

В.Ф. Волков, А.В. Кульвиц, А.Ю. Коваленко, В.И. Салухов  
**ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ ОПТИМИЗАЦИИ  
ОРБИТАЛЬНЫХ СТРУКТУР СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ ЗА  
СЧЕТ УТОЧНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТАЛЬНОГО  
ДВИЖЕНИЯ**

*Волков В.Ф., Кульвиц А.В., Коваленко А.Ю., Салухов В.И.* **Прикладные аспекты оптимизации орбитальных структур спутниковых систем за счет уточнения параметров орбитального движения.**

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы оптимизации баллистической структуры спутниковой системы дистанционного зондирования Земли. Подходы к баллистическому проектированию спутниковой системы, ранее разработанные специалистами различных научных школ, были ориентированы на поддержание структурной устойчивости системы за счет развертывания группировок с одинаковой геометрий и с одинаковыми наклонениями, что обеспечивало одинаковые вековые уходы элементов всех орбит. Вместе с тем существует целый комплекс задач, при котором необходимо сформировать спутниковую систему на орбитах разных высот. Для решения задачи обеспечения требуемого уровня устойчивости нового кластера орбитальных структур предлагается подход, включающий эвристическое формирование множества целевых разновысотных орбит; определение некоторой базовой околокруговой орбиты; направленный перебор возможных итерационных вариантов квазисинхронных орбит; согласование состава вектора характеристик условий движения и окончательный расчет приемлемого варианта, который гарантирует заданную точность цикла замыкания трассы.

Апробация предлагаемого подхода проведена на примере определения параметров орбит, обеспечивающих равенство эффективных суток в заданном диапазоне высот. Приводится методика выбора степени учета различных физических факторов космической среды, которая позволяет достигнуть одинаковых отклонений прогнозной траектории от эталонной. Характеристики математической модели движения квазисинхронной орбиты, используемые при прогнозировании, рассчитываются из условия обеспечения устойчивости на заданном временном интервале. Для получения соответствующих оценок используются поправки к параметрам орбиты, приведенные из гринвичской системы координат.

Описывается детальный алгоритм, позволяющий однозначно определить характеристики устойчивой структуры, при реализации которого осуществляется переход от решения нормальной системы уравнений к решению двух треугольных систем.

Анализ предметной области показал, что предложенный подход является новым, а решаемая научная задача относится к классу обратных задач космической кибернетики.

**Ключевые слова:** спутниковая система, квазисинхронная орбита, структурная устойчивость, эталонная орбита, цикл замыкания трассы полета спутника.

**1. Введение.** Современный этап развития науки предполагает новые подходы к исследованию и моделированию процессов функционирования сложных технических систем. Космические системы (комплексы), а также спутниковые системы как их составные части, являются сложными техническими системами. При

этом обоснование новых концепций, положенных в основу исследования, приведение нового понятийного материала, определение и установление новых свойств таких систем и объектов, показателей для оценивания соответствующих свойств, рассмотрение способов достижения требуемых уровней этих показателей – обязательное условие [1, 2].

Классический подход к проектированию спутниковых систем подразумевает их формирование на базе одной орбиты, пространственное построение спутниковых систем достигается разворотом плоскости орбиты в пространстве относительно какого-либо базового направления. При таком подходе баллистическую структуру спутниковой системы можно считать устойчивой [3-5]. При проектировании разнородных спутниковых систем, формируемых на базе разновысотных орбит [6], баллистическая структура может быть неустойчивой. Построение устойчивой во времени баллистической структуры спутниковой системы в данном случае возможно только в классе квазисинхронных орбит, под которыми понимается такие орбиты спутников, трасса которых повторяется через заданный промежуток времени, называемый циклом замыкания трассы [4, 7], причем обеспечение устойчивой баллистической структуры спутниковой системы достигается равенством циклов замыкания трасс всех орбит системы [8-10]. Использование квазисинхронных орбит обеспечивает стабильное положение орбиты относительно земной поверхности и позволяет успешно выполнять спутниковой системой свою целевую задачу [11]. Как показывает анализ практического применения спутников дистанционного зондирования Земли, результативность целевого функционирования таких спутниковых систем будет эффективнее только на околокруговых орбитах с относительно малым эксцентриситетом, близким к нулю [5].

Таким образом, встает задача обоснования околокруговых квазисинхронных орбит спутников, функционирующих на разных высотах для обеспечения устойчивого баллистического построения разнородных спутниковых систем.

**2. Постановка задачи.** Под устойчивостью в широком смысле (лат. *stabilitas* – устойчивость, прочность, надежность, неизменность) понимается комплексное свойство системы сохранять свои основные характеристики и свое поведение в условиях возмущающих воздействий различного рода. При этом надо понимать, что чем шире понятие, тем меньше возможностей для его формализации. Соответственно, применяя данное понятие к такой сложной технической системе, как спутниковая, введем понятие

структурной устойчивости (устойчивость баллистической структуры спутниковой системы) как способности спутниковой системы сохранять свои геометрические характеристики во времени [8]. С точки зрения классической теории устойчивости будем считать, что баллистическая структура устойчива, если в процессе движения спутников системы их траектории будут находиться в заданных пределах по отношению к точке равновесия, определяемой начальным построением системы [5, 12].

Применив данный подход на практике, можно сформулировать задачу обоснования околокруговых квазисинхронных орбит различного радиуса следующим образом: для заданного цикла замыкания трассы сформировать множество квазисинхронных околокруговых орбит заданных радиусов, имеющих одинаковые отклонения в заданной области пространства.

**3. Обоснование начального приближения параметров квазисинхронных орбит.** Формирование параметров квазисинхронных орбит спутников осуществляется в расчетных условиях, включающих в себя только нецентральность гравитационного поля с учетом второй зональной гармоники разложения функции Лежандра в так называемом нормальном гравитационном поле Земли [4, 13, 14]. Такой подход позволяет учитывать влияние внешних сил на эволюцию орбит на длительном временном интервале.

Для обеспечения заданного цикла замыкания трассы спутников необходимо, чтобы для орбит выполнялось следующее равенство:

$$\frac{T_{\text{эф}}}{T_{\Omega}} = \frac{m}{n} = \alpha, \quad (1)$$

где  $T_{\Omega}$  – драконический период обращения КА;  $T_{\text{эф}}$  – эффективные сутки, время полного оборота Земли относительно прецессирующего восходящего узла орбиты;  $m, n$  – два взаимно простых числа;  $\alpha$  – количество оборотов КА за эффективные сутки.

Нецентральность гравитационного поля Земли с учетом второй зональной гармоники разложения функции Лежандра учитывается при расчете как драконического периода обращения спутника на околокруговых орбитах, так и эффективных суток [14].

Эффективные сутки определяются по следующему выражению:

$$T_{\text{эф}} = \frac{2\pi}{\omega_3 - \dot{\Omega}}, \quad (2)$$

где  $\omega_3$  – угловая скорость вращения Земли:  $\omega_3 = \frac{2\pi}{T_{\text{ЗВ}}} = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ ;

$T_{\text{ЗВ}}$  – звездные сутки;  $\dot{\Omega}$  – угловая скорость прецессии восходящего узла орбиты.

Угловая скорость прецессии восходящего узла орбиты, обусловленная влиянием нецентральной гравитационного поля Земли, может быть определена по выражению:

$$\dot{\Omega} = \frac{3\pi}{T_{\Omega}} \frac{\pi_2}{\mu p^2} \cos i, \quad (3)$$

где  $\mu$  – гравитационная постоянная  $\mu = 398600.44 \text{ км}^3/\text{с}^2$ ;  $\pi_2$  – гравитационная постоянная, обусловленная полярным сжатием Земли  $\pi_2 = -1.755 \cdot 10^{10} \text{ км}^5/\text{с}^2$ ;  $i$  – наклонение плоскости орбиты к плоскости экватора;  $p$  – фокальный параметр.

Драконический период обращения КА для малых эксцентриситетов, пренебрегая членами разложения, которые содержат  $e^2$ , рассчитывается по выражению:

$$T_{\Omega} = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left\{ 1 + \frac{3}{2} c_{20} \left( \frac{a_3}{a} \right)^2 \left[ 3 - \frac{5}{2} \sin^2 i - e \cos \omega (1 - 5 \sin^2 i) \right] \right\}, \quad (4)$$

где  $a$  – большая полуось орбиты;  $c_{20}$  – постоянная интегрирования второй зональной гармоники;  $\omega$  – аргумент широты перигея;  $a_3$  – экваториальный радиус Земли.

Из выражения (4) следует, что драконический период зависит от аргумента широты перигея. Таким образом, второе слагаемое в выражении (4) будет описывать долгопериодические изменения драконического периода с периодом, равным периоду оборота перигея орбиты. Поэтому для устранения долгопериодических составляющих необходимо, чтобы спутник в составе орбитальной группировки имел аргумент широты перигея, равный:

$$\omega \approx \pm \frac{\pi}{2}. \quad (5)$$

После определения драконического периода и продолжительности эффективных суток рассчитываются варианты

квазисинхронных орбит, обеспечивающих заданный цикл замыкания трассы полета, то есть необходимо определить ближайшую квазисинхронную орбиту в заданном диапазоне высот  $H \in [H_{min}, H_{max}]$ . Под ближайшей квазисинхронной орбитой будем понимать квазисинхронную орбиту, высота которой находится в заданном по точности диапазоне высот, и трасса полета которой характеризуется наименьшим количеством витков в сутки.

Перед началом итерационного процесса в качестве начального приближения принимают ближайшие по высоте суточные квазисинхронные орбиты. Алгоритм основан на поиске комбинации взаимно простых чисел  $m$  и  $n$  с одной высотой и последующим определением высоты для каждой комбинации. Как только высота попадает в диапазон высот, комбинации взаимно простых чисел, характеризующих квазисинхронную орбиту, запоминаются. Алгоритм следующий.

На первом шаге рассчитываются:  $m' = \left[ \frac{T_{эф}}{T_{\Omega}} \right]$ , где  $[\cdot]$  – целая

часть числа, тогда  $m' = m' + 1$ ,  $n' = n'' = 1$ ,  $C' = C'' = 1 = n_1$ .

Если  $\frac{T_{эф}}{T_{\Omega}} < \frac{m' + m''}{2}$ , то  $m_1 = m'$ .

Если  $\frac{T_{эф}}{T_{\Omega}} > \frac{m' + m''}{2}$ , то  $m_1 = m''$ .

По мере возрастания числа суток ( $n$ ) определяется последующая квазисинхронная орбита. Так, когда  $s = 2, 3, \dots$ , то  $m_s = m' + m''$ ,  $n_s = n' + n''$ ,  $C_s = C' + C''$ .

Если  $\frac{T_{эф}}{T_{\Omega}} < \frac{m_s}{n_s}$ , то  $m'' = m_s$ ,  $n'' = n_s$ , то  $C'' = C_s$ .

Если  $\frac{T_{эф}}{T_{\Omega}} > \frac{m_s}{n_s}$ , то  $m' = m_s$ ,  $n' = n_s$ ,  $C' = C_s$ .

Когда  $C_s$  достигает требуемой точности заданного цикла замыкания трассы полета спутника, итерационный процесс заканчивается.

В качестве иллюстрации приведем пример расчета ближайших квазисинхронных орбит для высот 500 км и 1100 км (рис. 1). Пусть диапазоне высот  $H \in [H_{min}, H_{max}]$  составляет  $\pm 4$  км от высоты исходной орбиты.

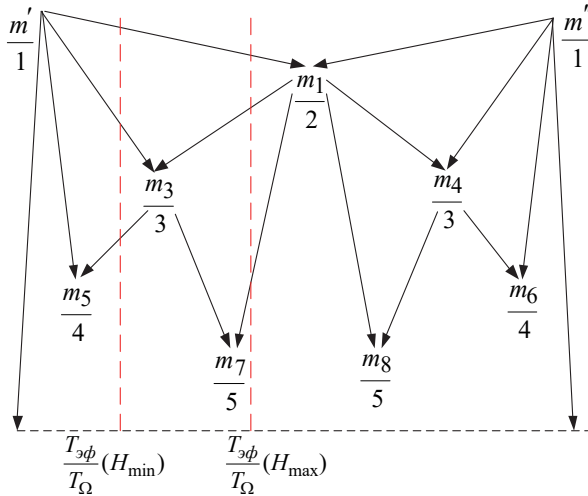


Рис. 1. Индикаторы множества квазисинхронных орбит

Итерационный процесс расчета множества квазисинхронных орбит для высот 500 км и 1100 км приведен в таблице 1. Так для высоты орбиты  $H = 500$  км  $\alpha = \frac{T_{эф}}{T_{\Omega}} = \frac{m}{n} = 15,201$ , а для высоты

$H = 1100$  км  $\alpha = \frac{T_{эф}}{T_{\Omega}} = \frac{m}{n} = 13,407$ . Как можно увидеть из таблицы 1,

для высоты  $H = 500$  км ближайшей квазисинхронной орбитой будет орбита с высотой  $H = 500,42$  км и циклом замыкания трассы

$\frac{T_{эф}}{T_{\Omega}} = \frac{m}{n} = \frac{76}{5} = 15,2$ , а для высоты  $H = 1100$  км ближайшей

квазисинхронной орбитой будет орбита  $H = 1103,87$  км с циклом

замыкания трассы  $\frac{T_{эф}}{T_{\Omega}} = \frac{m}{n} = \frac{67}{5}$ .

Причем отклонение по высоте для первого случая  $\Delta H = 0,42$  км, а для второго  $\Delta H = 3,87$  км. Дальнейшие итерации приведут к квазисинхронным орбитам, высота которых будет обладать меньшим отклонением по высоте, но они будут обладать более высокой кратностью трассы полета, что негативно сказывается на пространственно-временных характеристиках обзора спутниковой системы, поэтому перебор заканчивается.

Таблица 1. Множество квазисинхронных орбит для высот 500 км и 1100 км

Номер итерации	Высота орбиты			
	$H=500$ км		$H=1100$ км	
$s$	$\alpha$	$\frac{m_s}{n_s}$	$\alpha$	$\frac{m_s}{n_s}$
1	15,667	$\frac{47}{3}$	13,681	$\frac{41}{3}$
2	15,5	$\frac{31}{2}$	13,5	$\frac{27}{2}$
3	15,4	$\frac{77}{5}$	13,4	$\frac{67}{5}$
4	15,333	$\frac{46}{3}$	-	-
5	15,286	$\frac{107}{7}$	-	-
6	15,25	$\frac{61}{4}$	-	-
7	15,222	$\frac{137}{9}$	-	-
8	15,2	$\frac{76}{5}$	-	-

Полученные результаты являются начальным приближением для поиска и уточнения параметров квазисинхронных орбит с учетом всей совокупности возмущающих факторов (более сложной математической модели движения).

В ряде случаев, когда высоты орбит незначительно отличаются друг от друга, этого можно добиться путем равенства эффективных суток [5].

С учетом выражения (3) для наклона орбиты получим:

$$\cos i = \left( \frac{\mu a^2 (1-e)^2 \left( \frac{2\pi}{T_{зв}} - \frac{2\pi}{T_{эф}} \right) T_{эф}}{3\pi \tau_2 s} \right). \quad (6)$$

Используя выражение для числа оборотов спутника за эффективные сутки (1) для драконического периода обращения спутника, можно записать:

$$\frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left[ 1 + \frac{3}{2} c_{20} \left( \frac{a_2}{a} \right)^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \cos^2 i \right) \right] = \frac{T_{\text{эф}}}{s}. \quad (7)$$

Используя выражения (6) и (7), после несложных преобразований получим уравнение, которое позволяет рассчитать параметры орбит, для которых будет обеспечиваться равенство эффективных суток:

$$\frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \left\{ 1 + \frac{3}{2} c_{20} \left( \frac{a_2}{a} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \left( \frac{\mu a^2 (1-e)^2 \left( \frac{2\pi}{T_{\text{зв}}} - \frac{2\pi}{T_{\text{эф}}} \right) T_{\text{эф}}}{3\pi l_2 s} \right) \right] \right\} = \frac{T_{\text{эф}}}{s}. \quad (8)$$

Таким образом, параметры орбит будут незначительно отличаться, но эффективные сутки будут одинаковы и, следовательно, вековые отклонения под действием полярного сжатия Земли будут одинаковы. Уравнение (8) решается численно относительно большой полуоси при заданных значениях эффективных суток и относительного эксцентриситета.

Таким образом, при заданных значениях эффективных суток, количества оборотов спутника за эффективные сутки, эксцентриситетах орбит необходимо определить параметры орбит: большие полуоси орбит и наклоны плоскостей орбит, при которых у всех орбит эффективные сутки будут равны заданному значению [15, 16].

Рассмотрим пример реализации данного подхода к определению параметров квазисинхронных орбит. В качестве примера рассмотрим квазисинхронную орбиту с высотой  $H = 1103,87$  км и циклом

замыкания трассы  $\frac{T_{\text{эф}}}{T_{\Omega}} = \frac{m}{n} = \frac{67}{5}$ . Для заданных исходных данных

получены численные зависимости значения большой полуоси (рис. 2) и наклона орбиты (рис. 3) в зависимости от изменений относительного эксцентриситета. Параметры орбит, обеспечивающие равенство эффективных суток в заданном диапазоне высот  $H \in [H_{\min}, H_{\max}]$ , представлены в таблице 2.

В таблице 2 представлено множество квазисинхронных орбит с одинаковым циклом замыкания трассы полета  $\frac{T_{\text{эф}}}{T_{\Omega}} = \frac{m}{n} = \frac{67}{5}$ .



Полученное множество квазисинхронных орбит позволяет выбрать единственную орбиту, которая обеспечит структурную устойчивость спутниковой системы, то есть менее подвержена воздействию возмущений внешней среды (гравитационных полей и атмосферы). Применительно к рассмотренному примеру такой орбитой является орбита с относительным эксцентриситетом  $e = 0,004$  и большой полуосью  $a = 7485,366$  км.

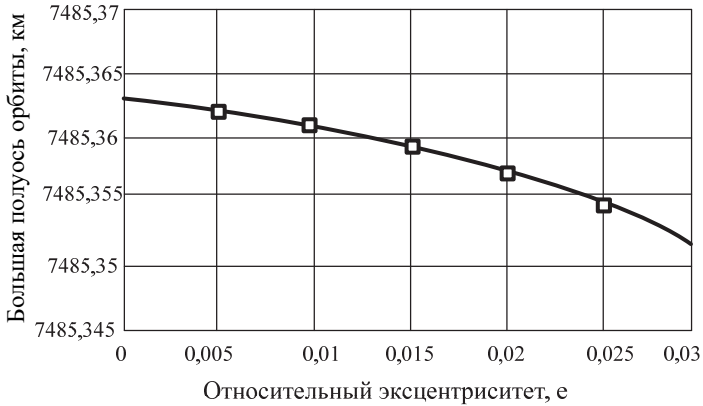


Рис. 2. Зависимость большой полуоси орбиты КА от относительного эксцентриситета

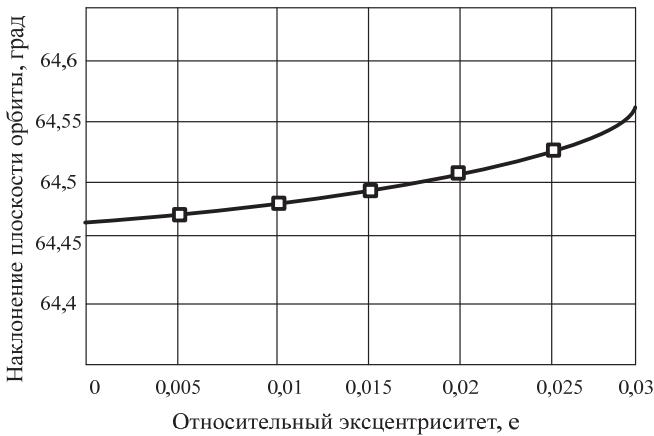


Рис. 3. Зависимость наклона орбиты КА от относительного эксцентриситета

Таблица 2. Параметры орбит, обеспечивающих равенство эффективных суток в заданном диапазоне высот

$e, -$	$a, \text{ км}$	$i, \text{ град}$	$T, \text{ с}$	$r_p, \text{ км}$
0	7485,367	61,502	6436,989	7485,367
0,001	7485,367	61,502	6436,989	7485,359
0,002	7485,366	61,502	6436,989	7485,337
0,003	7485,366	61,503	6436,989	7485,299
0,004	7485,366	61,503	6436,989	7485,246
0,005	7485,366	61,504	6436,989	7485,179
0,006	7485,365	61,504	6436,989	7485,096
0,007	7485,365	61,505	6436,989	7484,998
0,008	7485,364	61,506	6436,989	7484,886
0,009	7485,364	61,507	6436,989	7484,758
0,01	7485,363	61,508	6436,989	7484,615
0,011	7485,363	61,510	6436,989	7484,458

Однако формирование параметров движения только в нормальном гравитационном поле Земли не позволяет сформировать устойчивую баллистическую структуру на орбитах различных радиусов [17, 18]. В то же время прогнозирование движения спутников в единых условиях движения, которые учитывают более сложные математические модели движения, для орбит различного радиуса приводит к различным отклонениям относительно эталонного движения, что влечет за собой нарушение устойчивости баллистической структуры спутниковой системы [8].

**4. Анализ условий движения.** Под условиями движения понимается физическое состояние среды движения и движущегося в ней спутника:

$$\lambda = \langle S, a \rangle^T, \quad (9)$$

где  $\lambda$  – вектор характеристик условий движения;  $S$  – вектор характеристик среды движения;  $a$  – вектор характеристик спутника.

Физическое состояние (во времени и пространстве) факторов космической среды, оказывающих влияние на движение спутника, называется средой движения спутника. Согласно классической механике к числу таких факторов относят те, результатом взаимодействия с которыми являются силы и моменты, определяющие траекторию движения спутника. Данные характеристики определяют вектор характеристик среды движения ( $S$ ) [14].

Под характеристиками спутника, определяющими вектор  $a$ , будем понимать совокупность только тех его характеристик, которые влияют на параметры его движения и целевое функционирование.

Таким образом, вектор характеристик условий движения однозначно определяет совокупность возмущающих факторов, которые влияют на движение спутника, и, как следствие, обуславливает математическую модель движения, под которой понимаются математические соотношения, устанавливающие однозначную связь параметров движения спутника с условиями движения и временем. Из всего многообразия видов математических моделей движения, как показывает практика навигационно-баллистического обеспечения, целесообразно выбрать динамическую детерминированную модель вида (10). Динамическими моделями движения называются такие, в которых устанавливается однозначная дифференциальная зависимость от скоростей от координат и скоростей спутника на основе силовых взаимодействий между телами. В случае, если условия движения имеют детерминированное описание, то и соответствующая им математическая модель движения также будет детерминированной.

$$\dot{q}(t) = f(q, \lambda, t), \quad (10)$$

где  $q$  – вектор параметров движения КА;  $f$  – координатная вектор функция;  $t$  – время.

Степень полноты учета возмущающих сил, учитываемых в математической модели движения спутника, целесообразно выбирать исходя из требований по точности прогнозирования параметров движения спутника и возможного диапазона интервалов прогноза [15, 19].

Рассмотрим пример прогнозирования движения спутника по околокруговой орбите высотой  $H = 1103,87 \text{ км}$ . Как показывают результаты расчетов, состав вектора характеристик условий движения (фактически учет различных возмущающих сил) существенно влияет на точность прогнозирования движения. Сравнительный анализ проведен с использованием высокоточных навигационных параметров движения спутников Jason-3 (проект космической океанографической лаборатории под эгидой NASA, CNES и Eumetsat) и Grace (проект изучения гравитационного поля Земли под эгидой NASA и Германского центра авиации и космонавтики).

Результаты расчетов отклонений прогнозируемого движения от эталонного на околокруговой орбите высотой  $H = 1103,87 \text{ км}$  на

месячном интервале времени в следующих условиях движения: модель гравитационного поля Земли – ПЗ 90.11, порядок зональных и тессеральных гармоник гравитационного поля –  $8 \times 8$ , динамическая атмосфера – ДМА 2000, наличие притяжения Луны и Солнца представлены на рисунке 4. Максимальное отклонение от эталонного движения не превышает 12 км в трансверсальном направлении.

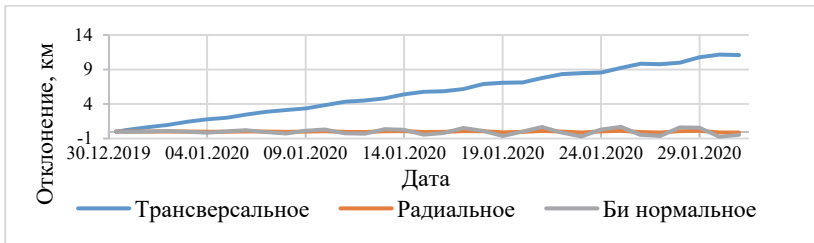


Рис. 4. Отклонение прогнозируемого движения от эталонного с учетом разложения гравитационного поля Земли на гармоники порядка  $8 \times 8$

Изменение вектора характеристик условий движения приводит к существенному изменению отклонений прогнозного движения от эталонного. Так изменение только степени учета порядка зональных и тессеральных гармоник гравитационного поля (степень учета –  $4 \times 4$ ) приводит к увеличению максимального отклонения от эталонного движения до 140 км в трансверсальном направлении (рис. 5).

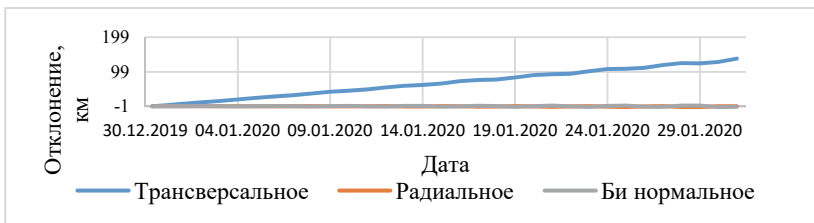


Рис. 5. Отклонение прогнозируемого движения от эталонного с учетом разложения гравитационного поля Земли на гармоники порядка  $4 \times 4$

Обеспечение устойчивости баллистической структуры разнородной спутниковой системы возможно только в условиях согласования моделей движения спутников, функционирующих на орбитах разного радиуса. Обоснование математической модели движения, позволяющей согласовать степень учета различных физических факторов космической среды, обеспечивает достижение одинаковых отклонений прогнозной траектории от эталонной.

**5. Согласованная математическая модель движения.** В качестве математической модели движения будем рассматривать детерминированную динамическую модель вида (10) [20].

В общем виде задача согласования модели движения сводится к определению вектора характеристик условий движения ( $\lambda$ ) исходя из следующего выражения:

$$\tilde{\lambda} = \arg \min_{\lambda \in \Omega_{\lambda}} \frac{1}{T} \int_0^T \rho [q_s(T), q(\lambda, T)] d\tau, \quad (11)$$

где  $\rho [q_s(\tau), q(\lambda, \tau)]$  – функция, имеющая физический смысл расстояния между эталонной  $q_s$  и квазисинхронной  $q$  орбитами.

Под эталонной орбитой понимается орбита, полученная по результатам обработки высокоточных измерений текущих навигационных параметров. Выражение (11) определяет математическую модель движения, минимизирующую отклонение квазисинхронной орбиты от эталонной на временном интервале  $[0, T]$  на множестве допустимых решений  $\Omega_{\lambda}$ . Согласование математических моделей движения заключается в поиске таких характеристик условий движения  $\lambda_k$  для каждой квазисинхронной орбиты  $q_k$ , которые обеспечивают одинаковые минимальные отклонения от соответствующей эталонной  $q_{sk}$ , то есть множество характеристик условий движения  $\lambda_k \in \Omega_{\lambda}$ .

Рассмотрим определения вектора характеристик условий движения для одной из согласуемых орбит.

Будем считать, что параметры движения спутника однозначно определяются следующим соотношением:

$$q(t) = \Phi(t) \lambda, \quad (12)$$

где  $\Phi(t)$  – координатная функция параметров движения.

Исходя из того, что квазисинхронная орбита должна иметь заданные отклонения от эталонной, запишем следующее выражение:

$$q_s(t) = q(t) + \delta q(t). \quad (13)$$

Здесь  $\delta q(t)$  – значения отклонений квазисинхронной орбиты от эталонной, принадлежащие множеству допустимых отклонений  $\delta q(t) \in \Omega_{\delta q}$ .

С учетом выражения (12) уравнение (13) примет следующий вид:

$$q_3(t) = \Phi(t) \cdot \lambda + \delta q(t). \quad (14)$$

Полученное выражение, которое характеризует зависимость параметров движения от характеристик условий движения, носит непрерывный характер. В то же время моделирование движения в соответствии с динамической математической моделью движения происходит в дискретные моменты времени, определяемые шагом численного решения системы дифференциальных уравнений. В соответствии с этим выражение (14) в дискретные моменты времени на интервале согласования математической модели движения ( $T$ ) примет вид:

$$q_3(t_i) = \Phi(t_i) \cdot \lambda + \delta q(t_i), t_i \in [0, T]. \quad (15)$$

Воспользуемся критерием оптимальности метода наименьших квадратов, так как данный метод требует наличия минимальной априорной информации [20, 21]. В этом случае исходное выражение (11) может быть записано в следующем виде:

$$\tilde{\lambda} = \arg \min_{\lambda \in \Omega_\lambda} \frac{1}{T} \int_0^T (q_3(\tau) - \Phi(\tau) \cdot \lambda)^T (q_3(\tau) - \Phi(\tau) \cdot \lambda) d\tau. \quad (16)$$

Для определения искомой оценки  $\tilde{\lambda}$  воспользуемся необходимым условием экстремума подынтегральной функции  $F(\lambda) = (q_3(\tau) - \Phi(\tau) \cdot \lambda)^T (q_3(\tau) - \Phi(\tau) \cdot \lambda)$ .

$$\frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda} = 0. \quad (17)$$

Необходимое условие (17) представляет собой замкнутую систему линейных уравнений (нормальную систему уравнений) и имеет единственное решение. Значение производной определяется следующим выражением:

$$\frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda} = \Phi^T \Phi \lambda - \Phi^T q_3 = 0. \quad (18)$$

В этом случае нормальная система уравнений принимает вид:

$$\Phi^T \Phi \lambda = \Phi^T q_3. \quad (19)$$

Данная система имеет единственное решение:

$$\tilde{\lambda} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T q_3. \quad (20)$$

Полученная оценка вектора характеристик условий движения является несмещенной, состоятельной и эффективной [22]. Таким образом, выражение (20) определяет характеристики математической модели движения квазисинхронной орбиты, обеспечивающие отклонение от эталонной на заданном временном интервале не больше заданного.

Согласование математической модели движения для различных квазисинхронных орбит достигается путем решения выражений (12), (20) для каждой орбиты с учетом единой системы отклонений ( $\delta q(t) \in \Omega_{\delta q}$ ).

Результаты согласования моделей движения, обеспечивающих одинаковое отклонение орбит от эталонного движения на месячном интервале времени, представлены в таблице 3.

Таблица 3. Параметры характеристик условий движения согласованной математической модели движения

Высота орбиты, км	Математическая модель движения	Максимальное отклонение прогнозируемого движения от эталонного, км
500,42	Модель гравитационного поля Земли – ПЗ 90.11, порядок зональных и тессеральных гармоник гравитационного поля – 16x16, динамическая атмосфера – ДМА 2000	20,1
1103,87	Модель гравитационного поля Земли – ПЗ 90.11, порядок зональных и тессеральных гармоник гравитационного поля – 8x8, учет наличия притяжения Луны, Солнца	19,8

С учетом рассчитанных характеристик условий движения необходимо уточнить параметры орбитального движения, полученные в качестве первого приближения.

**6. Уточнение орбитальных параметров для обеспечения заданного цикла замыкания трассы в сформированных условиях движения.** Наиболее просто данная задача решается, если определение параметров квазисинхронных орбит производится в восходящем узле орбиты. В качестве начальных условий целесообразно взять проекции координат и проекции вектора скорости спутников в относительной гринвичской системе координат [14].

Для обеспечения одинакового цикла замыкания трассы (ЦЗТ) полета спутников в сформированных условиях движения необходимо выполнить следующее условие:

$$q(t_0 + T_{\text{ЦЗТ}}) - q_0(t_0) \leq \varepsilon, \quad (21)$$

где  $q_0(t_0)$  – вектор параметров движения на момент прохождения восходящего узла орбиты  $t_0$ ;  $q(t_0 + T_{\text{ЦЗТ}})$  – вектор параметров движения на время ЦЗТ;  $\varepsilon$  – заданная точность.

Фактически условие (21) определяет задачу уточнения начальных условий движения, данная задача носит нелинейный характер. В связи с этим в практике навигационно-баллистического обеспечения данная задача решается итерационно в линейной постановке [23].

Как было показано в [8], системы линейных уравнений и состав определяемых параметров имеют вид:

$$\sum_{j=1}^5 \frac{\partial q_i}{\partial q_{0j}} \Delta q_{0j} - \dot{q}_i T_{\text{ЦЗТ}} = \Delta q_i, \quad i = 1, \dots, 5; \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^5 \frac{\partial t_{\Omega}}{\partial q_{0j}} \Delta q_{0j} - t_{\Omega}(\bar{q}_0) = \Delta t, \quad (23)$$

где  $\frac{\partial q_j}{\partial q_{0i}}$  – частная производная от  $i$  параметра движения  $q = \{x, y, z, V_x, V_y, V_z\}^T$  в гринвичской системе координат по  $j$  параметру начальных условий  $q_0 = \{x_0, y_0, z_0, V_{x0}, V_{y0}, V_{z0}\}^T$  на момент времени  $t = t_{\Omega_0} + T_{\text{ЦЗТ}}$ ;  $\Delta q_{0i}$  –  $i$  параметр вектора поправок



$\Delta q_0 = \{\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0, \Delta V_{x0}, \Delta V_{y0}, \Delta V_{z0}\}^T$  к начальным условиям;  $\Delta q_i$  –  $i$  параметр вектора отклонений  $\Delta q$  между  $i$  параметром вектора  $q$  в момент времени  $t = t_{\Omega 0} + T_{ЦЗТ}$  и  $i$  параметром вектора  $q_0$  в момент  $t_0$ ,

который определяется  $\Delta q_i = q_i(t) - q_{0i}$ ;  $\frac{\partial t_{\Omega}}{\partial q_{0j}}$  – частная производная от

времени выхода в восходящий узел  $N+1$  витка по  $j$  параметру начальных условий  $q_0 = \{x_0, y_0, z_0, V_{x0}, V_{y0}, V_{z0}\}^T$  на момент времени  $t = t_0 + T_{ЦЗТ}$ ;  $T_{ЦЗТ}$  – интервал времени заданной кратности между временами прохождения восходящих узлов первого  $t_{\Omega 0}$  и  $N+1$  витков  $t_{\Omega}$ , который рассчитывается следующим образом  $T_{ЦЗТ} = [t_{\Omega} + \Delta t - t_{\Omega 0}]$ ;  $N$  – количество витков в цикле замыкания трассы.

Система уравнений (22) решается итерационным способом, условие окончания которого определяются выражениями (23). Для получения продолжительности цикла замыкания трассы  $T_{ЦЗТ}$  требуемой кратности интервал  $\Delta t$  необходимо округлять на каждой итерации до заданной кратности.

В качестве примера рассмотрим уточнение параметров квазисинхронной орбиты высотой 1103.47 км (табл. 2) в сформированных условиях движения (табл. 3). В таблице 4 представлены поправки к параметрам орбиты, приведенные из гринвичской системы координат по известным отношениям [14] к виду оскулирующих элементов.

Таблица 4. Результаты уточнения орбитальных параметров

	$e$ , -	$a$ , км	$i$ , град	$T$ , с	$r_p$ , км
Исходная орбита	0,004	7485,366	61,503	6436,989	7485,246
Поправки	-	0,201	-0,0003	8,121	0,184

**7. Наблюдаемость системы линейных уравнений.** В связи с тем, что определение фактических параметров квазисинхронной орбиты связано с решением системы линейных уравнений, правомочно ставить вопрос о ее наблюдаемости. Согласно [20] наблюдаемость – возможность однозначного определения состояния и характеристик структуры динамической системы по известному сигналу на ее выходе. Это означает, что для того, чтобы система уравнений (22) имела единственное решение, она должна быть наблюдаема.

В практике навигационно-баллистического обеспечения космических полетов имеется класс орбит, у которых система уравнений (22) не наблюдаема. Расчеты показывают, что для орбит с наклоном, равным или близким к  $63.4^\circ$ , система уравнений (22) плохо сходится. Область сходимости данной системы уравнений мала и при неудачно выбранных начальных отклонениях задача расходится – в этом случае получить решение невозможно.

Для получения решения в таких условиях воспользуемся методом, основанным на разложении Холесского [24]. Данный метод применим для решения систем линейных уравнений с матрицей коэффициентов, обладающей свойствами матрицы Грамма [24, 25].

Представим исходную систему линейных уравнений (22) в следующем виде [24]:

$$\delta q = A \Delta q, \quad (24)$$

где  $\delta q$  – вектор невязок параметров движения в моменты времени  $t_0$  и  $t_0 + T_{ЦЗТ}$ ;  $\Delta q$  – вектор неизвестных поправок к уточняемому вектору

$q_0$ ;  $A = \begin{bmatrix} \frac{\partial q}{\partial q_0} \end{bmatrix}$  – матрица частных производных.

Домножим правую и левую части уравнения (24) на транспонированную матрицу частных производных  $A^T$ :

$$A^T A \Delta q = A^T \delta q. \quad (25)$$

Введем следующее обозначение:

$$C = A^T A, \quad (26)$$

где  $C$  – матрица Грамма.

С учетом принятых обозначений (26) нормальная система уравнений (25) принимает вид:

$$C \Delta q = A^T \delta q. \quad (27)$$

Предлагаемый метод основан на факте существования верхней треугольной матрицы  $U$ , такой что:

$$U^T U = C. \quad (28)$$

В этом случае решение системы уравнений (24) сводится к решению двух треугольных систем:

$$U^T Y = A^T \delta q, \quad (29)$$

$$U \Delta q = Y. \quad (30)$$

Элементы матрицы  $U$  определяются на основании факторизации Холецкого:

$$\begin{cases} d_v = C_{vv} - \sum_{k=1}^{v-1} U_{kv}^2; \\ U_{vv} = d_v^{1/2}; \\ U_{vj} = \frac{C_{vj} - \sum_{k=1}^{v-1} U_{kv} U_{kj}}{U_{vv}}, \end{cases} \quad (31)$$

где  $j = v+1, \dots, n; v = 2(1)n$ .

Для случая  $v=1$  выражения (31) имеют вид:

$$\begin{cases} d_1 = c_{11} \\ U_{11} = d_1^{1/2}. \end{cases} \quad (32)$$

Необходимо заметить, что предлагаемый подход к решению нормальных систем уравнений имеет преимущество перед классической схемой, основанной на обращении матрицы коэффициентов [26], и заключается в простоте реализации расчетов.

Рассмотрим в качестве примера случай для шести определяемых параметров. Пусть исходные данные для системы уравнений (27) имеют следующие числовые значения: матрица частных производных:

$$A = \begin{bmatrix} 1.1 & 2.1 & 1.8 & 4.2 & 2.5 & 1.6 \\ 0.6 & 1.5 & 1.4 & 0.3 & 1.2 & 0.5 \\ 2.5 & 1.8 & 2.3 & 3.2 & 1 & 1.2 \\ 0.4 & 0.3 & 1.2 & 1.1 & 1.6 & 1.9 \\ 1.3 & 2 & 1.1 & 1.6 & 2.5 & 1.4 \\ 0.2 & 0.1 & 1.6 & 0.9 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix},$$

вектор невязок параметров движения:

$$\delta q = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 2.3 \\ 3.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.5 \end{bmatrix}.$$

Исходя из соотношения (22) матрица Грамма будет иметь вид:

$$C = \begin{bmatrix} 9.71 & 10.45 & 10.8 & 15.5 & 9.94 & 7.7 \\ 10.45 & 14 & 12.74 & 18.65 & 14.37 & 9.67 \\ 10.8 & 12.74 & 15.7 & 19.86 & 13.79 & 10.64 \\ 15.5 & 18.65 & 19.86 & 32.55 & 20.18 & 15.31 \\ 9.94 & 14.37 & 13.79 & 20.18 & 17.66 & 12.46 \\ 7.7 & 9.67 & 10.64 & 15.31 & 12.46 & 9.91 \end{bmatrix}.$$

В соответствии с выражением (31) элементы треугольной матрицы  $U$  будут иметь следующие значения:

$$U = \begin{bmatrix} 3.116 & 3.354 & 3.466 & 4.974 & 3.19 & 2.471 \\ 0 & 1.659 & 0.673 & 1.186 & 2.213 & 0.834 \\ 0 & 0 & 1.798 & 1.013 & 0.692 & 0.842 \\ 0 & 0 & 0 & 2.318 & 0.425 & 0.508 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.388 & 1.393 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.448 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

С учетом полученных численных значений матрицы  $U$  решается треугольная система (29):

$$Y = \begin{bmatrix} 3.395 \\ 0.02 \\ 0.767 \\ -1.108 \\ -1.3 \\ 0.941 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

На заключительном этапе с учетом значений (33, 34) решается треугольная система (30):

$$\Delta q = \begin{bmatrix} -0.953 \\ 2.954 \\ 0.828 \\ -0.379 \\ -3.046 \\ 2.101 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Для анализа предлагаемого подхода к решению систем линейных уравнений сравним полученное решение (35) с решением, получаемым путем обращения матрицы  $C$ . Обращение матрицы осуществлялось методом Гаусса [24]:

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} 2.759 & -3.319 & -0.087 & -0.052 & 3.366 & -2.964 \\ -3.319 & 4.991 & -0.191 & -0.14 & -5.001 & 4.419 \\ -0.087 & -0.191 & 0.429 & -0.067 & 0.166 & -0.311 \\ -0.052 & -0.14 & -0.067 & 0.21 & 0.078 & -0.173 \\ 3.366 & -5.001 & 0.166 & 0.078 & 5.541 & -5.003 \\ -2.964 & 4.419 & -0.311 & -0.173 & -5.003 & 4.983 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Решение системы (27) получается путем домножения системы линейных уравнений слева на  $C^{-1}$ :

$$\Delta q = C^{-1} A^T \delta q. \quad (37)$$

Выражение (37) позволяет получить численное значение  $\Delta q$ , которое совпадает с решением (35).

**8. Заключение.** Рассмотрены вопросы формирования и уточнения квазисинхронных орбит, которые являются частью одного из наиболее важных этапов баллистического проектирования спутниковых систем, а именно этапа уточнения орбитальной структуры спутниковой системы. Традиционные подходы к проектированию спутниковых систем предполагают их формирование на одновысотной орбите, пространственное построение заданной баллистической структуры достигается разворотом плоскости орбиты

в пространстве относительно какого-либо базового положения. Вместе с тем существует целый комплекс задач, при котором необходимо сформировать спутниковую систему на различных высотах, обладающую заданной структурной устойчивостью. Для решения данного класса задач предложен подход, направленный и на обеспечение устойчивости структуры во времени, и на обеспечение требуемого цикла замыкания трассы полета одиночного космического аппарата. Математический подход к решению поставленной задачи основывается на трех этапах. На первом этапе формируется множество квазисинхронных орбит и в первом приближении ищется ближайшая орбита для простой модели движения спутника.

На втором этапе согласовываются математические модели движения спутников на квазисинхронных орбитах, полученных на первом этапе, с целью обеспечения одинаковых отклонений орбит от эталонного движения в различных физических условиях движения спутников. Согласование математических моделей происходит на основе методов статистического анализа.

На заключительном этапе уточняются параметры движения спутников с учетом сформированной согласованной математической модели движения для обеспечения заданной длительности цикла замыкания трассы и исследуется наблюдаемость сформированной системы уравнений.

Полученные результаты позволяют оптимизировать структуру орбитального построения спутниковых систем, реализуемых на орбитах различных радиусов, обоснованных в работах [6, 8, 9, 11].

### Литература

1. *Карсаев О.В.* Обзор традиционных инновационных систем планирования миссий космических аппаратов // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 5(48). С. 151–181.
2. *Юсупов Р.М., Мусаев А.А.* Особенности оценивания эффективности информационных систем и технологий // Труды СПИИРАН. 2017. Вып. 1(51). С. 5–34.
3. *Артюшенко В.М., Виноградов Д.Ю.* Задача баллистического проектирования космической системы дистанционного зондирования земли на устойчивых околокруговых солнечно-синхронных орбитах при длительных сроках существования космических аппаратов // Информационно-технологический вестник: Технологический университет (Королев). 2018. № 3(17). С. 3–9.
4. *Аверкиев Н.Ф. и др.* Баллистические основы проектирования ракет-носителей и спутниковых систем // ВКА им. А.Ф. Можайского. 2017. 302 с.
5. *Власов С.А., Коваленко А.Ю., Кульвиц А.В.* Обоснование взаимно устойчивых орбит КА // Авиакосмическое приборостроение. 2018. № 5. С. 16–23.
6. *Разумный Ю.Н., Самусенко О.Е., Нгуен Н.* О задаче оптимизации орбитальной структуры многоярусных спутниковых систем непрерывного обзора околоземного пространства // Известия высших учебных заведений: Машиностроение. 2018. № 4(697). С. 68–79.

7. *Аверкиев Н.Ф., Богачёв С. А., Власов С.А., Ключников В.Ю.* Квазисинхронные резервные орбиты КА // Двойные технологии. 2017. № 4(81). С. 18–20.
8. *Коваленко А.Ю.* Баллистическое проектирование разнородной системы КА с заданным циклом замыкания трассы // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 3(40). С. 200–204.
9. *Улыбышев С.Ю., Лысенко А.А.* Проектирование спутниковых систем оперативного глобального мониторинга с суточной кратностью повторения трассы полета // Космические исследования. 2019. Т. 57. № 3.С. 229–238.
10. *Лысенко А.А., Улыбышев С.Ю.* Построение спутниковых систем оперативного глобального мониторинга поверхности Земли с перерывом в наблюдении, не превышающим периода одного витка // Космонавтика и ракетостроение. 2018. № 3(102). С. 65–73.
11. *Разумный Ю.Н. и др.* Способ поддержания функционирования спутниковой системы непрерывного глобального обзора околоземного космического пространства // Патент на изобретение, рег. № 2017146650 от 28.12.2017. М.: Роспатент. 2019.
12. *Ляпунов А.М.* Общая задача об устойчивости движения // М.: Гостехиздат. 1950. 472 с.
13. *Разумный Ю.Н., Козлов П.Г., Разумный В.Ю.* Анализ параметрических зависимостей для круговых и эллиптических орбит, обладающих свойством нодальной синхронности // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. № 3. С. 200–204.
14. *Эльясберг П.Е.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли / изд. 2-е. // М.: Либроком. 2011. 544 с.
15. *Улыбышев С.Ю.* Анализ взаимной эволюции параметров двух синхронно прецессирующих орбит // Инженерный журнал: наука и инновации. 2016. № 3(51). С. 5–12.
16. *Streetman B., Peck M.A.* New synchronous orbits using the geomagnetic lorentz force // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2007. vol. 30. no. 6. pp. 1677–1690.
17. *Mostaza-Prieto D., Roberts P.C.E.* Methodology to analyze attitude stability of satellites subjected to aerodynamic torques // Journal of guidance, control, and dynamics. 2016. vol. 39. no. 3. pp. 437–449.
18. *Rao Y., Han C., Yin J.* Hovering formation design and control based on relative orbit elements // Journal of guidance, control, and dynamics. 2016. vol. 2. no. 39. pp. 360–371.
19. *Jewison C., Miller D.W.* Probabilistic trajectory optimization under uncertain path constraints for close proximity operations // Journal of guidance, control, and dynamics. 2018. vol. 9. no. 41. pp. 1843–1858.
20. *Брандин В.Н., Васильев А.А.* Экспериментальная баллистика космических аппаратов // М.: Машиностроение. 1984. 258с.
21. *Погодина Н.С., Носовец А.А.* Применение метода наименьших квадратов // Приложение к журналу известия вузов: геодезия и аэрофотосъемка. Сборник статей по итогам научно-технической конференции. 2015. № 8. С. 84–85.
22. *Матвеев М.Г., Сирота Е.А., Подвальный С.Л.* Анализ свойств мнк-оценок при идентификации параметров распределенных динамических процессов // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: Сб. научн. тр. Международной научной конференции. Воронежский государственный университет. 2020. С. 961–967.
23. *Саврасов Ю.С.* Методы определения орбит космических объектов // М.: Машиностроение. 1981. 174 с.
24. *Ломако Г.И.* Экспериментальная баллистика КА // СПб.: ВИКА имени А.Ф. Можайского. 1997.454 с.

25. *Прохорова Е.Ф.* Применение последовательных схем МНК для вычисления решения СЛАУ // Сборник научных статей IV научно-практической международной конференции (школы-семинара) молодых ученых: в двух частях. 2018. С. 449–453.
26. *Измайлов А.Ф. Солодов М.В.* Численные методы оптимизации // М.: Физматлит. 2003. 276 с.

**Волков Валерий Федорович** – д-р воен. наук, профессор, профессор, кафедра системного анализа и математического обеспечения автоматизированных систем управления, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: теория полета космических аппаратов, оптимальное управление, математическое моделирование. Число научных публикаций – 162. vka@mil.ru; ул. Ждановская, 13, 197082, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812) 230-28-15; факс: +7(812) 23712-49.

**Кульвиц Алексей Владимирович** – заместитель начальника кафедры, кафедра баллистико-навигационного обеспечения летательных аппаратов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: теория полета космических аппаратов, оптимальное управление, математическое моделирование. Число научных публикаций – 102. vka@mil.ru; ул. Ждановская, 13, 197082, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812) 230-28-15; факс: баллистико-навигационного обеспечения летательных аппаратов.

**Коваленко Алексей Юрьевич** – канд. техн. наук, докторант, кафедра баллистико-навигационного обеспечения летательных аппаратов, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (ВКА им. А.Ф. Можайского). Область научных интересов: экспериментальная баллистика, теория полета космических аппаратов, математическое моделирование. Число научных публикаций – 82. vka@mil.ru; ул. Ждановская, 13, 197198, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812) 230-2815; факс: +7(812) 23712-49.

**Салухов Владимир Иванович** — канд. техн. наук, доцент, начальник отдела, отдел аспирантуры, информационно-образовательных технологий и услуг, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук" (СПб ФИЦ РАН). Область научных интересов: информационные технологии в образовании, управление жизненным циклом инфотелекоммуникационных систем, анализ и разработка систем поддержки и принятия решений на базе современных информационных технологий. Число научных публикаций — 100. vsigito@litsam.su; 14-я линия В.О., 39, 199178, Санкт-Петербург, Россия; р.т.: +7(812)328-01-03; факс: +7(812) 328-4450.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-07-00886), а также госбюджетной темы № 0073-2019-0004.



V. VOLKOV, A. KULVITS, A. KOVALENKO, V. SALUKHOV  
**APPLIED ASPECTS OF OPTIMIZATION OF ORBITAL  
STRUCTURES OF SATELLITE SYSTEMS BY SPECIFYING  
PARAMETERS OF ORBITAL MOTION**

*Volkov V., Kulvits A., Kovalenko A., Salukhov V.* **Applied Aspects of Optimization of Orbital Structures of Satellite Systems by Specifying Parameters of Orbital Motion.**

**Abstract.** The paper deals with issues related to optimizing the ballistic structure of a satellite system for remote sensing of the Earth. Approaches to the ballistic design of the satellite system, previously developed by specialists from various scientific schools, were focused on maintaining the structural stability of the system by deploying groupings with the same geometry and with the same inclinations, which ensured the same age-old departures of elements from all the orbits. At the same time, there is a whole range of tasks that require the formation of a satellite system in different orbits. To achieve the required level of stability of a new cluster of orbital structures we provide an approach, including: heuristic formation of many target different height orbits; identifying some basic near-circular orbit; selection of possible variants of iterative quasi-synchronous orbits; coordination of the composition of the vector of characteristics of traffic conditions and final calculation of an acceptable option that provides the specified accuracy of the route closure cycle.

Testing of the proposed approach is carried out on the example of determining the parameters of orbits that ensures equality of effective days in a given range of heights. The method of selecting the degree of consideration of various physical factors of the space environment, which ensures the achievement of identical deviations of the forecast trajectory from the reference one, is presented. The characteristics of the mathematical model of quasi-synchronous orbit motion used in forecasting are calculated from the condition of stability at a given time interval. To get the appropriate estimates, we use corrections to the orbit parameters given from the Greenwich coordinate system.

A detailed algorithm is described that provides the possibility of unambiguously determining the characteristics of a stable structure, in the implementation of which the transition from the solution of a normal system of equations to the solution of two triangular systems is performed.

The analysis of the subject area has shown that the proposed approach is new, and the solved scientific problem belongs to the class of inverse problems of space cybernetics.

**Keywords:** Satellite System, Quasi-synchronous Orbit, Structural Stability, Reference Orbit, Satellite Flight Path Closure Cycle.

**Volkov Valery** – Ph.D., Dr.Sci., Professor, Professor, Department of System Analysis and Mathematical Automated Control Systems, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: ballistics, theory of flight spacecraft, optimal control, mathematical modeling. The number of publications – 162. vka@mil.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197082, Russia; office phone: +7(812) 230-28-15; fax: +7(812) 23712-49.

**Kulvits Aleksey** – Deputy Head of Department, Department of Ballistic and Navigation Support of the Aircraft, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: theory of flight spacecraft, optimal control, mathematical modeling. The number of publications – 102. vka@mil.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197082, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812) 230-28-15; fax: +7(812) 23712-49.

**Kovalenko Aleksey** – Ph.D., Doctoral Student, Department of Ballistic and Navigation Support of the Aircraft, Mozhaisky Military Space Academy. Research interests: experimental

ballistics, theory of flight spacecraft, mathematical modeling. The number of publications – 82. vka@mil.ru; 13, Zhdanovskaya str., 197198, St. Petersburg, Russia; office phone: +7(812) 230-2815; fax: +7(812) 23712-49.

**Salukhov Vladimir** – Ph.D., Associate Professor, Head of Department, Department of Post Graduate Studies, Information and Education Technologies and Services, St.-Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPb FRC RAS). Research interests: research and information technologies in education, lifecycle management infocommunication systems, analysis and development of support systems and decision-making on the basis of modern information technologies. The number of publications – 100. vsigito@litsam.su; 39, 14-th Line V.O., 199178, St.-Petersburg, Russia; office phone: +7(812)328-01-03; fax: +7(812) 328-4450.

**Acknowledgements.** This research is supported by RFBR (grant 19-07-00886), as well budgetary grant 0073-2019-0004.

## References

1. Karsaev O.V. [Overview of Traditional Innovative Spacecraft Mission Planning Systems]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2016. vol. 5(48). pp. 151–181. (In Russ.).
2. Yusupov R.M., Musaev A.A. [Features of evaluating the effectiveness of information systems and technologies]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2017. vol. 1(51). pp. 5–34. (In Russ.).
3. Artyushenko V.M., Vinogradov D.Yu. [The Problem of ballistic design of the Space system of remote sensing of the earth on stable near-circular solar synchronous orbits for long periods of existence of space vehicles]. *Informacionno-tehnologicheskij vestnik: Tekhnologicheskij universitet (Korolev) – Information and technological Bulletin: Technological University (Korolev)*. 2018. vol. 3(17). pp. 3–9. (In Russ.).
4. Averkiev N.F. *Ballisticheskie osnovy proektirovaniya raket-nositel'ev i sputnikovyh sistem* [Ballistic bases of design of launch vehicles and satellite systems]. VKA im. A.F. Mozhajskogo. 302 p. (In Russ.).
5. Vlasov S.A., Kovalenko A.Yu., Kul'vic A.V. [Rationale mutually stable orbits KA]. *Aviakosmicheskoe priborostroenie – Aerospace instrumentation*. 2018. vol. 5. pp. 16–23. (In Russ.).
6. Razumnyj Yu.N., Samusenko O.E., Nguen Nam. [On the problem of optimization of the orbital structure of multi-tiered satellite systems for continuous observation of near-earth space]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij: Mashinostroenie – Proceedings of higher educational institutions: mechanical engineering*. 2018. vol. 4(697). pp. 68–79. (In Russ.).
7. Averkiev N.F., Bogachyov S.A., Vlasov S.A., Klyushnikov V.Yu. [Quasi-Synchronous reserve orbits of the Spacecraft]. *Dvojnye tekhnologii – Double technologies*. 2017. vol. 4(81). pp. 18–20. (In Russ.).
8. Kovalenko A.Yu. [Ballistic design of a heterogeneous spacecraft system with a given route closure cycle]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2015. vol. 3(40). pp. 45–54. (In Russ.).
9. Ulybyshev S.Yu., Lysenko A.A. [Design of satellite systems for operational global monitoring with a daily repetition rate of the flight path]. *Kosmicheskie issledovaniya – Space research*. 2019. Issue 57. vol. 3. pp. 229–238. (In Russ.).
10. Lysenko A.A., Ulybyshev S.Yu. [Construction of satellite systems for operational global monitoring of the Earth's surface with a break in observation that does not exceed the period of one revolution]. *Kosmonavtika i raketostroenie – Cosmonautics and rocket science*. 2018. vol. 3(102). pp. 65–73. (In Russ.).

11. Razumnyj Yu.N. et al. [Method for maintaining the functioning of a satellite system for continuous global survey of near-earth space]. Patent for invention, reg. no. 2017146650 from 28.12.2017. Moscow: Rospatent. 2019. (In Russ.).
12. Lyapunov A.M. *Obshchaya zadacha ob ustojchivosti dvizheniya* [The general problem of traffic stability]. M.:Gostekhizdat. 1950. 472 p. (In Russ.).
13. Razumnyj Yu.N., Kozlov P.G., Razumnyj V.Yu. [Analysis of parametric dependencies for circular and elliptic orbits that have the property of nodal synchronicity]. *Nauchno-tehnicheskij vestnik Povolzh'ya – Scientific and technical Bulletin of the Volga region*. 2015. vol. 3 pp. 200–204. (In Russ.).
14. El'yasberg P.E. *Vvedenie v teoriyu poleta iskusstvennyh sputnikov Zemli* [Introduction to the theory of flight of artificial Earth satellites]. M.: Librokom. 2011. 544 p. (In Russ.).
15. Ulybyshev S.Yu. [Analysis of the mutual evolution of two synchronous orbits precancerous]. *Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii – Engineering journal: science and innovation*. 2016. vol. 3(51). pp. 5–12. (In Russ.).
16. Streetman B., Peck M.A. New synchronous orbits using the geomagnetic lorentz force. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2007. vol. 30. no 6. pp. 1677–1690.
17. Mostaza-Prieto D., Roberts P.C.E. Methodology to analyze attitude stability of satellites subjected to aerodynamic torques. *Journal of guidance, control, and dynamics*. 2016. vol. 39. no 3. pp. 437–449.
18. Rao Y., Han C., Yin J. Hovering formation design and control based on relative orbit elements. *Journal of guidance, control, and dynamics*. 2016. vol. 2. no. 39. pp. 360–371.
19. Jewison C., Miller D.W. Probabilistic trajectory optimization under uncertain path constraints for close proximity operations. *Journal of guidance, control, and dynamics*. 2018. vol. 9. no. 41. pp. 1843–1858.
20. Brandin V.N., Vasil'ev A.A. *Ekspperimental'naya ballistika kosmicheskikh apparatov* [Experimental ballistics of space vehicles]. M.: Mashinostroenie. 1984. 258 p. (In Russ.).
21. Pogodina N.S., Nosovec A.A. [Application of the least squares method] *Prilozhenie k zhurnalu izvestiya vuzov: geodeziya i aerofotos"emka. Sbornik statej po itogam nauchno-tehnicheskoy konferencii*. [Appendix to the journal Izvestiya vuzov: geodesy and aerial photography. Collection of articles on the results of the scientific and technical conference]. 2015. vol. 8. pp. 84–85. (In Russ.).
22. Matveev M.G., Sirota E.A., Podval'nyj S.L. [Analysis of the properties of OLS-estimators in parameter identification of distributed dynamic processes]. *Aktual'nye problemy prikladnoj matematiki, informatiki i mekhaniki: Sb. nauchn. tr. Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii. Voronezhskij gosudarstvennyj universitet*. [Actual problems of applied mathematics, computer science and mechanics: Sat. nauchn. Tr. International scientific conference. Voronezh state University]. 2020. pp. 961–967. (In Russ.).
23. Savrasov Yu.S. *Metody opredeleniya orbit kosmicheskikh obektov* [Methods for determining the orbits of space objects]. M.: Mashinostroenie. 1981. 174 p. (In Russ.).
24. Lomako G.I. *Ekspperimental'naya ballistika KA* [Experimental ballistics of Satellite]. VIKa imeni A.F. Mozhajskogo. 1997. 454 p. (In Russ.).
25. Prohorova E.F. [Application of sequential MNC schemes for calculating the slau solution] *Sbornik nauchnyh statej IV nauchno-prakticheskoy mezhdunarodnoj konferencii (shkoly-seminara) molodyh uchenyh: v dviuh chastyakh*. [Collection of scientific articles of the IV scientific and practical international conference (school-seminar) of young scientists: in two parts]. 2018. pp. 449–453. (In Russ.).
26. Izmajlov A.F., Solodov M.V. *Chislennyye metody optimizacii* [Numerical optimization methods] M.: Fizmatlit. 2003. 276 p. (In Russ.).