МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ЗЕРКАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

О. И. Смоктий, А. С. Аниконов

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН
199178, Санкт-Петербург, 14 линия ВО, д. 39
<soi@iias.spb.su>

УДК 528.8
О. И. Смоктий, А. С. Аниконов. **Моделирование полей поляризованного излучения природной среды на основе принципа зеркальной симметрии** // Труды СПИИРАН, Вып. 2, т. 2. — СПб.: Наука, 2005.
Аннотация. *Рассмотрена проблема обобщения локальных свойств зеркальной симметрии элементарного процесса рассеяния поляризованного излучения на уровень процессов многократного рассеяния в плоском однородном слое конечной оптической толщины. Введены новые понятия в классическую теорию переноса поляризованного излучения — единая поляриметрическая функция и поляриметрические инварианты. Как пример их использования рассмотрено поле поляризованного излучения системы «атмосфера-подстилающая поверхность».* — Библ. 29 назв.

UDC 528.8
O. I. Smokty, A. C. Anikonov. **Modeling of environment polarized radiation fields on the basis of mirror symmetry principle** // SPIIRAS Proceedings. Issue 2, vol. 2. — SPb.: Nauka, 2005.
Abstract. *Generalization problems of local mirror properties for primary polarized light scattering of level of multiple light scattering in a uniform slab of final optical thickness is considered. New conceptions of classical radiative transfer theory — polarimetric unified function and polarimetric invariants are introduced. As example the polarized radiation field of system “atmosphere – underlying surface” is considered.* — Bibl. 29 items.

1. Введение

За последние годы интенсивное развитие получила теория переноса поляризованного излучения, являющаяся основой интерпретации спектрополяриметрических данных, получаемых при дистанционном зондировании атмосферы Земли и планет из космоса. При этом в рамках теоретических исследований полей поляризованного излучения и их практических приложений развиты как аналитические методы, так и разнообразные численные методы, включая метод Монте-Карло [1–19].

Однако ряд важных и принципиальных проблем, связанных с проблемой пространственно-угловой симметрии полей поляризованного излучения системы "атмосфера – подстилающая поверхность" до сих пор не исследован. В настоящей работе рассмотрена проблема зеркальной пространственно-угловой симметрии элементарного процесса однократного рассеяния поляризованного излучения относительно горизонтальной плоскости и адекватная постановка этой проблемы на уровне процессов многократного рассеяния в указанной выше системе. Существенно, что при этом речь идет не только о зеркальной симметрии оптических уровней и направлений визирования, но также и о зеркальной симметрии состояний поляризации рассеянного излучения. В классической теории переноса поляризованного света этот вопрос совершенно не рассматривался. Внешние источники излучения в реальных условиях решения краевых задач теории переноса излучения обычно расположены асимметрично (например, положение Солнца). Как следствие, упомянутые свойства зеркальной симметрии скрыты и не находят своего явного и адекватного рассмотрения в классической теории многократного рассеяния света. Поэтому классическое представление характеристик поля излучения в проблеме многократного рассеяния поляризованного излучения в однородном плоском слое конечной оптической толщины основано на использовании двух базисных функций: матричных функций отражения $\hat{\mathfrak{R}}$ и пропускания $\hat{T}$, функций Амбарцумяна-Чандрасекара $\hat{\varphi}_i^m$ и $\hat{\psi}_i^m$, а также $\hat{X}$ и $\hat{Y}$ — функций Чандрасекара и т.д.

Совершенно очевидно, что при зеркальной симметрии внешних источников излучения относительно середины плоского однородного слоя должна определенным образом проявляться зеркальная симметрия процессов многократного рассеяния поляризованного света на любых произвольных (симметричных относительно середины) уровнях этого слоя, включая внешние границы среды. При этом аналогичное свойство зеркальной симметрии для элементарного (однократного) процесса рассеяния является первичным и фундаментальным [20–21]. Такой искусственный физический прием позволяет "проявить" скрытые свойства пространственно-угловой симметрии поля излучения в плоском однородном слое, которые обусловлены именно зеркальной симметрией элементарных процессов однократного рассеяния и оптической однородностью рассеивающей и поглощающей среды. Разумеется, аналогично скалярному случаю [22] указанное "проявление" имеет детерминированный характер, отражающий глубинные свойства зеркальной симметрии однородного плоского слоя на любых симметричных уровнях относительно его середины, и может быть продемонстрировано на основе общего принципа зеркальной симметрии полей поляризованного излучения (О. И. Смоктий, см. настоящий сборник).

Подчеркнем, что в частном случае диффузного отражения и пропускания поляризованного света плоским однородным слоем конечной оптической толщины, именно указанный выше искусственный прием симметризации внешних источников излучения дал возможность описать поле излучения, выходящего из среды, с помощью только одной, а не двух функций [23]. Если эта функция известна, без труда на основе элементарных линейных преобразований находятся и искомые матричные функции отражения $\hat{\mathfrak{R}}$ и пропускания $\hat{T}$. Принципиальное значение играют здесь свойства угловой симметрии упомянутых функций, выражающие фундаментальный физический "принцип обратимости" для оптических явлений в природных средах [24].

В настоящей работе показано, что учет зеркальной симметрии элементарных процессов рассеяния поляризованного света в условиях оптической однородности плоского слоя позволяет описать поле многократно рассеянного поляризованного излучения этого слоя также единой функцией, являющейся его объективной характеристикой. Здесь аналогично скалярному принципиальное значение имеют свойства угловой симметрии искомых векторов Стокса (для зеркально симметричных относительно середины слоя уровней и направлений визирования), знание которых позволяет простым образом выразить их через упомянутую единую функцию поляризованного поля.

Кроме того, рассматриваются следствия введения в теорию переноса излучения новых объектов — поляриметрических инвариантов поля излучения, являющихся естественными и основными компонентами единой поляриметрической функции. В этом случае основная краевая задача теории переноса поляризованного излучения в однородном плоском слое переписывается в терминах поляриметрических инвариантов и обсуждаются следствия такой модификации. Для различных конкретных задач теории переноса излучения дано применение введенных поляриметрических инвариантов. Показана эффективность их использования для теоретического описания поля многократно рассеянного поляризованного излучения в системе «атмосфера-подстилающая поверхность».

Более детальное рассмотрение проблем пространственно-угловой (зеркальной) симметрии многократно рассеянного поляризованного излучения в плоском однородном слое конечной оптической толщины, дано авторами в работах [25–28], (см. также [29]).

Заметим также, что аналогично скалярному случаю поляриметрические инварианты поля поляризованного излучения, введенные на симметричных относительно середины слоя уровнях однородного плоского слоя, обладают также пространственно-угловой зеркальной симметрией на произвольных несимметричных относительно середины этого слоя уровнях. Это является следствием более общего свойства инвариантности для полей поляризованного излучения относительно группы линейных преобразований типа пространственного сдвига и вращения.

2. Единая поляриметрическая функция поля излучения

В рамках моделирования полей поляризованного излучения системы "атмосфера-подстилающая поверхность" рассмотрим однородный плоский слой конечной оптической толщины τ_0, элементарный процесс рассеяния поляризованного излучения в котором будем характеризовать фазовой матрицей $\hat{p}(\eta', \eta'', \varphi' - \varphi'')$ и альбедо однократного рассеяния Λ.

Пусть на верхнюю границу такой среды под углом $\arccos \zeta$ к внутренней нормали и азимуте φ_0 падают параллельные солнечные лучи, характеризуемые вектор-потоком $\pi \hat{S}_\lambda$ (в дальнейшем индекс длины волны λ будем опускать). Первый элемент этого вектора определяет монохроматическую освещенность перпендикулярной к лучам площадки в скалярной теории переноса [1–2].

Обозначим через $\hat{I}(\tau, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0, \tau_0)$ вектор Стокса, характеризующий поляризованное излучение, идущее на оптической глубине τ под углом $\arccos \eta$, отсчитываемого от внутренней нормали, и азимуте φ (рис. 1).

На нижней границе плоского однородного слоя при $\tau = \tau_0$ может располагаться произвольное горизонтально-однородное отражающее дно с соответствующими спектрополяриметрическими характеристиками.

Задачу отыскания вектора Стокса $\hat{I}$ при сформулированных выше условиях будем называть основной. Рассмотрим сначала основную задачу при отсутствии отражающего дна. Тогда, величина $\hat{I}$ является решением следующей краевой задачи:

$$\eta \frac{\partial \hat{I}(\tau, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0, \tau_0)}{\partial \tau} + \hat{I}(\tau, \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0, \tau) =$$
$$= \frac{\Lambda}{4} \hat{p}(\eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) \hat{S} e^{-\frac{\tau}{\zeta}} + \frac{\Lambda}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^{1} \hat{p}(\eta, \eta', \varphi - \varphi') \hat{I}(\tau, \eta', \zeta, \varphi' - \varphi_0, \tau_0) d\eta' \quad (1)$$

при граничных условиях

$$\hat{I}(0,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\hat{I}(\tau_0,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\equiv 0,\quad \eta>0. \tag{2}$$

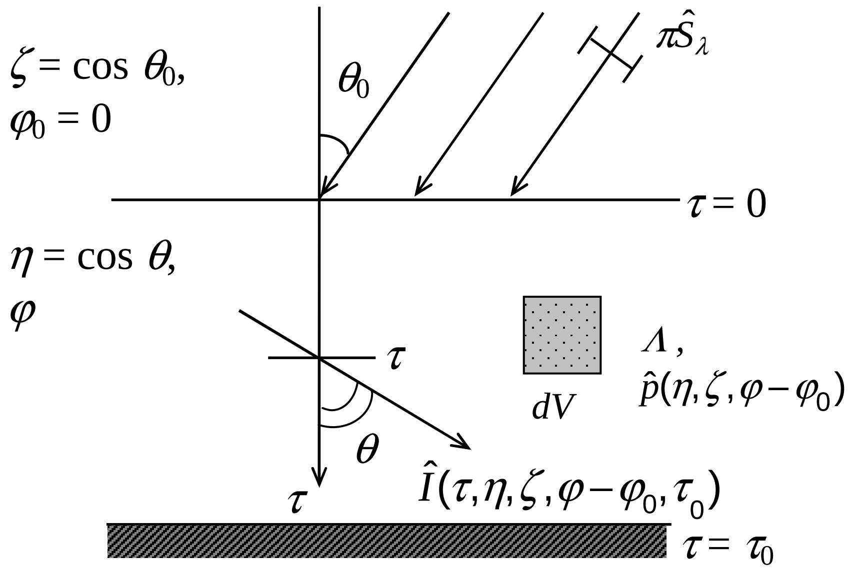

Рис. 1. Геометрия переноса поляризованного излучения в плоском однородном слое конечной оптической толщины τ_0.

Будем считать, что рассеивающие частицы случайно ориентированы в пространстве и каждая из них имеет плоскость симметрии или свою «зеркальную» частицу. В этом случае фазовая матрица $\hat{Z}$ обладает следующими свойствами угловой симметрии:

$$\hat{p}(\eta',\eta'',\varphi'-\varphi'')=\hat{R}\cdot\hat{Z}(\eta',\eta'',\varphi''-\varphi')\hat{R}\,, \tag{3}$$

$$\hat{p}(\eta',\eta'',\varphi'-\varphi'')=\hat{R}\cdot\hat{Z}(-\eta',-\eta'',\varphi'-\varphi'')\hat{R}\,, \tag{4}$$

где диагональная матрица $\hat{R}=diag(1,1,-1,-1)$.

Из (3) и (4) следует равенство

$$\hat{p}(\eta',\eta'',\varphi'-\varphi'')=\hat{p}(-\eta',-\eta'',\varphi''-\varphi'). \tag{5}$$

Этим равенством выражается основное свойство пространственно-угловой (зеркальной) симметрии элементарного процесса (однократного) рассеяния поляризованного излучения относительно горизонтальной плоскости.

Поставленная выше проблема состоит в адекватном обобщении указанного основного свойства (5) для процессов многократного рассеяния поляризованного излучения на любом уровне в однородном плоском слое. Для этого, как уже отмечалось во введении, используем прием симметризации внешних источников излучения и рассмотрим также симметризованную задачу, в которой однородный плоский слой освещается не только сверху (на границе $\tau_0=0$), но и снизу, зеркально симметричным (относительно середины слоя $\tau=\frac{\tau_0}{2}$) внешним источником излучения (рис. 2). В дальнейшем под зеркальной симметрией векторов Стокса будем подразумевать зеркальную симметрию не только на-

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

правлений излучения, но и состояний поляризации излучения. На рис. 3 представлены вектор Стокса $\hat{A}$ и зеркально симметричный ему вектор Стокса $\hat{A}^*$ относительно горизонтальной плоскости XOY) [20–21].

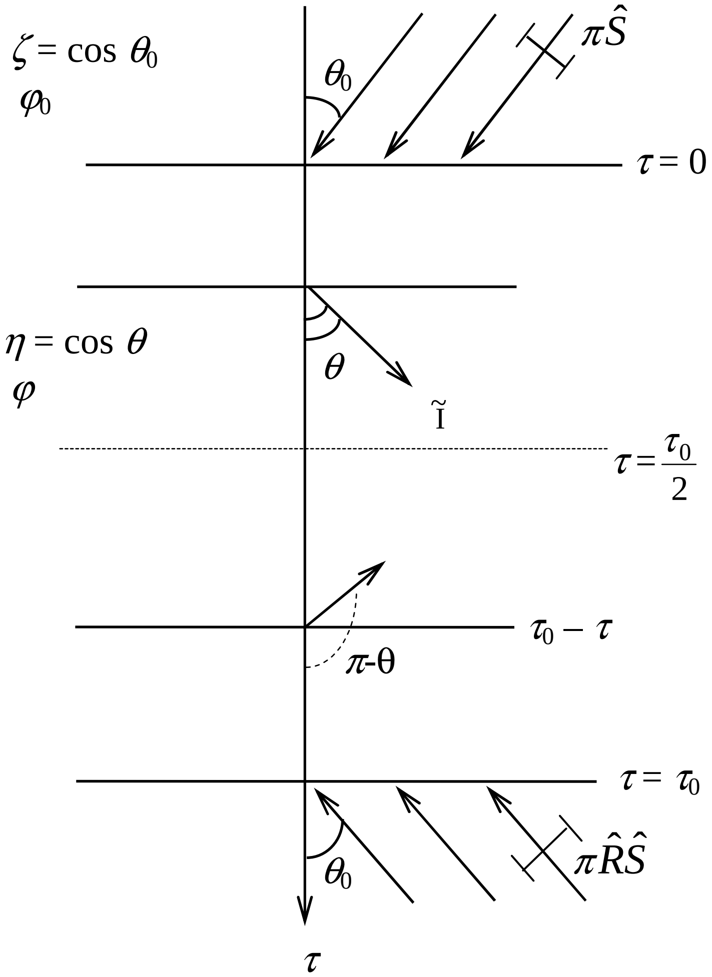

Рис. 2. Симметризованная по основным источникам излучения задача переноса поляризованного излучения в плоском однородном слое конечной оптической толщины τ_0.

Из рис. 3 следует, что зеркальная симметрия (относительно горизонтальной плоскости) двух векторов Стокса: исходного $\hat{A} = \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}$ и зеркального $\hat{A}^* = \begin{pmatrix} I^* \\ Q^* \\ U^* \\ V^* \end{pmatrix}$

означает, что:

1. $I^* = I$ — сохранение полной амплитуды колебаний электрического вектора;
2. $Q^* = Q$ — сохранение степени поляризации;
3. $U^* = U$ — противоположные направления вращения электрического вектора;
4. $V^* = V$ — смежные углы $\chi' = \pi - \chi$, характеризующие ориентацию эллипса поляризации.

Математически эти четыре условия выражаются матричным оператором преобразования $\hat{R}$, определенным формулой (5), именно:

$$\hat{A}^* = \hat{R} \cdot \hat{A}. \tag{6}$$

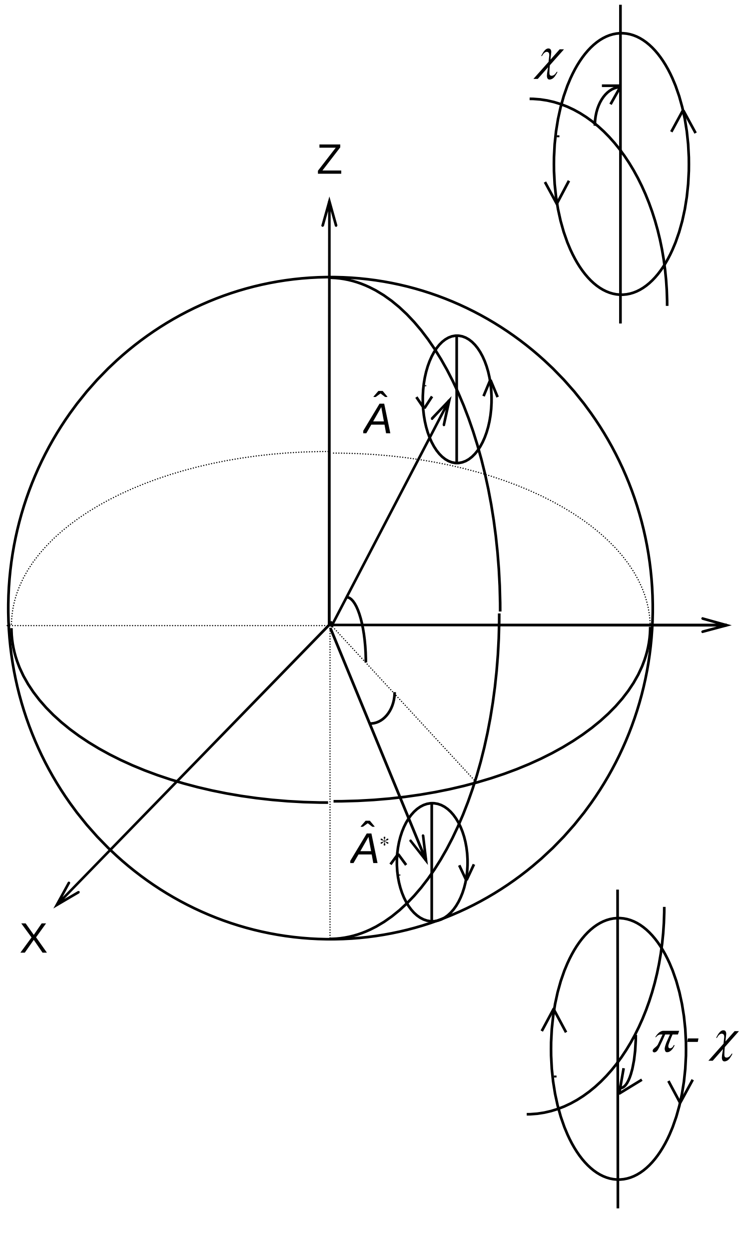

Рис. 3. Геометрия зеркальной симметрии исходного вектора Стокса $\hat{A}^*$ относительно горизонтальной плоскости XOY.

Вернемся теперь к симметризованной задаче, сформулированной выше. Обозначим через $\hat{J}$ вектор Стокса для такой задачи. Ясно, что решение симметризованной задачи $\hat{J}$ выражается через решение основной задачи $\hat{I}$. Это позволит нам получить новое интегральное уравнение для $\hat{I}$ и сформулировать новые понятия теории переноса поляризованного излучения, связанные с единой поляриметрической функцией и поляриметрическими инвариантами. Именно, в силу зеркальной симметрии элементарных процессов рассеяния и

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

оптической однородности плоского слоя, справедливо следующее физически очевидное фундаментальное свойство поляриметрической пространственно-угловой симметрии, отражающее зеркальную симметрию процессов многократного рассеяния света в рассматриваемой задаче: в симметризованной задаче для симметричных относительно середины слоя $\tau = \frac{\tau_0}{2}$ оптических глубин τ и $(\tau_0 - \tau)$ угловые распределения и состояния поляризации излучения являются зеркально симметричными относительно срединной горизонтальной плоскости (на уровне $\tau = \frac{\tau_0}{2}$). В силу определения (6) это значит, что справедливо соотношение:

$$\hat{J}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0) = \hat{R}\cdot\hat{J}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\,, \tag{7}$$

$$\tau\in[0,\tau_0],\quad \eta\in[-1,1],\quad \zeta\in[0,1],\quad \varphi,\varphi_0\in[0,2\pi]\,. \tag{8}$$

Заметим, что из (1) в случае подсветки плоского однородного слоя снизу источником $\hat{R}\hat{S}$ легко получить для соответствующего решения краевой задачи $\hat{I}^*$ следующее представление:

$$\hat{I}^*(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0) = \hat{R}\cdot\hat{I}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\,. \tag{9}$$

Поэтому для симметризованной основной задачи в силу ее линейности имеем:

$$\hat{J}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0) = \hat{I}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0) + \hat{R}\cdot\hat{I}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\,. \tag{10}$$

Мы видим, что соотношение (8), написанное из физических соображений, следует также и из выражения (10) для $\hat{J}$ в терминах решения основной задачи ($\hat{I}$).

Таким образом, зеркальная симметрия элементарного процесса рассеяния поляризованного излучения, выражаемая равенством (6), получает свое адекватное описание на уровне процессов многократного рассеяния в указанной выше симметризованной задаче, а соответствующая математическая форма дается равенством (8).

Очевидно, что сформулированное выше фундаментальное свойство поляриметрической пространственно-угловой (зеркальной) симметрии инвариантно относительно добавления слоя оптической толщины $\Delta\tau$ (с теми же первичными оптическими характеристиками, что и у основного плоского слоя) к любой их границ среды. Считая $\Delta\tau \ll 1$ (что позволяет ограничиться однократным рассеянием в этом слое) и применяя свойство (8), после элементарных, но громоздких выкладок получаем следующее уравнение:

$$\zeta\hat{L}_+(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0) + \eta\hat{L}_-(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0) =$$

$$= \frac{\Lambda}{4\pi}\zeta\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_{-1}^{1}d\eta'\cdot\hat{p}(\eta,\eta',\varphi-\varphi_0)L_+(\tau,\eta',\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0) -$$

$$-\frac{\Lambda}{4\pi}\eta\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^{1}d\eta'\cdot\hat{L}_-(\tau,\eta,\eta',\varphi-\varphi_0)\times\left[\hat{p}(\eta',\zeta,\varphi'-\varphi_0) + \hat{R}\cdot\hat{p}(\eta',\zeta,\varphi'-\varphi_0)e^{-\frac{\tau_0}{\zeta}}\right] -$$

$$-\frac{\Lambda}{4\pi^2}\eta\zeta\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^{2\pi}d\varphi''\int_0^{1}d\eta'\int_0^{1}d\eta''\hat{L}_-(\tau,\eta,\eta'',\varphi-\varphi'',\tau_0)\hat{p}(\eta'',-\eta',\varphi''-\varphi')\times$$

$$\times\hat{R}\cdot\hat{L}_{+}(\tau_0,\eta',\zeta,\varphi'-\varphi_0,\zeta)+\hat{f}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\,, \tag{11}$$

где

$$\hat{f}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\frac{\Lambda}{4\pi}\hat{p}(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)\left[-e^{-\frac{\tau}{\zeta}}+e^{-\frac{\tau}{\eta}}\cdot\theta(\eta)-e^{-\frac{\tau_0-\tau}{\eta}}\cdot\theta(-\eta)e^{-\frac{\tau_0}{\zeta}}\right]+$$
$$\frac{\Lambda}{4\pi}\hat{R}\cdot\hat{p}(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)\cdot\left[e^{-\frac{\tau_0-\tau}{\zeta}}-e^{-\frac{\tau_0-\tau}{\eta}}\theta(-\eta)-e^{-\frac{\tau}{\eta}}\cdot\theta(\eta)e^{-\frac{\tau_0}{\zeta}}\right]-$$
$$\frac{\Lambda}{4\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^1 d\eta'\left[\hat{p}(\eta,\eta',\varphi-\varphi')e^{\frac{\tau_0-\tau}{\eta}}\cdot\theta(-\eta)+\hat{p}(\eta,-\eta',\varphi-\varphi')e^{\frac{\tau}{\eta}}\cdot\theta(\eta)\right]\hat{R}\cdot\hat{L}_{+}(\tau_0,-\eta',\zeta,\varphi'-\varphi_0,\tau_0) \tag{12}$$

В (11–12) использованы соотношения

$$\hat{I}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\zeta\hat{L}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\cdot\hat{S}\,, \tag{13}$$

$$\hat{L}_{\pm}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\pm\hat{L}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)+\hat{R}\cdot\hat{L}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\,, \tag{14}$$

$$\theta(\eta)=\begin{cases}1,\eta>0\\0,\eta\le 0\end{cases}. \tag{15}$$

В уравнениях (10–12) имеем $\tau\in[0,\tau_0]\cap\eta\in[-1,1]$, $\zeta\in[0,1]$, $\varphi,\varphi_0\in[0,2\pi]$.

Рассмотрим уравнения (11–12) подробно. Они характерны тем, что их правые части содержат линейные комбинации (типа сумм и разностей) характеристик поля излучения в основной задаче (матричные функции Стокса $\hat{L}$) для симметричных относительно середины слоя уровней и направлений, а левые части содержат их элементарную суперпозицию. Обозначим левую часть уравнения (11) следующим образом:

$$\begin{aligned}\hat{L}_{\Sigma}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)&=\zeta\hat{L}_{+}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)-\eta\hat{L}_{-}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\\&=(\zeta-\eta)\hat{L}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)+(\zeta+\eta)\hat{R}\hat{L}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0).\end{aligned} \tag{16}$$

Соотношение (16) определяет новое фотометрическое понятие в теории многократного рассеяния поляризованного света в однородном плоском слое, которое позволяет ввести новый объект теории переноса излучения — единую поляриметрическую матричную функцию поля излучения. Из определения (16) следует, что эта функция выражается как непосредственно в классических терминах исходной основной задачи (матричные функции Стокса $\hat{L}$, так и в новых терминах (матричные функции $\hat{L}_{\pm}$), определяемых формулой (14). Еще раз подчеркнем, что само существование введенного нового объекта теории переноса порождено фундаментальным свойством — зеркальной симметрией элементарного процесса рассеяния поляризованного излучения. Проявление этого свойства на уровне процессов многократного рассеяния в протяженной среде и демонстрирует, в частности, симметризованная задача. При этом единая поляриметрическая функция поля излучения в рамках соотношения (14) однозначно определена формулой (16).

Отметим важное свойство инвариантности матричных функций $\hat{L}_{\Sigma}$ и $\hat{L}_{\pm}$ относительно преобразований $\tau\to\tau_0-\tau\cap\eta\to-\eta$, которое очевидным образом следует из (14) и (16):

$$\hat{L}_{\Sigma}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\hat{R}\cdot\hat{L}_{\Sigma}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\,, \tag{17}$$

$$\hat{L}_{\pm}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\pm\hat{R}\cdot\hat{L}_{\pm}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\,. \qquad (18)$$

Поэтому в дальнейшем будем называть матричные функции $\hat{L}_{\pm}$ поляриметрическими инвариантами поля излучения, которые в силу (16) являются компонентами единой поляриметрической функции $\hat{L}_{\Sigma}$.

Из (17) и (18) следует, что новые матричные функции $\hat{L}_{\Sigma}$ и $\hat{L}_{\pm}$ можно рассматривать не в полной области изменения $\tau\in[0,\tau_0]$ и $\eta\in[-1,1]$, как это имеет место в исходной краевой задаче(1–2), а либо в $D_1=\{\tau\in[0,\tau_0]\cap\eta\in[-1,1]\}$, либо в $D_2=\left\{\tau\in[0,\frac{\tau_0}{2}]\cap\eta\in[-1,1]\right\}$. В дальнейшем выберем именно область D_1, чтобы вместо векторов Стокса $\hat{I}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)$ и $\hat{I}(\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)$, $(\eta>0)$, характеризующих нисходящие и восходящие поля поляризованного излучения на оптической глубине τ, можно было использовать обобщенные матричные функции пропускания и отражения $\hat{T}$ и $\hat{\Re}$, определенные формулами:

$$\begin{cases}\hat{I}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\zeta\hat{T}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\hat{S}\\ \hat{I}(\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\zeta\hat{\Re}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)\hat{S}\\ \tau\in[0,\tau_0]\cap\eta\in[0,1].\end{cases} \qquad (19)$$

Очевидно, что на границах среды при $\tau=0$ и $\tau=\tau_0$ величины $\hat{\Re}$ и $\hat{T}$ соответственно превращаются в классические матричные коэффициенты яркости $\hat{\rho}$ и $\hat{\sigma}$ однородного плоского слоя [1].

Таким образом, в упомянутой области D_1 из (13), (16) и (19) имеем:

$$\hat{L}_{\Sigma}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=(\zeta-\eta)\hat{T}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)+(\zeta+\eta)\hat{R}\cdot\hat{\Re}(\tau_0-\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0) \qquad (20)$$

Эта формула является основной при сведении исходной краевой задачи (1–2) к нахождению единой поляриметрической функции $\hat{L}_{\Sigma}$ поля излучения.

3. Световой режим в системе «атмосфера–подстилающая поверхность»

В качестве примера теоретического использования поляриметрических инвариантов рассмотрим классическую задачу о световом режиме системы "атмосфера–подстилающая поверхность". Нетрудно показать, аналогично скалярному случаю, задача о многократном рассеянии поляризованного излучения в системе "атмосфера – подстилающая поверхность" сводится к основной задаче, сформулированной в п.1, именно:

$$\hat{\hat{L}}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\hat{L}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)+\hat{L}_{пов}(-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)e^{\frac{\tau}{\eta}}\Theta(-\eta)+$$
$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^1\eta'd\eta'\,\hat{R}\cdot\hat{L}_{пов}(\tau_0-\tau,-\eta,\eta',\varphi-\varphi',\tau_0)\hat{R}\cdot\hat{L}_{пов}(\eta',\zeta,\varphi-\varphi_0)\,, \qquad (21)$$

где яркость подстилающей поверхности $\hat{L}_{пов}$ определяется следующим выражением:

$$\hat{L}_{пов}(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)=\frac{1}{2}e^{-\frac{\tau_0}{\zeta}}\cdot\hat{y}(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^1\eta' d\eta'\,\hat{y}(\eta,\eta',\zeta,\varphi-\varphi')\cdot\hat{\hat{L}}(\tau_0,\eta',\zeta,\varphi'-\varphi_0,\tau_0)\,. \qquad (22)$$

Здесь матричная функция $\hat{y}(\eta,\eta',\zeta,\varphi-\varphi')$ определяется законом отражения поляризованного излучения от подстилающей поверхности, а матричные функции $\hat{L}$ и $\hat{\hat{L}}$ определены формулой (13) для двух упомянутых задач соответственно, при этом символ $(-)$ относится к интенсивности излучения плоского однородного слоя при наличии подстилающей поверхности на его нижней границе.

В уравнении (21) $\tau\in[0,\tau_0]$ и $\eta\in[-1,1]$. Если решение $\hat{L}$ основной задачи известно, то из (21–22) легко находится и искомая величина $\hat{\hat{L}}$ при любом законе отражения $\hat{y}$.

Теперь мы дадим модификацию уравнения (21) при учете зеркальной симметрии процессов рассеяния поляризованного излучения. Этот учет, как уже отмечалось выше, требует рассмотрения поляриметрических инвариантов (14). Поэтому перепишем уравнение (21) отдельно для $(\tau_0-\tau)$ и $-\eta$, которые являются параметрами в указанном уравнении:

$$\hat{\hat{L}}(\tau,+\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\hat{L}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^1\eta' d\eta'\,\hat{R}\cdot L(\tau_0-\tau,-\eta,\eta',\varphi-\varphi',\tau_0)\hat{R}\cdot\hat{L}_{пов}(\eta',\zeta,\varphi-\varphi_0)\,, \qquad (23)$$

$$\hat{\hat{L}}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\hat{L}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)+\hat{L}_{пов}(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)e^{-\frac{\tau}{\eta}}+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^1\eta' d\eta'\,\hat{R}\cdot\hat{L}(\tau,\eta,\eta',\varphi-\varphi',\tau_0)\hat{R}\cdot\hat{L}_{пов}(\eta',\zeta,\varphi-\varphi_0)\,. \qquad (24)$$

Умножая (21) на $\alpha\cdot\hat{R}$ слева, и пользуясь (14), находим:

$$\hat{\hat{L}}_\alpha(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\hat{L}_\alpha(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)+\alpha\cdot\hat{R}\cdot\hat{L}_{пов}(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)e^{-\frac{\tau}{\eta}}+$$

$$+\alpha\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^1\eta' d\eta'\,\hat{L}_\alpha(\tau,\eta,\eta',\varphi-\varphi',\tau_0)\hat{R}\cdot\hat{L}_{пов}(\tau,\eta,\eta',\varphi-\varphi',\tau_0)\hat{R}\cdot\hat{L}_{пов}(\eta',\zeta,\varphi-\varphi_0)\,, \qquad (25)$$

где параметр $\alpha=\pm1$.

В этом уравнении $\tau\in[0,\tau_0]$ и $\eta\in[0,1]$ в силу свойства инвариантности (18).

Уравнение (25) есть модификация соотношения (21) с учетом зеркальной симметрии процессов рассеяния поляризованного излучения.

Однако возможна другая модификация соотношения (21). Действительно, просто умножая (24) на α и складывая с (23), имеем:

$$\hat{\hat{L}}_\alpha(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\hat{L}_\alpha(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)+\alpha\cdot\hat{L}_{пов}(\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0)e^{-\frac{\tau}{\eta}}+$$

$$+\alpha\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^1\eta' d\eta'\,\hat{R}\cdot\hat{L}_\alpha(\tau,\eta,\eta',\varphi-\varphi',\tau_0)\hat{R}\cdot\hat{L}_{пов}(\eta',\varphi-\varphi'),\quad(\alpha=\pm1), \qquad (26)$$

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

где

$$\hat{\hat{L}}_\alpha(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)=\alpha\hat{L}(\tau,\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0)+\hat{L}(\tau_0-\tau,-\eta,\zeta,\varphi-\varphi_0,\tau_0), \tag{27}$$

а $\hat{\hat{L}}_\alpha$ определена формулой, аналогичной (27).

Модификации (25) и (26) семантически равноправны в том смысле, что они дают представление о решениях рассматриваемой основной задачи через решения этой задачи в инвариантной форме. Однако следует заметить, что поляриметрические инварианты (27) имеют несколько иную природу, нежели инварианты, определенные формулой (14). Эту проблему следует рассматривать в контексте единственности и сохранения инвариантных свойств функций (16) при ее линейных преобразованиях типа пространственного сдвига $(\tau\to\tau_0-\tau)$ и углового вращения $(\eta\to-\eta)$.

4. Заключение

Таким образом, основные результаты проведенных выше исследований кратко можно сформулировать следующим образом:

1. Учет зеркальной симметрии элементарных процессов рассеяния поляризованного излучения в однородном плоском слое конечной оптической толщины приводит к новым понятиям и новым объектам теории переноса излучения — единой поляриметрической функции и поляриметрическим инвариантам как ее естественным компонентам.
2. Применение поляриметрических инвариантов для модификации основной краевой задачи теории переноса излучения, а также в конкретных задачах численного моделирования полей поляризованного излучения делает более эффективными алгоритмы и методы их решений по сравнению с классическими вариантами (упрощение угловой структуры, уменьшение ранга алгебраической системы вдвое, сведение системы интегральных матричных уравнений к отдельным уравнениям и т.д.).
3. Введение в теорию поляризованного излучения единой поляриметрической функции требует для ее нахождения исследования свойств пространственно-угловой симметрии основных матричных функций, определяющих структуру поля излучения прежде всего внутри среды, а не только на ее внешних границах.

Литература

[1] *Chandrasekhar S.* Radiative Transfer. Oxford Univ. Press, London, 1950.

[2] *Соболев В. В.* Рассеяние света в атмосферах планет. М.: Наука, 1972.

[3] *H. G. van de Hulst.* Multiple light scattering. Acad. Press, New York, v. 1–2, 1980.

[4] *Lenoble J.* Radiative transfer in scattering and absorbing atmospheres: standard computational procedures. A. Deepak Publ., 1985.

[5] *Hovenier J. W.* Multiple scattering of polarized light in planetary atmospheres. Astron. and Astrophys., v.13, 1971. — p.p. 7–29.

[6] *Hovenier J. W., Haan J. F.* Polarized light in planetary atmospheres for perpendicular directions. Astron. Astrophys., v.146, 1984. — p.p. 185–191.

[7] *Hansen J. E.* Multiple scattering of polarized light in planetary atmospheres. Part I. The doubling method. J. Atmosph. Sci., v.28, 1971. — p.p. 120–125.

[8] *Hansen J. E.* Multiple scattering of polarized light in planetary atmospheres. Part II. Sunlight reflected by terrestrial water clouds. J. Atmosph. Sci., v.28, 1971. — p.p. 1440–1426.

[9] *Hansen J. E., Travis L. D.* Light scattering in planetary atmospheres. Space Sci. Rev., v.16, 1974. — p.p.527–610.
[10] *Kattawar G. W., Plass G. N., Guinn J. A.* Monte-Carlo calculations for the polarization of radiation in the earth's atmosphere-ocean system. J. Phys. Oceanogr., 1973. — p.p. 353–372.
[11] *Plass G. N., Kattawar G. W.* Radiance and polarization of the Earth's atmosphere with haze and clouds. J. Atmos. Sci., v.28, 1971. — p.p.1187–1198.
[12] *Михайлов Г. Ф., Назаралиев М. А.* Расчеты поляризации света в сферической атмосфере методом Монте-Карло. Изв. АН СССР, ФАО, т.3, 1967. — с. 394–401.
[13] *Collins D. G., Blatter W. G., Wells W. B., Horak H. G.* Back-ward Monte-Carlo calculations of the polarization characteristics of the radiation emerging from spherical shell atmospheres. Appl. Opt., v.11. — p.p.2684–2691.
[14] *Coulson K. L.* Polarization and intensity of light in the atmosphere. A.Deepak Publ., Humpton, 1988.
[15] *Coulson K. L., Dave J. V., Sekera Z. L.* Tables related to radiation emerging from planetary atmosphere with Ray leigh scattering. LosAngeles, 1960.
[16] *Takashima T.* Polarization effect on radiative transfer in planetary composite atmospheres with interacting interface, Earth, Moon and planets, v.33, 1985. — p.p. 59–97.
[17] *Takashima T.* Polarization effect on radiative transfer in Chandrasekhar planetary problem. Appl. Math. and Comp., v.17, 1985. — p.p. 185–227.
[18] *Takashima T., Masuda K.* Degree of radiative and polarization of the upwelling radiation from an atmosphere-ocean system. Appl. Optics, v.24, 1985. — p.p. 2433–2429.
[19] *J. F. de Haan, Bosma P. B., Hovenier J. W.* The adding method for multiple scattering calculations of polarized light. Astron. Astrophys. № 183, 1987. — p.p. 371–391.
[20] *Deirmendjian D.* Electromagnetic scattering on spherical polydispersions. Elsevier Publ. Co., 1969.
[21] *Hovenier J. W.* Symmetry relationships for scattering of polarized light in a slab of randomly oriented particles. J. Atmosph. Sci., v.26, 1969. — p.p. 488–499,
[22] *Смоктий О. И.* Моделирование полей излучения в задачах космической спектрофотографии. Ленинград: "Наука", 1986.
[23] *Hovenier J. W.* A unified treatment of reflected and transmitted intensities of homogeneous plane-parallel atmosphere. Astron. and Astrophys, v.183, 1987. — p.p. 363–370.
[24] *Hovenier J. W.* Symmetry relationships for scattering polarized light in a slab of randomly oriented particles. J. Atmos. Sci., N 26, 1969. — p.p.488–499.
[25] *Smokty O. I., Anikonov A. S.* The problem of symmetry in the theory of polarized light scattering: the polarimetric invariants. SPIIRAS, St.Petersburg, 1999. — p.12.
[26] *Smokty O. I., Anikonov A. S.* The problem of symmetry in the theory of polarized light-scattering: the Fourie series expansion. St.Petersburg: SPIIRAS, 1999. — p.15.
[27] *Smokty O. I., Anikonov A. S.* The problem of symmetry in the theory of polarized light scattering: the unified polarimetric vector. St.Petersburg: SPIIRAS, 1999.
[28] *Аниконов А. С., Смоктий О. И.* Применение принципа зеркальной симметрии при моделировании поля поляризованного излучения плоского однородного слоя. СПб: СПИИРАН, 1999. — 20 с.
[29] *Hovenier J. W., C. V. van der Mee.* Fundamental relationships relevant to the transfer of polarized light in a scattering atmosphere. Astron. Astroph., v.128, 1983. — p.p. 1–12.