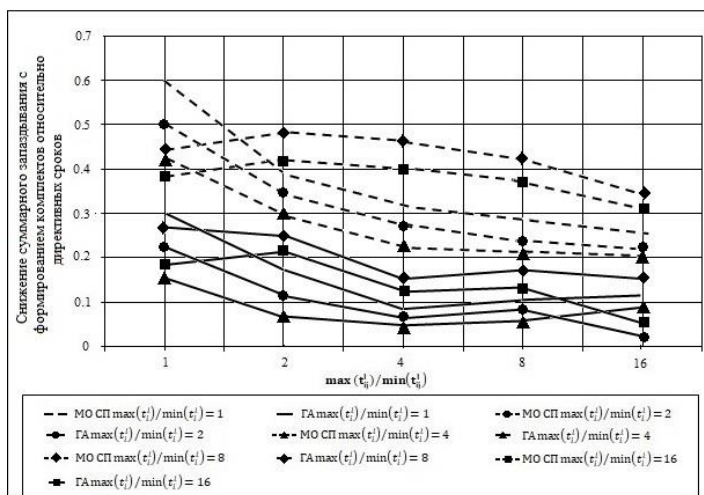


Рис. 2. Снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков (при  $g^{KOM} = 2, n_g^{KOM} = 2$ ,

$$\max(w_{ig}) / \min(w_{ig}') = 1)$$



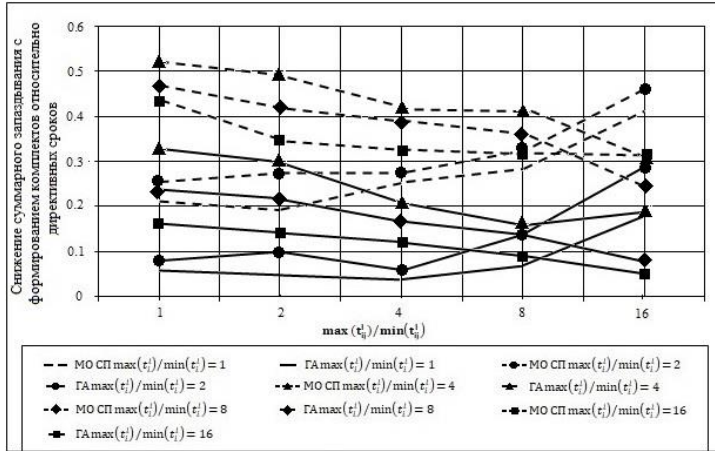


Рис. 3. Снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков (при  $g^{KOM} = 2, n_g^{KOM} = 2$ ,

$$\max(w_{ig.}) / \min(w_{ig.}) = 2)$$

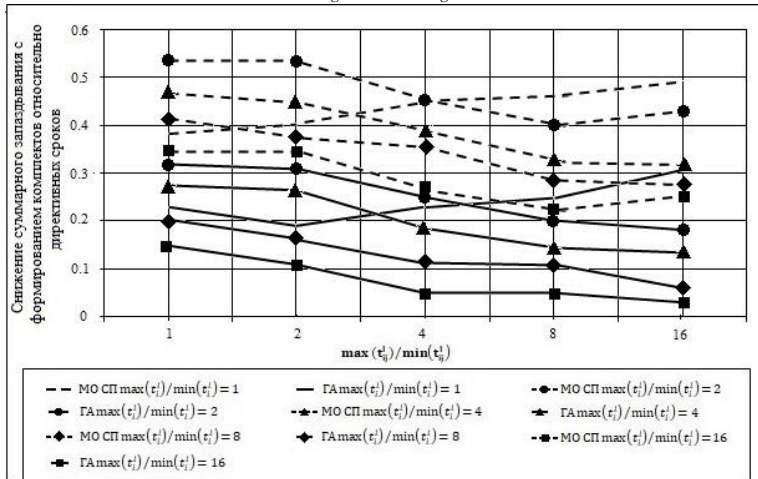


Рис. 4. Снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков (при  $g^{KOM} = 2, n_g^{KOM} = 2$ ,

$$\max(w_{ig.}) / \min(w_{ig.}) = 3)$$

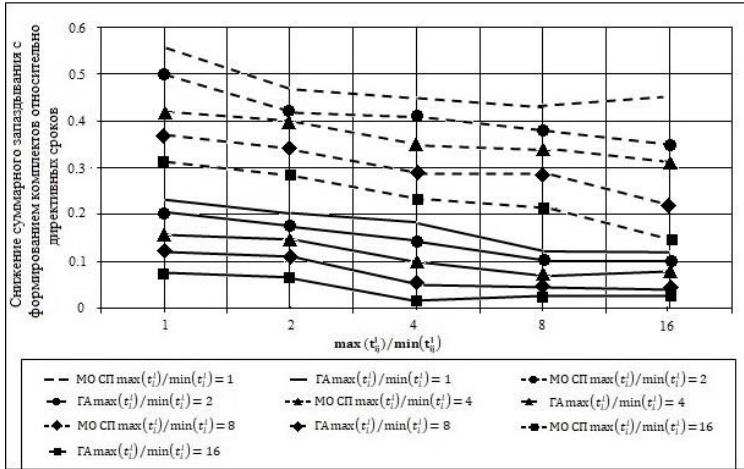


Рис. 5. Снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков (при  $g^{KOM} = 2, n_g^{KOM} = 4,$

$$\max(w_{ig}) / \min(w_{ig'}) = 1)$$

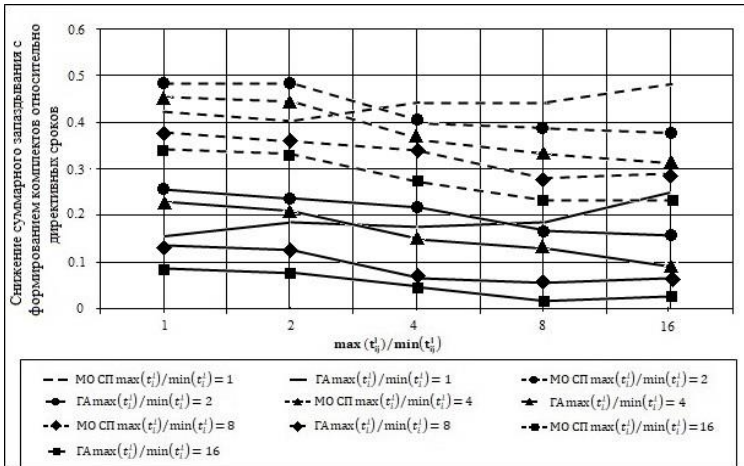


Рис. 6. Снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков (при  $g^{KOM} = 2, n_g^{KOM} = 4,$

$$\max(w_{ig}) / \min(w_{ig'}) = 2)$$

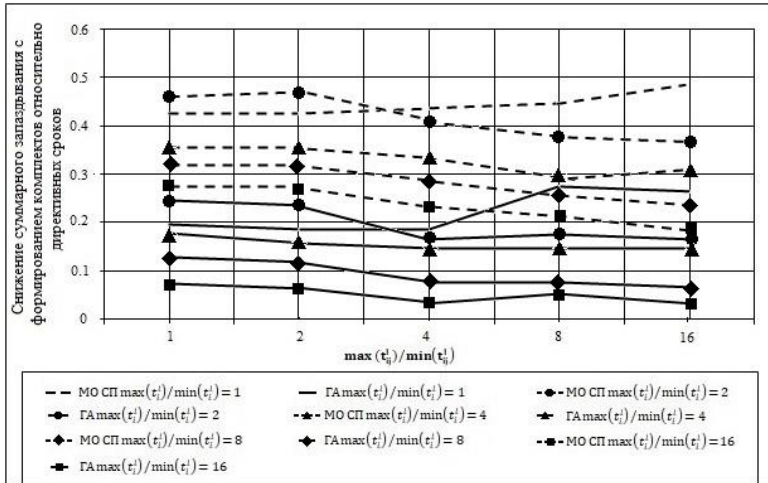


Рис. 7. Снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков (при  $g^{KOM} = 2$ ,  $n_g^{KOM} = 4$ ,

$$\max(w_{ig}) / \min(w_{ig'}) = 3)$$

Анализ полученных зависимостей показал:

- если неоднородность составов комплектов характеризуется значением 1 ( $\max(w_{ig}) / \min(w_{ig'}) = 1$ ), то максимальное снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков (при оптимизации составов ПЗ по сравнению с фиксированными ПЗ) фиксируется при  $\max(t_i^1) / \min(t_i^1) = 1$ ;
- при увеличении неоднородности составов комплектов (значение  $\max(w_{ig}) / \min(w_{ig'})$  равно 2, 3) максимальное снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов фиксируется при значениях  $\max(t_i^1) / \min(t_i^1)$  равных 2,4; таким образом, если неоднородность составов комплектов больше, то при увеличении значений отношения  $\max(t_i^1) / \min(t_i^1)$  с использованием метода оптимизации ПЗ будут получены решения, обеспечивающие большее снижение запаздываний с формированием комплектов.

Для значений параметров  $n=5$ ,  $L=5$  при  $g^{KOM} = 2$ ,  $n_g^{KOM} = 2$  определены следующие особенности планирования выполнения ПЗ:

- степень снижения суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков уменьшается при увеличении значений отношения  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$  для каждого значения отношения  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$  (то есть рост значений параметра неоднородности длительностей переналадок приборов МС приводит к ухудшению результатов планирования выполнения ПЗ в МС);
- максимальная степень снижения суммарного запаздывания с формированием комплектов, равная 0.6, зафиксирована при значениях параметров  $n=5$  и  $L=5$ ; максимальное значение степени снижения суммарного запаздывания с формированием комплектов уменьшается до 0.5 при значениях параметров  $n=5$  и  $L=10$ .

Для значений входных параметров  $n=10$  ( $L=5$  или  $L=10$ ) при  $g^{ком} = 2$ ,  $n_g^{ком} = 2$  определены следующие особенности планирования выполнения ПЗ:

- при малой неоднородности длительностей выполнения заданий (значения отношения  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$  равны 1, 2) рост значений параметра  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$  обуславливает увеличение степени снижения суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков;
- при значительной неоднородности длительностей выполнения заданий (значения отношения  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$  равны 4, 8, 16) увеличение неоднородности длительностей переналадок приборов МС (значений отношения  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$ ) обуславливает уменьшение степени снижения значений суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков.

Увеличение количества комплектов каждого типа ( $g^{ком} = 2$ ,  $n_g^{ком} = 4$ ) обуславливает следующие особенности планирования выполнения заданий:

- при  $n=5$ ,  $L=5$ , малой неоднородности длительностей выполнения заданий (значения  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$  равны 1, 2),

малой неоднородности длительностей переналадок ( $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$ ) фиксируется максимальное снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков, равное 0.58, которое уменьшается при росте значений  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$ ;

- при  $n=5$ ,  $L=5$ , увеличении значений отношения  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$  до 4, 8 и 16 снижение суммарного запаздывания с формированием комплектов относительно директивных сроков составляет 0.31-0.42, снижение суммарного запаздывания составляет 0.2 при росте значений параметра  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$ ;
- при количестве приборов МС  $L=10$  (при  $n=5$  и малой неоднородности длительностей выполнения заданий

( $\max(t_i^l) / \min(t_i^l) = 1$ ) зависимость степени снижения суммарного запаздывания  $f_{э\text{мосп}}$  от неоднородности длительностей переналадок приборов МС аналогична этой же зависимости для случая  $n=5$ ,  $L=5$ ; степень снижения суммарных запаздываний с формированием комплектов максимальна при  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l) = 1$  (равна 0.45) и убывает до 0.35 при увеличении значений  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$ ;

- при количестве комплектов  $n_g^{\text{КОМ}} = 4$  и количестве приборов МС  $L=10$  максимальное снижение суммарного запаздывания фиксируется для малой неоднородности длительностей выполнения заданий (значения отношения  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$  равны 1, 2), при увеличении неоднородности длительностей выполнения заданий (значения отношения  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$  равны 4, 8, 16) степень снижения суммарного запаздывания с формированием комплектов уменьшается;
- при увеличении количества типов заданий  $n$  до 10 (при  $L=5$  или  $L=10$ ), при  $g^{\text{КОМ}} = 2$ ,  $n_g^{\text{КОМ}} = 4$  снижение суммарного

запаздывания с формированием комплектов является максимальным при  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l) = 1$  (равно 0.33 при  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l) = 1$  и уменьшается до 0.25 при увеличении значения отношения  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$ ), при увеличении значения отношения  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l)$  до 4, 8, 16 степень снижения суммарного запаздывания с формированием комплектов уменьшается: при  $\max(t_i^l) / \min(t_i^l) = 16$  она равна 0.22 для  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l) = 1$  и уменьшается до 0.15 по мере роста значений отношения  $\max(t_{ij}^l) / \min(t_{ij}^l)$ .

Реализация планирования выполнения ПЗ в МС с использованием изложенного подхода позволила в среднем на 40% снизить суммарное запаздывание с формированием комплектов по сравнению с фиксированными пакетами (составы которых не оптимизируются).

Рассматриваемый в работе подход предполагает совместную (комплексную) оптимизацию решений на уровнях иерархии системы планирования с применением теории иерархических игр. Это позволяет выполнить решение большого количества задач теории расписаний, получение результатов в которых существующими способами (ЧЦП, эвристические правила, генетические алгоритмы) является затруднительным. Использование в рассматриваемой задаче планирования выполнения ПЗ в МС метода локальной оптимизации составов пакетов [1] показало возможность его применения при решении следующих задач: 1) непосредственно планирования выполнения ПЗ в МС ([1]), 2) планирования выполнения ПЗ в МС при оперативном формировании комплектов [22], 3) планирования выполнения ПЗ в МС при формировании комплектов в заданные для них директивные сроки (рассматриваемая работа), 4) планирования выполнения ПЗ в МС при задании ограничений на длительность интервалов времени ее функционирования [24]. В тоже время использование рассмотренного иерархического подхода, предусматривающего, в том числе, оптимизацию составов ПЗ, позволяет получить результаты, являющиеся лучшими, чем результаты, формируемые с использованием метаэвристических алгоритмов (в частности, ГА).

Рассматриваемая работа, являясь развитием опубликованных ранее работ [1], [22], [24], обладает следующими отличиями от них: разработана новая модель иерархической игры, позволяющая оптимизировать составы ПЗ и расписания их выполнения в МС при формировании КР в заданные директивные сроки; разработан новый метод упорядочивания идентификаторов типов комплектов с учетом директивных сроков их формирования, который используется при распределении результатов выполнения ПЗ в МС; разработан новый метод распределения результатов выполнения ПЗ в МС, позволяющий определять моменты времени окончания формирования комплектов, значения запаздываний с их формированием и, как следствие, значения критерия оптимизации, характеризующие решения по составам ПЗ.

**4. Заключение.** Существующие методы планирования выполнения ПЗ в МС не обеспечивают определение решений для задач большой размерности, не предусматривают определения решений по составам пакетов при условии формирования КР в заданные директивные сроки. Предложен иерархический подход к комплексному планированию выполнения ПЗ в МС. Построена модель иерархической игры, обеспечивающая принятия решений в системе планирования, позволяющая оптимизировать составы ПЗ и расписания их выполнения с учетом формирования КР в заданные директивные сроки. Для вычисления значений критерия оптимальности решений по составам ПЗ разработан метод упорядочивания идентификаторов типов комплектов и значений директивных сроков их формирования, а также метод распределения результатов по комплектам, позволяющий определять моменты времени окончания их формирования и значения запаздывания с их формированием, входящие в аддитивный критерий на первом уровне оптимизации. Исследования эффективности комплексного планирования выполнения ПЗ в МС при условии формирования КР в заданные директивные сроки позволили идентифицировать особенности планирования, связанные с временными характеристиками этого процесса. Полученные результаты исследований показали, что используемый подход позволяет в среднем на 40% снизить запаздывания с формированием комплектов по сравнению с фиксированными пакетами.

### **Литература**

1. *Кротов К.В.* Комплексный метод определения эффективных решений по составам партий данных и расписаниям их обработки в конвейерных системах // Журнал «Вычислительные технологии», Новосибирск, Изд-во Института вычислительных технологий СО РАН, № 3, 2018. С. 58-76.

2. *Mendez C.A. et al.* State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes // *Computers and Chemical Engineering*, 2006, vol. 30, pp. 913–946.
3. *Adonyi R., Romero J., Puigjaner L., Friedler F.* Incorporating heat integration in batch process scheduling // *Applied Thermal Engineering*, 2003, vol. 23, pp. 1743–1762.
4. *Agha M.* Integrated management of energy and production: scheduling of batch process and Combined Heat & Power plant // University of Toulouse. National Polytechnic Institute of Toulouse (FRANCE), 2009.
5. *Zeballos L.J., Henning G.P.* A CP approach to the scheduling of resource-constrained multiproduct continuous facilities // *Latin American Applied Research*, 2006, №36, pp. 205-212.
6. *Díaz-Ramírez J., Huertas J.I.* A continuous time model for a short-term multiproduct batch process scheduling // *Ingeniería e Investigación*, 2018, vol. 38, №1, pp. 96-104. DOI: 10.15446/ing.investig.v38n1.66425
7. *Ning Ch., You F.* Batch Process Scheduling under Uncertainty using Data-Driven Multistage Adaptive Robust Optimization // *Chemical engineering transactions*, 2017, vol. 61, pp. 1567-1572. DOI: 10.3303/CET1761259
8. *Chaudhry I.A., Elbadawi I. A-Q., Usman M., Chughtai M. T.* Minimising Total Flowtime in a No-Wait Flow Shop (NWFS) using Genetic Algorithms // *Ingeniería e Investigación*, 2018, vol. 38, № 3, pp. 68-79. DOI: 10.15446/ing.investig.v38n3.75281
9. *Ogun B., Cigdem A.-U.* Mathematical Models for a Batch Scheduling Problem to Minimize Earliness and Tardiness // *Journal of Industrial Engineering and Management. JIEM*, 2018, № 11(3), pp. 390–405. DOI: 10.3926/jiem.2541.
10. *Li X. L., Wang Y.* Scheduling Batch Processing Machine Using Max–Min Ant System Algorithm Improved by a Local Search Method // *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, vol. 2018, Article ID: 3124182, 10 pages. DOI: 10.1155/2018/3124182.
11. *Tan Y., Huangi W., Sun Y., Yue Y.* Comparative Study of Different Approaches to Solve Batch Process Sheduling and Optimisation Problems // *Proceedings of the 18th International Conference on Automation & Computing*. Loughborough University. Leicestershire. UK. 2012, pp. 424–444.
12. *Cheng B.-Y., Chen H.-P., Wang S.-S.* Improved ant colony optimization method for single batch-processing machine with non-identical job sizes // *Journal of System Simulation*, 2009, vol. 21, № 9, pp. 2687–2695.
13. *Koehler F. Khuller S.* Optimal Batch Schedules for Parrallel Machines // *Algorithms and Data Structures: 13th International Symposium*. Berlin: Springer, 2013, pp. 475–486.
14. *Monch L., Balasubramanian H., Fowler J. W., Pfund M. E.* Heuristic scheduling of jobs on parallel batch machines with incompatible job families andunequal ready times // *Computers & Operations Research*, 2005, №32, pp. 2731–2750.
15. *Dang Th.-T., Frankovic B., Budinska I.* Using heuristic search for solving single machine batch processing problems // *Computing and Informatics*, 2006, vol. 25, pp. 405–420.



16. *Kohn R., Rose O., Laroque Ch.* Study on multi-objective optimization for parallel batch machine scheduling using variable neighbourhood search // Proceedings of the 2013 Winter Simulation Conference. 8th-11th December 2013, pp. 3654-3670.
17. *Li Sh., Cheng T.C.E., Ng C.T., Yuan J.* Single-machine batch scheduling with job processing time compatibility // Theoretical Computer Science, 2015, vol. 583, pp. 57-66. DOI: 10.1016/j.tcs.2015.03.043.
18. *Jin M., Liu X., Luo W.* Single-Machine Parallel-Batch Scheduling with Nonidentical Job Sizes and Rejection // Mathematics, 2020, vol. 8, Article ID:258. DOI: 10.3390/math8020258.
19. *Surjandari I., Rachman A., Purdianta, Dhini A.* The batch scheduling model for dynamic multi-item, multi-level production in an assembly job shop with parallel machines // International Journal of Technology, 2015, №1, pp. 84-96. DOI: 10.14716/ijtech.v6i1.783.
20. *Joglekar G.* Using Simulation for Scheduling and Rescheduling of Batch Processes // Processes, 2017, # 5, Article ID 66. DOI: 10.3390/pr5040066.
21. *Ковалев М.Я.* Модели и методы календарного планирования. Курс лекций. Минск: БГУ. 2004. 63 с.
22. *Кротов К.В.* Обоснование методов построения комплексных расписаний обработки партий данных при условии оперативного формировании комплектов из результатов // Вестник Воронежского Государственного Университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии, №4, 2018, С. 58–72.
23. *Кротов К.В.* Использование аппарата генетических алгоритмов при формировании решений по составам партий данных в двухуровневой задаче построения комплексных расписаний их обработки // Автоматизированные технологии и производства. Международный научно-технический журнал, 2017, №2(16). С. 23–34.
24. *Кротов К.В.* Построение комплексных расписаний обработки пакетов данных в конвейерной системе при задании ограничений на длительность интервалов времени ее функционирования // Труды учебных заведений связи, 2020, т.6, №3. С. 75–89.

**Скатков Александр Владимирович** – д-р техн. наук, профессор, профессор, кафедры «Информационные технологии и компьютерные системы», Севастопольский государственный университет. Область научных интересов: аналитическое и имитационное моделирование систем неоднородной структуры, исследование операций, системотехнический анализ и проектирование вычислительных комплексов, систем и сетей. Число научных публикаций – 300. Vm1945@mail.ru. ул. Университетская, 33, Севастополь. 299053. ORCID 0000-0002-5678-9587

**Кротов Кирилл Викторович** — канд. техн. наук, доцент, доцент, кафедры «Информационные системы», Севастопольский государственный университет. Область научных интересов: моделирование процессов в вычислительных системах, оптимальное планирование процессов в вычислительных системах, иерархические игры. Число научных публикаций – 110. krotov\_k1@mail.ru. ул. Университетская, д. 33, Севастополь, 299053. ORCID 0000-0002-9670-6141

K. Krotov, A. Skatkov  
**CONSTRUCTION OF COMPLEX SCHEDULES FOR  
EXECUTION OF TASK PACKAGES AT FORMING SETS IN  
SPECIFIED DIRECTIVE TERMS**

---

*Krotov K., Skatkov A. Construction of Complex Schedules for Execution of Task Packages at Forming Sets in Specified Directive Terms.*

**Abstract.** The current state with the solution of the problem complex planning of the execution of task packets in multistage system is characterized by the absence of universal methods of forming decisions on the composition of packets, the presence of restrictions on the dimension of the problem and the impossibility of guaranteed obtaining effective solutions for various values of its input parameters, as well the impossibility of registration the condition of the formation of sets from the results. The solution of the task of planning the execution of task packets in multistage systems with the formation of sets of results within the specified deadlines has been realized of authors in article. To solve the planning problem, the generalized function of the system was decomposed into a set of hierarchically interrelated subfunctions. The use of decomposition made it possible to use a hierarchical approach for planning the execution of task packets in multistage systems, which involves defining solutions based on the composition of packets at the top level of the hierarchy and scheduling the execution of packages at the bottom level of the hierarchy. The theory of hierarchical games is used to optimize solutions for the compositions of task packets and schedules for their execution is built, which is a system of criteria at the decision-making levels. Evaluation of the effectiveness of decisions by the composition of packets at the top level of the hierarchy is ensured by the distribution of the results of task execution by packets in accordance with the formed schedule. To evaluate the effectiveness of decisions on the composition of packets, method for ordering the identifiers of the types of sets with registration of the deadlines and a method for distributing the results of the tasks performed by packets has been formulated, which calculates the moments of completion of the formation of sets and delays with their formation relative to the specified deadlines. The studies of planning the process of the executing task packages in multistage systems have been carried out, provided that the sets are formed within specified deadlines. On their basis, conclusions, regarding the dependence of the planning efficiency from the input parameters of the problem, were formulated.

**Keywords:** Multi-Stage System, Building Packages, Schedule, Result Sets, Directive Deadlines, Hierarchical Game

---

## References

1. Krotov K.V. [A complex method for determining effective solutions for the composition of data batches and schedules of their processing in conveyor systems]. *Zhurnal «Vychislitel'nye tekhnologii»*, *Izd-vo Instituta vychislitel'nyh tekhnologij SO RAN—Computational technologies, Publishing house Of the Institute of computational technologies SB RAS*, Vol. 23, # 3, 2018. pp. 58-76 (In Russ).
2. Mendez C.A. et al. State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes // *Computers and Chemical Engineering*, 2006, vol. 30, pp. 913–946.

3. Adonyi R., Romero J., Puigjaner L., Friedler F. Incorporating heat integration in batch process scheduling // *Applied Thermal Engineering*, 2003, vol. 23, pp. 1743–1762.
4. Agha M. Integrated management of energy and production: scheduling of batch process and Combined Heat& Power plant// University of Toulouse. National Polytechnic Institute of Toulouse (FRANCE), 2009, 255 p.
5. Zeballos L.J., Henning G.P. A CP approach to the scheduling of resource-constrained multiproduct continuous facilities// *Latin American Applied Research*, 2006, #36, pp. 205-212.
6. Díaz-Ramírez J., Huertas J.I. A continuous time model for a short-term multiproduct batch process scheduling // *Ingeniería e Investigación*, 2018, vol. 38, # 1, pp.96-104. DOI: 10.15446/ing.investig.v38n1.66425.
7. Ning Ch., You F. Batch Process Scheduling under Uncertainty using Data-Driven Multistage Adaptive Robust Optimization // *Chemical engineering transactions*, 2017, Vol. 61, pp. 1567-1572. DOI: 10.3303/CET1761259.
8. Chaudhry I.A., Elbadawi I. A-Q., Usman M., Chughtai M. T. Minimising Total Flowtime in a No-Wait Flow Shop (NWFS) using Genetic Algorithms // *Ingeniería e Investigación*, 2018, vol. 38, # 3, pp.68-79. DOI: 10.15446/ing.investig.v38n3.75281
9. Ogun B., Cigdem A.-U. Mathematical Models for a Batch Scheduling Problem to Minimize Earliness and Tardiness // *Journal of Industrial Engineering and Management. JIEM*, 2018, # 11(3), p. 390-405. DOI: 10.3926/jiem.2541.
10. Li X. L., Wang Y. Scheduling Batch Processing Machine Using Max–Min Ant System Algorithm Improved by a Local Search Method // *Mathematical Problems in Engineering*. 2018, Volume 2018, Article ID: 3124182, 10 pages. DOI: 10.1155/2018/3124182.
11. Tan Y., Huangi W., Sun Y., Yue Y. Comparative Study of Different Approaches to Solve Batch Process Sheduling and Optimisation Problems // *Proceedings of the 18th International Conference on Automation & Computing*. Loughborough University. Leicestershire. UK. 2012, pp 424–444.
12. Cheng B.-Y., Chen H.-P., Wang S.-S. Improved ant colony optimization method for single batch-processing machine with non-identical job sizes // *Journal of System Simulation*, 2009, vol. 21, # 9, pp. 2687–2695.
13. Koehler F. Khuller S. Optimal Batch Schedules for Parrallel Machines // *Algorithms and Data Structures: 13th International Symposium*. Berlin: Springer, 2013, pp. 475–486.
14. Monch L., Balasubramanian H., Fowler J. W., Pfund M. E. Heuristic scheduling of jobs on parallel batch machines with incompatible job families andunequal ready times// *Computers & Operations Research*, 2005, # 32, pp. 2731–2750.
15. Dang Th.-T., Frankovic B., Budinska I. Using heuristic search for solving single machine batch processing problems // *Computing and Informatics*, 2006, Vol. 25, pp. 405–420.
16. Kohn R., Rose O., Laroque Ch. Study on multi-objective optimization for parallel batch machine scheduling using variable neighbourhood search // *Proceedings of the 2013 Winter Simulation Conference*. 8th-11th December 2013, pp.3654-3670.

17. Li Sh., Cheng T.C.E., Ng C.T., Yuan J. Single-machine batch scheduling with job processing time compatibility // Theoretical Computer Science, 2015, Vol. 583, pp. 57-66. DOI: 10.1016/j.tcs.2015.03.043.
18. Jin M., Liu X., Luo W. Single-Machine Parallel-Batch Scheduling with Nonidentical Job Sizes and Rejection // Mathematics, 2020, Vol. 8, Article ID:258. DOI: 10.3390/math8020258.
19. Surjandari I., Rachman A., Purdianta, Dhini A. The batch scheduling model for dynamic multi-item, multi-level production in an assembly job shop with parallel machines // International Journal of Technology, 2015, # 1, pp. 84-96. DOI: 10.14716/ijtech.v6i1.783.
20. Joglekar G. Using Simulation for Scheduling and Rescheduling of Batch Processes // Processes, 2017, # 5, Article ID 66. DOI: 10.3390/pr5040066.
21. Kovalev M.M. [Models and methods of calendar planning: a course of lectures]. *Minsk: Izdatel'stvo BGU – Publishing house of BSU*. 2004. 63 p. (In Russ).
22. Krotov K. V. [Justification of methods for constructing complex schedules for processing data batches under the condition of rapid formation of sets of results]. *Vestnik Voronezhskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya: Sistemyj analiz i informacionnye tekhnologii – Bulletin of The Voronezh State University. Series: System analysis and information technologies*. #4. 4, 2018, pp. 58–72 (In Russ).
23. Krotov K. V. [The use of the apparatus of genetic algorithms in the formation of decisions on the composition of data batches in the two-level task of constructing complex schedules for their processing]. *Avtomatizirovannye tekhnologii i proizvodstva. Mezhdunarodnyj nauchno-tekhnicheskij zhurnal. – Automated technologies and production. International scientific and technical journal*, 2017, №2 (16), pp.23-34 (In Russ).
24. Krotov K. V. [Construction of complex schedules for processing data packets in a pipeline system when setting restrictions on the duration of time intervals of its operation]. *Trudy uchebnyh zavedenij svyazi. – Proceedings of educational institutions of communication*, 2020, vol. 6, No. 3. pp. 75-89 (In Russ).

**Skatkov Aleksandr** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor, Department of Information technologies and computer systems, Sevastopol state University. Research interests: analytical and simulation modeling of systems of heterogeneous structure, operations research, system analysis and design of computer systems, systems, and networks. Number of scientific publications – 300. Vm1945@mail.ru. 33 Universitetskaya St., Sevastopol, 299053. ORCID 0000-0002-5678-9587

**Krotov Kirill** — Ph.D., Associate Professor, Department of Information System, Sevastopol State University. Research interests: modeling of processes in computer systems, optimal planning of processes in computer systems, hierarchical games. Number of scientific publications – 110. krotov\_k1@mail.ru. 33 Universitetskaya st., Sevastopol, 299053. ORCID 0000-0002-9670-6141