

# СТРУКТУРИЗАЦИЯ ХАОСА НА РЫНКАХ КАПИТАЛА

МУСАЕВ А. А.

---

УДК 004.8

*Мусаев А. А. Структуризация хаоса на рынках капитала*

**Аннотация.** Рассматривается задача предварительного анализа структуры хаотических процессов на рынках капитала, позволяющего последовательно выбирать наиболее эффективную стратегию управления активами. — Библ. 7 назв.

**Ключевые слова:** хаотические процессы, статистический хаос, рынок капитала, тренд, регрессия.

*Musayev A. A. Chaos structurization in the capital markets.*

**Abstract.** *The problem of the preliminary chaotic processes structure analysis in the capital markets allowing the most effective strategy of actives management consistently choose is considered.*

**Keywords:** chaos processes, stochastic chaos, capital market, trend, regression.

---

**1. Введение.** Вплоть до настоящего времени основным инструментом учета неопределенности и борьбы с нею при выработке управленческих решений являлась вероятностно-статистическая парадигма.

Зарождение теории вероятностей историки науки относят к XVIII веку и связывают с неистребимой тягой людей к операциям с рисками, в частности, с азартными играми. Тем не менее, фундаментальные основы вероятностной методологии были разработаны достаточно поздно, в XX веке в трудах Л. Мизеса и Р. Фишера. Современное аксиоматическое построение теории вероятностей дано А. Н. Колмогоровым [1]. Данный подход позволил формализовать работу со случайностью, используя асимптотический переход к ее детерминированной мере, в роли которой выступало распределение вероятностей. При этом необходимым условием такого подхода являлась повторяемость событий при идентичных условиях. В случае, когда последовательность повторяющихся событий рассматривалась во времени и тем самым образовывала случайный процесс, неизменность условий проведения опыта обеспечивала возможность применения модели с постоянными вероятностными характеристиками, т.е. модели стационарного случайного процесса.

Дальнейшее упрощение работы с неопределенностью осуществлено путем введения и использования гауссовской модели (как некоторого универсума со ссылками на центральные предельные теоремы [2-4] и модели эргодического процесса, допускающей замену исследования множества реализаций одной реализацией большого размера.

В ряде важных практических приложений применение данных моделей позволило получить вполне приемлемые описания реальных процессов, используемые для построения удовлетворительных управляющих решений. Однако при работе с нелинейными открытыми системами указанные модели во многих случаях оказываются практически непригодными. Наличие потока возмущающих воздействий не отвечает фундаментальному положению теории вероятностей о неизменности условий опыта и тем самым нарушает условия корректного применения традиционных алгоритмов обработки статистических данных, ориентированных на работу со стационарными процессами.

Особенно остро несостоятельность стационарных моделей проявляется при работе с информационными (виртуальными) объектами. Во многих случаях такие объекты не обладают какой-либо физической инерционностью и остро реагируют на информационные возмущения, поступающие из внешней среды (среды взаимодействия). Классическим примером таких объектов являются котировки различных активов на рынках капитала. В силу относительно слабой связи текущих



Рис. 1. Динамика изменения котировок ведущих валют EURUSD, EURJPY и USDJPY в течение 120 дней 2008—2009г.г.

котировок с реальной стоимостью активов динамика их изменения приобрела вид нестационарных недифференцируемых процессов, отражающих быстро изменяющееся мнение рыночных спекулянтов под влиянием нерегулярного потока финансовых, экономических, политических и иных новостей.

На рис. 1 представлены графики изменения котировок ведущих мировых валют за 120 дней в 2008—2009гг., соответствующий началу и развитию мирового финансового кризиса. Можно видеть, что динамика представленных процессов является сугубо нестационарной, со скачкообразными изменениями состояния, аномальными выбросами,

гетероскедастическими шумами и другими свойствами, существенно ограничивающими возможность методов традиционной статистической обработки.

Основной задачей трейдера, как специалиста по анализу динамики котировок, является создание игровой стратегии, позволяющей получить наибольшую прибыль за определенное время. Данный критерий, как правило, дополняется ограничением, накладываемым на риски, где под риском обычно понимается вероятность разорения игрока.

Для некоторых стационарных процессов, примером которых могут служить многие парные азартные игры (например, «очко», «орлянка» и т. п.) получены достаточно оригинальные математические стратегии, позволяющие если не выигрывать, то, по крайней мере, понять динамику протекающих процессов. Соответствующим примером может служить модель случайных блужданий, результаты применения которой к азартным играм сформулированы в виде законов арксинуса [3, 4].

Современная работа на рынках капитала основывается на двух базовых методологиях:

1) фундаментальный анализ (ФА) связан с экономическими исследованиями содержательных изменений на рынках капитала (валютном, товарном, фондовом) под влиянием потока новостей различной природы;

2) технический анализ (ТА) основан на формализованных математических исследованиях динамики рынков капитала и среды взаимодействия.

В рамках настоящей работы будут рассмотрены только вопросы, связанные с ТА.

В основе современного ТА лежит комплексный анализ тенденций (или трендов) процессов, протекающих на рынках капитала. Достаточно очевидно, что в любом случае формируемые трейдерами решения носят прогностический характер. Действительно, результаты любой игры на бирже всегда находятся в будущем времени по отношению к моменту принятия решения, и, следовательно, формируемые решения всегда, так или иначе, опираются на прогноз развития ситуации. Разумеется, прогноз в этом контексте понимается в широком смысле слова и не означает привязку к какой-либо конкретной экстраполяционной процедуре. Тем не менее, практически все трейдеры в той или иной степени контролируют простейшие тренды, представляющие собой полиномы невысоких порядков, полученные путем использования известных методов статистической подгонки.

Наличие нестационарности ухудшает качество подгонки, но не создает принципиальных проблем при решении задачи оценивания текущей ситуации. Основную и пока что нерешенную проблему составляет задача прогнозирования изменения котировок в условиях нестационарного потока новостных возмущающих воздействий. При этом основной причиной некачественного прогноза является статистическая хаотичность нестационарной компоненты.

Здесь необходимо сделать замечание, связанное с термином «хаотическая динамика». Точного определения, терминологически общепринятого в математическом социуме, пока что не существует. Точнее говоря, имеется множество определений, сформулированных различными авторами и существенно различающихся. В частности под детерминированном хаосом обычно понимают явление параметрической неустойчивости, возникающее в открытых нелинейных системах. Соответствующие модели описаны еще в трудах А. Пуанкаре, посвященных решению систем нелинейных уравнений и связанными с ними бифуркационным явлениями. С точки зрения анализа рынков капитала данная проблема подробно рассмотрена в [5].

В контексте настоящей работы речь идет о статистическом хаосе, связанном со специфическими свойствами динамики безынерционной открытой нелинейной динамической системы, находящейся под воздействием нестационарного, неоднородного и непериодического потока возмущений со стороны среды взаимодействия. При этом под неоднородностью понимаются существенные дисперсионные различия возмущающих факторов, не позволяющие «вписаться» в совокупность известных ограничений, используемых предельными теоремами. Иными словами, нет никаких теоретических или практических оснований считать наблюдаемых процесс гауссовским или стационарным.

В данных условиях применение вероятностно-статистической методологии очевидно некорректно. Тем не менее, других методов анализа данных с неопределенностью практически не существует. Имеется теория нечетких множеств, однако в задачах прогнозирования котировок она практически не используется в силу крайне низкой эффективности.

Таким образом, наиболее естественный подход состоит в применении некоторых робастифицированных статистических методов анализа данных, точность и достоверность которых оцениваются на основе числового эксперимента. Именно такой подход использован в настоящей работе.

Сделаем важное замечание, связанное с темой этой статьи. Сама по себе нестационарность наблюдаемого процесса не всегда является катастрофической проблемой для прогнозирования состояния динамических систем. Например, динамику среднего всегда удается аппроксимировать некоторой полиномиальной моделью (в соответствии с теоремой Вейерштрасса об аппроксимации [6]). При этом невязки аппроксимации могут вести себя «вполне прилично» и с некоторой долей терпимой натяжки описываться все той же пресловутой стационарной гауссовской моделью. Проблема состоит в том, что данная аппроксимация совершается над реализацией уже свершившегося процесса. Дальнейшее развитие динамики среднего для статистического хаоса уже в ближайшем будущем оказывается совершенно не адекватным только что построенной полиномиальной или иной модели. В результате данный подход, успешно используемый для многих инерционных физических и технических процессов, оказывается непригодным даже для задач кратковременного спекулятивного управления активами, в которых решение носит простейший логический характер: достаточно ответить на вопрос, будут ли котировки в течение некоторого отрезка времени расти, убывать или изменяться в незначительных пределах.

Заметим, что эта же причина ограничивает возможность применения адаптивных схем управления. В физике, биологии или технике можно рассчитывать на инерционность большинства процессов, обладающих реальной массой или энергетическим потенциалом. Это дает возможность периодически или непрерывно подстраивать системную модель, корректируя ее параметры или даже структуру. В информационных системах, связанных с виртуальными представлениями рыночного сообщества о стоимости активов, инерционность практически отсутствует. Любая котировка под влиянием потока новостной информации может практически мгновенно многократно изменить свое значение. Отсюда возникает статистический хаос и существенная ограниченность возможности адаптации для получения эффективного экстраполяционного прогноза средствами ТА.

Тем не менее, поток новостей не является временным континуумом. Новости, значимо влияющие на динамику котировок, образуют нестационарную временную последовательность. В промежутках между новостями рынок сохраняет некоторую нестабильную тенденцию с наложенной на нее аддитивной гетерогенной статистической компонентой.

В простейшем случае поток новостей можно разделить на три типа.

1) Малосущественные новости, способные скачкообразно, в течение небольшого интервала времени изменить динамику наблюдаемого процесса, по истечению которого восстанавливается имевшая место тенденция. В некоторых случаях изменяется не сама тенденция, а параметр ее рассеяния. Например, усиливается среднеквадратическое отклонение (СКО) от некоторой средней динамики;

2) Существенные новости, способные значительно изменить тенденцию или ее СКО на достаточно большой период в несколько дней или недель;

3) Важные (стратегические) новости, осуществляющие радикальный перелом долгосрочного тренда и определяющие его общую динамику на недели или месяцы.



Рис. 2. Примеры воздействия различных новостей на динамику котировок валютной пары EURUSD.

Для примера на рис. 2 рассмотрим график влияния новостей на динамику котировки такой фундаментальной валютной пары, как EURUSD, в течение 30 дней.

Стрелкой 3 указан момент выхода стратегической новости, изменяющей текущую тенденцию на противоположную

и в целом сохраняющую ее в течение достаточно длительного интервала времени; стрелки 2 указывают на моменты выхода оперативных новостей, способных преломить тенденцию на несколько дней, но не изменить ее стратегическое направление развития; стрелки с номером 1 указывают на моменты времени новостей, способных лишь кратковременно изменить тенденцию, но, тем не менее, достаточно заметных на фоне типовых случайных флуктуаций котировок.

Апостериорный анализ подобных графиков указывает на то, что если не сам процесс изменения котировок, то хотя бы его статистическая структура может сохраняться в течение достаточно существенного интервала времени. В рамках какой-либо идентифицированной структуры практически всегда можно построить эффективную стратегию управления активами. Иными словами, если удастся оперативно идентифицировать общую тенденцию (структуру) наблюдаемого нестационарного процесса, то можно использовать заранее подготовленную вариант стратегии, обеспечивающий для данной структуры динамики эффективное управление активами. По существу речь идет о некотором симбиозе робастификации и структурной адаптации системы формирования управляющих решений.

Отсюда непосредственно вытекает задача, рассмотренная в настоящей работе: изучить возможность оперативной идентификации текущей структуры хаотической динамики.

Очевидно, что данная задача связана с более важной с практической точки зрения задачей оперативного обнаружения изменения

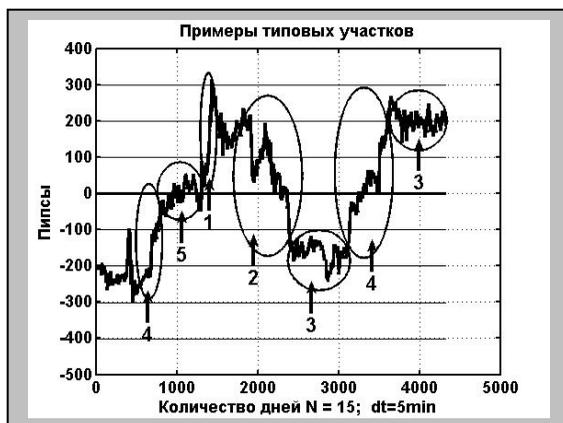


Рис. 3. Типовые участки хаотической динамики на примере изменения котировок валютной пары EURUSD.

несколько участков типовой структуры хаотической динамики наблюдаемого процесса:

1) скачкообразного роста или падения котировок. Процесс крайне быстротечен, обладает большим динамическим диапазоном и незна-

структуры динамики наблюдаемого процесса в условиях воздействия нестационарного потока новостей.

**2. Структуризация хаотической динамики.** В качестве примера рассмотрим 30-дневный график динамики котировки той же валютной пары EURUSD (рис. 3).

На графике можно различить

чительным разбросом относительно аппроксимирующего линейного тренда;

2) быстрого роста или падения котировок с существенными коррекциями, образующими значимые пилообразные флуктуации противоположного направления. Процесс обладает большим динамическим диапазоном и большим рассеянием относительно аппроксимирующего линейного тренда;

3) с горизонтальным линейным трендом (так называемый «флэт» или «боковой тренд»). Могут существенно различаться по амплитуде разброса и частоте пересечения линии аппроксимирующего среднего;

4) быстрого роста или падения котировок с несущественными коррекциями, образующими аддитивные флуктуации. Процесс обладает большим динамическим диапазоном и небольшим рассеянием относительно аппроксимирующего линейного тренда;

5) относительно медленного роста или падения котировок. Подобно участкам, указанным в п.п. 1, 2 и 4, их также можно разделить по значениям параметров рассеяния и характеру процесса коррекции.

В целом с очень существенными оговорками, связанными с определением плохо формализованных категорий типа «быстрый», «медленный», «большой», «существенный» и т. п. можно предложить классификацию типовых структур хаотической динамики (рис. 4).

Заметим, что определение указанных терминов может быть сделано в терминах нечеткой логики или на основе совокупности количественных ограничений, формируемых при просмотре графиков ретроспективных данных на больших интервалах наблюдения. Однако конкретные значения параметров этих ограничений могут существенно варьироваться в зависимости от динамических свойств конкретного актива («инструмента»). Это связано с различной волатильностью и дисперсионными характеристиками у разных рыночных инструментов.

Идентификация структуры предполагает наличие некоторого индикатора или системы индикаторов, которые однозначно определяют тип структуры наблюдаемого процесса. При этом формирование решения о выборе типа структуры, как и любого другого статистического вывода, неизбежно связано с возникновением ошибок первого и второго рода.

В случае ошибок первого рода индикатор не распознает установившуюся структуру, а в случае ошибок второго формирует неверное решение о возникновении и типе установившейся структуры.



Рис. 4. Классификация типовых структур хаотической динамики

В отличие от классической схемы статистического распознавания, в силу указанных выше причин невозможно построить функцию распределения выборочного индикатора, а, следовательно, нельзя корректно оценить уровень доверия к формируемому решению. Единственным вариантом построения системы распознавания структуры динамики является эмпирический подход, связанный с эвристическими схемами формирования решающих правил с последующим численным тестированием на массивах ретроспективных данных (полигонах данных). При этом длительность указанного полигона должна быть достаточно большой, чтобы работу индикатора можно было многократно проверить на различных структурах хаотической динамики и переходных процессах.

**3. Индикатор на основе тренда.** В качестве простейшего индикатора структуры хаотического процесса  $Y = \{y_i\}$ ,  $i = 1, \dots, N$  рассмотрим его линейный тренд. При этом в качестве тренда используется первый коэффициент степенного полиномиального представления процесса, формируемый путем традиционного оценивания по методу наименьших квадратов (МНК). По существу задача сводится к оцениванию параметров модели линейной регрессии

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X,$$

где  $\hat{Y} = \{\hat{y}_i\}$ ,  $X = \{x_i\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Соответствующая МНК оценка искомых параметров определяется известным соотношением [7]

$$\hat{a} = (X'X)^{-1} X'Y.$$

Для одномерной задачи данное выражение сводится к простейшим соотношениям вида

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2}, \quad \hat{a}_0 = \bar{Y} - \hat{a}_1 \bar{X},$$

где  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N x_i$ ,  $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N y_i$  - выборочные средние.

В качестве независимой переменной  $X$  в данном случае выступает время, а собственно значение тренда определяется значением коэффициента  $\hat{a}_1$ . В качестве обучающей выборки используется скользящее окно  $Y_{t-N+1}, \dots, Y_t$  на интервале времени, соответствующем  $N$  отсчетам.

На рис. 5 приведены графики изменения котировки валютной пары EURUSD  $Y$  и отвечающего ему тренда  $TrY$  на интервале времени 15 дней. Для наглядности значения тренда увеличены в 200 раз. Из представленного графика видно, что колебания тренда внутри некоторого диапазона  $\Delta = [-b_1, b_2]$ , обозначенного пунктирными линиями, в большинстве случаев соответствует динамике котировок типа «флэт», без явно выраженных тенденций вверх или вниз. Выход за пределы данного диапазона означает переход к структурам с сильно выраженным тенденциям. Более тонкая структуризация требует дополнительных индикаторов (например, оценки СКО, характеристик изменчивости и т.п.).

Недостатки данного индикатора вполне очевидны из графиков. В частности, явно выраженный перелом сильной тенденции не приводит к соответствующему быстрому изменению знака индикатора.



Рис. 5. Процесс изменения котировок валютной пары EURUSD и его тренд

(аналог ускорения) степенного представления вида

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X + \hat{a}_2 X^2.$$

Однако при этом резко увеличиться число статистических ошибок второго рода («ложных тревог»), когда решение о возникновении сильного тренда или его изменении не будет соответствовать действительности.

**4. Индикатор на основе разности сглаженных процессов.** В качестве второго варианта построения индикатора структуры динамики хаотического процесса рассмотрим индикатор, основанный на разности двух сглаженных кривых с различными коэффициентами фильтрации.

Существует множество подходов к построению алгоритма сглаживания случайного процесса. Классический подход основан на использовании регрессионного анализа. При этом для его реализации удобно использовать традиционную полиномиальную МНК-подгонку с обучающей выборкой на скользящем окне наблюдения. Степень сглаживания будет определяться размером окна наблюдения.

Существенным недостатком сглаживания по МНК является необходимость в обращении матрицы нормальных уравнений на каждом шаге наблюдений. При использовании последовательной параметрической идентификации нескольких трендов с дискретностью наблюдений в одну минуту объем вычислений оказывается настолько боль-

Причина этого также очевидна и связана с размером обучающей выборки, задерживающей адекватную реакцию оценки тренда. Чувствительность данного индикатора можно легко повысить, уменьшив размер окна скользящей обучающей выборки или использовать дополнительно вторую производную

шим, что существенно увеличивает время вычислений даже для современного уровня производительности персональных компьютеров. Для ускорения вычислений можно использовать одну из схем последовательной фильтрации (различные варианты скользящих средних, фильтр Калмана, фильтр с конечной памятью и т. п.). В настоящей работе будем использовать простейший экспоненциальный фильтр вида

$$\hat{x}(t) = \alpha x(t) + \beta \hat{x}(t-1),$$

где  $\alpha$  — коэффициент сглаживания,  $\alpha \in [0, 1]$ ,  $\beta = 1 - \alpha$ .



Рис. 6. Индикатор структуры хаотического процесса на основе разности между сглаженными кривыми

На рис. 6. приведен график изменения индикатора структуры хаотического процесса на основе разности между двумя сглаженными кривыми Ys1 и Ys2 с коэффициентами сглаживания, соответственно,  $\alpha_1 = 0.005$  и  $\alpha_2 = 0.0005$ .

Для наглядности выбраны существенно различающиеся значения ко-

эффициента сглаживания  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

Можно видеть, что как и в предыдущем случае положительные значения индикатора соответствуют возрастающему процессу, а отрицательные — убывающему. Общим и принципиальным недостатком данного индикатора, как и любой схемы, основанной на использовании трендов, является его запаздывание по отношению к наблюдаемому процессу. Уменьшить запаздывание и тем самым сделать индикатор более адекватным реальному процессу можно путем использования более близких значений коэффициентов сглаживания или путем учета направления его изменения. Однако, как и в предыдущем случае, расплатой за повышение чувствительности индикатора будет повыше-

ние вероятности возникновения ошибок второго рода («ложных тревог»).

**5. Индикатор на основе ошибки оценки регрессии.** В качестве третьего индикатора структуры хаотической динамики рассмотрим ошибку регрессионной оценки наблюдаемого процесса. В качестве базовых регрессов используем три инструмента, основанных на ведущих валютах: EURUSD, EURJPY и USDJPY. Регрессионная оценка формируется на скользящем окне наблюдения. Вычислительный алгоритм оценивания формируется на основе обычной процедуры МНК. Разумеется, в условиях хаотической динамики трудно ожидать выпол-



Рис. 7. Индикатор на основе кривой ошибки оценки регрессии

нения оптимальных свойств, характерных для МНК оценок. Тем не менее, данный алгоритм обеспечивает достаточно устойчивое оценивание наблюдаемого процесса. рис. 7

наблюдаемого процесса. рис. 7 приведены графики котировки валютной пары AUDJPY (австралийский доллар и японская йена)  $Y$ , ее регрессионная

оценка по МНК  $YE$  и ошибка регрессии  $Y-YE$  (кривая, колеблющаяся вокруг нулевого уровня). Регрессионная оценка указывает на ожидаемое значение котировки, исходя из текущего значения базовых валют (EUR, USD, JPY). Системное отклонение котировки от ожидаемого значения (ошибка оценки) образуется из суммы флуктуационной погрешности и системного отклонения, определяемого локальной недооценкой или переоценкой значений наблюдаемой валютной пары. Теоретически, рынок стремится к сбалансированности, и наличие системного отклонения регрессионной оценки могло бы быть использовано в интересах прогноза. Однако на практике наличие сильных локальных трендов, обусловленных потоком новостной информации, оказывает более силь-

ным фактором с точки зрения дальнейшего развития наблюдаемого процесса.

Тем не менее, ошибка регрессии может использоваться не для прямого прогноза, а в интересах идентификации текущей структуры хаотической динамики. Из графиков на рис. 7 видно, что наличие сильных трендов приводит к значительному росту погрешности регрессионной оценки, и, следовательно, она также может быть использована для указанной цели.

**6. Заключение.** Средняя эффективность работы трейдеров на рынках капитала до сих пор остается невысокой. Это связано прежде всего с явлениями детерминированного и статистического хаоса, формирующими удивительную по своей гармоничности динамику слабо прогнозируемых процессов. "Нет неизменной сущности в этом мире". Это утверждение Сиддхартхи Гаутамы (556—476 гг. до н.э.), известного как основатель буддизма Будда Шакья-Муни, могло бы служить эпиграфом и лейтмотивом к задачам управления любимыми информационными процессами в целом и современным бизнесом в частности.

Основной вывод, вытекающий из содержания настоящей работы, состоит в том, что задачу управления активами, циркулирующими на рынках капитала, целесообразно решать не непосредственно, опираясь на ТА текущих трендов, а разбить на два этапа. Первый этап состоит в формализованном количественном анализе состояния всего сегмента рынка, включающего изучаемый актив, а также иных факторов среды взаимодействия, влияющих на состояние этого сегмента и допускающих мониторинг своих количественных характеристик.

Результаты данного анализа должны служить основой для второго этапа, реализующего выбор или автоматизированную генерацию текущей стратегии прогностического управления. При этом первый этап (этап анализа структуры многомерного хаотического процесса) должен осуществляться непрерывно, выдавая упреждающие указания на необходимость смены стратегии управления.

Для решения задачи идентификации структуры протекающих процессов могут быть использованы различные показатели (в том числе и параметры трендов). В статье в качестве примера приведены три индикатора, позволяющие сделать качественные выводы о состоянии данной структуры. При этом вопрос об эффективности этих показателей остается открытым. Формализованный анализ качества таких показателей в условиях нестационарной динамики крайне сложен, а числовые примеры не гарантируют их эффективность на всем многообразии ситуаций, характерных для статистического хаоса. Тем не менее,

данный подход обладает вполне определенной конструктивностью и требует дальнейших более глубоких исследований.

### Литература

1. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей. / Л.: ОНТИ, 1936. 120 с.
2. Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. М.: Наука, 1967. 496 с.
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1 / Пер. с англ. М.: Мир, 1967. 498с.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2 / Пер. с англ. М.: Мир, 1967. 752 с.
5. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. / Пер. с англ. М.: Мир, 2000. 336 с.
6. Lang S. Math Talks for Undergraduates. Springer, 1999. 150 p.
7. Болч Б., Хуань К. Дж. Многомерные статистические методы для экономики / Пер. с англ. М.: Статистика, 1979. 317 с.

**Мусаев Александр Азерович** — д-р. техн. наук, проф.; ведущий науч. сотр. научно-исследовательской группы информационных технологий в образовании Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации РАН (СПИИРАН), научный консультант ОАО специализированная инжиниринговая компания “Севзапмонтажавтоматика”. Область научных интересов: анализ данных, управление и прогнозирование в сложных динамических системах, хаотические системы. Число научных публикаций — 180. amusaev@szma.com, www.szma.com; СПИИРАН, 14-я линия В. О., д. 39, Санкт-Петербург, 199178, РФ; +7(812)350-5885, факс +7 (812)350-1113.

**Musaev Alexander Azerovich** — Dr. in Appl. Math., professor; leading researcher, Education Information Technology Group, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences (SPIIRAS), expert, public corporation Specialized engineering company "Sevzapmontageautomatica". Research interests: data analysis, complicated dynamic systems prognosis and control, chaos systems. The number of publications — 180. amusaev@szma.com, www.szma.com; SPIIRAS, 39, 14th Line V. O., St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)350-5885, fax +7(812)350-1113.

Рекомендовано СПИИРАН, директор Юсупов Р.М., чл.-корр РАН.

Статья поступила в редакцию 19.06.2009.