

# РАСЧЕТ РЕЦЕПТУРЫ СТЕКОЛЬНОЙ ШИХТЫ СИМПЛЕКС МЕТОДОМ

Р. И. Янив

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН  
199178, Санкт-Петербург, 14 линия В.О., д.39  
roman@delas.ru

УДК 666.1.022

Р. И. Янив **Расчет рецептуры стекольной шихты симплекс методом** // Труды СПИИРАН. Вып. 1, т. 3. — СПб: СПИИРАН, 2003.

**Аннотация.** В статье дается краткий обзор существующих методов расчета рецептур стекольной шихты, а также описан вариант расчета рецептуры шихты симплекс – методом, примененный на «Покровском Стекольном Заводе». — Библ. 6 назв.

UDC 666.1.022

R. I. Yaniv **Glass batch calculation using simplex-method** // SPIIRAS Proceedings. Issue 1, v. 3. — SPb: SPIIRAS, 2003.

**Abstract.** There is a short overview of batch calculation methods and the description of a batch calculation method, which is used in the “Pokrov Glass Plant”. — Bibl. 6 items.

Сущность расчета рецептуры шихты заключается в том, чтобы из существующего сырья составить шихту, при варке которой получалось бы стекло с оксидным составом близким к составу стекла, принятого на данном заводе. Процесс расчета шихты из химически чистых реактивов, каждый из которых вводит в стекломассу лишь один определенный оксид, не сложен. Имеется точное решение. Из химически чистых реактивов варят лишь оптические стекла и стекла специального назначения. В тарном производстве, как и при других промышленных варках, используют минеральные сырьевые ресурсы, которые кроме нескольких полезных оксидов заданных в составе стекла, содержат еще большое количество разнообразных примесей, которые могут быть технологически вредными. Расчет состава шихты для варки стекла сводится к определению количества исходных сырьевых материалов — компонентов шихты в килограммах, необходимых для составления Р кг шихты и получения из нее Q кг стекла определенного состава. [1-3] Для такого расчета необходимо знать заданный химический состав стекла, химический состав исходных сырьевых материалов, а также коэффициенты пересчета химических соединений состава сырья при переходе их в состав стекла. Расчет состава шихты ведется на 100 кг сваренного стекла, так как при этом одновременно определяются количество компонентов шихты, процентное отношение окислов, переходящих из этих компонентов в стекломассу, и соотношение между количеством шихты и количеством получаемого из нее стекла.

Расчет начинается с определения количества каждого окисла, переходящего в стекло из 1 кг каждого компонента шихты, при этом, одновременно, учитываются потери на улетучивание некоторых летучих окислов состава стекла (например, Na<sub>2</sub>O – 2%). После этого составляется система уравнений первой степени, где число уравнений равно числу окислов, входящих в заданный состав стекла, а число неизвестных — числу компонентов шихты, например:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для SiO}_2 \quad A = x \cdot a_1 + y \cdot a_2 + z \cdot a_3 \\ \text{для Al}_2\text{O}_3 \quad B = x \cdot b_1 + y \cdot b_2 + z \cdot b_3 \\ \text{для Fe}_2\text{O}_3 \quad C = x \cdot c_1 + y \cdot c_2 + z \cdot c_3 \\ \text{для CaO} + \text{MgO} \quad D = x \cdot d_1 + y \cdot b_2 + z \cdot b_3 \\ \text{для Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O} \quad E = x \cdot e_1 + y \cdot e_2 + z \cdot e_3 \\ \text{для S}' \quad F = x \cdot f_1 + y \cdot f_2 + z \cdot f_3 \end{array} \right\} \quad (1)$$

где: A, B, C, D, E, F — количество окислов, входящих в заданный состав стекла, причем, как отмечалось ранее  $A+B+C+D+F=100$ ,  $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i$  ( $i=1..3$ ) - количества каждого окисла, переходящего в стекло из 1 кг соответствующего компонента шихты -x, y, z — неизвестные, определив которые получим рецепт шихты на 100 кг стекла, то есть, в общем случае имеем векторно-матричное уравнение  $Y=A_{nk}X_k$ .

Существует много методов решения данной задачи [1-3], причем, при расчетах по этим методикам могут, не выполняются некоторые требования к рецептуре шихты. А именно:

- I. Рецепт шихты должен обеспечить заданный состав стекла;
- II. Массовое содержание любого компонента должно быть  $>0$  и  $< 100\%$ ;
- III. Сумма оксидов переходящих из шихты в стекло должна = 100%.

### *Способ уравнений*

При использовании методов линейной алгебры [2,3], если  $n=k$  и матрица **A** не особая, уравнение (1) примет вид:

$$X=A^{-1}Y \quad (2).$$

В некоторых случаях решение (2) может не удовлетворять [1] требованиям II и III. Анализ уравнения (1) при  $n \neq k$  (число компонентов шихты и сырья не совпадает) приводит к двум решениям [3]:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (3)$$

$$X = A^T (A A^T)^{-1} Y \quad (4)$$

Авторами рекомендуется применять решение (3) при  $k < n$ , поскольку при этом не меняется ранг матрицы и результат получается более точным. При  $k > n$  рекомендуется использовать решение (4). Решения (3) и (4) получаются неточными, и к ним можно отнести те же замечания, что и к решению (2).

### *Способ последовательных приближений*

Сводится к поочередному определению количества каждого отдельного компонента шихты и дальнейшему уточнению его содержания в шихте в связи с подсчетом общего количества соответствующего окисла, вводимого в стекло этим и другими компонентами шихты. [5] В отличие от способа уравнений метод не чувствителен к соотношению величин  $k$  и  $n$ , а также имеет хорошую сходимость (достаточно 2-3 приближения, чтобы получить удовлетворительный результат), однако и в этом случае могут не выполняться требования II и III. [6]

### *Расчет симплекс-методом*

В этом случае в заданной прямоугольной области находится оптимальное значение функционала вида:

$$I = \sum_{i=1}^n (Y_i - \sum_{j=1}^k a_{ij} X_j)^2 \rightarrow \min \quad (5)$$

Как и в методе последовательных приближений, в этом методе нет ограничений на соотношение величин  $k$  и  $n$ . С помощью этого метода можно удовлетворить все три требования к рецептуре шихты.

При составлении программы расчета шихты для “Покровского Стекольного Завода” наиболее удобной формой постановки задачи линейного программирования оказалась постановка в виде  $M$  задачи. Это произошло потому, что из сырья используемого на заводе для варки стекла не возможно приготовить

шихту строго заданного состава (отсутствует область решений), т. е. требуется ввод дополнительных и искусственных переменных, что наиболее удобно реализовать в виде М задачи.

Решаемая задача линейного программирования представлена в канонической форме и имеет следующий вид:

$$cx \rightarrow \min,$$

$$Ax = b,$$

$$x \geq 0,$$

- где **x** - вектор переменных системы 1, плюс искусственные переменные;
- A** - матрица ограничений размера  $k \times n$ , - матрица коэффициентов при переменных в правой части системы 1, плюс, введенные в нее, искусственные переменные;
- b** - вектор левой части ограничений  $(b_1, b_2, \dots, b_m)$  – вектор правой части системы 1;
- c** - вектор коэффициентов целевой функции  $(c_1, c_2, \dots, c_n)$ ;

Целевая функция состоит из произведения искусственных переменных, введенных в матрицу **A**, на вектор **c**. Значения искусственных переменных интерпретируются как отклонения расчетного состава стекла от заданного, представленного в векторе **b**. Таким образом, при решении данной задачи линейного программирования симплекс методом находится такое соотношение компонентов шихты (переменные системы 1), при котором целевая функция достигает минимального значения, то есть полученный расчетный состав стекла максимально близок к заданному значению. Данная задача решалась модифицированным симплекс-методом, известным также под названием метода обратной матрицы. В модифицированном симплекс-методе реализуется та же основная идея, что и в обычном симплекс-методе, но здесь на каждой итерации пересчитывается не вся матрица  $A^{-1}$ , обратная матрице ограничений **A**, а лишь та часть, которая относится к текущему базису  $A_x$ . Следует также отметить, что полученное соотношение компонентов шихты является оптимальным решением.

Симплекс-анализ используемых на ПСЗ сырьевых материалов показал, что для стабилизации состава стекла в ваннных печах необходимо предусмотреть возможность введения в виде малых добавок глиноземистого сырья ( $Al_2O_3$ ) и карбонатных пород (известняка или доломита) для обоих видов стекла. Это замечание сделано из-за того, что в используемом шлаке сильно колеблется соотношение между содержанием  $Al_2O_3$  и  $CaO+MgO$ , а в существующей технологической схеме отсутствуют сырье с помощью которого можно вводить  $Al_2O_3$  независимо от  $CaO+MgO$  и наоборот. Предложенная реализация симплекс-метода позволяет рассчитывать рецепт шихты как на все заданные в составе стекла оксиды, так и на ограниченный круг оксидов. Это позволяет легко определить, какого оксида вводится не достаточно или с избытком при заданном выборе сырьевых компонентов. Расчет шихты можно производить по

категориям в соответствии с заданными отклонениями по оксидному составу. Если из выбранного сырья не возможно приготовить шихту заданной категории (по отклонениям оксидного состава стекла), то по желанию оператора автоматически может быть произведена выборка более подходящих одноименных сырьевых материалов из числа доступных на складе. Если на складе нет подходящего сырья для обеспечения заданных отклонений в оксидном составе, то по желанию оператора можно увеличить число компонентов для составления шихты и рассчитать количество малых добавок.

В настоящее время расчетная часть пакета реализована в двух вариантах: *1 Вариант* реализует схему расчетов традиционно принятую на ОАО «ПСЗ», что позволяет сравнивать данные по рецептуре шихты, составленной из одних и тех же сырьевых материалов, по данным ЦЗЛ и, рассчитанную симплекс-методом, с использованием выше описанного пакета. Сравнение результатов проводится ниже. Традиционная схема предусматривает расчет рецептуры шихты без учета летучести щелочных оксидов при варке. Для компенсации летучести количество щелочесодержащих материалов в замесе увеличивают в соответствии с заданным коэффициентом летучести соды, сульфата и содо-сульфатной смеси. Таким образом, примеси, вносимые этими сырьевыми компонентами, в процессе расчета рецептуры шихты не учитываются, что, безусловно, увеличивает реальное отклонение в содержании отдельных оксидов в составе навариваемого стекла от заданного состава стекла.

*2 Вариант* учитывает летучесть щелочных оксидов на стадии оптимизации рецептуры шихты.

#### Контрольный пример.

Здесь рассматривается контрольный пример для демонстрации работы расчетного метода.

Стекло марки ЗТ-1:

Заданный химический состав стекла:

SiO<sub>2</sub> – 69.44 %;

Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 5 %;

Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 0.77 %;

CaO + MgO – 11 %;

K<sub>2</sub>O + Na<sub>2</sub>O в пересчете на Na<sub>2</sub>O – 13.5 %;

Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 0.09 %;

SO<sub>3</sub> – 0.2 %;

Na<sub>2</sub>O через сульфат – 2.50 %.

#### Химический состав сырья:

Наименование материала	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	Na <sub>2</sub> O	Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	S'
Песок	91,31	3,71	1,04	1	0,4	2,21		
Дом. шлак	37,5	9,2	0,54	39,2 3	11,4 4	1,13		0,99
Сода			Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub> – 94,1; K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> – 2,6; K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub> – 3,3					
Содосульф. смесь	0,85	2,23	Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> – 70,01; Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub> – 25,08					
Краситель	12,6	70,71	0,42		0,59	2	12,47	

### Рецепт шихты:

Рассчитанный в ЦЗЛ «ПСЗ»:		Расчет по модели:	
Песок	67,59	Песок	67,71
Дом. Шлак	19,83	Дом. шлак	19,83
Сода	12,59	Сода	12,82
Содосульф. смесь	10,02	Содосульф. смесь	9,81
Краситель	0,722	Краситель	0,722

### Полный оксидный состав стекла с отклонениями от заданного состава:

	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO+MgO	Na <sub>2</sub> O	Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	S'
Зад. состав	69,44	5	0,77	11	13,5	0,09	0,2
Расчет ЦЗЛ:	68,4	5	0,802	10,85	14,67	0,09	0,193
Отклонения:	-1,04	0	0,032	0,15	1,17	0	0,07
Расчет по модели:	69,621	4,712	0,816	11,028	13,535	0,09	0,196
Отклонения:	0,181	-0,288	0,046	0,029	0,035	0	-0,004

### Выводы.

Реализованный метод для расчета рецептуры шихты, позволяет обеспечить меньшие отклонения оксидного состава стекла от состава, заданного разработчиками, чем при традиционном ручном методе последовательных приближений ранее использовавшемся в ЦЗЛ ОАО «ПСЗ».

Большую точность дает расчет с учетом летучести компонентов на стадии оптимизации рецептуры шихты.

Анализ расчетов, выполненных с помощью симплекс метода, показал, что для стабилизации химического состава стекла при использовании для стекловарения шлаков необходимо увеличить количество компонентов шихты, с тем, чтобы иметь сырье, позволяющее вводить оксиды кальция и магния независимо от оксида глинозема.

### Литература

- [1] Марков Е. П., Куликов Б. М., Маневич В. Е. // Строительные материалы. — 1977, №1, 33–34 с.
- [2] Усвицкий М. Б. // Стекло (труды ГИС). — 1978, №1, 20-20 с.
- [3] Кусов И. Ф. // Стекло (труды ГИС). — 1973, №2, 100-101 с.
- [4] Коробко М. И., Коробко И. М. // Механизация и автоматизация управления. — 1974, №5, 13-13 с.
- [5] Тихонов А. М. // ДАН СССР. — 1965, т. 162, №4, 763-765 с.
- [6] Марков Е. П., Чесноков А. Г., Маневич В. Е., Овчаренко А. И. // Стекло (труды ГИС). — 1980, №12, 3-4 с.