

ОЦЕНИВАНИЕ КАЧЕСТВА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ

И. В. ЛЫСЕНКО

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

СПИИРАН, 14-я линия ВО, д. 39, Санкт-Петербург, 199178

<ilys@iias.spb.su>

УДК [519.8+629.7](681.3)

Лысенко И. В. **Оценивание качества технологических процессов: использование аппроксимирующих вероятностных моделей** // Труды СПИИРАН. Вып. 3, т. 2. — СПб.: Наука, 2006.

Аннотация. Предлагается подход к оцениванию качества технологических процессов на основе аппроксимирующих графовых и соответствующих им функциональных моделей технологических операций. Анализируются оценка погрешности аппроксимации и ее влияние на вероятностный показатель качества технологического процесса. — Библ. 6 назв.

UDC [519.8+629.7](681.3)

Lysenko I. V. **Technological process quality estimation: approximate probability models usage** // SPIIRAS Proceedings. Issue 3, vol. 2. — SPb.: Nauka, 2006.

Abstract. An approach to quality estimation of technological processes on the basis of approximate graph and functional models of technological operations is proposed. Approximation estimation error and its influence on probability quality index of technological process are analyzed. — Bibl. 6 items.

1. Введение

Оценивание качества технологических процессов (ТП) часто выполняется по показателям эффективности [1–4]. Одним из них является вероятность P_{pa} достижения цели ТП.

Достижение цели трактуется как случайное событие, описываемое с помощью возможных (то есть виртуальных [3]) эффектов функционирования и их требуемых (граничных) значений. Для расчета вероятности P_{pa} используются модели ТП и модели технологических операций (ТлОп), в него входящих. Последние включают модели виртуальных эффектов и модели показателей соответствующих свойств (результативности, ресурсоемкости и оперативности) ТлОп. Точное описание ТлОп приводит к громоздким графовым и функциональным моделям. Это значительно увеличивает длительность расчетов на ЭВМ. Последнее может быть недопустимым при оперативном регулировании ТП. Уменьшение длительности расчетов возможно при использовании приближенных графовых и функциональных моделей ТлОп и, соответственно, ТП в целом. Но при этом оценка качества ТП будет иметь погрешность, зависящую от погрешности модели ТлОп.

2. Основные понятия и определения

Определение 1. Технологический процесс — это целенаправленная совокупность действий (технологических операций).

Определение 2. Технологическая операция — это действие, которое осуществляют элементы ТП (люди и техника) для достижения требуемой цели (для получения требуемого целевого результата, или целевого эффекта).

Технологическая операция регламентируется какой-либо документацией. Например, технологическая операция по проверке надежности ракеты-носителя (РН) выполняется в соответствии с инструкцией по эксплуатации РН. Ее целевой эффект — число отказавших составных частей (СЧ) РН. Ее цель — установление истинности того факта, что число отказавших СЧ РН равно нулю.

Получение целевого эффекта ТлОп возможно лишь за счет затрат материальных ресурсов (денег, веществ и энергии), накопленных до начала ТлОп, и за счет затрат времени. Эти затраты материальных ресурсов и времени для получения целевого эффекта будем называть *обеспечивающими эффектами* технологической операции.

Возможные значения целевого и обеспечивающих эффектов технологической операции являются величинами случайными и далее называются *виртуальными эффектами*.

Значения эффектов, которые предельно допустимы в итоге технологической операции, будем называть *граничными эффектами*. Граничные эффекты назначаются лицом, управляющим ТП. Им же устанавливается требуемое соответствие между виртуальным \hat{e}_1 и граничным e_1^t значениями целевого эффекта, например

$$\hat{e}_1 < e_1^t.$$

Требуемое соответствие для обеспечивающих эффектов (например затрат денег \hat{e}_2 и времени \hat{e}_3) устанавливается очевидным образом, соответственно:

$$\hat{e}_2 < e_2^t, \hat{e}_3 < e_3^t.$$

Заметим, что как виртуальные, так и граничные эффекты могут быть векторами. Тогда соответствие устанавливается покомпонентно, и для вектора целевых эффектов может иметь более сложный вид.

Определение 3. Эффективность ТП — это свойство ТП, характеризующее его приспособленность давать виртуальные эффекты, требуемым образом соответствующие граничным эффектам.

Реализация соответствия между виртуальными и граничными эффектами — это случайное событие \hat{A} , состоящее в достижении цели ТП за счет использования имеющихся материальных ресурсов и времени:

$$\hat{A} \stackrel{d}{=} \hat{A}_1 \cap \hat{A}_2 \cap \hat{A}_3, \hat{A}_1 \stackrel{d}{=} (\hat{e}_1 < e_1^t), \hat{A}_2 \stackrel{d}{=} (\hat{e}_2 < e_2^t), \hat{A}_3 \stackrel{d}{=} (\hat{e}_3 < e_3^t), \quad (1)$$

или

$$\hat{A} \stackrel{d}{=} (\hat{e}_{<3>} < e_{<3>}^t), \hat{e}_{<3>} \stackrel{d}{=} \langle \hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3 \rangle, e_{<3>}^t \stackrel{d}{=} \langle e_1^t, e_2^t, e_3^t \rangle.$$

Определение 4. Показатель эффективности ТП — это вероятность P_{pa} достижения цели ТП за счет имеющихся материальных ресурсов и времени, то есть вероятность наступления события \hat{A} в итоге ТП:

$$P_{pa} \stackrel{d}{=} \Pr(\hat{A}) = \Pr(\hat{e}_{<3>} < e_{<3>}^t).$$

Технологический процесс может включать сотни технологических операций и требует значительных финансовых затрат. Поэтому для оценивания его эффективности используют не экспериментальное исследование, а разработку

моделей ТП. Эти модели описывают механизм формирования виртуальных эффектов и дают алгоритм подсчета величины P_{pa} .

Определение 5. Модель ТП, позволяющую рассчитать приближенное значение \tilde{P}_{pa} вероятности P_{pa} , будем называть *аппроксимирующей моделью* ТП.

Определение 6. Погрешностью аппроксимирующей модели ТП будем называть величину $E \geq 0$:

$$E \geq \tilde{P}_{pa} - P_{pa}. \quad (2)$$

Определение 7. Оценкой погрешности (ОП) E будем называть величину $\varepsilon \geq 0$:

$$\varepsilon \geq E.$$

3. Точные и аппроксимирующие модели ТП

Модели ТП разделяют на два класса [4]: графовые и функциональные. Графовые модели позволяют дать ясное описание последовательности выполнения технологических операций, входящих в ТП, в виде геометрических графов. Это значительно упрощает разработку функциональных моделей. Функциональные модели ТП — это алгебраические модели, устанавливающие связь между характеристиками технологических операций и характеристиками ТП в целом. Они включают модели двух видов: модели виртуальных эффектов и модели функций распределения вероятностей этих эффектов.

И те, и другие включают модели результативности, модели ресурсоемкости и модели оперативности.

Для того, чтобы продемонстрировать сущность подхода к оцениванию качества ТП с помощью аппроксимирующих моделей, рассмотрим ТП, включающий k технологических операций, выполняемых последовательно. Графовая модель ТП показана на рис. 1. На нем вершины с номерами $1 \dots k$ обозначают ТлОп, а вершины с номерами s и t — соответственно состояния ТП в момент его начала и окончания.



Рис. 1. Графовая модель ТП.

Цель ТП — подтвердить, что в испытываемом техническом устройстве (ТУ), включающем k составных частей, нет отказавших СЧ.

Цель s -й ТлОп — подтвердить, что испытываемая s -я СЧ работоспособна или, в противном случае, устранить отказ СЧ.

При выполнении любой ТлОп тратятся деньги и время.

Обозначим $\hat{N}_{1 \dots k}$ — количество СЧ, неработоспособных к концу ТП; $\hat{C}_{1 \dots k}$ — количество денег, затраченных на ТП; $\hat{T}_{1 \dots k}$ — длительность ТП.

Все это — виртуальные эффекты ТП:

$$\hat{e}_1^d = \hat{N}_{1 \dots k}, \quad \hat{e}_2^d = \hat{C}_{1 \dots k}, \quad \hat{e}_3^d = \hat{T}_{1 \dots k}.$$

Пусть граничные эффекты ТП равны соответственно:

$$e_1^t = 0, \quad e_2^t = C, \quad e_3^t = T.$$

Тогда, считая, что виртуальные эффекты — величины стохастически независимые, запишем функциональные модели ТП в следующем виде, соответствующем модели (1).

3.1. Модели виртуальных эффектов ТП

Модели виртуальных эффектов ТП имеют вид (3):

$$\left. \begin{aligned} \hat{N}_{1\dots k} &= \max \{ \hat{N}_s : s = \overline{1, k} \}, \\ \hat{C}_{1\dots k} &= \sum_{s=1}^k \hat{C}_s, \\ \hat{T}_{1\dots k} &= \sum_{s=1}^k \hat{T}_s. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь \hat{N}_s — число s -х СЧ, оставшихся неработоспособными к концу s -й ТлОп (очевидно, $\hat{N}_s \in \{0, 1\}$); \hat{C}_s — количество денег, истраченных на s -ю ТлОп; \hat{T}_s — количество времени, затраченного на s -ю ТлОп.

3.2. Модель показателя эффективности ТП

Модели показателя P_{pa} эффективности ТП имеет вид (4):

$$P_{pa} \stackrel{d}{=} F_{\hat{N}_{1\dots k}}(1) F_{\hat{C}_{1\dots k}}(C) F_{\hat{T}_{1\dots k}}(T). \quad (4)$$

Здесь и далее обозначено:

$F_{\hat{a}}(u)$ — значение в точке u функции распределения вероятностей слу-

чайной величины \hat{a} : $F_{\hat{a}}(u) \stackrel{d}{=} \Pr(\hat{a} < u)$;

$$R_{\hat{a}}(u) = 1 - F_{\hat{a}}(u);$$

$$F_{\hat{N}_{1\dots k}}(1) \stackrel{d}{=} \Pr(\hat{N}_{1\dots k} < 1); F_{\hat{C}_{1\dots k}}(C) \stackrel{d}{=} \Pr(\hat{C}_{1\dots k} < C); F_{\hat{T}_{1\dots k}}(T) \stackrel{d}{=} \Pr(\hat{T}_{1\dots k} < T).$$

В соответствии с моделью (3) запишем:

$$\left. \begin{aligned} F_{\hat{N}_{1\dots k}}(1) &= \prod_{s=1}^k F_{\hat{N}_s}(1), \\ F_{\hat{C}_{1\dots k}}(C) &= \overset{*}{\underset{s=1}{\prod}} F_{\hat{C}_s}(C), \\ F_{\hat{T}_{1\dots k}}(T) &= \overset{*}{\underset{s=1}{\prod}} F_{\hat{T}_s}(T). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В (5) обозначено: * — знак композиции соответствующих функций распределения вероятностей.

Функции $F_{\hat{N}_s}, F_{\hat{C}_s}, F_{\hat{T}_s}$ являются точными функциональными моделями показателей результативности, ресурсоемкости и оперативности s -й ТлОп соответственно. Для их получения рассмотрим графовые и функциональные модели s -й ТлОп.

Пусть при выполнении технологической операции возможны прерывание из-за возникновения непланового (нештатного) состояния технического устройства (ТУ), выполнение других технологических операций для ликвидации нештатного состояния и завершения прерванной технологической операции, — в таком случае ее графовая модель представляет собой бинарное дерево. Его вид зависит от того, сколько прерываний технологической операции может иметь место при ее реализации.

На рис. 2а показано 1-дерево, описывающее технологическую операцию по проверке работоспособности составной части ТУ. При ее выполнении возможно не более одного прерывания из-за обнаружения отказа. У ребер дерева указаны их номера 1...3. На рис. 2б показано n -дерево, моделирующее технологическую операцию, при выполнении которой возможно не более n прерываний. Как свидетельствует практика, число n — величина конечная. На рис. 2а и 2б обозначено: 1_0 — состояние начала технологической операции; 2_0 — состояние окончания технологической операции без прерывания; 3_{i-1} — состояние i -го прерывания; 1_i — состояние начала технологической операции после i -го прерывания; 2_i — состояние окончания технологической операции после i -го прерывания. Ребро $(3_{i-1}, 1_i)$ обозначает технологическую операцию по диагностированию и восстановлению составной части ТУ после i -го прерывания. Ребро $(1_i, 2_i)$ обозначает выполнение технологической операции после i -го прерывания до завершения. Ребро $(1_0, 2_0)$ обозначает выполнение технологической операции без прерываний. Ветви деревьев помечены у концевых вершин стохастическими индикаторами \hat{w}_{i_s} реализации соответствующей последовательности технологических операций: она реализуется, если помечающий ребро стохастический индикатор равен 1. При этом \hat{w}_{i_s} равен 1, если после начала s -й ТлОп возникло ровно i прерываний, и равен 0, если не возникло: $i = \overline{0, n}$.

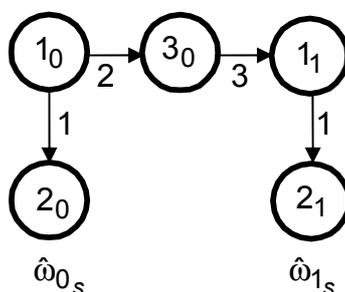


Рис. 2а. Графовая модель ТлОп в виде 1-дерева: не более 1 прерывания.

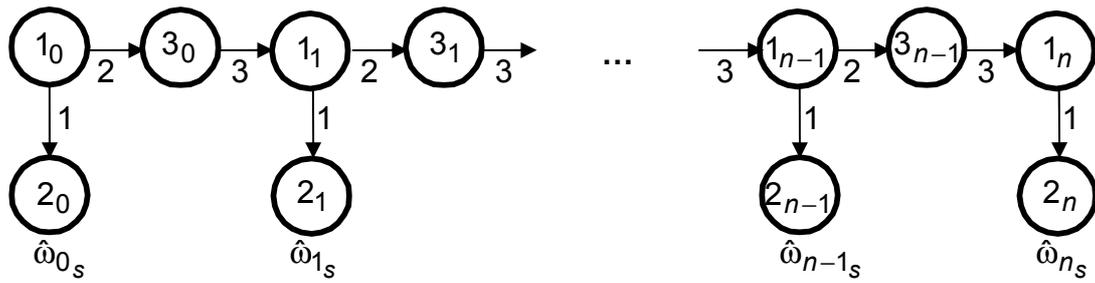


Рис. 2б. Графовая модель ТлОп в виде n -дерева: не более n прерываний.

Приведем функциональные модели s -й ТлОп. Будем считать, что каждая из k технологических операций выполняется для проверки работоспособности соответствующей составной части технического устройства. При проверке возможны ошибки α (ложное забракование) и β (пропуск брака). Целевым эффектом s -й технологической операции является число \hat{N}_s « s -х составных частей» ТУ, оставшихся неработоспособными к концу технологической операции. Эффектом ресурсоемкости — затраты \hat{C}_s денег на ее выполнение. Эффектом оперативности — затраты \hat{T}_s времени на ее выполнение. Значения эффектов подсчитываются в соответствии с графовой моделью технологической операции. Они зависят от того, была ли s -я составная часть ТУ работоспособна до начала технологической операции; от возможности ошибок α и β ; от значений эффектов, соответствующих ребрам графовой модели.

Введем обозначения.

$\hat{\omega}_s$, $\hat{\omega}_{\alpha_s}$ и $\hat{\omega}_{\beta_s}$ — стохастические индикаторы [6], принимающие значение 1, если, соответственно, до начала s -й технологической операции проверяемая составная часть ТУ неработоспособна ($\hat{\omega}_s = 1$), если при выполнении s -й технологической операции появляется ошибка α ($\hat{\omega}_{\alpha_s} = 1$) и если при выполнении s -й технологической операции появляется ошибка β ($\hat{\omega}_{\beta_s} = 1$); в иных случаях они принимают значение 0.

p_s, p_{α_s} и p_{β_s} — вероятности того, что, соответственно, $\hat{\omega}_s = 0$, $\hat{\omega}_{\alpha_s} = 0$ и $\hat{\omega}_{\beta_s} = 0$.

\hat{c}_{s_i} и \hat{t}_{s_i} — затраты, соответственно, денег и времени на выполнение технологической операции, соответствующей i -у ребру графа, моделирующего s -ю технологическую операцию, $i = \overline{1, 3}$.

3.3. Модели виртуальных эффектов s -й ТлОп

Примем далее, что при любых ТлОп дефекты в ТУ не вносятся.

Приведем точные модели s -й ТлОп, соответствующие n -дереву.

Модели \hat{N}_s и $F_{\hat{N}_s}$ результативности.

Если $\hat{\omega}_s = 1$, то

$$\hat{N}_s = \begin{cases} 1, \text{ если при } \hat{\omega}_{i_s} = 1 \text{ ровно } i \text{ раз будет сделана ошибка } \alpha (\hat{\omega}_{\alpha_s} = 1), \\ \text{после чего, } i+1\text{-й} \\ \text{раз, будет сделана ошибка } \beta (\hat{\omega}_{\beta_s} = 1), i = \overline{0, n}; \\ 0, \text{ в других случаях} \end{cases}$$

Если $\hat{\omega}_s = 0$, то $\hat{N}_s = 0$.

$$F_{\hat{N}_s}(1) = p_s + q_s(1 - q_{s_n}), \text{ где}$$

$q_s = 1 - p_s$; q_{s_n} — вероятность того, что к концу s -й ТлОп, соответствующей n -дереву, s -я СЧ останется неработоспособна.

$$q_{s_n} = q_{\beta_s} \sum_{i=0}^n pr_{i_s} q_{\alpha_s}^i, \quad n \geq 1,$$

где $pr_{i_s} \stackrel{d}{=} \Pr(\hat{\omega}_{i_s} = 1) \stackrel{d}{=} \Pr(\hat{m}_s = i)$, \hat{m}_s — число прерываний s -й ТлОп.

На рис. 3 показан график функции $F_{\hat{m}_s}$.

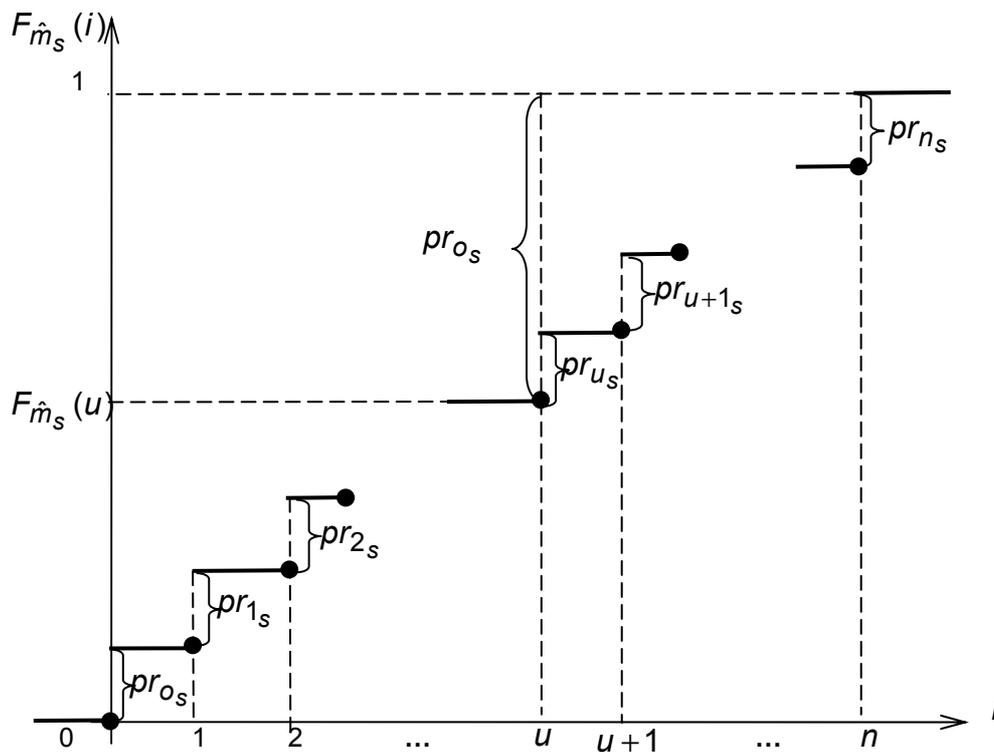


Рис. 3. График функции $F_{\hat{m}_s}$.

Модели \hat{C}_s и $F_{\hat{C}_s}$ ресурсоемкости.

$$\hat{C}_s = \sum_{i=0}^n [\hat{\omega}_{i_s} (\hat{c}_{s1} + i \hat{c}_{s2,3})],$$

где $\hat{c}_{s2,3} \stackrel{d}{=} \hat{c}_{s2} + \hat{c}_{s3}$.

$$F_{\hat{C}_s}(C) = pr_{0_s} F_{\hat{C}_{s1}}(C) + \sum_{i=1}^n \left\{ pr_{i_s} \left[F_{\hat{C}_{s1}}(C) * F_{i\hat{C}_{s2,3}}(C) \right] \right\},$$

$$F_{i\hat{C}_{s2,3}}(C) \stackrel{d}{=} *_{j=1}^i F_{\hat{C}_{2,3}}(C), \quad F_{\hat{C}_{2,3}}(C) = F_{\hat{C}_2}(C) * F_{\hat{C}_3}(C).$$

Модели \hat{T}_s и $F_{\hat{T}_s}$ оперативности.

$$\hat{T}_s = \sum_{i=0}^n [\hat{\omega}_{i_s} (\hat{t}_{s1} + i\hat{t}_{s2,3})],$$

где $\hat{t}_{s2,3} \stackrel{d}{=} \hat{t}_{s2} + \hat{t}_{s3}$.

$$F_{\hat{T}_s}(T) = pr_{0_s} F_{\hat{t}_{s1}}(T) + \sum_{i=1}^n \left\{ pr_{i_s} \left[F_{\hat{t}_{s1}}(T) * F_{i\hat{t}_{s2,3}}(T) \right] \right\},$$

$$F_{i\hat{t}_{s2,3}}(T) \stackrel{d}{=} *_{j=1}^i F_{\hat{t}_{2,3}}(T), \quad F_{\hat{t}_{2,3}}(T) = F_{\hat{t}_2}(T) * F_{\hat{t}_3}(T).$$

Приведем аппроксимирующие модели s -й ТлОп.

Примем, что исходная графическая модель s -й ТлОп (n -дерево) заменяется более простой аппроксимирующей графовой моделью (u -деревом), включающей ветви n -дерева, с 0-й по u -ю. Аппроксимирующая модель показана на рис. 4. На u -дереве показан новый индикатор $\hat{\omega}_{u_s}$:

$$\Pr(\hat{\omega}_{u_s} = 1) = \sum_{i=u}^n pr_{i_s} = R_{\hat{m}_s}(u).$$

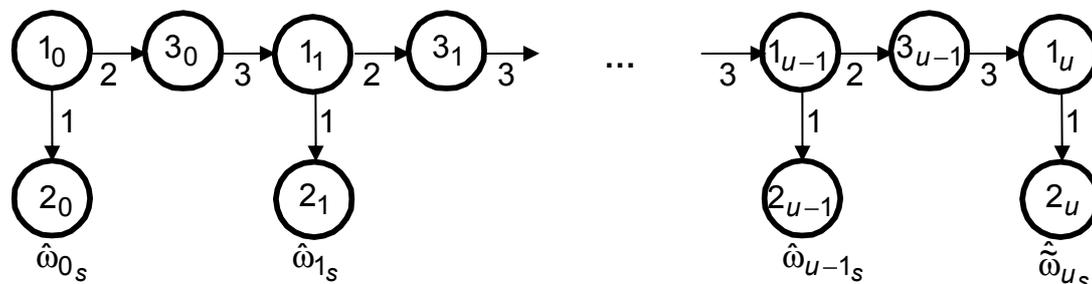


Рис. 4. Аппроксимирующая графовая модель ТлОп в виде u -дерева.

Приведем аппроксимирующие функциональные модели, соответствующие u -дереву, и оценки погрешностей аппроксимирующих моделей.

Модели результативности.

$$q_{s_u} = q_{\beta_s} \left(\sum_{i=0}^{u-1} pr_{i_s} q_{\alpha_s}^i + \tilde{p}r_{u_s} q_{\alpha_s}^u \right),$$

где $\tilde{p}r_{u_s} \stackrel{d}{=} \Pr(\hat{\omega}_{u_s} = 1) = R_{\hat{m}_s}(u)$.

Очевидно, что

$$q_{s_u} - \overline{\Delta q}_{s_{nu}} \leq q_{s_n} \leq q_{s_u},$$

где $\overline{\Delta q}_{s_{nu}} = q_{\beta_s} q_{\alpha_s}^u R_{\hat{m}_s}(u+1)$.

$$\text{Пусть } \tilde{q}_{s_u} = q_{s_u} - \overline{\Delta q}_{s_{nu}},$$

тогда аппроксимирующая функциональная модель $\tilde{F}_{\hat{N}_s}$ показателя результативности s -й ТлОп будет иметь вид:

$$\tilde{F}_{\hat{N}_s}(1) = p_s + q_s(1 - \tilde{q}_{s_u}).$$

Очевидно, что

$$\tilde{F}_{\hat{N}_s}(1) - \varepsilon_{1_s} \leq F_{\hat{N}_s}(1) \leq \tilde{F}_{\hat{N}_s}(1), \quad 0 \leq \tilde{F}_{\hat{N}_s}(1) - F_{\hat{N}_s}(1) \leq \varepsilon_{1_s}, \quad \text{где}$$

$$\varepsilon_{1_s} \stackrel{d}{=} q_s q_{\beta_s} q_{\alpha_s}^u R_{\hat{m}_s}(u+1) \geq 0.$$

Как видно, ε_{1_s} — оценка погрешности аппроксимирующей модели результативности s -й ТлОп.

Модель ресурсоемкости.

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{\hat{C}_s}(C) = & pr_{0_s} F_{\hat{c}_{s1}}(C) + \sum_{i=1}^{u-1} \left\{ pr_{i_s} \left[F_{\hat{c}_{s1}}(C) * F_{i\hat{c}_{s2,3}}(C) \right] \right\} + \\ & + \tilde{p}r_{u_s} \left[F_{\hat{c}_{s1}}(C) * F_{u\hat{c}_{s2,3}}(C) \right]. \end{aligned}$$

Так как

$$F_{i\hat{c}_{s2,3}}(x) \leq F_{u\hat{c}_{s2,3}}(x), \quad i \geq n, \quad \text{то}$$

$$\tilde{F}_{\hat{C}_s}(C) \geq F_{\hat{C}_s}(C).$$

Здесь $\tilde{F}_{\hat{C}_s}(C)$ — аппроксимирующая функциональная модель показателя ресурсоемкости s -й ТлОп.

Очевидно, что

$$0 \leq \tilde{F}_{\hat{C}_s}(C) - F_{\hat{C}_s}(C) \leq \varepsilon_{2_s},$$

где $\varepsilon_{2_s} \stackrel{d}{=} F_{\hat{c}_{s1}}(C) R_{\hat{m}_s}(u+1) \geq 0$.

Как видно, ε_{2_s} — оценка погрешности аппроксимирующей модели ресурсоемкости s -й ТлОп.

Модель оперативности.

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{\hat{T}_s}(T) = & pr_{0_s} F_{\hat{t}_{s1}}(T) + \sum_{i=1}^{u-1} \left\{ pr_{i_s} \left[F_{\hat{t}_{s1}}(T) * F_{i\hat{t}_{s2,3}}(T) \right] \right\} + \\ & + \tilde{p}r_{u_s} \left[F_{\hat{t}_{s1}}(T) * F_{u\hat{t}_{s2,3}}(T) \right]. \end{aligned}$$

Так как $F_{i\hat{t}_{s2,3}}(x) \leq F_{u\hat{t}_{s2,3}}(x), \quad i \geq u, \quad \text{то}$

$$\tilde{F}_{\hat{T}_s}(T) \geq F_{\hat{T}_s}(T).$$

$\tilde{F}_{T_s}(T)$ — аппроксимирующая функциональная модель показателя оперативности s -й ТлОп.

Нетрудно показать, что $0 \leq \tilde{F}_{T_s}(T) - F_{T_s}(T) \leq \varepsilon_{3_s}$,

где $\varepsilon_{3_s} \stackrel{d}{=} F_{\hat{\tau}_{s1}}(T) R_{\hat{m}_s}(u+1) \geq 0$.

Как видно, ε_{3_s} — оценка погрешности аппроксимирующей модели оперативности s -й ТлОп.

Аппроксимирующие модели $\tilde{F}_{\hat{N}_{1\dots k}}(1)$, $\tilde{F}_{\hat{C}_{1\dots k}}(C)$ и $\tilde{F}_{\hat{T}_{1\dots k}}(T)$ ТП разрабатываются на основе аппроксимирующих моделей s -й ТлОп, $s = \overline{1, k}$, в соответствии с (5). Показатель \tilde{P}_{pa} эффективности ТП будет иметь следующий вид:

$$\tilde{P}_{pa} = \tilde{F}_{\hat{N}_{1\dots k}}(1) \tilde{F}_{\hat{C}_{1\dots k}}(C) \tilde{F}_{\hat{T}_{1\dots k}}(T).$$

При этом, как показано в [5], оценка погрешности ε аппроксимирующей модели ТП имеет вид:

$$\varepsilon = \sum_{s=1}^k (\varepsilon_{1_s} + \varepsilon_{2_s} + \varepsilon_{3_s}).$$

Таким образом, $\tilde{P}_{pa} - \varepsilon \leq P_{pa} \leq \tilde{P}_{pa}$.

4. Заключение

Изложенный метод оценивания качества технологических процессов с помощью аппроксимирующих вероятностных моделей позволяет получить приближенное значение показателя эффективности ТП и оценить границы интервала, содержащего его точное значение. Разработанные аппроксимирующие модели ТП позволяют корректно поставить и решить обратную задачу: по величине $\bar{\varepsilon}$ допустимой погрешности аппроксимирующей модели ТП рассчитать величины $\bar{\varepsilon}_{1_s}$, $\bar{\varepsilon}_{2_s}$, $\bar{\varepsilon}_{3_s}$ допустимых погрешностей и число u — размер аппроксимирующих моделей s -й ТлОп, $s = \overline{1, k}$.

Литература

1. Harold O. Fried et al. The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications. Oxford: Oxford Univ. Press, 1993. 426 p.
2. Robert S. Franz. X-Efficiency: Theory, Evidence and Applications. N.-H.: Kluwer Academic Pub., 1997. 317 p.
3. Петухов Г. Б. Основы теории эффективности целенаправленных процессов. Ч. 1. Методология, методы, модели. М.: МО СССР, 1989. 660 с.
4. Лысенко И. В. Оценивание эффективности функционирования человеко-машинных систем: вероятностный подход // Труды СПИИРАН. Вып. 1, том 1. СПб.: СПИИРАН, 2002. С. 49–64.
5. Лысенко И. В. Анализ и синтез сложных технических систем. Часть 2. Основы теории обобщенных рядов Грама-Шарлье и ее применение: Анализ и синтез сложных технологических систем. М.: Воениздат, 1995. 260 с.
6. Петухов Г. Б., Белоконь Н. К. Методы теории стохастической индикации в исследовании операций и прикладной кибернетике. М.: МО СССР, 1987. 191 с.