УДК 621.391:519.711.3

Батенков К.А.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ КАНАЛОВ СВЯЗИ В ФОРМЕ ОПЕРАТОРОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ ПРОСТРАНСТВ

Батенков К.А. **Моделирование непрерывных каналов связи в форме операторов преобразования некоторых пространств**.

Аннотация. Предложена феноменологическая модель непрерывного канала связи. На ее основе разработаны модели линейного непрерывного канала связи в форме оператора преобразования метрических пространств с заданными базисами, а также частный случай, в котором базисом является система координатных функций интегрального канонического представления В.С. Пугачева.

Ключевые слова: непрерывный канал связи, оператор, базис пространства, интегральное каноническое разложение В.С. Пугачева, системная характеристика, аддитивная помеха, ряд Вольтерра.

Batenkov K.A. **Continuous channel modeling in shape of some space transformation operators.**

Abstract. Continuous channel phenomenological model is suggested. Linear continuous channel models in shape of metric space transformation operators with specified basis and also special case of coordinate function basis of Pugachev integral canonical expansion are designed.

Keywords: continuous channel, operator, space basis, Pugachev integral canonical expansion, system characteristic, additive noise, Volterra series.

1. Введение. Современные информационные системы, выполняющие функции передачи данных, разрабатываются применительно к конкретному типу каналу связи, а точнее с учетом требований, предъявляемых используемой средой передачи. В результате эффективность создаваемой системы напрямую связана с адекватностью представления непрерывного канала связи, содержащего как исходную среду передачи, так и некоторую совокупность оконечных устройств (аналоговых интерфейсов). При этом теоретический этап конструирования предусматривает в обязательном порядке синтез математической модели непрерывного канала связи, а процедура испытаний и отладки конечного изделия предполагает наличие имитационной либо физической модели, построенных на базе исходной математической. В итоге постоянное стремление разработчиков к повышению эффективности существующих информационных систем, в том числе с точки зрения использования имеющегося в распоряжении ресурса непрерывного канала связи, приводит к актуализации вопросов, связанных с моделированием непрерывных каналов связи.

В настоящее время наиболее часто применяются модели непрерывных каналов связи в форме конечномерных условных распределений вероятностей [18, 34, 43] либо определенных моментных функций [13, 33, 36]. При этом сложность применяемого аппарата приводит к необходимости использования лишь первых двух моментов распределений, что адекватно исключительно для гауссовских случайных процессов. Для распределений подход основывается на применении Марковских процессов [42, 43], что существенно сужает область применимость разрабатываемых моделей, поскольку значительно ограничивает память в канале. Вышеописанные вероятностные модели довольно хорошо укладываются в понятие косвенного описания непрерывных каналов связи, а значит, требуют наличие исходного прямого описания, например феноменологического, непосредственно связывающего входные и выходные сигналы каналов связи, а не их вероятностные характеристики, и более удобного для моделирования в реальном масштабе времени.

Прямое описание каналов связи базируется на двух подходах – использовании преобразований на основе дифференциальных [13] и интегральных уравнений [18, 38, 37, 39]. При этом интегральные уравнения оказываются более предпочтительными в связи с достаточно устоявшимися терминами, такими как импульсная либо переходная характеристика. Однако большинство работ основываются на понимании модели канала связи как некоторого оператора метрического пространства, для которого заданы базисы разложения как для входных так и выходных сигналов в форме гармонических функций [35, 40, 41]. Подобный подход с одной стороны оказывается весьма универсальным, так как синтезируемые модели опираются на пространства с гармоническим базисом, координатные функции которого являются собственными функциями линейных систем на бесконечном интервале анализа, что гарантирует неизменность его формы как на входе так и на выходе канала связи. В результате, нет необходимости в отыскании преобразований входного базиса. С другой же стороны, предположение о бесконечном интервале анализа является достаточно спорным, поскольку системы связи работают с ограниченными по времени сигналами, а значит гармонические функции уже далеки от собственных, следовательно, возникает необходимость поиске соответствующих трансформаций входного базиса в выходной. Именно поэтому данная статья и посвящена попытке разрешить данное противоречие путем описания подходов, позволяющих моделировать непрерывные каналы при разработке систем связи с требуемой сложностью их аналитического описания.

2. Феноменологическая модель непрерывного канала связи на основе интегральных и дифференциальных операторов. Непрерывный канал связи описывается некоторым оператором Н, отображающим все допустимое множество пространственно-временных сигналов на входе $x(t,\mathbf{r})$ во множество подобных сигналов на выходе $x'(t',\mathbf{r}')$. Несмотря на разнообразие воздействующих на передаваемые сообщения факторов в реальных каналах связи, аналитическую (феноменологическую) модель канала целесообразно представить в виде двух слагаемых (рис.) [4, 5, 13]:

$$x'(t',\mathbf{r}') = \mathrm{H}'\{x(t,\mathbf{r})\} + n(t',\mathbf{r}'), \tag{1}$$

где Н' – оператор отображения полезной составляющей принимаемой смеси, зависящего от свойств среды передачи, а также характеристик входных и выходных устройств (согласования);
$n(t',\mathbf{r}')$ – поле аддитивных помех, задающее как внешние помехи, так и внутренние шумы;
t, $\mathbf{r}$ – временная и пространственные координаты соответственно.

Поскольку набор случайных и детерминированных факторов, оказывающих существенное влияние на передачу сигналов, чересчур сложен и разнообразен, то наибольшее распространение получили феноменологические модели каналов связи. При этом для феноменологических моделей канал рассматривается как "черный ящик", внутренняя структура которого при описании не учитывается, а основное внимание уделяется воспроизведению взаимозависимостей между входными и выходными сигналами. Кроме того, в работе акцент делается на аналитической форме описания связи между данными сигналами, поскольку именно она (форма) позволяет получать точные решения задач анализа и синтеза каналов связи без проведения экспериментов и последующей статистической обработки их результатов. В результате рассматриваемая в работе феноменологическая модель укладывается в понятие аналитической модели, так как предполагает получение некоторых теоретических преобразований сигналов на входе канала связи в сигналы на выходе. Следует также заметить, что, в отличие от имитационной модели, имеющей чисто алгоритмическую форму представления, феноменологическая модель в общем случае может быть как алгоритмической, так и аналитической, то есть является более общей.

Физическая же модель, по сути, является некоторой неабстрактной интерпретацией, имеющей физическую основу (например, имитатор канала), исходной математической модели, которая хоть и не имеет строго формального определения, однако большинство специалистов под ней подразумевают описание канала связи в виде математических соотношений (не обязательно аналитических), связывающих требуемые его параметры. Таким образом, рассматриваемая в работе феноменологическая модель принадлежит к довольно широкому классу аналитических моделей, который в свою очередь является подклассом математических моделей.

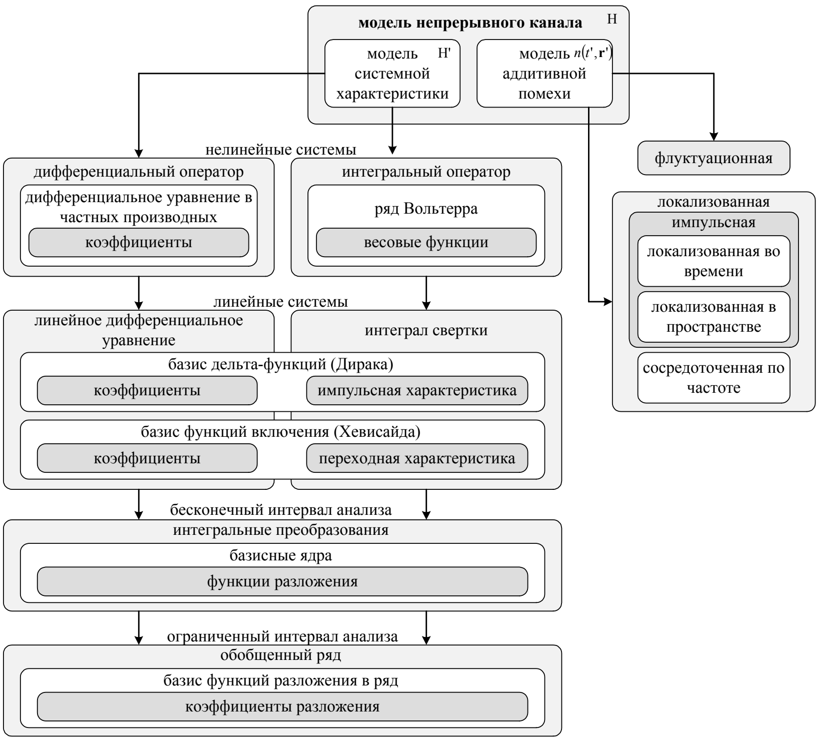

Рис. Структура аналитической (феноменологической) модели непрерывного канала связи

Для подобных моделей оператор H', отражающий взаимосвязь входных и выходных сигналов без учета аддитивной помехи, имеет вид системной характеристики и воспроизводит в общем случае с необходимой точностью статистические характеристики наблюдаемого на выходе сигнала. Исследование системной характеристики канала с постоянными параметрами (детерминированного) сводится к рассмотрению системной характеристики детерминированного типа, которая является частной вариацией стохастической.

Следует также отметить, что при моделировании систем существует два подхода – прямое и косвенное описание [18, 19]. Прямое описание предполагает рассмотрение оператора преобразования множества входных сигналов в выходные, а косвенное – оператора соотношения между их вероятностными мерами. В работе на начальных этапах синтеза математической модели канала используется преимущественно первый подход, поскольку прямые соотношения между случайными величинами более просты и наглядны по сравнению со вторым подходом. К тому же непосредственное косвенное описание модели канала не всегда оказывается возможным, поскольку зачастую не существует прямой взаимосвязи между преобразованиями сигналов в канале связи и их вероятностными характеристиками. На заключительном же этапе синтеза предполагается переход к косвенному описанию на основе формул полной вероятности [18].

Наиболее общими видами моделей системной характеристики H' являются модели на основе дифференциальных уравнений с частными производными [13, 30]:

$$\mathrm{H}'\{x(t,\mathbf{r})\} = \{z(t,\mathbf{r}) \mid \Psi_{t,\mathbf{r}}[x(t,\mathbf{r}), z(t,\mathbf{r}), t, \mathbf{r}] = x(t,\mathbf{r})\} \quad , \tag{2}$$

где $z(t,\mathbf{r})$ – полезная составляющая принимаемой смеси (без учета аддитивного шума $n(t',\mathbf{r}')$);

$\Psi_{t,\mathbf{r}}$ – некоторый оператор, в общем случае нелинейный и содержащий смешанные производные как по времени, так и по пространственным координатам.

Следует отметить, что непосредственно системная характеристика представляет собой коэффициенты этого дифференциального уравнения. Характер решения подобных уравнений, то есть явный вид оператора преобразования H', определяется множеством факторов: типом уравнения, формой пространственно-временных сигналов на входе $x(t,\mathbf{r})$, начальными условиями. Однако в общем случае аналитических решений для произвольного вида уравнений не существует, причем даже в квадратурах [17, 30]. Отсутствие обобщенных методов вычисления операторов преобразования H' полезной составляющей передаваемых сигналов на основе исходных дифференциальных уравнений (2) приводит к необходимости самостоятельного рассмотрения каждого из исследуемых типов уравнений, причем преимущественно на основе численных методов.

Уравнения вида (2) могут быть сведены к широко используемым уравнениям состояния и наблюдения [12, 13]:

$$\mathrm{H}'\{x(t,\mathbf{r})\} = \left\{ \Psi'_{\mathbf{r}}\left[z'(t,\mathbf{r}),t,\mathbf{r}\right] \;\middle|\; \frac{\partial z'(t,\mathbf{r})}{\partial t} = \Psi_{\mathbf{r}}\left[x(t,\mathbf{r}),z'(t,\mathbf{r}),t,\mathbf{r}\right] \right\}, \qquad (3)$$

где $\Psi_{\mathbf{r}}$, $\Psi'_{\mathbf{r}}$ – некоторые операторы, в общем случае нелинейные и содержащие производные по пространственным координатам;
$z'(t,\mathbf{r})$ – переменные состояния модели канала связи.

В качестве переменных состояния $z'(t,\mathbf{r})$ могут выступать разнообразнейшие реакции выходного сигнала, например его производные как по времени, так и по пространственным координатам, усиленный или ослабленный сигнал, сигнал, пропущенный через какой-либо фильтр, или же их комбинации. Это свидетельствует о достаточно произвольной интерпретации физического смысла состояний канала связи, которые выбираются исходя из требуемой точности моделирования, простоты и степени абстрактности. Следует также заметить, что в общем случае выражения (3) являются системой дифференциальных уравнений в частных производных (рис.).

Однако для ряда нелинейных систем сведение дифференциальных уравнений с частными производными (2) к уравнениям состояния и наблюдения (3) оказывается невозможным, а зачастую и нецелесообразным [13]. Основными препятствиями при этом являются невыполнимость принципа суперпозиции и условия однородности [19], а также неупорядоченность множества точек пространственных координат (в отличие от времени) [12]. Следует также отметить, что и обратный переход от уравнений состояния и наблюдения (3) к дифференциальным уравнениям (2) не всегда оказывается осуществимым, причем даже для линейных систем [13].

Другой формой описания системной характеристики служит интегральный оператор. Возможность такого представления вытекает из теоремы Фреше [18], которая доказывает возможность аппроксимации непрерывного функционала с любой заданной точностью функциональным рядом Вольтерра [30]. Для динамических систем с временными и пространственными координатами, к которым (системам) относятся практически все исследуемые модели каналов связи, этот ряд имеет вид:

$$\mathrm{H}'\{x(t,\mathbf{r})\} = h_0(t',\mathbf{r}') + \sum_{i=1}^{n} \int_{t_1} \ldots \int_{t_i} \int_{\mathbf{r}_1} \ldots \int_{\mathbf{r}_i} \left\{ \prod_{j=1}^{i} x(t_j,\mathbf{r}_j) \right\} \times \\ \times h_i(t',\mathbf{r}',t_1,\ldots,t_i,\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_i)\, dt_1 \ldots dt_i\, d\mathbf{r}_1 \ldots d\mathbf{r}_i, \quad (4)$$

где $h_i(t',\mathbf{r}',t_1,\ldots,t_i,\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_i)$ – некоторые весовые функции (ядра Вольтерра), соответствующие системной характеристике модели канала;
n – число слагаемых аппроксимации по временной и пространственным координатам соответственно;
$h_0(t',\mathbf{r}')$ – начальное значение выходного сигнала (постоянная составляющая).

По сути, ряд Вольтерра является решением исходных дифференциальных уравнений (2) или (3) при условии возможности его представления в квадратурах. Так, для уравнений с частными производными (2) таковым условием оказывается аддитивный вид оператора $\Psi_{t,\mathbf{r}}$, распадающегося на два слагаемых, каждое из которых зависит лишь от одного типа сигнала (входного или выходного) [30]. В случае невозможности подобно представления ряд Вольтерра может быть получен на основе аппроксимации исходного дифференциального уравнения в соответствии с требуемым критерием, например минимума ошибки аппроксимации.

По аналогии с уравнениями состояния и наблюдения в дифференциальной форме (3) можно рассматривать такого же рода уравнения в интегральной форме. По аналогии вводятся переменные состояния $z'(t,\mathbf{r})$ с той лишь разницей, что операторы имеют интегральный вид:

$$\mathrm{H}'\{x(t,\mathbf{r})\} = \left\{ \Psi'_{t,\mathbf{r}}\left[z'(t,\mathbf{r}),t,\mathbf{r}\right] \;\middle|\; z'(t,\mathbf{r}) = \Psi_{t,\mathbf{r}}\left[x(t,\mathbf{r}),t,\mathbf{r}\right] \right\}, \quad (5)$$

где $\Psi_{t,\mathbf{r}}$, $\Psi'_{t,\mathbf{r}}$ – некоторые интегральные операторы (по пространству и времени), в общем случае нелинейные.

Переход от интегральных уравнений (4) или (5) к дифференциальным в соответствующей форме (2) или (3) возможен путем дифференцирования по пространственным и временным координатам [13].

Таким образом, дифференциальные уравнения позволяют описывать соотношения между входными и выходными сигналами на основе коэффициентов, а ряды Вольтерра – путем учета весовых функций в интегральных преобразованиях. Основное отличие моделей "вход-состояние-выход" (3) и (5) от моделей "вход-выход" (2) и (4) заключается в представлении априорных данных о предыстории процессов. Так, вторые требуют в общем случае знания о всей совокупности значений сигналов до настоящего момента, а первые – состояние системы в текущий момент. Какое из описаний оказывается проще, зависит главным образом от доступности априорной информации, а их применение дополнительно определятся требуемым видом синтезируемых моделей.

Как отмечалось ранее, зачастую каналы связи имеют стохастическую природу, причем случайными свойствами обладает оператор отображения полезной составляющей принимаемой смеси H'. Подобная ситуация возникает при условии распространения сигналов в среде со случайными неоднородностями [15]. Однако в настоящее время модели непрерывных каналов связи, базирующиеся на теории стохастических операторов, разработаны недостаточно полно [13, 26]. Именно поэтому наибольшее распространение получили структурно-детерминированные модели, характеризующиеся наличием лишь ряда стохастических параметров, а сама структура (вид) оператора преобразования в канале связи оказывается заданной. В результате системные характеристики каналов должны рассматриваться как некоторые случайные поля, в общем случае многомерные, в пространстве восьми параметров, а входные и выходные сигналы – в пространстве четырех параметров соответственно [25].

В этой связи модели каналов связи на основе дифференциальных или интегральных операторов заданной структуры имеют первостепенное значение. Подобные операторы содержат коэффициенты либо весовые функции, обладающие случайными свойствами. В результате описание преобразований осуществляется на основе понятий стохастического интеграла и дифференциала [28].

В строгом математическом смысле первостепенную роль имеют именно интегральные преобразования, определенные в той или иной форме, а дифференциальные являются лишь условными эквивалентами некоторых исходных интегральных, в которых интегралы (Ито, Стратоновича) имеют неклассический обобщенный смысл [27]. Дополнительно при описании каналов на основе дифференциальных преобразование требуется выполнение условия марковости по тем переменным, по которым осуществляется дифференцирование, что практически возможно путем искусственного введения отношения порядка не только по временным, но и по пространственным координатам. В отличии от обыкновенных дифференциальных уравнений, отражающих физические явления на уровне динамики одной переменной, описание с помощью дифференциальных уравнений в частных производных позволяет рассматривать процессы, зависящие от нескольких переменных. Однако подобный переход оказывается принципиальным усложнением и требует постановок новых задач, а следовательно и разработки методов их обоснования и решений [20].

С другой стороны теоретическое обоснование и методы решения задач, в которых преобразования описываются одномерными интегральными уравнениями, достаточно просто обобщаются на многомерные случаи и уравнения, зависящие от нескольких переменных. Это является следствием того, что в отличии от дифференциальных уравнений, для которых необходимо задавать начальные или граничные условия, интегральные уравнения содержат всю необходимую информации для постановки задачи, что приводит к полной аналогии между одномерными, многомерными и многопеременными задачами.

Кроме того, стохастическое интегрирование, как впрочем и детерминированное, предоставляет возможность учета как равноправности изменений по всем используемым измерениям, так и задание на части из них отношений порядка в случае необходимости.

В результате даже при описании детерминированных каналов связи предпочтительнее оказывается использование моделей системных характеристик на основе интегральных преобразований, поскольку они позволяют рассмотреть наиболее общий вид каналов, а также избавиться от дополнительных искусственных ограничений, способных заметно снизить адекватность синтезируемых моделей.

Оба типа представления системной характеристики существенно упрощаются, если моделирование осуществляется на основе линейных операторов (рис.). Для дифференциальных уравнений вводится требование вещественности и независимости от сигналов коэффициентов дифференциального уравнения [1], что приводит его к линейному виду:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{H}'\{x(t,\mathbf{r})\} = \Bigg\{ z(t,\mathbf{r}) \Bigg| \sum_{k_0,\ldots,k_n} a_{k_0,\ldots,k_n}(t,\mathbf{r}) \frac{\partial^k z(t,\mathbf{r})}{\partial t^{k_0} \prod_{i=1}^{n} \partial r_i^{k_i}} = \\
= \sum_{k_0',\ldots,k_{n'}'} a'_{k_0',\ldots,k_{n'}'}(t,\mathbf{r}) \frac{\partial^{k'} x(t,\mathbf{r})}{\partial t^{k_0'} \prod_{i'=1}^{n'} \partial r_{i'}^{k_{i'}'}} \Bigg\},
\end{aligned}
\tag{6}
$$

где $n = \overline{1,\ 3}$, $n' = \overline{1,\ 3}$ – число рассматриваемых пространственных координат на входе и выходе соответственно;

$a_{k_0,\ldots,k_n}(t,\mathbf{r})$, $a'_{k_0',\ldots,k_{n'}'}(t,\mathbf{r})$ – коэффициенты дифференциального уравнения, в общем случае являются функциями времени и пространственных координат;

$k = \sum_{i=0}^{n} k_i$, $k' = \sum_{i'=0}^{n'} k_{i'}'$ – общее количество рассматриваемых слагаемых дифференциального уравнения на входе и выходе соответственно;

$\mathbf{r} = (r_1,\ldots,r_n)$, $\mathbf{r} = (r_1,\ldots,r_{n'})$ – вектора пространственных координат.

Ряд Вольтерра значительно сокращается, вырождаясь в одно интегральное преобразование (интеграл свертки, или Коши), весовой функцией которого является импульсная характеристика [19]:

$$
\mathrm{H}'\{x(t,\mathbf{r})\} = h_0(t',\mathbf{r}') + \int_t \int_{\mathbf{r}} x(t,\mathbf{r}) h(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r}) dt d\mathbf{r}, \tag{7}
$$

где $h(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r}) = h_1(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r})$ – импульсная характеристика канала связи.

Таким образом, системными характеристиками линейного канала связи являются коэффициенты дифференциального уравнения (6) или импульсная характеристика интегрального преобразования (7). При этом, как отмечалось ранее, у импульсной характеристики есть ясная физическая интерпретация, чего лишены коэффициенты дифференциальных уравнений. Являясь реакцией канала связи на воздействие в виде дельта-импульса, импульсная характеристика оказывается унифицированным описанием любой линейной динамической системы [18]. Кроме того, существует достаточно простая физическая интерпретация интеграла свертки – линейная система проводит операцию взвешенного суммирования всех мгновенных значений входного сигнала.

По аналогии вводятся понятия других системных характеристик, по сути, являющиеся реакциями системы на заданные воздействия. Довольно часто в этом качестве используется переходная характеристика, предполагающая наличие реакции на воздействие в виде единичного скачка. В результате интеграл свертки (7) приобретает следующую форму [1]:

$$\begin{aligned}\mathrm{H}'\{x(t,\mathbf{r})\} &= h_0(t',\mathbf{r}') + x(0,\mathbf{0}_n)g(t',\mathbf{r}',t',\mathbf{r}') + \\ &+ \int\limits_t \int\limits_{\mathbf{r}} \frac{\partial^{n+1} x(t,\mathbf{r})}{\partial t \prod_{i=1}^{n} \partial r_i} g(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r}) dt d\mathbf{r},\end{aligned} \tag{8}$$

где $\mathbf{0}_n$ – нуль-вектор размерности n;

$g(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r}) = \dfrac{\partial^{n+1} h(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r})}{\partial t \prod_{i=1}^{n} \partial r_i}$ – переходная характеристика.

3. Модель линейного непрерывного канала связи как оператора преобразования метрических пространств общего вида. Вышеописанные представления преобразований в канале связи достаточно хорошо укладываются в рамки теории сигналов [31], согласно которой пространственная, частотная и временная составляющие ресурса канала задают измерения пространств сигналов на входе и выходе, представленных в виде случайных процессов. Поскольку используемые для описания линейных систем операторы преобразований являются также линейными, то они подчиняются принципу суперпозиции и однородности [19]. Данное обстоятельство позволяет интерпретировать сигналы на входе и выходе в рамках некоторых метрических пространств с заданными базисами:

$$x(t,\mathbf{r}) = \int\limits_{t'} \int\limits_{\mathbf{r}'} \tilde{x}(t',\mathbf{r}')\varphi(t,\mathbf{r},t',\mathbf{r}')dt' d\mathbf{r}', \tag{9}$$

$$z(t',\mathbf{r}') = \int\limits_t \int\limits_{\mathbf{r}} \tilde{z}(t,\mathbf{r})\varphi'(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r})dt d\mathbf{r}, \tag{10}$$

где $\tilde{x}(t',\mathbf{r}')$, $\tilde{z}(t,\mathbf{r})$ – входные и выходные функции разложения соответственно;

$\varphi(t,\mathbf{r},t',\mathbf{r}')$, $\varphi'(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r})$ – входные и выходные базисные функции соответственно.

При данном представлении возможно взаимнооднозначно сопоставить входным базисным функциям выходные в виде реакций канала связи на первые из них:

$$\varphi'(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r}) = \mathrm{H}'\{\varphi(t,\mathbf{r},t',\mathbf{r}')\}. \tag{11}$$

Тогда выходной сигнал представим в виде разложения, в котором базисом выступает реакция (11), а функциями разложения – входные функции разложения сигнала, то есть $\tilde{z}(t,\mathbf{r}) = \tilde{x}(t,\mathbf{r})$:

$$z(t',\mathbf{r}') = \int\limits_t \int\limits_{\mathbf{r}} \tilde{x}(t,\mathbf{r}) \mathrm{H}'\{\varphi(t,\mathbf{r},t',\mathbf{r}')\} dt d\mathbf{r}\,. \tag{12}$$

Если же выбор базисов произволен, причем не обязательно входные и выходные базисные функции совпадают, что соответствует ситуации смешанных базисов, то оператор преобразования в канале связи имеет вид [2, 31]:

$$\tilde{z}(t,\mathbf{r}) = \int\limits_{t'} \int\limits_{\mathbf{r}'} K(t,\mathbf{r},t',\mathbf{r}') \tilde{x}(t',\mathbf{r}') dt' d\mathbf{r}'\,, \tag{13}$$

где ядро интегрального преобразования, по сути являющееся системной характеристикой канала:

$$K(t,\mathbf{r},t',\mathbf{r}') = \int\limits_{t''} \int\limits_{\mathbf{r}''} \varphi'^{-1}(t',\mathbf{r}',t'',\mathbf{r}'') \mathrm{H}'\{\varphi(t'',\mathbf{r}'',t',\mathbf{r}')\} dt'' d\mathbf{r}''\,, \tag{14}$$

определяется на основе сопряженных выходных базисных функций $\varphi'^{-1}(t',\mathbf{r}',t'',\mathbf{r}'')$, удовлетворяющих условию ортогональности:

$$\int\limits_{t''} \int\limits_{\mathbf{r}''} \varphi'(t,\mathbf{r},t'',\mathbf{r}'') \varphi'^{-1}(t'',\mathbf{r}'',t',\mathbf{r}') dt'' d\mathbf{r}'' = \delta(t-t',\mathbf{r}-\mathbf{r}'). \tag{15}$$

Таким образом, представление как сигналов, так и преобразований в канале связи может быть различно, и задается в первую очередь базисными ядрами метрических пространств в рамках которых рассматриваются исследуемые каналы связи. Кроме того, сравнение выражений (12) и (13) позволяет сделать вывод о возможности представления сигнала на выходе линейного канала связи в виде свертки системной характеристики канала и входного сигнала вне зависимости от выбора формы базисов, а точнее – на основе функций разложения сигнала, что позволяет рассматривать выходной сигнал в виде разложения в базисе системной характеристики.

Так, для интегрального преобразования (7) в качестве входного используется базис многомерных дельта-функций Дирака (рис.):

$$\varphi(t,\mathbf{r},t',\mathbf{r}') = \delta(t-t',\mathbf{r}-\mathbf{r}'). \tag{16}$$

В результате входной сигнал представим в виде интегрального преобразования (9), в котором функциями разложения является сам исходный входной сигнал ($\widetilde{x}(t',\mathbf{r}') = x(t',\mathbf{r}')$):

$$x(t,\mathbf{r}) = \int\limits_{t'}\int\limits_{\mathbf{r}'} x(t',\mathbf{r}')\delta(t-t',\mathbf{r}-\mathbf{r}')dt'd\mathbf{r}'. \tag{17}$$

Выходной же базис оказывается реакцией (11), представляющей собой импульсную характеристику канала:

$$\varphi'(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r}) = h(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r}),$$

что делает состоятельным изображение выходного сигнала в виде преобразования (7) без учета начального состояния канала связи $h_0(t',\mathbf{r}')$.

При использовании в качестве входного базиса многомерных функций единичного скачка (включения) Хэвисайда (рис.):

$$\varphi(t,\mathbf{r},t',\mathbf{r}') = \sigma(t-t',\mathbf{r}-\mathbf{r}'), \tag{18}$$

входной сигнал представляется в виде преобразования (9):

$$x(t,\mathbf{r}) = x(0,\mathbf{0}_n)\sigma(t,\mathbf{r}) + \int\limits_{t}\int\limits_{\mathbf{r}} \frac{\partial^{n+1}x(t',\mathbf{r}')}{\partial t'\prod_{i=1}^{n}\partial r_i'}\sigma(t-t',\mathbf{r}-\mathbf{r}')dt'd\mathbf{r}'.$$

Таким образом, функциями разложения оказываются смешанные производные $\widetilde{x}(t',\mathbf{r}')=\dfrac{\partial^{n+1}x(t',\mathbf{r}')}{\partial t'\prod_{i=1}^{n}\partial r_i'}$, с учетом их вырожденности для постоянной составляющей (первого слагаемого). Выходной же базис представляет собой реакцию (11) и имеет вид переходной характеристики:

$$\varphi'(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r})=g(t',\mathbf{r}',t,\mathbf{r}).$$

Следовательно, оператор преобразования полезной составляющей в канале связи H' совпадает с выражением (8), что соответствует представлению выходного сигнала в базисе переходных характеристик без учета начального состояния канала связи $h_0(t',\mathbf{r}')$.

По аналогии подобные представления можно получить и для дифференциальных операторов (6), с той лишь разницей, что выходной сигнал представляется в виде интегрального преобразования, базисом которого будут служить функции, построенные на основе коэффициентов линейного дифференциального уравнения. Однако поскольку данное преобразование, по сути, является решением некоторого дифференциального уравнения, то получить его в явном виде возможно только в ряде частных случаев [13]. Тем не менее, и в этой ситуации целесообразно рассматривать входные и выходные сигналы как элементы метрических пространств с соответствующими базисами, а следовательно характеризовать канал связи с позиции пространственно-частотно-временного ресурса.

В принципе сопоставление входного базисов с выходным возможно и в случае нелинейных операторов, однако подобное сопоставление уже называть взаимнооднозначным нельзя вследствие невыполнимости принципа суперпозиции. Кроме того, в ряде задач синтеза и анализа целесообразно рассматривать входные и выходные базисные функции не как реакции одних на другие. Например, частотное описание входных сигналов и временное выходных (гармонический и базис дельта-функций) является предпочтительным для анализа систем с изменяющимися во времени параметрами [31]. Таким образом, в общем случае необходимо рассматривать смешанные базисы для входных и выходных сигналов, причем закон их соответствия должен являться следствием решения поставленной задачи, а не исходными данными.

4. Модель линейного непрерывного канала связи как оператора преобразования метрических пространств с заданными базисами. Следует также отметить, что помимо интегральных представлений, использующих в качестве базисных ядер дельта-функции (16) и функции единичного скачка (18), возможны также другие виды преобразований (рис.), например Фурье, Лапласа, Френеля, Меллина и др. Их применение определяется в первую очередь удобством описания преобразований пространственно-временных сигналов линейными системами.

Так, наиболее часто используемым базисом является базис гармонических функций, или базис Фурье [29]. Его применение является следствием достаточной простоты генерирования гармонических колебаний, а также тем, что подобные сигналы оказываются собственными функциями линейных стационарных операторов [1].

Главным их достоинством при этом является возможность описания преобразований в линейном стационарном канале связи не на основе операций интегрирования или дифференцирования, а путем нахождения выходных функций разложения в виде произведения входных функций разложения и системной характеристики, то есть в алгебраической форме. Так, в случае пространственно-временного канала одновременное рассмотрение бесконечных интервалов анализа как по временной, так и по пространственным координатам, позволяет на основе разложения в базисе Фурье представить преобразования в канале связи в виде произведения функций. Базисные функции Фурье имеют вид [23]:

$$\varphi\left(t, \mathbf{r}, \omega_t, \omega_{\mathbf{r}}\right) = \varphi'\left(t, \mathbf{r}, \omega_t, \omega_{\mathbf{r}}\right) = e^{i\left\{\omega_t t + \omega_{\mathbf{r}}^T \mathbf{r}\right\}}, \tag{19}$$

где ω_t, $\omega_{\mathbf{r}} = \left(\omega_{r_1}, \ ..., \ \omega_{r_n}\right)$ – временная частота и вектор пространственных частот соответственно;

^{T} – оператор транспонирования.

Сопряженные выходные базисные функции, удовлетворяющие условию ортогональности (15), являются обратными по отношению к гармоническим функциям (19):

$$\varphi'^{-1}\left(\omega'_t, \omega'_{\mathbf{r}}, t', \mathbf{r}'\right) = e^{-i\left\{\omega'_t t' + \omega'^T_{\mathbf{r}} \mathbf{r}'\right\}}.$$

Реакция на входные базисные функции определяется на основе интеграла свертки (7) без учета постоянной составляющей с той лишь разницей, что свойства канала описываются стационарной импульсной характеристикой, зависящей только от разности моментов времени:

$$\mathrm{H}'\left[\varphi\left(t,\mathbf{r},\omega_t,\omega_{\mathbf{r}}\right)\right]=\int\limits_t\int\limits_{\mathbf{r}} e^{i\left\{\omega_t t+\omega_{\mathbf{r}}^T\mathbf{r}\right\}}h\left(t'-t,\mathbf{r}'-\mathbf{r}\right)dtd\mathbf{r}\ . \tag{20}$$

Замена переменных в (20) приводит к хорошо известному свойству собственных функций линейных стационарных систем, к которым относятся и гармонические колебания [1] – реакция канала связи на базисную функцию (19) остается неизменной с точностью до некоторого множителя, не зависящего от временных и пространственных координат:

$$\mathrm{H}'\left[\varphi\left(t,\mathbf{r},\omega_t,\omega_{\mathbf{r}}\right)\right]=K\left(\omega_t,\omega_{\mathbf{r}}\right)\varphi\left(t',\mathbf{r}',\omega_t,\omega_{\mathbf{r}}\right)\ , \tag{21}$$

где частотный коэффициент передачи канала связи, по сути являющийся системной характеристикой канала, имеет вид:

$$K\left(\omega_t,\omega_{\mathbf{r}}\right)=\int\limits_t\int\limits_{\mathbf{r}} h\left(t,\mathbf{r}\right)e^{-i\left\{\omega_t t+\omega_{\mathbf{r}}^T\mathbf{r}\right\}}dtd\mathbf{r}\ .$$

Подстановка полученного выражения для реакции на входные базисные функции (21) в формулу для ядра интегрального преобразования (14) и использование свойства ортонормированности исходного базиса с сопряженным (15) позволяют представить ядро в вырожденном виде:

$$K\left(\omega_t,\omega_{\mathbf{r}},\omega'_t,\omega'_{\mathbf{r}}\right)=K\left(\omega_t,\omega_{\mathbf{r}}\right)\delta\left(\omega_t-\omega'_t,\omega_{\mathbf{r}}-\omega'_{\mathbf{r}}\right).$$

В результате на основе (13) выходной сигнал имеет алгебраический вид:

$$\tilde{z}\left(\omega_t,\omega_{\mathbf{r}}\right)=K\left(\omega_t,\omega_{\mathbf{r}}\right)\tilde{x}\left(\omega_t,\omega_{\mathbf{r}}\right), \tag{22}$$

в котором входные и выходные функции разложения $\tilde{x}(\omega_t, \omega_{\mathbf{r}})$ и $\tilde{z}(\omega_t, \omega_{\mathbf{r}})$ в базисе Фурье (19) являются по сути спектральным представлением исходных сигналов, а частотный коэффициент передачи – преобразованием Фурье импульсной характеристики.

Дополнительным поводом к использованию именно преобразования Фурье является приближенное описание поведения комплексной амплитуды электромагнитной волны в области Фраунгофера на основе данного преобразования [11], что предполагает рассмотрение модели только плоских волн [21]. Однако данное обстоятельство накладывает серьезные ограничения на практическую реализацию данного преобразования, поскольку требует при малых длинах волн значительных расстояний между модуляторами электромагнитных волн и областью регистрации интерференционной картины [11].

К тому же использование преобразования Фурье не всегда оказывается возможным, поскольку необходимо соблюдение условия абсолютной интегрируемости пространственно-временных сигналов, что не всегда выполнимо. Например, функции единичного скачка либо неограниченные во времени гармонические колебания обладают бесконечной энергией. В этом случае преобразования выполняются путем замены неинтегрируемого сигнала на его более общий вид, зависящий от некоторых параметров и приводящий к выполнимости условия абсолютной интегрируемости [11]. В дальнейшем после выполнения преобразования производится предельный переход (введенные параметры устремляются к пределу) от функции разложения обобщенного сигнала к функции разложения первоначального сигнала. В результате данную операцию можно трактовать как некоторое интегральное преобразование, базисное ядро которого отлично от преобразования Фурье введенными параметрами.

Таковым является преобразование Лапласа, использующее базис экспоненциальных функций с гармоническим заполнением:

$$\varphi(t, \mathbf{r}, \sigma_t, \omega_t, \sigma_{\mathbf{r}}, \omega_{\mathbf{r}}) = e^{\sigma_t t + \sigma_{\mathbf{r}}^T \mathbf{r} + i\left\{\omega_t t + \omega_{\mathbf{r}}^T \mathbf{r}\right\}},$$

где σ_t, $\sigma_{\mathbf{r}} = \left(\sigma_{r_1}, \ ..., \ \sigma_{r_n}\right)$ – коэффициенты затухания по временной и пространственным координатам соответственно.

Данный базис, по сути, оказывается обобщением базиса Фурье (19) при нулевых коэффициентах затухания и представляет функции разложения в пространстве не вещественных, а комплексных частот [1]. Помимо того, что базисные функции Лапласа обладают всеми свойствами собственных функций линейных стационарных систем, они снижают требования к существованию разложений (9) и (10) по сравнению с базисом Фурье, который предусматривает необходимость соблюдения конечной нормы преобразуемых сигналов и системных характеристик [16]. Для экспоненциальных функций с гармоническим заполнением оказывается достаточным условие не более чем экспоненциальной степени роста преобразуемых сигналов и системных характеристик [1].

Использование других преобразований продиктовано также рядом преимуществ при тех или иных условиях. Так, преобразование Френеля достаточно хорошо описывает поведение комплексной амплитуды электромагнитного поля в зоне Френеля, а следовательно предполагает моделирование в виде сферической волны [11]. В результате расстояния между модуляторами электромагнитных волн и областью регистрации интерференционной картины существенно сокращаются по сравнению с реализацией в приближении Фраунгофера, что делает возможным довольно простую реализацию как самого преобразования Френеля, так и производного от него Фурье. Ядро преобразования Френеля имеет вид функции Френеля [14]:

$$\varphi(t, \mathbf{r}, t', \mathbf{r}') = e^{i\left\{(t'-t)^2 + (\mathbf{r}-\mathbf{r}')^T (\mathbf{r}-\mathbf{r}')\right\}}. \qquad (23)$$

Несмотря на инвариантность к координатному сдвигу широко используемого преобразования Фурье, оно оказывается чувствительным к изменению масштаба входного пространственно-временного сигнала [32]. Поэтому в случаях разработки систем, инвариантных к масштабированию, применяют преобразование Меллина с ядром в виде степенных функций:

$$\varphi(t, \mathbf{r}, t', \mathbf{r}') = t^{t'-1} \prod_{i=1}^{n} r_i^{r_i'-1} . \qquad (24)$$

5. Модель линейного непрерывного канала связи как оператора преобразования метрических пространств с базисом в виде координатных функций интегрального канонического представления В.С. Пугачева. Существуют преобразования, базисные ядра которых имеют форму, определяемую на основе свойств исследуемых пространственно-временных сигналов. Как отмечалось ранее, пространственно-временные сигналы обладают стохастическими свойствами вследствие как случайного характера формируемых сообщений, так и присутствующей неопределенности в канале связи. В результате простейшим с практической точки зрения является представление такого рода сигналов в виде линейной комбинации некоррелированных случайных величин, имеющих нулевые математические ожидания [24]. Таким образом, интегральное преобразование выражает произвольный пространственно-временной сигнал посредством наиболее простого случайного процесса – некоррелированного шума (в общем случае белого неоднородного как по пространству, так и по времени [8, 25]), со следующими характеристиками:

$$M\{\tilde{x}(t',\mathbf{r}')\}=0\,,\ M\{\tilde{x}(t,\mathbf{r})\tilde{x}(t',\mathbf{r}')\}=D_{\tilde{x}}(t,\mathbf{r})\delta(t-t',\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,, \qquad (25)$$

где $M\{x\}$ – математическое ожидание случайной величины x;
$D_{\tilde{x}}(t,\mathbf{r})$ – интенсивность нестационарного белого шума (функций разложения $\tilde{x}(t,\mathbf{r})$).

Использование именно подобного представления сигналов продиктовано двумя основными его преимуществами: во-первых, как и модели в виде оператора преобразования метрических пространств с заданными базисами, данные представления позволяют свести выполнение линейных операций (например, интегрирование, дифференцирование) над случайными сигналами на входе канала связи к операциям над неслучайными базисными функциями, от есть к операциям детерминированного анализа, а во-вторых, уже в отличие моделей в виде оператора преобразования метрических пространств с заданными базисами, – заменить исследование прохождения сигналов произвольной стохастической природы через канал связи на анализ прохождения белого шума, являющегося интегральным представлением исходного входного сигнала. Таким образом, вместо рассмотрения преобразований произвольных случайных и детерминированных базисных функций, являющихся представлением сигналов в модели в виде оператора преобразования метрических пространств с заданными базисами, достаточно провести исследование преобразований белого шума и уже несколько иных детерминированных базисных функций, что, несомненно, является более простой задачей.

Полученное преобразование в литературе [10, 22, 24] именуют интегральным каноническим представлением, а базисное ядро – координатными функциями интегрального канонического представления. Оно имеет вид формул (9) и (10), с той лишь разницей, что представляемый пространственно-временной сигнал $x(t,\mathbf{r})$ обладает свойством центрированности, т. е. к полученному выражению канонического представления следует прибавить еще функцию математического ожидания исходного нецентрированного процесса.

В итоге базисное ядро интегрального преобразования имеет форму частного корреляционной функции пространственно-временного сигнала с белым шумом и его интенсивности:

$$\varphi(t,\mathbf{r},t',\mathbf{r}')=\frac{M\{x(t,\mathbf{r})\tilde{x}(t',\mathbf{r}')\}}{D_{\tilde{x}}(t',\mathbf{r}')}, \tag{26}$$

Очевидно, что при различных статистических свойствах пространственно-временных сигналов на входе и выходе канала связи, несмотря на однотипный вид базисных ядер преобразований их форма будет различаться, а следовательно удобство и простота выполнения операций обработки полученных коэффициентов разложения на выходе канала $\tilde{z}(t,\mathbf{r})$ с лихвой компенсируется трудоемкостью выполнения операций сопоставления входных и выходных базисных ядер, а также выполнения преобразования в канале связи входной функции разложения для получения выходной на основе интегрального оператора (13).

6. Заключение. Существует еще довольно большой набор разнообразных базисных ядер, позволяющих осуществлять соответствующие преобразования, пригодные для обработки пространственно-временных сигналов в тех или иных случаях [6, 7]. Кроме того, возможно использование комбинированных преобразований [32], например Фурье-Меллина, Фурье-Френеля и т. п. Однако для них необходимо выполнение основного и в ряде случаев критического допущения – неограниченность интервала анализа по пространственным и временным координатам. При нарушении этого условия (ограничение интервала анализа) неизбежно возникает ошибка аппроксимации, влияние которой на результирующие показатели качества синтезируемых систем, например модулятора и демодулятора, в некоторых случаях оказываются трудно прогнозируемым, а зачастую недопустимым.

В целом же линейные сосредоточенные системы с постоянными параметрами, представляющие собой набор элементов, выполняющих определенную линейную операцию, хорошо описываются на основе дифференциальных уравнений (6) конечного порядка [10]. Однако в результате канал связи рассматривается не в виде феноменологической модели, то есть некоторого оператора в общем случае стохастического, выполняющего сложные функциональные преобразования, а в виде структурно-физической модели, вскрывающей механизмы детальных преобразований пространственно-временного сигнала в канале и образования помех. Это обстоятельство является достаточно серьезным ограничением при постановке задач синтеза систем передачи информации, поскольку исходный непрерывный канал по своей сути является распределенной системой, системная характеристика которой лишь в некотором приближении может описываться конечным числом элементарных составляющих [13].

Для линейных сосредоточенных систем с постоянными параметрами в принципе достаточен аппарат преобразований Фурье, Лапласа и других, поскольку их ядра являются собственными функциями подобных систем. Однако при рассмотрении систем с переменными параметрами, а тем более распределенных систем на ограниченных промежутках возникают существенные трудности при описании преобразований в данных каналах связи, прежде всего связанные с невозможностью алгебраического описания зависимостей выходных сигналов от входных вида (22). В итоге избавиться от трудно выполнимых операций интегрирования не удается, а следовательно цель использования преобразований в этих условиях оказывается недостигнутой.

Анализ линейных систем с переменными параметрами на основе интегральных преобразований существенно затрудняется также и вследствие несуществования обратного преобразования для выходного пространственно-временного сигнала или его достаточно сложной формы, требующей дополнительной аппроксимации [20].

Дополнительная трудность представлений входных и выходных сигналов интегральными преобразованиями заключается в континуальном характере исследуемых пространств. Следовательно, для практических целей использовать подобные представления оказывается не совсем разумным, поскольку для физических измерений сигналов или численных расчетов больше подходит использование конечномерных величин [3, 29, 31]. Кроме того, при синтезе систем связи, как упоминалось ранее, одним из этапов является формирование канала дискретного времени, предполагающее исследование конечномерных пространств и преобразований их в бесконечномерные и обратно, что является следствием не только необходимости практической реализации систем передачи, но и требований к моделированию с позиций теории вероятности на основе вероятностных мер [9].

Таким образом, в работе предложена феноменологическая модель непрерывного канала связи, составляющая основу для дальнейшего аналитического описания моделей непрерывных каналов в форме операторов преобразования некоторых пространств. В отличие от наиболее часто используемых (конкретизированных) моделей каналов предлагаемая модель имеет весьма абстрактный операторный вид, который, однако, позволяет представить канал связи на основе его системной характеристики, а также свойств внутренних шумов. Разработанные на основе предложенной феноменологической модели операторные модели обобщают как наиболее известные существующие (например, на основе гармонического базиса и др.) на случай заданных базисных функций, так и позволяют варьировать входной и входной базисы с целью наиболее удобного с аналитической точки зрения описания преобразований в канале (например, преобразований случайных функций с заданными статистическими свойствами). В результате, предложенный в работе математический аппарат отличается достаточно общим аналитическим описанием каналов связи как некоторых «черных ящиков» на уровне операторной взаимосвязи входных и выходных сигналов, с тем условием, что пространства входных и выходных множеств данных операторов могут задаваться достаточно произвольно исходя из удобства решения поставленных задач анализа и синтеза.

Литература

1. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы // учебник. М.: Высш. Школа, 1983. 536 с.
2. *Батенков А.А., Батенков К. А.* Дискретизация линейного канала связи с памятью и аддитивным белым гауссовским шумом численным методом // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, № 1. С. 53–74.
3. *Батенков К.А.* Математические модели модулятора и демодулятора с заданным порядком нелинейности // Цифровая обработка сигналов. 2013. № 1. С. 14–21.
4. *Батенков К.А.* Математическое моделирование непрерывных многопараметрических каналов связи в операторной форме // Телекоммуникации. 2013. № 10. С. 2–4.
5. *Батенков К.А.* Модели системных характеристик линейных каналов связи на основе интегральных преобразований // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2012. № 3 (4).С. 120–125.
6. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Таблицы интегральных преобразований. Т. 1: Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина // М.: Наука, 1968. 344 с.
7. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Таблицы интегральных преобразований. Т. 2: Преобразования Бесселя, интегралы от специальных функций. // М.: Наука, 1970. 328 с.
8. *Вентцель Е С., Овчаров Л. А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. учеб. пособие для втузов. // 2-е изд. стер. М.: Высш. школа, 2000. 383 с.
9. *Возенкрафт Дж.М., Джекобс И.М.* Теоретические основы техники связи: пер. с англ // под ред. Р. Л. Добрушина. М.: Мир, 1969. 640 с.
10. *Драган Я.П.* Модели сигналов в линейных системах // АН УССР: Физ.–мех. ин-т. Киев: Наукова думка, 1972. 302 с.

11. *Залманзон Л.А.* Преобразование Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях // М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1989. 496 с.
12. *Карташевский В.Г.* Обработка пространственно-временных сигналов в каналах с памятью // М.: Радио и связь, 2000. 272 с.
13. *Кловский Д.Д., Конторович В.Я., Широков С.М.* Модели непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных // ред. Д.Д. Кловский. М.: Радио и связь, 1984. 247 с.
14. *Кловский Д.Д., Сойфер В. А.* Обработка пространственно-временных сигналов (в каналах передачи информации) // М.: Связь. 1976. 207 с.
15. *Кловский Д.Д.* Передача дискретных сообщений по радиоканалам // 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1982. 304 с.
16. *Корн Г. Корн К.* Справочник по математике для научных работников и инженеров // М.: 1970. 720 с.
17. *Курант Р.* Курс дифференциального и интегрального исчисления // пер. с нем. и англ. В 2 т. Т. 1. 4-е изд. М.: Наука, 1967. 704 с.
18. *Левин Б.Р., Шварц В.* Вероятностные модели и методы в системах связи и управления // М.: Радио и связь, 1985. 312 с.
19. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники // М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
20. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник. В 5 т. Т. 1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления // под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 656 с.
21. Методы компьютерной оптики : учеб. для вузов // под ред. В. А. Сойфера. 2-е изд., испр. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 688 с.
22. *Пугачев В. С. и др.* Основы статистической теории автоматических систем // М.: Машиностроение, 1974. 400 с.
23. *Кремер И. Я., Кремер А. И.,Петров В. М. и др.* Пространственно-временная обработка сигналов // под ред. И. Я. Кремера. М.: Радио и связь, 1984. 224 с.
24. *Пугачев В.С.* Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления // М.: Физматгиз, 1962. 883 с.
25. *Рытов С.М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику // Ч. 2 . М.: Наука, 1978. 464 с.
26. *Скороход А.В.* Случайные линейные операторы // Киев: Наукова думка, 1978. 200 с.
27. Справочник по теории автоматического управления // под ред. А. А. Красовского. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1987. 712 с.
28. *Стратонович Р.Л.* Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления // М.: Изд. МГУ, 1966. 276 с.
29. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника // М.: Советское радио, 1966. 681 с.
30. *Тихонов В. И., Харисов В. Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем // учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.
31. *Френкс Л.* Теория сигналов // пер. с англ. М.: Советское радио, 1974. 344 с.
32. *Якушенков Ю.Г.* Теория и расчет оптико-электронных приборов: учебник для студентов приборостроительных специальностей вузов // 3-е изд., перераб. и доп. М.: Машинострение, 1989. 360 с.
33. *Matz G., et al.* Analysis, Optimization, and Implementation of Low-Interference Wireless Multicarrier Systems // IEEE Transactions on Wireless Communications. vol. 6. no. 5, May 2007. pp. 1921–1931.
34. *Durisi G., Morgenshtern V.I., Bolcskei H.* On the Sensitivity of Continuous-Time Noncoherent Fading Channel Capacity // 2012. Url: http://arxiv.org/pdf/1107.2527.pdf (дата обращения: 27.10.2013).

35. Fundamentals of DSL technology // edited by Golden P., Dedieu H., Jacobsen K. NY: Auerbach Publications, 2006. 454 p.
36. *Irshad Ya.* On Some Continuous-time Modeling and Estimation Problems for Control and Communication // dissertation. Karlstad University Studies. 2013. 86 p.
37. *Kaiser T., Zheng F.* Ultra wideband systems with MIMO // Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2010. 254 p.
38. *Kumwilaisak W., Jay Kuo C.-C., Wu D.* Fading channel modeling via variable length Markov chain (VLMC) technique // IEEE Trans. on Vehicular Technology. vol.57. no. 3, May 2008. pp. 1338-1358.
39. *Kuhn V.* Wireless communications over MIMO channels // Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2006. 363 p.
40. *Hanzo L., Akhtman J., Wang L., Jiang M.* MIMO-OFDM for LTE, WiFi, and WiMAX: coherent versus non-coherent and cooperative turbo-transceivers // UK: John Wiley & Sons Ltd, 2011. 658 p.
41. *Yong S. C., et al.* MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB // Singapore: John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2010. 544 p.
42. *Zaki Ya.* Future Mobile Communications: LTE Optimization and Mobile Network Virtualization // urn:nbn:de:gbv:urn:nbn:de:gbv:46-00102749-12, University of Bremen Library, 2012.
43. *Zaki Ya, Dhabi A., Weerawardane Th., Li X., Gorg C.* LTE Radio Schedulers Analytical Modeling using Continuous Time Markov Chains // In the 6th Joint IFIP Wireless and Mobile Networking Conference (WMNC) 2013. Dubai, United Arab Emirates (UAE), April 2013.

References

1. Baskakov S.I. *Radiotehnicheskie cepi i signaly: uchebnik* [Radiotechnical circuits ans signals : text-book]. Moscow: Vyssh. Shcola, 1983. 536 p. (In Russ.).
2. Batenkov A.A., Batenkov K.A. [Discretization of linear channel with memory and additive Gaussian noise by numerical method]. *Matematicheskoe modelirovanie – Mathematical modelling*. 2009. vol. 21, no. 1. pp. 53–74. (In Russ.).
3. Batenkov K.A. [Mathematical models of modulator and demodulator with prescribed order of nonlinearity] *Tsifrovaya obrabotka signalov – Digital signal processing*. 2013. no. 1. pp. 14–21. (In Russ.).
4. Batenkov K. A. [Mathematical modelling of continuous multiparametric channels in operator]. *Telekommunikatsii – Telecommunication*. 2013. no. 10. pp. 2–4. (In Russ.).
5. Batenkov K. A. [System characteristic models of linear channels on base of integral transformations]. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tehnike, prirode i obschestve – Models, systems, nets in economics, technique, nature and science*. 2012. no. 3 (4). pp. 120–125. (In Russ.).
6. Bateman H., Erdelyi A. *Tablicy integral'nyh preobrazovanij. T. 1: Preobrazovanija Fur'e, Laplasa, Mellina* [Tables of integral transforms. Fourier, Laplace, Mellin transforms]. vol. 1. Moscow: Nauka, 1968. 344 p.
7. Bateman H., Erdelyi A. *Tablicy integral'nyh preobrazovanij. T. 2: Preobrazovanija Besselja, integraly ot special'nyh funkcij* [Tables of integral transforms. the Bessel transformation, integrals of special functions]. Vol. 2. Moscow: Nauka, 1970. 328 p.
8. Ventsel' E.S., Ovcharov L.A. *Teorija sluchajnyh processov i ee inzhenernye prilozhenija: ucheb. posobie dlja vtuzov. 2-e izd. ster* [Theory of random processes and its engineering application : tutorial for higher technical school]. Moscow: Vyssh Shcola, 2000. 383 p. (In Russ.).
9. Wozencraft J. M., Jacobs I. M. [Principals of communication engineering]. John Wiley & Sons Inc. 1966. 720 p. (Russ. ed.: Dobrushina R. L. Teoreticheskie osnovy tehniki svjazi. Moscow: Mir, 1969. 640 p.)

10. Dragan Ya.P. *Modeli signalov v linejnyh sistemah* [Signal models in linear systems]. Kiev: Naukova dumka, 1972. 302 p. (In Russ.).
11. Zalmanzon L.A. *Preobrazovanie Fur'e, Uolsha, Haara i ih primenenie v upravlenii, svjazi i drugih oblastjah* [Fourier, Walsh, Haar transforms and its application in control, communication and other fields]. Moscow : Nauka. Gl. Red. phiz.-mat. lit., 1989. 496 p. (In Russ.).
12. Kartashevskii V.G. *Obrabotka prostranstvenno-vremennyh signalov v kanalah s pamjat'ju* [Space-time signal processing in memory channels]. Moscow : Radio I svyaz', 2000. 272 p. (In Russ.).
13. Klovskii D.D., Kontorovich V.Ya., Shirokov S.M. *Modeli nepreryvnyh kanalov svjazi na osnove stohasticheskih differencial'nyh* [Continuous channel models on base of stochastic differential equations]. edited by D. D Klovskii. Moscow: Radio i svyaz', 1984. 247 p. (In Russ.).
14. Klovskii D.D., Soifer V.A. *Obrabotka prostranstvenno-vremennyh signalov (v kanalah peredachi informacii)* [Space-time signal processing (in information circuits)]. Moscow: Svyaz', 1976. 207 p. (In Russ.).
15. Klovskii D.D. *Peredacha diskretnyh soobshhenij po radiokanalam.* [Discrete message transfer by radio channels]. Moscow: Radio I svyaz', 1982. 304 p. (In Russ.).
16. Korn G., Korn K. *Spravochnik po matematike dlja nauchnyh rabotnikov i inzhenerov* [Matematical handbook for scientists and engineers]. Moscow, 1970. 720 p. (In Russ.).
17. Courant R. [Course of differential and integral calculus]. Wiley-Interscience. 1954. 616 p. (Russ. ed.: Kurant R. Kurs differencial'nogo i integral'nogo ischislenija. Vol.1 Moscow : Nauka, 1967. 704 p. (In Russ.)).
18. Levin B.R., Shvarts V. *Verojatnostnye modeli i metody v sistemah svjazi i upravlenija* [Stochastic models and methods in control and communication systems]. Moscow: Radio i svyaz', 1985. 312 p. (In Russ.).
19. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoj radiotehniki* [Principals of statistical radio engineering]. Moscow: Radio i svyaz', 1989. 656 p. (In Russ.).
20. *Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravlenija: uchebnik. V 5 t. T. 1: Matematicheskie modeli, dinamicheskie harakteristiki i analiz sistem avtomaticheskogo upravlenija*[Methods of classic and modern automatic control theory: text-book. Mathematical models, dynamic characteristics and analysis of automatic control systems]. edited by Pupkov K. A., Egupov N. D. vol. 1. Moscow: Publishing house MGTU, 2004. 656 p. (In Russ.).
21. *Metody komp'juternoj optiki : ucheb. dlja vuzov* [Methods of computer optics: text-book for higher schools]. Moscow: Phizmatlit, 2003. 688 p. (In Russ.).
22. Pugachev V.S. et al. *Osnovy statisticheskoj teorii avtomaticheskih sistem* [Fundamentals of statistic automatic control theory]. Moscow: Mashinostroenie, 1974. 400 p. (In Russ.).
23. Kremer I.Ya. et al. *Prostranstvenno-vremennaja obrabotka signalov* [Space-time signal processing]. edited by. Kremer I.Ya. Moscow: Radio i svyaz', 1984. 224 p. (In Russ.).
24. Pugachev V.S. *Teorija sluchajnyh funkcij i ee primenenie k zadacham avtomaticheskogo upravlenija* [Theory of random functions and its application to automatic control tasks]. Moscow: Phizmatgiz, 1962. 883 p. (In Russ.).
25. Rytov S.M.,Kravtsov U.A., Tatarskii V.I. *Vvedenie v statisticheskuju radiofiziku* [Preface in statistical radiophysics]. Moscow: Nauka, 1978. vol. 2. 464 p. (In Russ.).
26. Skorohod A.V. *Sluchajnye linejnye operatory* [Stochastic linear operators]. Kiev: Nakova Dumka, 1978. 200 p. (In Russ.).
27. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija* [Automatic control theory]. edited by Krasovskii A. A. Moscow: Nauka. Gl. red. phiz.-mat. lit. 1987. 712 p. (In Russ.).
28. Stratonovich R.L. *Uslovnye markovskie processy i ih primenenie k teorii optimal'nogo upravlenija* [Conditioned Markovian processes and its application to optimal control theory]. Moscow: Publishing house MGU, 1966. 276 p. (In Russ.).

29. Tikhonov V.I. *Statisticheskaja radiotehnika* [Statistical radio engineering]. Moscow: Sovetskoe radio, 1966. 681 p. (In Russ.).
30. Tikhonov V.I., Kharisov V.N. *Statisticheskij analiz i sintez radiotehnicheskih ustrojstv i sistem: ucheb. posobie dlja vuzov* [Statistical analysis and syntheses of radio engineering devices and systems: tutorial for higher schools]. Moscow: Radio i svyaz', 1991. 608 p. (In Russ.).
31. Franks L. Signal theory. Prentice-Hall, 1969. 317 p. (Russ. ed.: Vakman D.E. Teorija signalov. Moscow: Sovetskoe radio, 1974. 344 p. (In Russ.)).
32. Yakushenkov U. G. *Teorija i raschet optiko-jelektronnyh priborov: uchebnik dlja studentov priborostroitel'nyh special'nostej vuzov* [Theory and calculation of optical-electronic devices : text-book for instrument making specialities of higher schools]. Moscow : Mashinostroenie, 1989. 360 p. (In Russ.).
33. Matz G., et al. Analysis, Optimization, and Implementation of Low-Interference Wireless Multicarrier Systems. IEEE Transactions on Wireless Communications. vol. 6. no. 5, May 2007. pp. 1921–1931.
34. Durisi G., Morgenshtern V.I., Bolcskei H. On the Sensitivity of Continuous-Time Noncoherent Fading Channel Capacity. Available at: http://arxiv.org/pdf/1107.2527.pdf. (accessed: 27.10.2013).
35. Fundamentals of DSL technology. edited by Golden P., Dedieu H., Jacobsen K. NY: Auerbach Publications, 2006. 454 p.
36. Irshad Ya. On Some Continuous-time Modeling and Estimation Problems for Control and Communication: dissertation. Karlstad University Studies. 2013. 86 p.
37. Kaiser T., Zheng F. Ultra wideband systems with MIMO. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2010. 254 p.
38. Kumwilaisak W. Jay Kuo C.-C., and Wu D. Fading channel modeling via variable length Markov chain (VLMC) technique. IEEE Trans. on Vehicular Technology. vol.57. no. 3, May 2008. pp. 1338-1358.
39. Kuhn V. Wireless communications over MIMO channels. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2006. 363 p.
40. Hanzo L., Akhtman J., Wang L., Jiang M. MIMO-OFDM for LTE, WiFi, and WiMAX: coherent versus non-coherent and cooperative turbo-transceivers. UK: John Wiley & Sons Ltd, 2011. 658 p.
41. Yong S. C., et al. MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB. Singapore: John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2010. 439 p.
42. Zaki Ya. Future Mobile Communications: LTE Optimization and Mobile Network Virtualization. urn:nbn:de:gbv:urn:nbn:de:gbv:46-00102749-12. University of Bremen Library. 2012.
43. Zaki Ya, Dhabi A., Weerawardane Th., Li X., Gorg C. LTE Radio Schedulers Analytical Modeling using Continuous Time Markov Chains. In the 6th Joint IFIP Wireless and Mobile Networking Conference (WMNC) 2013. Dubai, United Arab Emirates (UAE), April 2013.

Батенков Кирилл Александрович – к-т техн. наук, докторант Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации. Область научных интересов: статистическая теория связи, модели и методы обработки сигналов. Число научных публикаций – 85. pustur@yandex.ru; Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации, ул. Приборостроительная, д. 35, Орёл, 302034, РФ.

Batenkov Kirill Aleksandrovich – Ph.D., doctoral candidate of Academy of Federal Guard Service. Research interests: statistical communication theory, models and methods of signal processing. The number of scientific publications – 85. pustur@yandex.ru; Academy of Federal Guard Service, Priborostroitel'naya str., 35, Orel, 302034, Russian Federation.

РЕФЕРАТ

Батенков К.А. **Моделирование непрерывных каналов связи в форме операторов преобразования некоторых пространств**.

Рассматриваемая проблема моделирования непрерывных каналов связи имеет актуальный характер для задач, связанных с проектированием информационных систем, функционально предназначенных для передачи данных.

В работе непрерывный канал связи описывается оператором, отображающим все допустимое множество пространственно-временных сигналов на входе во множество подобных сигналов на выходе.

Предложена феноменологическая модель непрерывного канала, аналитически выражаемая в виде двух слагаемых.

Первое представляет собой системную характеристику в виде оператора отображения полезной составляющей принимаемой смеси, зависящего от свойств среды передачи и параметров входных и выходных устройств, а второе – поле аддитивных помех, задающее как внешние помехи, так и внутренние шумы.

Используемые для описания линейных систем операторы подчиняются принципу суперпозиции и однородности. Данное обстоятельство позволяет интерпретировать сигналы на входе и выходе в рамках некоторых метрических пространств с заданными базисами и представить модель линейного непрерывного канала связи в виде оператора преобразования метрических пространств общего вида.

Описание как сигналов, так и преобразований в канале связи может быть различно, и задается в первую очередь базисными ядрами метрических пространств в рамках которых рассматриваются исследуемые каналы связи. В общем случае необходимо рассматривать смешанные базисы для входных и выходных сигналов, причем закон их соответствия должен являться следствием решения поставленной задачи, а не исходными данными.

Предложена модель линейного непрерывного канала связи в форме оператора преобразования метрических пространств с заданными базисами. Показана возможность использования в качестве базисных ядер дельта-функции, функций единичного скачка, Фурье, Лапласа, Френеля, Меллина. Отмечена относительная произвольность их выбора, определяемая, в первую очередь, удобством описания преобразований пространственно-временных сигналов линейными системами.

Предложена модель линейного непрерывного канала связи в форме оператора преобразования метрических пространств с базисом в виде координатных функций интегрального канонического представления В. С. Пугачева. Главной особенностью подобной модели является задание форм базисных ядер на основе статистических свойств входных и выходных пространственно-временных сигналов, которые задаются в общем случае в виде белого неоднородного как по пространству, так и по времени шума.

SUMMARY

Batenkov K.A. **Continuous channel modeling in shape of some space transformation operators.**

Considered problem of continuous channel modeling is actual for tasks associated with information system design functional intended for data transmission.

Continuous channel is described in paper by operator mapping total admissible set of input space-time signals to similar output signal set.

Continuous channel phenomenological model analytically expressed in shape of two summand is suggested.

First summand is system characteristic in shape of received composition useful component mapping operator depending on medium nature and parameters of input and output devices. Second summand is additive noise field specifying external disturbances and inner noises.

Operators used for linear system describing are complied superposition and similarity principles. Its case allow to interpret input and output signal in some metric spaces with assigned basis and to express linear continuous channel model in shape of general form metric space mapping operator.

Statement of signals and transforms in channel may be various and specify by metric space basis kernels. In general view it is necessary considered mixed basis for input and output signals. Though matching low of it is assigned task result but not given data.

Linear continuous channel model in shape of some metric spaces with assigned basis is suggested. Availability of delta-function, unit step, Fourier, Laplace, Fresnel as basis kernels is displayed. It choice arbitrariness generated by description convenience of space-time signals in linear systems is signed.

Linear continuous channel model in shape of some metric spaces with coordinate function basis of Pugachev integral canonical expansion is suggested. It principal singularity is basis kernel definition on base of input and output space-time signal statistical property specified in general form by space and time heterogeneous white noise.