

# КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КВАЛИМЕТРИИ МОДЕЛЕЙ И ПОЛИМОДЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ<sup>1</sup>

Б.В. Соколов, Р.М. Юсупов

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН  
199178, Санкт-Петербург, 14-я линия ВО, 39, СПИИРАН

<spiiran@mail.iias.spb.su>; <sokol@iias.spb.su>

---

УДК 681.51.001.57

Б. В. Соколов, Р. М. Юсупов. **Концептуальные и методические основы квалиметрии моделей и полимодельных комплексов** // Труды СПИИРАН. Вып. 2, т. 1. — СПб.: СПИИРАН, 2004.

**Аннотация.** К настоящему времени теория, методы и технология создания и использования различных классов моделей развиты достаточно хорошо. Однако практически не исследована проблема многокритериального оценивания качества моделей, анализа их свойств, обоснованного выбора моделей для решения конкретных прикладных задач. Актуальность данной проблемы в еще большей степени усиливается в том случае, когда исследуемый объект описывается не одной моделью, а полимодельным комплексом, в состав которого могут входить разнотипные и комбинированные модели. Для решения рассматриваемой проблемы требуется разработка соответствующей теории, которую авторы предлагают назвать квалиметрией моделей. В статье проводится анализ возможных путей формирования и развития данной теории. — Библ. 43 назв.

UDC 681.51.001.57

B. V. Sokolov, R. M. Yusupov. **The conceptual and technical basics for qualimetry of models and multiple-model complexes** // SPIIRAS Proceedings. Issue 2, vol. 1. — SPb.: SPIIRAS, 2004.

**Abstract.** At the moment, the theory, methods and techniques concerning the application of mathematical models are wide-used. The research in this field is very intensive, and area of applications and range of the models' classes are growing permanently. Nevertheless such problems as a problem of multi-criteria models' quality estimation, a problem of analysis and arrangement of models' classes, a problem of justified selection of applied task-oriented models are not well investigated yet. The importance of the considered problem increases when the object of research is described not via a single model, but via a multiple-model complex, consisting of models related to different classes or combined models (f. e. analytical-imitating, logical-algebraic, etc). Aforementioned problems are the primary objects of the theory of mathematical models' and multiple-model complexes' quality control. The article presents methodological and technical basics of this theory. — Bibl.43 items.

---

## Введение

В современных условиях математическое моделирование становится универсальным инструментом познания, исследования и проектирования объектов в различных предметных областях. При этом по мере усложнения указанных объектов значимость проблемы построения и использования моделей реально существующих и создаваемых объектов постоянно возрастает. Моделирование как метод (процесс) создания и исследования моделей позволяет практически устранить необходимость длительных и дорогостоящих натурных испытаний, отказаться от использования традиционных методов «проб и ошибок». Поэтому математическое моделирование является практически единственным методом

---

<sup>1</sup> Исследования выполнялись при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 02-07-90463), Института системного анализа РАН (проект № О-2.5/03).

проектирования сложных организационно-технических систем (СОТС), которые зачастую являются уникальными и не имеющими прототипов. К такого рода системам, в первую очередь, относятся системы управления (СУ) подвижными объектами (ПОБ), СУ производственными, социально-экономическими объектами, военно-технические системы.

К настоящему времени теория, методы и технологии создания, использования математических моделей развиты достаточно хорошо. Исследования в этой области продолжаются с неослабевающей интенсивностью, охватывая все новые и новые классы моделей и предметные области. Однако, в современных условиях, к сожалению, практически остается не исследованной проблема оценивания качества математических моделей, анализа и упорядочения различных классов моделей, обоснованного выбора моделей для решения конкретных прикладных задач. Актуальность данной проблемы в еще большей степени усиливается в том случае, когда исследуемый объект описывается не одной моделью, а полимодельным комплексом, в состав которого могут входить разнородные и комбинированные модели (например, аналитико-имитационные, логико-алгебраические и т.п.). Таким образом, в настоящее время особую значимость начинают приобретать вопросы оценивания и анализа качества моделей, классификации, упорядочения и обоснованного выбора состава и структур моделей и полимодельных комплексов, управления их качеством.

## **1. Проблема оценивания и анализа качества моделей и полимодельных комплексов и основные направления ее исследования**

В настоящее время одним из важнейших факторов современной научно-технической революции является широчайшая информатизация и автоматизация человеческой деятельности, создание и развитие соответствующих автоматизированных и информационных систем (АС и ИС) [40]. При этом соответствующие информационные технологии приобретают во все большей мере черты промышленных технологий. Поэтому, как в сфере промышленного производства, так и в информационной сфере роль и значение такого понятия как качество постоянно возрастает и находится в развитии под влиянием прогрессивных технологий и потребностей рынка. В связи со сказанным за последние два-три десятилетия проблемы, связанные с оцениваем качества продукции, стали предметом интенсивных исследований, проводимых в такой новой научной отрасли знаний, как *качествоведение*, и ее основного раздела *квалиметрии*, в котором разрабатываются методологические и методические основы количественного оценивания качества продукции, средства обеспечения единства форм оценивания указанного качества и достижения требуемой точности [1, 2, 3, 19].

Центральным понятием как качествоведения, так и квалиметрии является понятие *качества* — под которым, согласно Международному стандарту ISO 8402-2000 понимается совокупность характеристик объекта, определяющих его способность удовлетворять установленным или предполагаемым потребностям [19]. В области создания и применения новых информационных технологий уже давно ведутся исследования, посвященные оцениванию качества соответствующей продукции. Результаты указанных исследований находят свое отражение в соответствующих Международных стандартах и отечественных

ГОСТах [18, 19]. Так, например, в международном стандарте ISO 9126:1991 «Информационная технология. Оценка программного продукта. Характеристики качества и руководство по их применению» [18] и последующих стандартах, его развивающих (ISO 9126:1–4, ISO 14598 — 1–6: 1998–2000), приводятся модели, показатели, критерии и метрики качества программных средств и продуктов [19].

Анализ полученных в данной области результатов показывает, что к настоящему времени для уровня машинной модели (программы) существуют методические средства, позволяющие оценивать ее качество [18]. Поэтому в современных условиях становится актуальной разработка такого же рода средств оценивания качества моделей (методов, моделей, алгоритмов и методик), но теперь уже для более ранних этапов моделирования объектов-оригиналов.

Следует отметить, что в области оценивания качества моделей к настоящему времени получено много интересных научных и практических результатов, связанных как с количественным и качественным оцениванием и анализом свойств моделей [8, 11, 13, 15, 16, 36], так и упорядочением и выбором (синтезом) моделей для решения заданных классов задач [26, 27]. При этом для различных предметных областей создавались свои теории и технологии моделирования, разрабатывались и разрабатываются огромное количество банков моделей и полимодельных комплексов, которые широко используются на практике [5, 12, 37]. Вместе с тем при наличии большого разнообразия моделей остаются открытыми вопросы обоснованного выбора моделей, сравнения различных технологий моделирования [21, 36]. Более того, в современных условиях назрела острая необходимость создания таких информационных технологий, при которых уровни отчуждаемости моделей от своих разработчиков были бы такими же, как это имеет место для соответствующих программных продуктов [5].

Из анализа изложенного материала следует, что, в современных условиях, к сожалению, практически остается не решенной проблема оценивания качества моделей, анализа и упорядочения различных классов моделей, обоснованного синтеза новых моделей, либо нахождения среди уже существующих моделей наиболее предпочтительных моделей, предназначенных для решения конкретных прикладных задач. Актуальность данной проблемы в еще большей степени усиливается в том случае, когда исследуемый объект описывается не одной моделью, а полимодельным комплексом, в состав которого могут входить разнородные и комбинированные модели, каждая из которых должна оцениваться своей системой показателей [12, 24, 32, 36]. Дополнительную сложность указанная проблема приобретает в том случае, когда при оценивании качества моделей приходится учитывать *фактор времени*. Это касается, прежде всего, тех объектов-оригиналов, у которых под действием различных причин (объективных, субъективных, внутренних, внешних и т.п.) наблюдается существенная структурная динамика [31, 42]. В этих условиях для того, чтобы модель сохраняла свою точность и полезность, необходимо проводить адаптацию параметров и структур данной модели к изменяющимся условиям. А для этого, заранее, на этапе синтеза модели в состав ее параметров и структур требуется вводить дополнительные элементы (избыточность), которые на этапе непосредственного использования модели позволят управлять качеством модели, снизят чувствительность модели и соответствующих показателей качества к изменениям состава, структуры и содержания исходных данных [30, 39]. Однако для конструктивного решения общей проблемы оценивания и управления каче-

ством моделей (выбора наиболее предпочтительных моделей), с нашей точки зрения, надо, в первую очередь, исследовать следующие частные проблемы (комплексы задач): *провести описание, классификацию и выбор системы показателей, оценивающих качество моделей и полимодельных комплексов; разработать обобщенное описание (макроописание) различных классов моделей (макромодели), позволяющее, во-первых, устанавливать взаимосвязи и соответствия между видами и родами моделей, и, во-вторых, сравнивать и упорядочивать их, используя различные метрики; разработать комбинированные методы оценивания показателей качества моделей (полимодельных комплексов), заданных с использованием числовых и нечисловых (номинальных, порядковых) шкал; разработать методы и алгоритмы решения задач многокритериального анализа, упорядочения и выбора наиболее предпочтительных моделей (полимодельных комплексов), управления их качеством; разработать методологические и методические основы решения задач многокритериального анализа и синтеза технологий комплексного (системного) моделирования сложных объектов.*

Указанные проблемы и методические основы их формализации и решения, дополненные разработкой понятийно-терминологической и методологической базы могут, с нашей точки зрения, рассматриваться как компоненты новой прикладной теории, которую будем в дальнейшем называть *квалиметрией моделей* (моделеметрией) [41, 43]. Рассмотрим более подробно содержание наиболее важных аспектов перечисленных проблем квалиметрии моделей и полимодельных комплексов.

### **3. Квалиметрия моделей: основные понятия, определения и классификации**

Понятие *модели* (фр. *modele* происходит от ит. *modello*) широко используется в естественном языке человека и является, по сути, общенаучным понятием. Оно характеризуется ярко выраженной *полисемией*, отражающей различные смысловые значения, вкладываемые в данное понятие в зависимости от сферы приложений и от контекста, в связи с которым оно используется. В настоящее время существует несколько сотен определений понятий *модель* и *моделирование* [4, 8, 11, 13, 15, 14, 25, 26, 32, 33]. Приведем для примера только некоторые из них: *модель* — это система, исследование которой служит средством для получения информации о другой системе [13]; *модель* — это способ существования знаний [8]; *модель* — это системное многоместное отображение объекта оригинала, имеющее наряду с безусловно-истинным, условно-истинное и ложное содержание, проявляющееся и развивающееся в процессе его создания и практического использования [25]; *моделирование* — один из этапов познавательной деятельности субъекта, включающий в себя разработку (выбор) модели, проведение на ней исследований, получение и анализ результатов, выдачу рекомендаций о дальнейшей деятельности субъекта и оценивание качества самой модели применительно к решаемой задаче с учетом конкретных условий [25, 32].

Из анализа перечисленных определений следует, что всякая корректно построенная модель содержит объективную истину (т.е. в чем-то правильно отображает объект-оригинал) [25]. Вместе с тем, из-за конечности создаваемой (используемой) модели (конечного числа элементов и отношений, описывающих объекты, принадлежащие бесконечно разнообразной действительности) и

ограниченности ресурсов (временных, денежных, материальных), выделяемых на моделирование, она (модель) всегда упрощенно и приближенно отображает объект-оригинал. Однако человеческая практика свидетельствует, что данные свойства модели являются вполне приемлемыми при решении задач, стоящих перед субъектами. Анализ вышеизложенных определений показывает, что при моделировании целесообразно выделять следующие основные элементы и отношения, характеризующие данный процесс: во-первых, субъекта либо субъектов ( $S_{<>}^m$ ), объект-оригинал ( $Ob_{<>}^{op}$ ), объект-модель ( $Ob_{<>}^m$ ), среду ( $CP_{<>}^m$ ) (в которой осуществляется моделирование); и, во-вторых, бинарные отношения между перечисленными элементами  $R_{<1>}(Ob_{<>}^{op}, S_{<>}^m)$ ;  $R_{<2>}(S_{<>}^m, Ob_{<>}^m)$ ;  $R_{<3>}(Ob_{<>}^{op}, Ob_{<>}^m)$ ;  $R_{<4>}(CP_{<>}^m, Ob_{<>}^{op})$ ;  $R_{<5>}(CP_{<>}^m, Ob_{<>}^m)$ ;  $R_{<6>}(CP_{<>}^m, S_{<>}^m)$ . Нижние индексы  $<>$  в перечисленных условных обозначениях означают собственные имена объектов (субъектов) и отношений [31]. Сразу же отметим, что, говоря в дальнейшем о субъектах моделирования, мы будем под этим термином понимать различные классы социальных субъектов, к числу которых могут быть отнесены: лица, принимающие решения (ЛПР), лица, обосновывающие решения (ЛОР), эксперты, лица, эксплуатирующие (использующие) модели, лица, строящие модели (обеспечивающие построение моделей). На рис. 1 представлен возможный вариант взаимосвязи перечисленных элементов и отношений между ними [31].

Следует отметить, что одной из основных особенностей современных объектов-оригиналов (реальных или абстрактных), с которыми приходится сталкиваться на практике, является их чрезвычайно высокая сложность [13, 15, 16], проявляющаяся в виде *структурной сложности, сложности функционирования, сложности выбора поведения, сложности развития*.

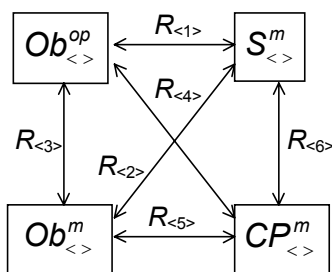


Рис. 1. Варианты взаимосвязи объектов и субъектов моделирования

Поэтому для описания такого рода объектов приходится использовать не одну, а несколько моделей, другими словами, осуществлять *системное моделирование* (полимодельное описание предметной области) [12, 21, 24, 29, 35, 36, 38]. Еще одна особенность современного этапа развития методов и средств абстрактного моделирования объектов состоит в том, что данный этап характеризуется значительной интенсификацией работ по автоматизации процесса моделирования, и, в первую очередь, завершающей его фазы — созданию машинной модели [11]. Более того, в рамках новых информационных технологий, базирующихся на концепциях баз знаний понятие «модель» значительно расширило сферу своего применения, перешагнув из области пассивных в область активных информационных ресурсов. В этих условиях алгоритмы, являющиеся уже элементами моделей процедуральных знаний, превращаются в инвариантные программные средства — операционные среды, обеспечивающие решение задач субъектом на языке моделей.

Важнейшими компонентами понятийно-терминологической базы квалиметрии моделей и полимодельных комплексов являются их свойства. Поэтому кратко остановимся на тех основных свойствах моделей, которые должны в первую очередь оцениваться при их сравнении и выборе.

а) *Адекватность* (лат. *adaequatus* — приравненный, сравнимый, вполне соответствующий). Указанным свойством должна обладать модель по отношению к тем или иным аспектам объекта-оригинала. Очевидно, что на практике следует говорить не о полной адекватности, а лишь об адекватности в некотором смысле (о некоторой степени адекватности). Для сложных систем (объектов-оригиналов), как уже отмечалось выше, одна модель может отражать лишь какую-либо сторону, аспект прототипа, и поэтому понятие адекватности «вообще» для такой модели не существует, речь может идти об адекватности отражения указанной стороны. Для многомодельного комплекса может ставиться задача достижения адекватности в более широком смысле, охватывающем различные стороны прототипа. Однако во всех случаях оценивание адекватности модели (полимодельного комплекса) должна проводиться с учетом того, в какой степени на данной модели могут быть достигнуты цели моделирования (цели субъекта). При оценивании *адекватности модели* различают *качественную адекватность*, т.е. отражение с использованием модели тех или иных качественных сторон объекта-оригинала и *количественную адекватность*, под которой понимается воспроизведение тех или количественных характеристик прототипа с той или иной степенью точности. Для этого вводятся различные типы метрик [7, 21, 22, 39].

Ввиду особой значимости данного свойства моделей и полимодельных комплексов в общей структуре формируемой понятийно-терминологической базы создаваемой теории (квалиметрии моделей), в пятом подразделе статьи рассмотрим более подробно возможные подходы к количественному оцениванию данного свойства. Продолжим рассмотрение других свойств моделей.

б) *Простота и оптимальность модели (полимодельного комплекса)*. Свойство адекватности модели непосредственно связано со свойствами простоты и оптимальности модели. В самом деле, для того, чтобы достичь требуемой степени адекватности, иногда приходится идти на существенное усложнение модели. С другой стороны, если существует возможность выбора между различными моделями, имеющими примерно одинаковую адекватность, целесообразно из них выбрать наиболее простую. Перечисленные вопросы приобретают особую актуальность при оптимальном выборе структуры полимодельного комплекса. В данном случае адекватность моделирования уже определяется не только свойствами каждой модели в отдельности, но также характеристиками взаимодействия моделей. В связи с этим в работах [26, 27], развивающих общую теорию моделирования сложных систем, приведен целый ряд принципов, правил и приемов, обеспечивающих корректный переход от формального описания  $Ob_{<>}^{op}$  к формальной схеме моделирования (машинной программе).

в) *Гибкость (адаптивность) моделей*. Данное свойство моделей предполагает ввод в состав моделей таких параметров и структур, которые можно менять в заданных диапазонах для достижения целей моделирования.

г) *Универсальность и проблемная ориентация моделей*. Многочисленные исследования, направленные на поиск указанного компромисса показали, что в настоящее время разработка универсальных моделей  $Ob_{<>}^{op}$ , ориентированных

на широкую предметную область, является трудно разрешимой проблемой. Целесообразно создавать модели, специализированные по допустимому классу моделируемых объектов и универсальные по поддерживаемым функциям.

К числу других свойств моделей, которые в рамках квалиметрии моделей должны быть исследованы в первую очередь, могут быть отнесены *надежность, унификация, простота, открытость и доступность модели, их интеллектуальность, эффективность машинной реализации, сложность, идентифицируемость, устойчивость, чувствительность, управляемость, наблюдаемость моделей, их инвариантность, развиваемость (самоорганизация и самообучение)*.

Ранее уже отмечалось, что оценивание и анализ различных свойств моделей, описывающих исходные объекты — оригиналы ( $Ob_{<>}^{op}$ ), осуществляется в ходе моделирования, представляющего собой одну из разновидностей целенаправленных процессов [12, 13, 20]. Поэтому в рамках квалиметрии моделей целесообразно выделить еще два отдельных направления исследований, в рамках которых должны быть рассмотрены как вопросы оценивания и анализа качества различных технологий моделирования  $Ob_{<>}^{op}$ , так и вопросы выбора рациональных (оптимальных) технологий моделирования  $Ob_{<>}^{op}$ . На рис. 2 в качестве примера приведена типовая агрегированная технология проведения системного (комплексного) моделирования [11, 36]. На данном рисунке приняты следующие обозначения: 1 — теоретические исследования, 2 — методы структурного и поведенческого анализа моделей, 3 — аналитическое исследование моделей, 4 — построение модели (полимодельного комплекса). 5 — разработка моделирующего алгоритма, 6 — построение машинной модели, 7 — имитационные исследования, 8 — отображение и интерактивное оценивание и анализ результатов моделирования. Применительно к различным типам  $Ob_{<>}^{op}$ , различным классам используемых моделей данная схема может значительно усложняться. Так, например, при решении задач синтеза структур сложных  $Ob_{<>}^{op}$ , в настоящее время широко используются аналитические и имитационные модели, описывающие с требуемой степенью детализации различные аспекты указанных задач [38]. При этом может быть предложено несколько сценариев (процедур, технологий) организации и проведения комплексного моделирования процессов решения рассматриваемых задач структурного синтеза  $Ob_{<>}^{op}$ , которые будут отличаться друг от друга: способами генерации допустимых альтернативных решений в рассматриваемых задачах синтеза, правилами проверки ограничений, заданных в аналитическом и алгоритмическом виде, способами перехода от одного шага интерактивного сужения множества допустимых альтернатив к другому шагу.

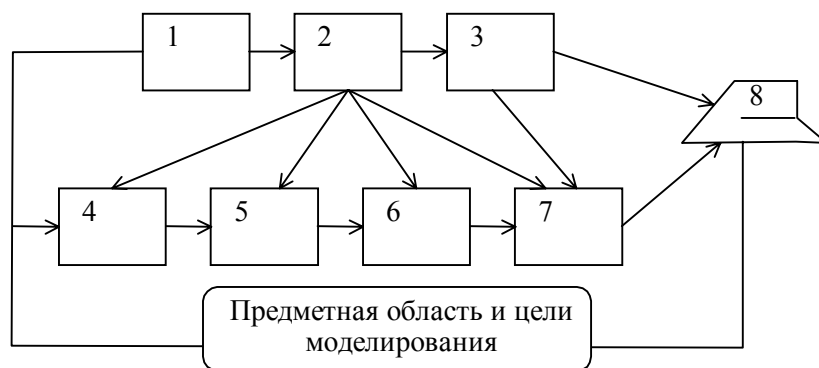


Рис. 2. Технология системного моделирования

Анализ результатов многочисленных исследований, проведенных к настоящему времени, показал, что совместное использование разнородных (разнотипных) моделей в рамках соответствующих полимодельных комплексов позволяет повысить гибкость и адаптивность соответствующей имитационной системы (ИС), а также компенсировать недостатки одного класса моделей достоинствами других классов моделей [11, 16, 24, 35, 36]. Более того, проводя исследования задач анализа и синтеза структур  $Ob_{<>}^{op}$  в рамках каждого из перечисленных классов моделей, субъекты моделирования могут одновременно и параллельно использовать несколько методов и алгоритмов, отличающихся друг от друга временной и емкостной сложностью [22, 37, 38, 42].

В целом каждый вариант реализации технологии комплексного (системного) моделирования  $Ob_{<>}^{op}$  характеризуется своими затратами времени на проведение моделирования, своим расходом различных видов ресурсов, и, наконец, своими конечными результатами (эффектами). В этих условиях большой интерес представляют собой вопросы оценивания и выбора наилучших (в некотором смысле) вариантов технологий моделирования. В нашем случае (при рассмотрении проблем квалиметрии моделей и полимодельных комплексов) целесообразно говорить уже об *эффективности технологий системного моделирования*  $Ob_{<>}^{op}$ . Тогда под *эффективностью технологии системного моделирования*  $Ob_{<>}^{op}$  (в дальнейшем для простоты будем опускать слово “технология”) понимается *сложное свойство* соответствующего комплекса операций, характеризующее его приспособленность для достижения целей моделирования. Как сложное свойство, эффективность порождает совокупность свойств, к которым относятся: *результативность, ресурсоемкость, оперативность*. При этом под *результативностью* моделирования понимается свойство, характеризующее способность моделирования давать конкретный целевой эффект. В случае математического моделирования этот эффект проявляется в виде новой информации об  $Ob_{<>}^{op}$  и его свойствах. Результативность моделирования, при такой интерпретации, будет определяться объемом и качеством информации о  $Ob_{<>}^{op}$ , получаемой в результате моделирования. *Ресурсоемкость* моделирования представляет собой свойство, характеризующее расход всех видов ресурсов при реализации заданной технологии моделирования  $Ob_{<>}^{op}$ . Такими ресурсами, в общем случае, являются материальные, энергетические, инфор-



мационные, трудовые, финансовые ресурсы. И, наконец, *оперативность* моделирования определяется расходом времени, в течение которого проводится моделирование для получения требуемого целевого эффекта.

Важную роль при построении любой теории играют методы систематизации, классификации и распознавания объектов соответствующей предметной области. Поэтому в заключение данного подраздела кратко остановимся на вопросах классификации моделей. В настоящее время существуют различные подходы к проведению классификации моделей в различных предметных областях [11, 13, 25, 31]. Для примера остановимся лишь на двух возможных подходах. При классификации моделей широко используются методы морфологического анализа [13, 25], которые предполагают введение различных принципов дихотомии или трихотомии, т.е. в выделении для каждого характеристического параметра двух (дихотомия) или трех (трихотомия) состояний [13]. В табл. 1 в качестве примера представлен фрагмент результатов морфологического анализа, базирующегося на принципах трихотомии. Такие классификационные схемы наглядно иллюстрируют одну из базовых концепций системного моделирования, основанную на идее формирования комбинированных (гибридных) моделей, в которых достоинства моделей различных классов в ходе их взаимодействия компенсируют недостатки друг друга. Второй вариант классификации моделей в большей степени ориентирован на концепцию субъектно-объектного подхода к моделированию (см. рис. 1), в рамках которого основными объектами, подлежащими исследованию, являются не только объект-оригинал и его модель, но также субъекты и среда, взаимодействующие с ними и друг с другом. В работах [13, 31] указанные элементы и отношения между ними образуют новый объект-оригинал (новый уровень моделирования) — *развивающуюся ситуацию*, которую и целесообразно моделировать.

В рамках указанного подхода в работах [13, 31] предложено два таксономических универсума: класс моделируемых ситуаций и класс моделей ситуаций. В отличие от множества, являющегося математическим объектом, в таксономическом универсуме (классе), являющимся логическим объектом, заранее не определены все элементы, входящие в этот класс. Данное свойство таксономического универсума представляется весьма удобным, так как в этом случае классифицируемые объекты не обязательно должны входить в известные классы, а могут, в случае, если выявлены их новые признаки (атрибуты), образовывать новые части (таксоны), на которые делится исходный универсум. Используя указанный принцип классификации, Д.И. Менделеев построил знаменитую периодическую систему элементов. На рис. 3 и рис. 4 в качестве примера приведено признаковое пространство возможных ситуаций, а также признаковое пространство возможных моделей ситуаций.

Рассмотрим более подробно вариант классификации моделей, используя признаковое пространство, изображенное на рис. 4. Признак  $\Pi_7$  определяет ту предметную область, к которой относится моделируемая ситуация. Можно, например, говорить об экономических, политических, дипломатических, экологических, производственных и т.п. ситуациях. Признак  $\Pi_8$  позволяет выделить класс моделей по виду участников ситуаций. Ими могут быть отдельные люди, их социальные группы, государства, технические системы, программы, информационные ресурсы и любые другие абстрагированные друг от друга объекты. В рамках интенсивно развиваемой в настоящее время теории мультиагентных систем указанные объекты могут именоваться *агентами* [6, 8].

Таблица 1. Трихотомическая классификация моделей

Характеристический параметр классификации	Трихотомия математических моделей		
	I	II	III
Научный базис, логика построения и использования модели	Теоретическая (аксиоматическая)	Эмпирическая	Полуэмпирическая
	Гипотетико-дедуктивная (феномено-логическая)	Дедуктивно-выводимая (асимптотическая)	Индуктивная
	Дедуктивная	Индуктивная	Индуктивно-дедуктивная
Аналитические и имитационные свойства	Аналитическая	Имитационная	Аналитико-имитационная
Основная функция модели	Описывающая систему (дескриптивная)	Предписывающая поведение (прескриптивная)	Гибридная
Альтернативность модели	Сатисфакционная	Оптимизационная	Безальтернативная
Свойства самоорганизации и самообучения	Самоорганизующаяся (самообучающаяся)	Обучающаяся	Жесткоопределенная
Поведение во времени	Статическая	Кинематическая	Динамическая
	Синхронистическая	Диахронистическая (генетическая)	Гибридная
Дискретность во времени	Непрерывная	Дискретная	Дискретно-непрерывная
Детерминированность-недетерминированность	Детерминированная	Недетерминированная (с неопределенностью)	Гибридная

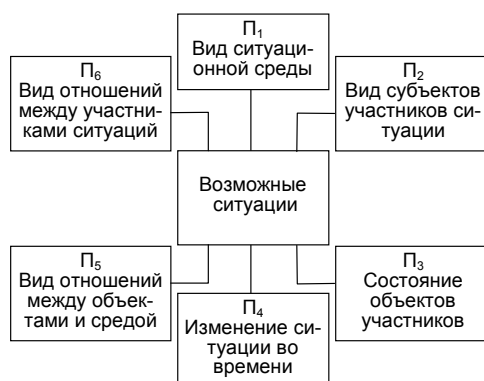


Рис. 3. Классификация параметров развивающейся ситуации

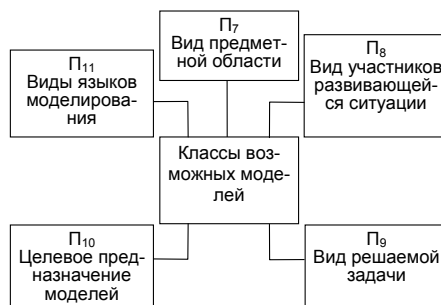


Рис. 4. Классификация моделей развивающейся ситуации

В рамках признака  $\Pi_9$  принято выделять модели, предназначенные для решения двух основных классов задач: задач анализа существующих объектов (прямые задачи), задач синтеза новых объектов (обратные задачи). В соответ-

ствии с признаком  $P_{10}$  модели делятся на исследовательские (познавательные) модели, прагматические модели и модели, используемые в целях обучения субъектов. Признак  $P_{11}$  определяет класс возможных моделей на основе различных языков представления знаний, которые, в свою очередь, делятся на внутренние языки, фиксирующие осознанные и неосознанные знания (языки образов, абстрактные языки, язык генетики, рефлексов, эмоций), языки внешние (язык математики, язык логики, язык жестов, профессиональные языки, естественный язык и т.п.), а также языки посредники, устанавливающие взаимосвязь между внутренними и внешними языками [6, 15, 21, 28]. Таким образом, структура любой модели определяется целями моделирования, знаниями об объекте-оригинале, полученными из «прошлого» и «настоящего», языками представления знаний, а также отношениями между указанными множествами элементов.

В заключение отметим, что наряду с методами морфологического анализа важную роль при классификации моделей играют теоретико-множественный, структурно-математический и категорийно-функторный подходы [6, 13, 24, 29, 36]. Более того, данные подходы позволяют на конструктивном уровне подойти к решению проблемы обобщенного описания моделей и полимодельных комплексов.

#### **4. Структурно-математический и категорийно-функторный подходы в квалиметрии моделей**

Одной из характерных особенностей современного этапа решения проблем моделирования сложных объектов и процессов является тенденция создания и исследования соответствующих комплексов взаимосвязанных моделей, отражающих с различной степенью детализации различные аспекты функционирования и взаимодействия указанных объектов и процессов друг с другом и средой [36]. Другими словами, в последнее время особую значимость начинают приобретать вопросы системного (комплексного) моделирования, под которым понимается полимодельное многокритериальное описание и исследование конкретных предметных областей с учетом различных факторов неопределенности воздействия среды (внутренней и внешней) на указанные объекты и процессы [21, 25]. При этом корректное взаимодействие (координация) разнотипных моделей становится возможной, как правило, при использовании комбинированных методов, алгоритмов и методик, позволяющих на конструктивной основе исследовать заданные классы задач моделирования.

Наметившаяся в современных условиях тенденция интеграции различных научных направлений, связанных с проблематикой системного (комплексного) моделирования объектов и процессов, наиболее ярко проявляется при рассмотрении одного из самых сложных классов задач моделирования, к которому относится класс задач выбора (принятия решений). Данная тенденция обусловлена глубокой общностью содержательных сторон проблем выбора, возникающих в различных предметных областях. К таким задачам относятся, прежде всего, задачи группового, каскадного (иерархического), игрового выбора, задачи многокритериальной (векторной) оптимизации, каждая из которых может формулироваться и решаться с учетом различной степени определенности сведений о воздействии возмущающих факторов. Следует отметить, что задачи синтеза технологии системного моделирования также относятся к задачам выбора [24, 35, 36].

Для конструктивного описания данного класса задач, как, впрочем, и всех других задач моделирования (в том числе, и оценивания эффективности технологий моделирования), требуется введение такого их обобщенного описания, которое позволяло бы с единых позиций подходить к формулировке и исследованию как традиционных проблем моделирования (в нашем случае, проблем оценивания, анализа и выбора наилучших альтернатив), так и новейших их разновидностей, которые возникают на практике в настоящее время, либо могут появиться в будущем. С нашей точки зрения, весьма перспективным в этом отношении является комбинированное, обобщенное описание рассматриваемых предметных областей, базирующееся на широко известных структурно-математическом и категорийно-функторных подходах, положенных в основу концепции построения современной математики [13, 20].

Анализ показывает, что в этом случае процессы формирования математических структур на соответствующих ступенях шкалы множеств получают содержательное многоаспектное описание с позиций системного моделирования [13, 15, 32, 36]. Вводя заданные классы морфизмов математических структур на ступенях шкалы базисных и вспомогательных множеств, можно, во-первых, установить связи между разными классами моделей, и, во-вторых, сформировать различные схемы агрегирования (декомпозиции) моделей.

В качестве примера обобщенного описания взаимосвязанных классов моделей выбора, базирующегося на концепциях структурно математического подхода, рассмотрим следующий вариант структуры выбора с мультипредпочтением [13, 21]:

$$\left\{ Q^{(\xi)}(s, (\Omega, F, \lambda_\mu), \{\Delta_\rho^{(\xi)}\}_{\rho \in \Xi_2}, \{\Delta_\eta^{0(\xi)}\}_{\eta \in \Xi_3}, \{r_{i_1}^{\alpha(\xi)}(\omega)\}_{i_1 \in \Gamma}, \{r_{i_2}^{\beta(\xi)}(\omega)\}_{i_2 \in \Gamma_1}, \right. \\ \left. \{W_e\}_{e \in \Phi_1}, \{W_k\}_{k \in \Phi_2}, \{F^{k(\xi)}(\omega)\}_{k \in \Gamma_2} \right\}_{\xi \in \Xi_1}, \quad (4.1)$$

где  $\{Q^{(\xi)}(s, (\Omega, F, \lambda_\mu))\}_{\xi \in \Xi_1}$  — множество исходных математических структур типов  $s$ , каждая из которых задает определенный класс моделей выбора (например, математических, логико-алгебраических, логико-лингвистических моделей; статических, динамических моделей; детерминированных моделей и моделей, в которых учитываются факторы неопределенности и т.п.);  $\omega \in \Omega$  — пространство элементарных событий (множество неопределенности);  $F$  —  $\sigma$ -алгебра событий на  $\Omega$ ;  $\lambda_\mu$  — мера, заданная на  $(\Omega, F)$ ;  $\{\Delta_\rho^{(\xi)}\}_{\rho \in \Xi_2}$  — связанная с множеством математических структур  $Q^{(\xi)}(s, (\Omega, F, \lambda_\mu))$  совокупность основных базисных множеств элементов (альтернатив) выбора;  $\{\Delta_\eta^{0(\xi)}\}_{\eta \in \Xi_3}$  — совокупность вспомогательных альтернатив выбора, используемых, прежде всего, в задачах координационного выбора;  $\{r_{i_1}^{\alpha(\xi)}(\omega)\}_{i_1 \in \Gamma}$  — множество отношений предпочтения, характеризующих различные предпочтения при определении (выборе) наилучших альтернатив с использованием математических структур выбора  $\{Q^{(\xi)}\}_{\xi \in \Xi_1}$ ;  $\{r_{i_2}^{\beta(\xi)}(\omega)\}_{i_2 \in \Gamma_1}$  — множество отношений, ограничивающих выбор в соответствии с конкретными условиями использования заданного объекта;  $\{W_e\}_{e \in \Phi_1}, \{W_k\}_{k \in \Phi_2}$  — схемы конструкций соответствующие  $e$ -й входной и  $k$ -й выходной ступеням шкалы множеств выбора, строящихся над базисными множествами  $\{\Delta_\rho^{(\xi)}\}_{\rho \in \Xi_2}$ , с помощью операций взятия декартовых произведений и булеанов;  $\{F^{k(\xi)}(\omega)\}_{k \in \Gamma_2}$  — множество правил построения на выходных ступенях результирующих функций выбора и отношений предпочтения. В работах [13, 35] показано, что приведенная выше

структура (4.1) позволяет с единых позиций подойти к анализу и обоснованному выбору возможных путей решения таких частных задач оптимизации как задачи векторной оптимизации, задачи игрового, каскадного, многоэтапного и группового выбора. В целом общая постановка задач выбора в условиях неопределенности и многокритериальности, по сути, сводится, во-первых, к построению множества допустимых альтернатив и, во-вторых, к поиску такой конкретной альтернативы (альтернатив), при которой результирующая функция выбора принимает экстремальное значение.

В конечном счете, в рамках концепции субъектно-объектного моделирования, для решения задач выбора необходимо на основе практической реализации принципов внешнего дополнения и неокончателных решений привести в исходную постановку задачи такую информацию, которая позволит «снять» как критериальную, так и модельную неопределенность и свести решаемую задачу с неопределенностью к ее детерминированному эквиваленту. С этой целью субъект (субъекты, см. рис. 1) выбирают принципы оптимального выбора, соответствующие конкретной задаче, выдвигаются различного рода гипотезы (в задачах игрового выбора, например, речь идет о гипотезах информированности игроков, порядке их действий и т.п.) [6, 13, 14, 17, 23, 25].

Предложенная обобщенная структура выбора имеет большое прикладное значение, так как она позволяет на этапах концептуального моделирования предметной области и объектно-ориентированной спецификации обоснованно определить состав и структуру создаваемой интегрированной системы поддержки принятия решений, используемой при оценивании и управлении качеством моделей и полимодельных комплексов.

При исследовании различных классов задач квалиметрии моделей и полимодельных комплексов в ряде случаев возникает необходимость в еще более обобщенном представлении рассматриваемых моделей, базирующемся уже на *категорийно-функторном подходе*. В рамках указанного подхода каждая из заданных категорий  $Kat_e$  ( $e = 1, \dots, E$ ) состоит из подкатегорий, объектами которых являются математические структуры определенного рода. Последние, в свою очередь, могут быть уже интерпретированы как математические модели, отражающие определенные аспекты исследуемой системы при различной степени агрегированности представления. Совокупность таких подкатегорий, входящих в  $Kat_e$ , описывают различные аспекты моделируемой системы, а морфизмы пар объектов категории  $Kat_e$  определяют связи, существующие между различными моделями [13, 20]. В свою очередь, посредством функторов  $F_g$  ( $g = 1, \dots, G$ ) в этом случае устанавливаются связи между различными категориями математических структур (категориями математических моделей). Установление связей между категориями посредством функторов в этом случае может преследовать следующие цели [13, 20]: выявление свойств различных классов математических структур (моделей) посредством функторных преобразований; сведение исследования структуры (модели) одного класса к исследованию структуры (модели) другого класса; проведение совместного изучения результатов исследования различных структур (моделей); формирование новых категорий структур (моделей) посредством функторов. Особое значение при этом имеет рассмотрение следующих двух видов функторов: **пренебрегающих** (стирающих, забывающих) функторов, посредством которых осуществляется переход от категории, содержащей более богатые, более сложные структуры (модели) к более бедной категории и **конструктивных** (восстанавливающих, обогащающих) функторов, определяющих переходы в обратном на-

правлении, позволяющих целенаправленно наращивать сложность, богатство объектов категорий [13].

Предлагаемые структурно-математический и категорийно-функторные подходы удалось к настоящему времени реализовать при построении квалиметрии моделей и полимодельных комплексов для различных предметных областей, в том числе, при исследовании проблем моделирования бизнес-процессов и систем (БПС), рассматриваемых в современном менеджменте [4]. В данной предметной области, к сожалению, до сих пор отсутствуют конструктивные средства, позволяющие описывать динамику указанных процессов и решать сложные задачи выбора. К такого рода задачам выбора может быть отнесены весьма актуальные в настоящее время задачи структурно-функционального синтеза логистических цепей в виртуальных предприятиях, создаваемых на основе глобальных телекоммуникационных технологий. Разработанные к настоящему времени прикладные теории управления и соответствующие классы моделей (категории), к которым можно в первую очередь отнести: модели системной динамики [11, 36], логико-динамические системы [9], сети Петри [36], динамические модели выполнения комплексов операций [10], позволяют формально описывать и решать лишь ограниченный спектр задач анализа, мониторинга и управления состояниями БПС [4].

Поэтому было предложено обобщенное описание исследуемых объектов, основанное на введении категории динамических альтернативных системных графов с перестраиваемой структурой [12, 35, 42]. В рамках данного формального описания удастся объединить и связать все ранее перечисленные классы динамических моделей. Указанное объединение моделей уже сейчас открывает перспективы проведения междисциплинарных исследований, в рамках которых возможно взаимообогащение перечисленных прикладных теорий управления интересными научными и практическими результатами, полученными в каждой из них [42].

В качестве примера рассмотрим упрощенный вариант динамической интерпретации сети Петри с помощью дискретной динамической системы (ДДС). При указанной интерпретации сети Петри предполагается, что величина каждой  $i$ -й компоненты вектора состояния ДДС вида:  $\mathbf{x}[l] = \|x_1[l], x_2[l], \dots, x_n[l]\|^T$ ,  $l = 1, \dots, N$  ( $l$  — текущий номер шага, момент времени), численно равна суммарному числу меток в  $p_i$  позиции в исходной сети Петри, а каждому  $t_j$  переходу сопоставляется управляющее воздействие  $u_j[l] \in \{0, 1\}$ , принимающее значение 1, если  $t_j$  переход срабатывает на шаге  $l$ , 0 — в противном случае. Кроме того, при срабатывании каждого разрешенного перехода перемещение меток из одной позиции в другую осуществляется не мгновенно, а с фиксированной длительностью (шагом). В этом случае уравнения, описывающие динамику смены маркировок в рассматриваемой сети Петри могут быть заданы в виде следующих рекуррентных соотношений

$$x_i[l] = x_i[l-1] + \sum_{\beta \in \Gamma_i^-} k_\beta u_\beta[l] - \sum_{\alpha \in \Gamma_i^+} k_\alpha u_\alpha[l], \quad (4.2)$$

где  $k_\beta$ ,  $k_\alpha$  — кратность ребер, соединяющих соответственно  $t_\beta$  переходы с  $p_i$  позицией и  $p_i$  позицию с  $t_\alpha$  переходами;  $\Gamma_i^-$  ( $\Gamma_i^+$ ) — множество номеров входных (выходных) переходов  $p_i$  позиции. Наряду с (4.2) необходимо в ДДС задать ограничения, описывающие структуру сети Петри, логику срабатывания переходов. Указанные ограничения могут быть представлены в следующем виде:

$$u_{\alpha}[l] \sum_{i \in I_{\alpha}} \prod_{\xi=k_i}^{s_i} (\xi - x_i[l-1]) = 0, \quad (4.3)$$

$$\sum_{\alpha \in \Gamma_j^+} k_{\alpha} u_{\alpha}[l] \leq x_j[l-1], \quad (4.4)$$

$$u_{\alpha}[l] \sum_{v \in J_{\alpha}} x_v[l-1] = 0, \quad (4.5)$$

где  $s_i = \max x_i[l]$ ,  $l = 1, \dots, N$  — максимально возможное число меток, которое может находиться в  $p_i$  позиции;  $I_{\alpha}(J_{\alpha})$  — соответственно множество номеров входных (выходных) позиций со сдерживающими дугами) для  $t_{\alpha}$  перехода. Наряду с (4.3)-(4.5) следует задать начальную и конечную (требуемую) маркировку сети Петри  $\mathbf{x}[0]$ ,  $\mathbf{x}[N]$ ; показатель качества функционирования сложных объектов  $F = \sum_{l=1}^N g_l(\mathbf{x}[l-1], \mathbf{u}[l])$ , где  $g(\cdot, \cdot)$  — заданные функции. Необходимо от-

метить, что предложенный подход к формализации процессов функционирования сложных объектов применим в тех случаях, когда указанные процессы описываются разноцветными временными сетями Петри.

Основная особенность предлагаемой динамической интерпретации сетей Петри состоит в том, что необходимо таким образом задавать соотношения (4.2)-(4.5), чтобы обеспечивалась целочисленность значений компонент вектора состояния и управлений в построенной ДДС на каждом шаге  $l = 1, \dots, N$ .

К настоящему времени на основе предложенной динамической интерпретации процессов решения задач теории расписаний [11, 36] и соответствующей динамической интерпретации процессов функционирования сетей Петри удалось решить целый ряд важных научных и прикладных задач [12, 35, 42, 43]. Анализ показывает, что разработанные алгоритмы поиска оптимальных расписаний и соответствующие планы функционирования средств можно использовать для поиска оптимальных правил срабатывания переходов в сетях Петри [42]. С другой стороны, при решении разнообразных задач теории расписаний, используя математический аппарат сетей Петри, можно проводить конструктивное оценивание временной и емкостной сложности алгоритмов оптимизации, поиск диспетчерских планов (первых приближений) в задачах оптимального программного управления комплексами операций [22, 43]. Кроме того, предложенный комплекс динамических моделей можно использовать для оценивания и выбора наилучших технологий системного моделирования заданного класса объектов.

## 5. Методологические основы анализа основных свойств моделей и полимодельных комплексов

При решении задач моделирования сложных объектов  $Ob_{<>}^{op}$  (реально существующих, либо абстрактных) особое место занимает проблема оценивания (обеспечения) требуемой адекватности моделирования. Очевидно, что при принятии решения об использовании модели  $Ob_{<>}^m$  на практике, необходимо всякий раз оценивать насколько (в какой степени, по каким аспектам) она адекватна по отношению к  $Ob_{<>}^{op}$ . Причинами неадекватности  $Ob_{<>}^m$  могут быть неточные исходные предпосылки в определении типа и структуры моделей, погрешности измерений при проведении испытаний (экспериментов), вычисли-

тельные погрешности при обработке измерительной информации. Использование неадекватной модели может привести к значительным экономическим потерям, аварийным ситуациям, к невыполнению задач, поставленных перед реально существующей системой [24, 28, 29].

Для определенности, следуя работам [39, 41, 43], рассмотрим два класса моделируемых систем. **К первому классу** мы отнесем системы, с которыми можно проводить эксперименты (испытания) и получать, путем измерений, значения тех или иных характеристик указанных систем. Обобщенной моделью такого рода систем является модель динамической системы (ДС) [13, 20], задаваемая кортежем следующего вида:

$$r = \langle X, V, Y, T, \varphi, \psi \rangle, \quad (5.1)$$

где  $X, V, Y, T$  — соответственно множества состояний, входных, выходных воздействий, множество моментов времени;  $\varphi, \psi$  — переходное и выходное отображения вида

$$\varphi: T \times X \times V \rightarrow X, \quad (5.2)$$

$$\psi: T \times X \times V \rightarrow Y. \quad (5.3)$$

При этом множество входных воздействий, в общем случае, представляет собой декартово произведение множества управляющих воздействий ( $U$ ) и множества возмущающих воздействий ( $E$ ):  $V = U \times E$ .

На рис. 5 представлена обобщенная технология оценивания и управления качеством моделей объектов первого класса. На данном рисунке приняты следующие условные обозначения: 1 — формирование целей функционирования  $Ob_{<>}^{op}$ ; 2 — формирование входных воздействий; 3 — формирование целей моделирования; 4 — моделируемая система (объект  $Ob_{<>}^{op}$ ) первого класса; 5 — модели ( $Ob_{<0>}^m$ ) исследуемой системы  $Ob_{<>}^{op}$ ; 6 — оценивание качества модели (полимодельных комплексов); 7 — управление качеством моделей; 8 — управление параметрами моделей; 9 — управление структурами моделей; 10 — изменение концепции описания моделей.

В качестве примеров систем первого класса можно, в первую очередь, назвать все созданные и создаваемые человеком технико-технические системы и комплексы, работающие в автоматическом режиме.

**Ко второму классу моделируемых систем** мы отнесем те из них, с которыми невозможно проведение экспериментов (в соответствии с технологией, представленной на рис. 5) и получение требуемых характеристик (например, элементов множеств  $X$  и  $Y$ ). К такого рода системам относятся крупномасштабные экономические и социальные системы, сложные организационно-технические системы, функционирующие в условиях существенной неопределенности воздействия внешней среды [25]. Важную роль в таких системах играет человеческий фактор (организационные структуры).

Рассмотрим последовательно варианты оценивания адекватности  $Ob_{<>}^m$  для перечисленных классов систем. Допустим, что имеется возможность ввести метрическое пространство математических образов, описывающих  $Ob_{<>}^{op}$  и  $Ob_{<>}^m$ . Тогда в качестве меры близости модели к объекту целесообразно использовать расстояние  $\rho(Ob_{<>}^{op}, Ob_{<>}^m)$  между точками, которое должно удовлетворять аксиомам тождества, симметрии и треугольника [39].



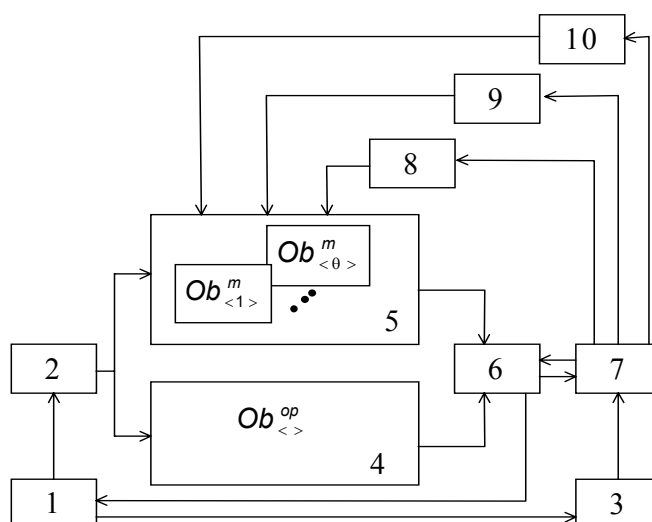


Рис.5. Обобщенная технология оценивания и управления качеством моделей объектов первого класса

В идеальной ситуации указанная мера близости объекта и модели должна равняться нулю. Однако на практике в силу ряда причин (принципиальное отличие  $Ob_{<>}^m$  от  $Ob_{<>}^{op}$ , неопределенность исходных данных, измерительные и вычислительные погрешности и т.п.) вероятность (возможность) получения условия

$$\rho(Ob_{<>}^{op}, Ob_{<>}^m) = 0 \quad (5.4)$$

близка к нулю. Поэтому реально условие адекватности должно иметь вид:

$$\rho(Ob_{<>}^{op}, Ob_{<>}^m) \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0. \quad (5.5)$$

Условие (5.4), которое имеет чисто теоретическое значение, будем называть условием абсолютной адекватности, а условие (5.5) будем называть  $\varepsilon$ -адекватностью. Попутно отметим, что в ходе реализации той или иной технологии моделирования (см. рис. 2, рис. 5) при переходе от одного этапа моделирования к другому этапу степень адекватности модели  $\rho$ , как правило, ухудшается:

$$\rho_1 \leq \rho_2 \leq \rho_3 \dots \rho_l = \rho, \quad (5.6)$$

где  $\rho_l$  — мера адекватности  $Ob_{<>}^m$  на  $k$ -м этапе реализации заданной технологии моделирования. Применительно к первому классу  $Ob_{<>}^{op}$  рассматриваемые меры адекватности могут быть заданы в различном виде. Так, при детерминированном описании данных систем чаще всего используются метрики Евклида, Чебышева, Хэмминга, Ли и др. [7, 39]. В качестве аргумента в соответствующих функционалах рассматривают величину разности выходных воздействий, получаемых на объекте ( $\bar{y}^{(0)}(t)$ ) и модели ( $\bar{y}(t)$ ). В стохастическом случае могут быть предложены меры адекватности, основанные на количественном оценивании расстояний между случайными выборками (первая ситуация), полученными в ходе экспериментов  $Ob_{<>}^{op}$  и  $Ob_{<>}^m$ , и расстояниями между статистическими законами, построенными по этим выборкам (вторая ситуация). В табл. 2 приведен ряд примеров задания метрик для первой ситуации. В табл. 2 приняты следующие условные обозначения:  $\bar{y}$ ,  $\bar{y}^{(0)}$ ,  $\sigma_y^2$ ,  $\sigma_{y^{(0)}}^2$  — статистические ма-

тематические ожидания и дисперсии случайных величин  $\hat{y}(t)$ ,  $\hat{y}^{(0)}(t)$ ,  $t \in T$ ;  $\lambda$ ,  $\lambda^{(0)}$  — статистические оценки интенсивности обслуживания входного сигнала  $v(t) \in V$ ;  $m$ ,  $n$  — количество элементов в соответствующих выборках. В общем случае  $\bar{y}^{(0)}(t) \in Y^{(op)}$ ,  $\bar{y}(t) \in Y$  являются выборками  $N$ -мерных нормально распределенных генеральных совокупностей [39]. Обозначим через  $\bar{Y}_{\langle N \rangle}^{(op)}$  и  $\bar{Y}_{\langle N \rangle}$  статистические математические ожидания векторных случайных величин  $\hat{Y}_{\langle N \rangle}^{(op)}$  и  $\hat{Y}_{\langle N \rangle}$  соответственно. В случае равенства  $\bar{Y}_{\langle N \rangle}^{(op)} = \bar{Y}_{\langle N \rangle}$  метрики  $\rho_1$  и  $\rho_2$  теряют смысл.

Таблица 2. Примеры задания метрик для первой ситуации

№ пп	Условия существования метрики	Вариант задания метрики
1	Независимые наблюдения за скалярными нормально распределенными выходными воздействиями при условии равенства дисперсии $\sigma_y^2 = \sigma_{y^{(0)}}^2 = \sigma^2$	$\rho_1 =  \bar{y} - \bar{y}^{(0)}  \frac{\sqrt{m \cdot n}}{\sigma^2 \sqrt{m+n}}$ $\rho_2 = (\bar{y} - \bar{y}^{(0)})^2 \frac{\sqrt{m \cdot n}}{\sigma^2 \sqrt{m+n}}$
2	Независимые наблюдения за скалярными нормально распределенными выходными воздействиями при условии равенства математических ожиданий $\bar{y} = \bar{y}^{(0)}$	$\rho_3 =  \sigma_y^2 - \sigma_{y^{(0)}}^2 $ $\rho_4 = (\sigma_y^2 - \sigma_{y^{(0)}}^2)^2$
3	Независимые наблюдения за скалярными экспоненциально распределенными выходными воздействиями с плотностью распределения вероятностей вида $\varphi_y = \lambda e^{-\lambda y}$	$\rho_5 =  \lambda - \lambda^{(0)} $ $\rho_6 = (\lambda - \lambda^{(0)})^2$

Для указанных случаев в качестве мер адекватности могут быть выбраны следующие вероятности

$$P_1[\hat{\rho}(Ob_{\langle \rangle}^{op}, Ob_{\langle \rangle}^m) = 0] \geq 1 - \delta, \quad (5.7)$$

$$P_2[\hat{\rho}(Ob_{\langle \rangle}^{op}, Ob_{\langle \rangle}^m) \leq \varepsilon] \geq 1 - \delta, \quad (5.8)$$

где  $\delta$  — малая положительная величина. Плотность распределения расстояния  $\hat{\rho}(Ob_{\langle \rangle}^{op}, Ob_{\langle \rangle}^m)$ . в этом случае должна быть «сконцентрирована» в районе начала координат. Для проверки адекватности модели объекту по соотношениям (5.7)-(5.8) необходимо задаваться величинами  $\varepsilon$  и  $\delta$ , найти функцию или плотность распределения расстояния  $\hat{\rho}(Ob_{\langle \rangle}^{op}, Ob_{\langle \rangle}^m)$ , вычислить вероятность  $P_1$ ,  $P_2$  и сравнить ее с величиной  $(1 - \delta)$ . При сравнении статистических законов распределения выходных воздействий  $Ob_{\langle \rangle}^{op}$  и  $Ob_{\langle \rangle}^m$  расстояния между законами распределения могут быть заданы в виде представленных в табл. 3 формул.

Для рассматриваемых ситуаций проверка адекватности  $Ob_{\langle \rangle}^m$  сводится к проверке статистической гипотезы о свойствах генеральных совокупностей выходных сигналов  $Ob_{\langle \rangle}^{op}$  и  $Ob_{\langle \rangle}^m$  при известных входных сигналах.

Количественная оценка адекватности моделей  $Ob_{\langle \rangle}^m$ , описывающих системы (объекты) второго класса, по предложенным ранее метрикам затруднена, так как непосредственное определение характеристик вида  $\bar{y}^{(0)}$ , путем проведения экспериментов (исследований) с указанными системами, требует, во-первых, очень больших затрат ресурсов (финансовых, временных, материаль-

ных) и, во-вторых, в ряде ситуаций просто нереализуемо (моделирование аварий, катастроф, военных действий). Кроме того, в данных ситуациях само понятие «адекватность модели» требует уточнения. В этом случае целесообразно говорить уже о *полезности, пригодности* модели  $Ob_{<>}^m$  для решения какого-то конкретного класса задач, связанных с системой  $Ob_{<>}^{op}$ .

Таблица 3. Примеры задания метрик для второй ситуации

№ пп	Условия существования метрики	Вариант задания метрики
1	Существуют плотности распределения вероятностей $\varphi_{\hat{y}}(y), \varphi_{\hat{y}^{(0)}}(y)$	$\int_{-\infty}^{+\infty}  \varphi_{\hat{y}}(y) - \varphi_{\hat{y}^{(0)}}(y)  dy$
2	Существуют непрерывные функции распределения $F_{\hat{y}}(y)$ и $F_{\hat{y}^{(0)}}(y)$ в пространстве $[0,1]$	$\max_y  F_{\hat{y}}(y) - F_{\hat{y}^{(0)}}(y) $
3	Существуют непрерывные функции распределения $F_{\hat{y}}(y)$ и $F_{\hat{y}^{(0)}}(y)$ в пространстве $M[0,1]$	$\sup_y  F_{\hat{y}}(y) - F_{\hat{y}^{(0)}}(y) $

Будем предполагать, что для описания некоторой системы второго класса  $Ob_{<>}^{op}$  предложено  $k$  моделей:  $M_1(\Gamma_{<p_1>}), M_2(\Gamma_{<p_2>}), \dots, M_k(\Gamma_{<p_k>})$ , каждая из которых характеризуется своей структурой (структурами) и набором параметров  $\Gamma_{j<p_j>}, j = 1, \dots, k$ . В начале остановимся на ситуации, когда структуры моделей фиксированы и они (модели) отличаются друг от друга составом параметров, точные значения (либо вероятностные, нечеткие распределения) которых, как правило, неизвестны. Необходимо в данном случае из множества моделей  $\{M_j(\Gamma_{<p_j>})\}$  выбрать наиболее предпочтительную модель (пригодную, полезную) [5, 6, 17, 39]. Кроме того, будем предполагать, что перечисленные модели используются для решения задач прогнозирования и выбора оптимальных вариантов функционирования системы  $Ob_{<>}^{op}$  с точки зрения заданного обобщенного показателя эффективности  $J$ . Значения данного показателя зависят от варианта выбранных управляющих воздействий и значений параметров модели, с помощью которых указанный выбор состоялся:

$$J_{jj} = J_{jj}(u_j, M_j(\Gamma_{<p_j>})).$$

Пусть заранее неизвестно, какие фактические значения примут параметры реальной системы. Таким образом, мы имеем ситуацию выбора в условиях неопределенности сведений о поведении реальной системы  $Ob_{<>}^{op}$ . Для снятия данной неопределенности должна вводиться дополнительная информация (гипотезы).

Рассмотрим самую простую ситуацию, при которой  $Ob_{<>}^m$  зависит только от одного параметра  $p$ , который, в свою очередь, принимает конечное множество значений:  $p \in \{p_1, p_2, \dots, p_b\}$ . При этом от такого же параметра, принимающего те же значения, зависит результат функционирования реальной системы  $Ob_{<>}^{op}$ . Однако заранее неизвестно, какое фактическое значение примет параметр « $p$ » в системе  $Ob_{<>}^{op}$ . Допустим, что любое отклонение параметра модели  $M(p)$  от значения этого же параметра на реальном объекте приводит к «ущербу» (потерям в эффективности), которое будем оценивать с помощью показателя  $J$ . Для

дальнейшего решения задачи составим табл. 4 значений показателя эффективности следующего вида  $J_{v\mu} = J_{v\mu}(u_v, p_\mu)$ , где  $J_{v\mu}$  — значение показателя при  $u_v$  варианте функционирования  $Ob_{<>}^m$ , рассчитанном на модели  $M(p_v)$  при фактическом значении параметра  $p_\mu$ . На основе табл. 4 построим табл. 5 рисков, вычисляемых по следующей формуле  $\Delta J_{v\mu} = |J_{vv} - J_{v\mu}|$ .

Таблица 4. Значения показателя эффективности вида  $J_{v\mu} = J_{v\mu}(u_v, p_\mu)$

$p_n \backslash p_m$	$p_1$	$p_2$	...	$p_b$
$p_1$	$J_{11}$	$J_{12}$	...	$J_{1b}$
$p_2$	$J_{21}$	$J_{22}$	...	$J_{2b}$
...	...	...	...	...
$p_b$	$J_{b1}$	$J_{b2}$	...	$J_{bb}$

Таблица 5. Значения рисков вида  $\Delta J_{v\mu} = |J_{vv} - J_{v\mu}|$

$p_n \backslash p_m$	$p_1$	$p_2$	...	$p_b$
$p_1$	0	$\Delta J_{12}$	...	$\Delta J_{1b}$
$p_2$	$\Delta J_{21}$	0	...	$\Delta J_{2b}$
...	...	...	...	...
$p_b$	$\Delta J_{b1}$	$\Delta J_{b2}$	...	0

В этом случае задача о выборе наиболее пригодной модели сводится к задаче выбора стратегии (значения параметра  $p$ ), которая будет предпочтительнее остальных. В качестве критерия оптимизации выберем критерий минимального риска

$$J' = \min_v \max_\mu \Delta J_{v\mu}. \quad (5.9)$$

Если заданы вероятности  $q_1, q_2, \dots, q_b$  появления значений параметра  $p: p_1, p_2, \dots, p_b$ , то оптимальной будет стратегия, минимизирующая средний риск:

$$J'' = \min_v \sum_{\mu=1}^b \Delta J_{v\mu} q_\mu. \quad (5.10)$$

Если рассматривать общий случай выбора многопараметрической модели из заданного множества моделей  $\{M_j(\Gamma_{<p_j>})\}$ , то данную задачу целесообразно решать в следующей последовательности. В начале для каждой фиксированной модели  $M_j(\Gamma_{<p_j>})$  находятся наилучшие сочетания значений параметров в соответствии с предложенными выше критериями, т.е. находим  $M_j^* = M_j(\Gamma_{<p_j>}^*)$ . В результате уже получаем  $k$  моделей  $M_1^*, M_2^*, \dots, M_k^*$  с фиксированными параметрами. Из этих моделей, опять же используя аналогичную процедуру, выбираем наилучшую модель. Рассмотрим простейший пример, иллюстрирующий суть предлагаемого подхода. Пусть задана простейшая одноканальная система массового обслуживания с чистыми отказами. Эффективность функционирования данной системы оценивается вероятностью обслуживания произвольного требования вида

$$J = q = \frac{\alpha}{\alpha + \lambda},$$

где  $\alpha$  — плотность потока обслуживания;  $\lambda$  — плотность потока требований, поступающих на обслуживание. Пусть неопределенность данной модели  $Ob_{<>}^m$  связана с параметром  $\lambda$ , который принимает значения  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_b$  и задана требуемая вероятность обслуживания  $q_0$ . Тогда каждому значению  $\lambda_\mu$  соответствует оптимальное значение параметра  $\alpha_\mu$ . Если в реальной системе параметр  $\lambda$  принимает значение  $\lambda_v \neq \lambda_\mu$ , то потеря эффективности обслуживания будет равна [39]:

$$\Delta J_{v\mu} = \Delta q_{v\mu} = \left| q_0 - \frac{\alpha_\mu}{\alpha_\mu + \lambda_v} \right| = \left| q_0 - \frac{1}{1 + \frac{\lambda_v}{\lambda_\mu} \left( \frac{1}{q_0} - 1 \right)} \right|.$$

Пусть  $q_0 = 0,5$ , а параметр  $\lambda$  может принимать значения  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 2$ ,  $\lambda_3 = 3$ . Значения матрицы рисков представлены в табл. 6. В соответствии с минимаксным критерием необходимо выбрать модель  $Ob_{<>}^m$  с параметром  $\lambda = 2$ .

Таблица 6. Значения матрицы рисков

$\lambda_{\text{модельное}} \backslash \lambda_{\text{реальное}}$	$\lambda_1 = 1$	$\lambda_2 = 2$	$\lambda_3 = 3$
$\lambda_1 = 1$	$\Delta q_{11} = 0$	$\Delta q_{12} = 1/6$	$\Delta q_{13} = 1/4$
$\lambda_2 = 2$	$\Delta q_{21} = 1/6$	$\Delta q_{22} = 0$	$\Delta q_{23} = 1/10$
$\lambda_3 = 3$	$\Delta q_{31} = 1/4$	$\Delta q_{32} = 1/10$	$\Delta q_{33} = 0$

В заключение данного пункта остановимся на возможных вариантах расчета показателей адекватности моделей, описывающих системы первого класса, для тех ситуаций, когда в рассматриваемых системах изменяются не только значения параметров, но и структура самих моделей.

Введем в рассмотрение следующие множества  $\overline{M} = \{M_1, \dots, M_\theta\}$  — множество моделей объекта-оригинала  $Ob_{<>}^{op}$ ,  $\overline{P}_{cs}(t) = \{\overline{P}_g^{(cs)}, g = 1, \dots, H\}$  — множество признаков (свойств, атрибутов)  $Ob_{<>}^{op}$ ;  $\overline{P}_{cs}$  — множество возможных вариантов (наборов) значений признаков  $Ob_{<>}^{op}$ .

Кроме того, пусть  $AD(M_\theta, \overline{P}_{cs})$ ,  $\theta = 1, \dots, \Theta$  — некоторый заданный функционал (показатель) адекватности модели  $M_\theta$  по отношению к  $Ob_{<>}^{op}$ , характеризуемого  $\overline{P}_{cs}(t)$  в момент времени  $t$ .

Данный функционал адекватности  $AD(M_\theta, \overline{P}_{cs})$  наряду с перечисленными выше аксиомами должен дополнительно обладать следующими свойствами [34]:

$$а) \quad AD(M_\theta, \overline{P}_{cs}) > 0, \forall M_\theta \in \overline{M}, \overline{P}_{cs} \in \overline{P}_{cs}; \quad (5.11)$$

$$б) \quad AD(M_\theta, \overline{P}_{cs}^{(1)}) > AD(M_\theta, \overline{P}_{cs}^{(2)}), \quad (5.12)$$

где модель  $M_\theta$  более адекватно описывает  $Ob_{<2>}^{op}$ , характеризуемый набором признаков  $\overline{P}_{cs}^{(2)}$ , чем  $Ob_{<1>}^{op}$ , характеризуемый набором признаков  $\overline{P}_{cs}^{(1)}$ ;

$$в) \quad AD(M_{\theta_1}, \overline{P}_{cs}^{(1)}) > AD(M_{\theta_2}, \overline{P}_{cs}^{(2)}), \quad (5.13)$$

где модель  $M_{\theta_2}$  более адекватно описывает  $Ob_{<1>}^{op}$ , характеризуемый набором признаков  $\overline{P}_{cs}^{(1)}$ , чем модель  $M_{\theta_1}$ .

При записи соотношений (5.11)-(5.13) предполагалось, что параметры каждой модели оптимальным образом настроены на соответствующий  $Ob_{<>}^{op}$ . Следует отметить, что под действием различных причин (объективных, субъективных, внутренних, внешних) у  $Ob_{<>}^{op}$  могут постоянно изменяться как его параметры, так и структуры. Поэтому при оценивании функционалов, входящих в выражения (5.11)-(5.13), необходимо постоянно вести учет и прогнозирование

изменения значений набора параметров  $\bar{P}_{cs}(t)$ , характеризующих  $Ob_{<>}^{op}$  и среды в каждый момент времени таким образом, чтобы своевременно проводить корректировку структур и параметров модели (полимодельных комплексов). При этом, выбирая величину промежутка времени, на который надо осуществлять прогнозирование значений признаков  $Ob^{op}$ , приходится искать такое компромиссное решение, которое, с одной стороны обеспечивало бы как можно более точный набор признаков  $\bar{P}_{cs}$ , с другой стороны, выбираемый интервал времени должен быть достаточно большим для того, чтобы имелось время, отводимое на конструирование новой модели  $M_{\theta}^{op}$ , настройку ее параметров до включения в работу. Более того, как уже указывалось ранее, надо еще учитывать, что для развивающихся ситуаций мы имеем изменяющийся во времени универсум событий  $\bar{P}_{cs} = \bar{P}_{cs}(t)$ . В данных условиях весьма перспективным является подход, при котором интерпретация процессов создания (синтеза) моделей и управления их качеством проводятся на основе концепции, подходов и методов современной теории управления динамическими системами. В качестве примера можно привести две возможные постановки задачи управления качеством моделей (синтеза их облика), базирующиеся на предлагаемой динамической интерпретации происходящих процессов.

**Задача А.** Требуется минимизировать функционал, характеризующий степень близости модели и  $Ob_{<>}^{op}$  при ограничениях, накладываемых на общее время, отводимое на синтез модели, а также параметры и структуры модели [34]:

$$AD(M_{\theta}^{(l)}, \bar{P}_{cs}) \rightarrow \min, \quad (5.14)$$

$$t_{st}(\bar{w}, M_{\theta}^{(l)}) \leq \bar{t}_{st}, \quad (5.15)$$

$$M_{\theta}^{(l)} \in \bar{M}, \bar{w} \in W, M_{\theta}^{(l)} = \bar{\Phi}(M_{\theta}^{(l-1)}, \bar{w}, \bar{P}_{cs}), l = 1, 2, \dots, \quad (5.16)$$

где  $AD(M_{\theta}^{(l)}, \bar{P}_{cs})$  — функционал, с помощью которого оценивается степень адекватности модели  $M_{\theta}^{(l)}$  по отношению к объекту-оригиналу  $Ob_{<>}^{op}$ , характеризующемуся, как уже отмечалось ранее, набором признаков из множества  $\bar{P}_{cs}(t) = \{\bar{P}_g^{(cs)}, g = 1, \dots, H\}$ ;  $t_{st}$  — общее время синтеза модели с заданными свойствами;  $\bar{t}_{st}$  — предельно допустимое время синтеза модели;  $\bar{\Phi}$  — оператор итеративного конструирования (выбора) структуры модели  $M_{\theta}^{(l)}$ ;  $l$  — текущий номер итерации, в ходе которой осуществляется конструирование (выбор) модели;  $\bar{w}$  — вектор параметров структурной адаптации модели,  $W$  — множество допустимых значений вектора параметров структурной адаптации моделей.

Обратная по отношению к задаче А задача Б может быть представлена следующим виде:

$$t_{st}(\bar{w}, M_{\theta}^{(l)}) \rightarrow \min, \quad (5.17)$$

$$AD(M_{\theta}^{(l)}, \bar{P}_{cs}) \leq \varepsilon_2, \quad (5.18)$$

$$M_{\theta}^{(l)} \in \bar{M}, \bar{w} \in W, M_{\theta}^{(l)} = \bar{\Phi}(M_{\theta}^{(l-1)}, \bar{w}, \bar{P}_{cs}), \quad (5.19)$$

где  $\varepsilon_2$  — заданная константа, характеризующая допустимый уровень степени адекватности моделей  $Ob_{<>}^{op}$  вида  $M_{\theta}^{(l-1)}$ ;  $\theta \in \tilde{T} = \{1, \dots, \Theta\}$ ,  $\bar{M}$  — множество возможных вариантов моделей  $Ob_{<>}^{op}$ .

Анализ задач А и Б показывает, что с точки зрения теории управления, данные задачи относятся к классу задач адаптации параметров и структур объектов, в качестве которых в данном случае рассматриваются сами модели  $Ob_{<>}^{op}$ . При этом из приведенных соотношений следует, что в качестве основного критерия, определяющего необходимость начала (окончания) проведения процесса параметрической и структурной адаптации моделей  $Ob_{<>}^{op}$  (или, по-другому, управления качеством моделей) целесообразно выбрать условие соответствия характеристик реального и моделируемого объектов (условие адекватности моделей). Причем адекватность в данном случае следует понимать не как отражение в модели  $Ob_{<>}^{op}$  всех «деталей», а как принципиальное соответствие результатов моделирования изменениям и отношениям между  $Ob_{<>}^{op}$  и средой, имеющим место в действительности. Основное предназначение количественного оценивания адекватности, используемой в данный момент времени  $t$  модели  $M_0^{(l)}$  определяется необходимостью повышения до приемлемого уровня *степени уверенности* лица, принимающего решение (ЛПР), позволяющий ему судить относительно корректности высказываний о реальном объекте на основе данных, полученных при его моделировании [17, 22, 23].

## 6. Заключение

Подводя краткий итог изложенному, следует отметить, что в современных условиях назрела острая необходимость разработки методологических и методических основ теории оценивания и управления качеством моделей или, по-другому, *квалиметрии моделей и полимодельных комплексов*. Данная теория, являющаяся составной частью такой научной отрасли знаний как *качествоведение*, сама может быть декомпозирована на множество частных прикладных теорий, в которых должно проводиться оценивание качества моделей, используемых в определенной предметной области. На рис. 6 в качестве примера приведены основные элементы разрабатываемой в настоящее время теории оценивания и управления качеством моделей, используемых при интеграции данных и знаний (Information Fusion Models) [43].

По нашему мнению, разработка квалиметрии моделей должна идти параллельно в двух основных взаимодействующих и взаимообогащающих направлениях исследований. В рамках первого направления должны разрабатываться общие вопросы квалиметрии моделей, которые базируются на результатах, получаемых в рамках большого числа частных прикладных теорий оценивания и управления качеством моделей (второе направление исследований), развиваемых в каждой из конкретных предметных областей [4, 6, 21, 28, 32, 36, 37].



Рис. 6. Методологические и методические основы решения проблем квалиметрии моделей, используемых при интеграции данных и знаний

## Литература

- [1] Авен П. О., Ослон А. А., Мучник И. Б. Функциональное шкалирование. М.: Наука, 1988. 182 с.
- [2] Азгальдов Г. Г. Теория и практика оценки качества товаров: Основы квалиметрии. М.: Экономика, 1982. 248 с.
- [3] Андрианов Ю. М., Субетто А.И. Квалиметрия в приборостроении. Л.: Машиностроение, 1990. 201 с.
- [4] Большаков А. С. Моделирование в менеджменте. Учебное пособие. М.: Информационно-издательский дом «Филинь» Рилант, 2000. 460 с.
- [5] Валькман Ю. Р. О проблеме «отчуждения» моделей исследуемых объектов от создателей в проектировании сложных изделий // Теория и системы управления. 1996. №3. С. 146–152.
- [6] Васильев С. Н. От классических задач регулирования к интеллектуальному управлению // Теория и системы управления. 2001. № 1. С. 5–22; № 2. С.5–24.
- [7] Высокос Г. И. Обзор мер сходства для бинарных свойств. Новосибирск: СО АН СССР, 1978. 162 с.
- [8] Гаврилова Т. А., Хорошевский В. Ф. Базы знаний интеллектуальных систем. СПб.: Питер, 2000. 384 с.
- [9] Жук К. Д., Тимченко А. А., Доленко Т. И. Исследование структур и моделирование логико-динамических систем. Киев: Наукова думка, 1975. 197 с.



- [10] *Зимин И. Н., Иванчиков Ю. П.* Решение задач сетевого планирования сведением их к задачам оптимального управления // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 1971. №3. С. 632–641.
- [11] Имитационное моделирование производственных систем / *А. А. Вавилов, Д. Х. Имаев, В. И. Плещунин* и др. М.: Машиностроение; Берлин: Ферлаг Техник, 1983. 416 с.
- [12] *Калинин В. Н., Соколов Б. В.* Многомодельный подход к описанию процессов управления космическими средствами // Теория и системы управления, 1995. №1. С.56–61.
- [13] *Калинин В. Н., Резников Б. А.* Теория систем и управления (структурно-математический подход). Л.: ВИКИ, 1987. 417 с.
- [14] *Кини Р. Л., Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. 560 с.
- [15] *Клир Дж.* Системология. Автоматизация решения системных задач. М.: Радио и связь, 1990. 540 с.
- [16] *Краснощеков П. С., Петров А. А.* Принципы построения моделей. М.: Фазис, 2000. 400 с.
- [17] *Ларичев О. И.* Теория и методы принятия решений. М.: Логос, 2000. 295 с.
- [18] *Липаев В. В.* Оценка качества программных изделий. М.: ЭРИС, 2001. 252 с.
- [19] Международные стандарты ИСО серия 9000 и 10000 на системы качества: версии 1994 г. М.: Изд-во стандартов, 1995 .
- [20] *Месарович М., Такахара Я.* Общая теория систем: математические основы: Пер. с англ. М.: Мир, 1978. 312 с.
- [21] Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 тт. / Ред. совет: *В. С. Авдудевский* (пред.) и др. Т.3. Эффективность технических систем // Под общ. ред. *В. Ф. Уткина, Ю. В. Крючкова.* М.: Машиностроение, 1988. 328 с.
- [22] *Немировский А. С., Юдин Д. Б.* Сложность задач и эффективность методов оптимизации. М.: Наука, 1979. 384 с.
- [23] Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. *Д. А. Поспелова.* М.: Наука, 1986. 391 с.
- [24] *Павловский Ю. А.* Имитационные модели и системы. М.: Фазис, 2000. 131 с.
- [25] *Перегудов Ф. И., Тарасенко Ф. П.* Введение в системный анализ. М.: Высшая школа, 1989. 368 с.
- [26] *Пешель М.* Моделирование сигналов и систем. М.: Мир, 1981. 303 с.
- [27] *Полляк Ю. Г.* Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М.: Сов. радио, 1971. 399 с.
- [28] *Прангшивили И. В.* Системный подход и общесистемные закономерности. М.: Синтег, 2000. 522 с.
- [29] Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды IV Международной конференции / Под ред. академиков *Мясникова В. П., Кузнецова А. А., проф. Виттиха В. А.* Самара: Самарский научн. центр РАН, 2002. 559 с.
- [30] *Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М.* Чувствительность систем управления. М.: Наука, 1981. 464 с.
- [31] *Ростовцев Ю. Г., Юсупов Р. М.* Проблема обеспечения адекватности субъектно-объектного моделирования // Известия ВУЗов. Приборостроение. 1991. № 7. С.7–14.
- [32] *Савин Г. И.* Системное моделирование сложных процессов. М.: Фазис, 2000. 276 с.
- [33] *Самарский А. А., Михайлов А. П.* Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
- [34] *Скурихин В. И., Забродский В. А., Копейченко Ю. В.* Адаптивные системы управления машиностроительным производством. М.: Машиностроение, 1989. 207 с.
- [35] *Соколов Б. В., Юсупов Р. М.* Комплексное моделирование функционирования автоматизированной системы управления навигационными космическими аппаратами // Проблемы управления и информатики. 2002. №5. С.103–117.
- [36] Технология системного моделирования / *Е. Ф. Аврамчук, А. А. Вавилов, С. В. Емельянов* и др.; Под общ. ред. *С. В. Емельянова* и др. М.: Машиностроение; Берлин: Техника, 1988. 520 с.
- [37] *Тятюшкин А. И.* Многометодная технология для расчета оптимального управления // Теория и системы управления. 2003. №3. С.45–51.
- [38] *Цвиркун А. Д., Акинфиев В. К.* Структура многоуровневых и крупномасштабных систем (синтез и планирование развития). М.: Наука, 1993. 160 с.
- [39] *Юсупов Р. М.* Элементы теории испытаний и контроля технических систем / Под ред. *Р. М. Юсупова.* М.: Энергия, 1977. 189 с.

- [40] Юсупов Р. М., Заболотский В. П. Научно-методические основы информатизации. СПб.: Наука, 2000. 456 с.
- [41] Юсупов Р. М., Иванищев В. В., Костельцев В. И., Суворов А. И. Принципы квалиметрии моделей // IV СПб/ Междунар. конф. «Региональная информатика-95»: тез. докладов. СПб.: 1995. С.90–91.
- [42] Sokolov B. V. Optimal Structure Reconfiguration in a Complex Technical Systems(CTS): principles, models, methods and algorithms for the CTS Structure Dynamics Control // VI ISTC Scientific Advisory Committee Seminar “Science and Computing”, Moscow, Russia, September 15-17 2003, Abstracts. / ISTC. Moscow, 2003. P.30–31
- [43] Sokolov B. V., Yusupov R. M. Information Fusion Models’ Quality Estimation And Models’ Quality Control Theory // VI ISTC Scientific Advisory Committee Seminar “Science and Computing”, Moscow, Russia, September 15-17 2003, Abstracts. / ISTC. Moscow, 2003. — P. 102–104.