

С.Ю. АНДРЕЕВ, Р.Б. ТРЕГУБОВ, А.Е. МИРОНОВ
**ЗАДАЧА ВЫБОРА ПРОПУСКНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ
КАНАЛОВ СВЯЗИ ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ, УЧИТЫВАЮЩАЯ
РАЗБАЛАНСИРОВКУ ТРАФИКА РАЗЛИЧНОГО ПРИОРИТЕТА**

Андреев С.Ю., Трегубов Р.Б., Мионов А.Е. Задача выбора пропускных способностей каналов связи транспортной сети, учитывающая разбалансировку трафика различного приоритета.

Аннотация. Предлагается вариант решения задачи выбора пропускных способностей цифровых каналов связи транспортной сети, учитывающий разбалансировку трафика данных по приоритетам. Разработанный алгоритм выбора пропускных способностей гарантирует минимальные затраты на аренду цифровых каналов связи с оптимальной пропускной способностью при условии выполнения требований к качеству обслуживания протокольных блоков данных первого, второго и k -го приоритетов в разбалансированной по приоритетам транспортной сети связи. На первом этапе была разработана аналитическая модель транспортной сети связи, которая предполагает разбиение исходной сети на отдельные фрагменты, анализируемые независимо друг от друга с помощью систем массового обслуживания. На втором этапе с использованием множителей Лагранжа был разработан алгоритм выбора пропускных способностей цифровых каналов связи для сбалансированной по приоритетам транспортной сети связи. Высокое быстродействие данного алгоритма обеспечено за счет применения алгебраических операций над матрицами (сложение, умножение и др.). На третьем этапе с использованием обобщенного метода множителей Лагранжа было реализовано сравнение условных экстремумов функции затрат на аренду цифровых каналов связи для одиночных активных требований к качеству обслуживания протокольных блоков данных, для всех возможных пар активных требований к качеству обслуживания протокольных блоков данных, для всех возможных троек активных требований к качеству обслуживания протокольных блоков данных и так далее вплоть до случая, когда одновременно будут активны все требования. На четвертом этапе был рассмотрен пример решения задачи выбора пропускных способностей цифровых каналов связи разбалансированной по приоритетам транспортной сети, состоящей из восьми маршрутизаторов, которые обслуживают протокольные блоки данных трех приоритетов. На заключительном этапе оценена эффективность разработанного алгоритма методом имитационного моделирования. Для этого в среде сетевого симулятора OMNet++ исследована разбалансированная по приоритетам транспортная сеть связи, которая состоит из восьми маршрутизаторов, соединенных двенадцатью цифровыми каналами связи с оптимальной пропускной способностью.

Ключевые слова: пропускная способность канала связи, протокольный блок данных, метод множителей Лагранжа, обобщенный метод множителей Лагранжа.

1. Введение. Транспортные сети связи с коммутацией пакетов (ТСС с КП) обеспечивают перенос трафика, поступающего из сетей доступа. При этом потоки протокольных блоков данных (ПБД) предъявляют разные требования к параметрам качества обслуживания (QoS) (требования по задержке ПБД, вероятности потерь ПБД, вероятности ошибки в ПБД и др.). Отличительная особенность технологии дифференцированного обслуживания в том,

что при этом подходе не гарантируется сквозная поддержка параметров QoS в ТСС с КП [1-2], так как за каждый фрагмент отвечает отдельный администратор (оператор связи).

Задачи синтеза ТСС с КП с математической точки зрения являются задачами оптимизации [3-6]. Основные этапы синтеза включают:

- разработку математической модели ТСС с КП;
- определение внутренних параметров ТСС с КП, позволяющих получить оптимальные (наилучшие) значения ее внешних показателей.

Проведенный анализ аналитических моделей ТСС с КП, основанных на математическом аппарате сетей массового обслуживания [7-8], показывает, что они не позволяют учитывать особенности переноса трафика различного приоритета в ТСС с КП. В то же время метод декомпозиции, представленный в [9-10], позволяет описать исходную сеть связи с коммутацией пакетов в виде множества взаимодействующих систем массового обслуживания (СМО), входные и выходные процессы которых связаны между собой на уровне параметров (число приоритетов, интенсивность и средняя длина ПБД).

2. Аналитическая модель ТСС с КП. Аналитическая модель, представленная в [11], предполагает декомпозицию ТСС с КП на отдельные фазы обслуживания и базируется на следующих ограничениях:

- а) отсутствие ошибок при передаче ПБД по каналам связи;
- б) узлы коммутации и каналы связи абсолютно надежны;
- в) отсутствие задержек при обслуживании ПБД в узлах коммутации;
- г) полный прием ПБД в узлах коммутации;
- д) бесконечная емкость запоминающих устройств, предназначенных для хранения ПБД в узлах коммутации;
- е) длины ПБД распределены по экспоненциальному закону

$$f(x) = l^{-1} \cdot \exp(-l^{-1} \cdot x), \quad x \geq 0, \quad (1)$$

где l – средний размер ПБД (бит), x – случайный размер ПБД (бит);

ж) в i -й канал связи, поступает \tilde{R} независимых пуассоновских потоков ПБД с параметрами $\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{i\tilde{R}}$ соответственно;

з) всякий раз, когда ПБД принимается в узле коммутации (УК) независимо по закону (1) выбирается его «новая» длина (ограничение о независимости длин ПБД, введенное Л. Клейнроком в [12]);

и) пропускные способности каналов связи могут принимать любые неотрицательные значения;

к) всякий раз, когда ПБД принимается в узле коммутации внутри ТСС с КП, независимо от частоты поступления потоков ПБД данного приоритета на выходе i -го канала связи j -й фазы обслуживания выбирается его «новый» приоритет (ограничение о независимости приоритетов ПБД, введенное в [11]);

л) ПБД потока m -го приоритета имеют более высокий приоритет по отношению к ПБД потока s -го приоритета, если $m < s$. Это преимущество выражается в следующем. Среди ПБД, ожидающих начало обслуживания, ПБД m -го приоритета обслуживаются раньше ПБД s -го приоритета. Для ПБД одного приоритета характерно обслуживание в порядке поступления. Если во время обслуживания ПБД s -го приоритета поступает ПБД m -го приоритета, его обслуживание не прерывается, а поступивший ПБД ставится в очередь.

Анализ перечисленных допущений позволяет сделать следующие выводы:

- независимость длин и приоритетов ПБД позволяет рассматривать работу каждого канала связи в виде СМО $\bar{M} / M / 1 / W / PRR$ (ограничения з) и к));

- вся ТСС с КП описывается совокупностью независимо функционирующих СМО $\bar{M} / M / 1 / W / PRR$;

- потери ПБД вследствие недоступности отдельных каналов связи отсутствуют (ограничение б));

- потери ПБД вследствие перегрузок отсутствуют (ограничение в));

- потери ПБД вследствие несоответствия не происходят (ограничение а)).

Таким образом, потери ПБД происходят только по причине недопустимой сетевой задержки ПБД. Однако опыт практической эксплуатации ТСС с КП показывает, что качество ее функционирования принято оценивать с помощью среднего значения задержки ПБД k -го приоритета.

Аналитическое выражение для расчета математического ожидания задержки ПБД k -го приоритета в каналах связи основывается на математическом ожидании времени пребывания заявкой k -го приоритета в СМО $\bar{M} / M / 1 / W / PRR$ и имеет следующий вид [11]:

$$\mathbf{T_link}_k = \text{diag} \left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \cdot \mathbf{C_new} - \sum_{i=1}^k \Lambda^{(i)} \right)^{-1} \times \quad (2)$$

$$\times \left(\text{diag} \left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \cdot \mathbf{C_new} - \varphi(k) \right)^{-1} \cdot \Lambda^{(0)} \right) + \text{diag}(\mathbf{C_new})^{-1} \cdot \mathbf{L} + \mathbf{T},$$

где $\mathbf{T_link}_k$ – вектор-столбец значений математического ожидания задержки ПБД k -го приоритета в каналах связи (КС); $\mathbf{L} = (l_1, l_2, \dots, l_s)^T$ – вектор-столбец среднего размера l_s ПБД для отдельных КС (бит); $\mathbf{T} = (t_1, t_2, \dots, t_s)^T$ – вектор-столбец задержки распространения t_s ПБД для отдельных КС (с); $\mathbf{C_new} = (c_new_1, c_new_2, \dots, c_new_s)^T$ – вектор-столбец пропускных

способностей c_new_s отдельных КС (бит/с); $\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{00}, \lambda_{01}, \dots, \lambda_{0k}, \dots \\ \lambda_{10}, \lambda_{11}, \dots, \lambda_{1k}, \dots \\ \vdots \\ \lambda_{s0}, \lambda_{s1}, \dots, \lambda_{sk}, \dots \\ \vdots \end{pmatrix}$ –

матрица интенсивностей λ_{sk} поступления ПБД k -го приоритета в s -й канал связи, если $k=0$ – усредненная интенсивность ПБД по всем приоритетам (1/с); $\varphi(k)$ – функция, определяемая соотношением:

$$\varphi(k) = \begin{cases} 0, & \text{при } k = 1, \\ \sum_{i=1}^{k-1} \Lambda^{(i)}, & \text{при } k \geq 2. \end{cases} \quad (3)$$

Аналитическое выражение для расчета среднего взвешенного математического ожидания задержки ПБД k -го приоритета для ТСС с КП в целом определяется с учетом доли трафика того или иного информационного направления в суммарном потоке ПБД [11]:

$$\mathbf{T_net}_k = (\mathbf{T_link}_k)^T \cdot \left(\Lambda^{(k)} \cdot \left((\mathbf{\Gamma}^T)_k \right)^{-1} \right), \quad (4)$$

где $\mathbf{T_net}_k$ – значение среднего взвешенного математического ожидания задержки ПБД k -го приоритета для ТСС с КП;

$\Gamma = (\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_k, \dots)$ – вектор-строка интенсивности γ_k поступления ПБД k -го приоритета в ТСС с КП, если $k=0$, тогда это усредненная интенсивность ПБД по всем приоритетам ($1/c$).

Наиболее трудными проблемами проектирования ТСС с КП являются задача выбора пропускных способностей (ВПС) каналов связи [13-23] и задача распределения сетевых ресурсов поверх имеющихся вычислительных ресурсов в ТСС с КП [24-28].

Задачу выбора пропускных способностей каналов связи, обеспечивающих минимум затрат на их аренду в условиях заданных требований по допустимой сетевой задержке ПБД различного приоритета целесообразно формализовать следующим образом.

Дано: L, Q, T, Λ, Γ .

Минимизировать: Q_{net} .

Варируется: C_{new} .

Ограничение: $T_{net} \leq T_{ad}^T$.

Здесь $Q = (q_1, q_2, \dots, q_s)^T$ – вектор-столбец стоимости q_s аренды единицы пропускной способности для отдельных КС (руб·с/бит); $T_{ad} = (t_{ad_0}, t_{ad_1}, \dots, t_{ad_k})$ – вектор-строка допустимых значений математического ожидания задержки t_{ad_k} ПБД k -го приоритета, если $k=0$ это усредненное допустимое значение математического ожидания задержки по всем приоритетам (с); Q_{net} – сумма затрат на аренду КС, при этом в работе рассматривается линейная стоимостная функция:

$$Q_{net} = Q^T \cdot C_{new}. \quad (5)$$

Полагается, что $L > 0$, $Q > 0$, $T \geq 0$, $\Lambda > 0$, $\Gamma^T > 0$, $T_{net} > 0$, $T_{ad}^T > 0$, $C_{new} > 0$, где $0 = (0, 0, \dots, 0)^T$ – вектор-столбец нулей. Предполагается также, что топологическая структура ТСС с КП задана и на сети реализована статическая маршрутизация.

3. Алгоритм выбора пропускных способностей каналов связи ТСС с КП. Рассмотрим сначала решение оптимизационной задачи сбалансированной по приоритетам ТСС с КП. Под сбалансированной по приоритетам ТСС с КП будем понимать такую сеть, у которой упорядоченные последовательности информационных направлений, полученных в результате ранжирования по интенсивностям ПБД разных приоритетов,

совпадают. Данная задача относится к классу задач нелинейного программирования с ограничениями в виде неравенств [29-31]. Целевая функция (выражение (5)) – линейная функция, при этом ограничения представлены в виде требования по допустимой сетевой задержке ПБД только для k -го приоритета и значатся нелинейными (выпуклыми) функциями. Важным условием является стационарный режим работы ТСС с КП, то есть когда коэффициент загрузки отдельных каналов связи для рассматриваемых ПБД k -го приоритета меньше единицы. Данный факт имеет решающее значение для решения поставленной задачи, так как в этом случае область допустимых значений является выпуклым многогранником и глобальный минимум будет находиться на границе выпуклого многогранника. В связи с этим ограничения по допустимой сетевой задержке для ПБД k -го приоритета возможно представить в виде равенств.

Алгоритм выбора пропускных способностей каналов связи сбалансированной по приоритетам ТСС с КП (далее по тексту $\text{Alg}_1(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{G}, \mathbf{T}_{\text{ad}}, \mathbf{\Lambda}, \hat{k})$) основывается на методе множителей Лагранжа и описан в работе [13]. Необходимо отметить, что в данной работе не предоставляется возможности взять смешанную производную функции Лагранжа. В связи с этим было предложено в качестве начальной точки выбрать решение, полученное Клейнроком в работе [12].

Для нахождения оптимальных значений пропускных способностей каналов связи сбалансированной по приоритетам ТСС с КП при условии выполнения требований для допустимой средней сетевой задержки ПБД k -го приоритета:

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{\Gamma}^{(k)}\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{\Lambda}^{(k)}\right)^T \cdot \left(\text{diag}\left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\text{new}} - \sum_{i=1}^k \mathbf{\Lambda}^{(i)}\right)^{-1} \times \right. \\ & \quad \times \left(1 + \text{diag}\left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\text{old}} - \varphi(k)\right)^{-1} \cdot \mathbf{\Lambda}^{(0)} - \right. \\ & \quad \left. \left. - \text{diag}\left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\text{old}}\right)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{\Lambda}^{(i)}\right) + \mathbf{T}\right) = \mathbf{T}_{\text{ad}}^{(k)}, \end{aligned} \quad (6)$$

необходимо составить функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned}
 G(\mathbf{C}_{\text{new}}, \beta_k) = & \mathbf{C}_{\text{new}}^T \cdot \mathbf{Q} + \beta_k \cdot \left(\left(\mathbf{\Gamma}^{(k)} \right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{\Lambda}^{(k)} \right)^T \times \right. \\
 & \times \left(\text{diag} \left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\text{new}} - \sum_{i=1}^k \mathbf{\Lambda}^{(i)} \right)^{-1} \times \right. \\
 & \times \left(1 + \left(\text{diag} \left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\text{old}} - \varphi(k) \right)^{-1} \cdot \mathbf{\Lambda}^{(0)} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \text{diag} \left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \cdot \mathbf{C}_{\text{old}} \right)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^k \mathbf{\Lambda}^{(i)} \right) \right) + \mathbf{T} \left) - \mathbf{T}_{\text{ad}}^{(k)} \right),
 \end{aligned} \tag{7}$$

где β_k – неопределенный множитель Лагранжа с учетом допустимого значения средней сетевой задержки ПБД k -го приоритета.

Оптимальные значения пропускных способностей каналов связи сбалансированной по приоритетам ТСС с КП определяются следующим выражением [13]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C}_{\text{new}} = & \text{diag} \left(\sum_{i=1}^k \mathbf{\Lambda}^{(i)} \right) \cdot \mathbf{L} + \left(t_{\text{ad}_k} \cdot \mathbf{\Gamma}^{(k)} - \left(\mathbf{\Lambda}^{(k)} \right)^T \cdot \mathbf{T} \right)^{-1} \times \\
 & \times \left((\mathbf{L})^T \cdot \left(\text{diag} \left(\mathbf{\Lambda}^{(k)} \right) \cdot \text{diag}(\mathbf{Q}) \cdot \left(\text{diag}(\mathbf{C}_{\text{old}} - \psi(k))^{-1} \cdot \mathbf{\Lambda}^{(0)} - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. - \text{diag}(\mathbf{C}_{\text{old}})^{-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^k \mathbf{\Lambda}^{(i)} \right) + \text{diag} \left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(\text{diag}(\mathbf{Q})^{-1} \times \right. \\
 & \times \text{diag} \left(\left(\text{diag} \left(\mathbf{\Lambda}^{(k)} \right) \cdot \text{diag}(\mathbf{Q}) \cdot \left(\text{diag}(\mathbf{C}_{\text{old}} - \psi(k))^{-1} \cdot \mathbf{\Lambda}^{(0)} - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. - \text{diag}(\mathbf{C}_{\text{old}})^{-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^k \mathbf{\Lambda}^{(i)} \right) + \text{diag} \left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \right) \right) \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{L} \left. \right),
 \end{aligned} \tag{8}$$

где $\mathbf{C}_{\text{old}} = (c_{\text{old}_1}, c_{\text{old}_2}, \dots, c_{\text{old}_s})^T$ – вектор-столбец значений пропускных способностей КС, полученных на предыдущем

итерационном шаге. Значения пропускных способностей каналов связи сбалансированной по приоритетам ТСС с КП на первом итерационном шаге рассчитывают, используя решение Клейнрока [12]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C_old} = & \text{diag} \left(\sum_{i=1}^k \Lambda^{(i)} \right) \cdot \mathbf{L} + \left(\mathbf{T_ad}^{(k)} \cdot \mathbf{\Gamma}^{(k)} - \Lambda^{(k)\text{T}} \cdot \mathbf{T} \right)^{-1} \times \\
 & \times \left(\text{diag} \left(\sqrt{\sum_{i=1}^k \Lambda^{(i)}} \right) \cdot \sqrt{\mathbf{Q}} \right)^{\text{T}} \times \\
 & \times \sqrt{\mathbf{L}} \cdot \left(\text{diag}(\mathbf{Q})^{-1} \cdot \left(\text{diag} \left(\text{diag} \left(\sqrt{\sum_{i=1}^k \Lambda^{(i)}} \right) \cdot \sqrt{\mathbf{L}} \right) \cdot \sqrt{\mathbf{Q}} \right) \right),
 \end{aligned} \tag{9}$$

где $\psi(k)$ – функция, определяемая соотношением:

$$\psi(k) = \begin{cases} 0, & \text{при } k = 1, \\ \text{diag} \left(\sum_{i=1}^{k-1} \Lambda^{(i)} \right) \cdot \mathbf{L}, & \text{при } k \geq 2. \end{cases} \tag{10}$$

В этом случае обеспечивается выбор начальной точки в области допустимых значений.

$\text{Alg_1}(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T_ad}, \Lambda, \hat{k})$ можно записать в виде последовательности итерационных шагов.

1. Задают \mathbf{L} , \mathbf{Q} , \mathbf{T} , $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{T_ad}$, Λ , \hat{k} – номер приоритета ПБД, для которого будет решаться задача выбора пропускных способностей каналов связи сбалансированной по приоритетам ТСС с КП.

2. Рассчитывают начальные значения пропускных способностей каналов связи ТСС с КП, используя решение Клейнрока [12] (выражение (9)).

3. Рассчитывают вектор значений пропускных способностей каналов связи сбалансированной по приоритетам ТСС с КП по формуле (8).

4. Рассчитывают сумму модуля отклонения между пропускными способностями каналов связи ТСС с КП, полученными на предыдущем и очередном итерационном шагах:

$$\Delta = \text{diag} \left(\text{identity}(\text{rows}(\mathbf{C_new})) \right)^{\text{T}} \cdot \sqrt{(\mathbf{C_new} - \mathbf{C_old})^2}, \tag{11}$$

где функция $\text{rows}(\mathbf{C_new})$ возвращает число строк в матрице $\mathbf{C_new}$, функция $\text{identity}(n)$ возвращает единичную матрицу размером $n \times n$. Если сумма модуля отклонения между пропускными способностями каналов связи ТСС с КП меньше 0,1 (бит/с), тогда работа алгоритма заканчивается. В противном случае $\mathbf{C_old} = \mathbf{C_new}$ и осуществляется переход на шаг 3.

Следует отметить, что при $\Delta \leq 0,1$ $\text{Alg_1}(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{\Lambda}, \hat{k})$ определяет оптимальное решение менее чем за 100 итераций.

Для примера рассмотрим принцип работы разработанного алгоритма на примере фрагмента ТСС с КП, представленном на рисунке 1.

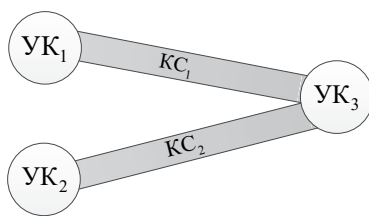


Рис. 1. Фрагмент ТСС с КП, состоящей из двух каналов связи

Исходными данными для фрагмента ТСС с КП являются:

$$\mathbf{L} = (4000 \ 4000)^T \text{ (бит)}, \mathbf{Q} = (1 \ 1)^T \text{ (руб} \cdot \text{с/бит)},$$

$$\mathbf{T} = (0,015 \ 0,019)^T \text{ (с)}, \mathbf{\Gamma} = (63 \ 25 \ 12 \ 26) \text{ (1/с)},$$

$$\mathbf{T_ad} = (1,372 \ 0,1 \ 0,2 \ 3) \text{ (с)}, \mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} 32 & 10 & 5 & 17 \\ 31 & 15 & 7 & 9 \end{pmatrix} \text{ (1/с)}.$$

Необходимо определить такие значения пропускных способностей каналов связи, при которых затраты на их аренду будут минимальны. С математической точки зрения задача состоит в том, чтобы найти такую допустимую точку (значения пропускных способностей), которой соответствует наименьшее значение целевой функции (выражение (5)).

На рисунках 2 а) – 2 в) проиллюстрирована геометрическая интерпретация решения поставленной задачи с использованием алгоритма $\text{Alg_1}(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{\Lambda}, \hat{k})$ с учетом ограничения по допустимой сетевой задержке для ПБД первого, второго и третьего приоритетов соответственно.

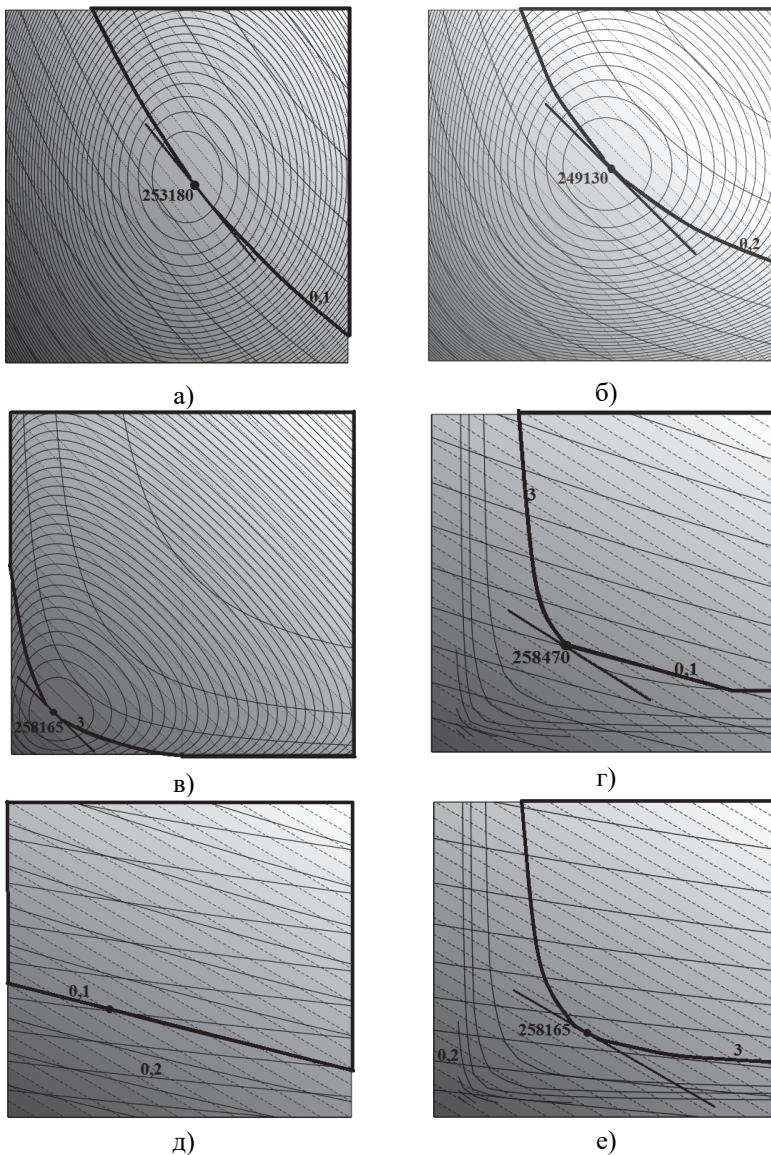


Рис. 2. Геометрическая интерпретация решения оптимизационной задачи

На данных рисунках круговые изолинии обозначают значения функции Лагранжа для k -го приоритета ПБД, жирной линией

выделена область допустимых значений. Значения целевой функции представлены пунктирными изолиниями. Функция сетевой задержки ПБД k -го приоритета представлена выпуклыми сплошными изолиниями. Стоит отметить, что направление увеличения значений целевой функции изменяется от темного цвета к светлому. Проанализировав данные решения, можно утверждать, что выполнив наиболее жесткое требование по допустимой сетевой задержке ПБД k -го приоритета, гарантировано выполнение требований по допустимой сетевой задержке ПБД других приоритетов. Как видно из рисунков 2 а) – 2 в), минимальное значение целевой функции (выражение (5)) лежит на границе выпуклого многогранника в точке, где изолиния целевой функции является касательной к области допустимых значений.

Однако разработанный алгоритм $\text{Alg}_1(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{G}, \mathbf{T}_{\text{ad}}, \Lambda, \hat{k})$ не позволяет найти оптимальные значения пропускных способностей каналов связи разбалансированной по приоритетам ТСС с КП для случая, когда в качестве ограничения задан вектор допустимых сетевых задержек ПБД k -го приоритета. Под разбалансированной по приоритетам ТСС с КП будем понимать такую сеть, у которой упорядоченные последовательности информационных направлений, полученные в результате ранжирования по интенсивностям ПБД разных приоритетов не совпадают. В таком случае следует рассматривать комбинации ограничений по допустимой сетевой задержке ПБД разных приоритетов.

Для решения задачи выбора пропускных способностей каналов связи разбалансированной по приоритетам ТСС с КП был разработан алгоритм $\text{Alg}_2(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{G}, \mathbf{T}_{\text{ad}}, \Lambda)$, базирующийся на откорректированном обобщенном методе множителей Лагранжа, основная идея которого заключается в сравнении условных экстремумов целевой функции, полученных с учетом всех возможных наборов активных ограничений, то есть когда сначала отдельные ограничения делаются активными поочередно, затем рассматриваются пары активных ограничений и так до тех пор, пока все ограничения не станут активными.

На рисунках 2 г) – 2 е) проиллюстрирована геометрическая интерпретация решения поставленной задачи для комбинаций ограничений первого и третьего, первого и второго, второго и третьего приоритетов соответственно. Обратим внимание, что целевая функция линейна, ограничения по допустимой сетевой задержке ПБД k -го

приоритета являются выпуклыми функциями, а неопределенные множители Лагранжа являются положительными, при этом область допустимых значений является выпуклым многогранником. Все это позволяет сделать вывод, что необходимые условия теоремы Куна – Таккера являются также и достаточными, при этом глобальный оптимум целевой функции будет лежать на границе области допустимых значений. В связи с этим ограничения в виде неравенства можно заменить на ограничения в виде равенства.

$\text{Alg}_2(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{\Lambda})$ можно представить в виде последовательности следующих шагов.

1. Задают $\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{\Lambda}$.

2. Определяют число приоритетов ПБД, обслуживаемых в ТСС с КП $k = \text{cols}(\mathbf{\Lambda}) - 1$.

3. Находят число каналов связи в ТСС с КП $s = \text{rows}(\mathbf{\Lambda})$, где функция $\text{rows}(\mathbf{\Lambda})$ возвращает число строк в $\mathbf{\Lambda}$.

4. Определяют нижнюю границу пропускной способности для каждого канала связи $\mathbf{C_min} = \text{diag}(\mathbf{\Lambda}^{(0)}) \cdot \mathbf{L} + \frac{1}{100}$.

5. Вычисляют вектор, элементами которого являются все возможные комбинации из активных ограничений $\mathbf{MatKombPR} = \text{Alg}_3(k)$, где $\text{Alg}_3(k)$ алгоритм формирования вектора, элементами которого являются все возможные сочетания из k активных ограничений.

6. Вводят переменную, которая предназначена для хранения номера очередного исследуемого приоритета ПБД $\text{NumPR} = 2$.

7. Решают задачу выбора пропускных способностей каналов связи сбалансированной по приоритетам ТСС с КП для случая, когда в активном состоянии находится ограничение для k -го приоритета ПБД $\mathbf{Mat_C} = \text{Alg}_1(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{\Lambda}, \text{NumPR} - 1)$.

8. Проверяют факт того, что номер исследуемого приоритета ПБД не превышает суммарное число приоритетов ПБД в анализируемой ТСС с КП $\text{NumPR} \leq k$. Если условие выполняется, то переходят на шаг 9, иначе на шаг 11.

9. Решают задачу выбора пропускных способностей каналов связи сбалансированной по приоритетам ТСС с КП для случая, когда в активном состоянии находится ограничение для очередного приоритета ПБД. Данное решение получают с использованием

$\text{Alg}_1(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{\Lambda}, \text{NumPR})$ и добавляют к уже имеющемуся решению в виде нового столбца, который дописывается справа в соответствующей матрице

$\mathbf{Mat_C} = \text{augment}(\mathbf{Mat_C}, \text{Alg}_1(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{\Lambda}, \text{NumPR}))$, где

функция $\text{augment}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \dots)$ возвращает массив, образованный размещением $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \dots$ слева направо, при этом $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \dots$ – это массивы с одинаковым числом строк.

10. Реализуют переход для исследования очередного приоритета ПБД $\text{NumPR} = \text{NumPR} + 1$ и возвращаются на шаг 9.

11. Определяют номер последнего элемента в векторе, элементами которого являются все возможные комбинации из активных ограничений $\text{Reg} = \text{last}(\mathbf{MatKombPR})$, где функция $\text{last}(\mathbf{MatKombPR})$ возвращает скалярный индекс последнего элемента вектора $\mathbf{MatKombPR}$.

12. Проверяют факт того, что еще не все элементы вектора, которыми являются все возможные комбинации из активных ограничений, были исследованы $\text{Reg} \geq 0$. Если условие выполняется, то переходят на шаг 13, иначе переходят на шаг 42.

13. Выбирают из вектора, элементами которого являются все возможные комбинации из активных ограничений, очередной элемент для исследования $\mathbf{KombPR} = \mathbf{MatKombPR}_{\text{Reg}}$.

14. С учетом выбранной комбинации из активных ограничений обнуляют такие решения задачи выбора пропускных способностей каналов связи ТСС с КП, которые получены для неактивных ограничений:

$$\mathbf{MatKomb_C} = \text{diag}(\text{stack}(\mathbf{KombPR}), 1) \times \\ \times \text{augmentation}(\text{Alg}_1(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{\Lambda}, \text{NumPR}), \mathbf{C_min}),$$

где функция $\text{stack}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \dots)$ возвращает массив, образованный размещением $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \dots$ сверху вниз, при этом $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \dots$ – это массивы с одинаковым числом столбцов.

15. Из оставшихся вариантов решения задачи выбора пропускных способностей для каждого КС выбирают максимальное значение пропускной способности, что гарантирует выполнение требований по средней сетевой задержке ПБД относительно тех ограничений, которые активны в анализируемой комбинации активных ограничений

$$\mathbf{C_new} = \text{matrix}(\text{cols}(\mathbf{MatKomb_C}), 1, \text{Alg_4}(\mathbf{MatKomb_C})),$$

где $\text{Alg_4}(\mathbf{MatKomb_C})$ алгоритм выбора максимальных значений пропускных способностей каналов связи из имеющегося множества решений, которое получено для заданной комбинации активных ограничений, функция $\text{matrix}(m, n, \text{fun})$ возвращает матрицу размером $m \times n$, в которой (i, j) -й элемент равен $\text{fun}(i, j)$.

16. Находят новые значения пропускных способностей каналов связи $\mathbf{C_new} = \text{ceil}(\text{Alg_5}(\mathbf{C_old}, \mathbf{KombPR}, \Lambda, \mathbf{Q}, \mathbf{T_ad}, \Gamma, \mathbf{T}, \mathbf{L}))$, где $\text{Alg_5}(\mathbf{C_old}, \mathbf{KombPR}, \Lambda, \mathbf{Q}, \mathbf{T_ad}, \Gamma, \mathbf{T}, \mathbf{L})$ – алгоритм нахождения оптимальных значений пропускных способностей каналов, в основе которого лежит процедура ослабления ограничений по допустимой сетевой задержке ПБД, функция $\text{ceil}(z)$ возвращает наименьшее целое, большее или равное z (будет представлен далее).

17. Вводят номер приоритета ПБД, который будет исследоваться на предмет сетевой задержки в отдельных КС и сети связи в целом $\text{NumPR} = 1$.

18. Проверяют факт того, что номер приоритета ПБД, которые будут исследоваться на предмет сетевой задержки в отдельных КС и сети связи в целом, не является последним $\text{NumPR} \leq k$. Если условие выполняется, то переходят на шаг 19, иначе переходят на шаг 22.

19. Формируют очередной элемент вектора, элементами которого являются вектора сетевых задержек ПБД соответствующего приоритета в отдельных КС (выражение (2)).

20. Формируют очередной элемент вектора, элементами которого являются сетевая задержка ПБД соответствующего приоритета в сети связи в целом (выражение (4)).

21. Увеличивают на единицу номер приоритета ПБД $\text{NumPR} = \text{NumPR} + 1$ и переходят на шаг 18.

22. Формируют нулевой элемент вектора, элементами которого являются вектора сетевых задержек ПБД без учета приоритетов в отдельных КС:

$$\mathbf{T_link}_0 = \text{diag}\left(\text{diag}\left(\text{diag}(\mathbf{L})^{-1} \cdot \mathbf{C_new} - \Lambda^{(0)}\right)^{-1}\right) + \mathbf{T}. \quad (12)$$

23. Формируют нулевой элемент вектора сетевых задержек в сети связи в целом, используя сетевую задержку ПБД без учета приоритетов:

$$\mathbf{T_net}_0 = (\mathbf{T_link}_0)^T \cdot \left(\Lambda^{(0)} \cdot \left((\mathbf{\Gamma}^T)_0 \right)^{-1} \right). \quad (13)$$

24. Вычисляют суммарные затраты, связанные с арендой КС с учетом рассчитанной пропускной способностью $Q_net = \mathbf{Q}^T \cdot \mathbf{C_new}$.

25. Формируют очередной элемент вектора результатов, элементами которого является также вектор, включающий: вектор $\mathbf{C_new}$ оптимальных значений пропускных способностей каналов связи для соответствующей комбинации активных ограничений; вектор $\mathbf{T_link}$, элементами которого являются векторы сетевых задержек ПБД для всех приоритетов в отдельных КС; вектор $\mathbf{T_net}$, элементами которого являются сетевая задержка ПБД для всех приоритетов в сети связи в целом; анализируемый вариант \mathbf{KombPR} активных ограничений; суммарные затраты Q_net , связанные с арендой КС оптимальной пропускной способности:

$$\mathbf{MatRez}_{Reg} = (\mathbf{C_new}, \mathbf{T_link}, \mathbf{T_net}, \mathbf{KombPR}, Q_net)^T.$$

26. Проверяют факт того, что текущая комбинация активных ограничений не является последней $Reg \neq last(\mathbf{MatKombPR})$. Если условие выполняется, то переходят на шаг 27, иначе переходят на шаг 28.

27. Формируют новое оптимальное решение задачи выбора пропускных способностей каналов связи ТСС с КП, которое включает: вектор $\mathbf{C_new}$ оптимальных значений пропускных способностей каналов связи для соответствующей комбинации активных ограничений; вектор $\mathbf{T_link}$, элементами которого являются вектор сетевых задержек ПБД для всех приоритетов в отдельных КС; вектор $\mathbf{T_net}$, элементами которого являются сетевая задержка ПБД для всех приоритетов в сети связи в целом; анализируемый вариант \mathbf{KombPR} активных ограничений; суммарные затраты Q_net , связанные с арендой каналов связи оптимальной пропускной способности $\mathbf{Mat_OptRez} = (\mathbf{C_new}, \mathbf{T_link}, \mathbf{T_net}, \mathbf{KombPR}, Q_net)^T$ и переходят на шаг 41.

28. Вводят переменную, которая предназначена для хранения номера очередного исследуемого приоритета ПБД $NumPR = 0$.

29. Вводят переменную, с помощью которой будет подсчитываться для какого числа приоритетов ПБД сетевая задержка в отдельных КС больше или равна нулю $Control_T_link = 0$.

30. Проверяют факт того, что номер приоритета ПБД, которые будут исследоваться на предмет отрицательного значения сетевой задержки в отдельных КС, не является последним $NumPR \leq k$. Если условие выполняется, то переходят на шаг 31, иначе переходят на шаг 35.

31. Выбирают очередной вектор сетевых задержек ПБД соответствующего приоритета в отдельных КС $T_link_act = T_link_{NumPR}$.

32. Проверяют факт того, что в очередном векторе сетевых задержек ПБД соответствующего приоритета в отдельных КС нет отрицательных элементов, если этот факт подтверждается, тогда соответствующей переменной присваивается значение единица, иначе – ноль $Control_link = (\min(T_link_act) \geq 0)$.

33. Изменяют на единицу или оставляют без изменения значение переменной, которая учитывает, для какого числа приоритетов ПБД сетевая задержка в отдельных КС больше или равна нулю $Control_T_link = Control_T_link + Control_link$.

34. Увеличивают на единицу номер приоритета ПБД $NumPR = NumPR + 1$ и переходят на шаг 30.

35. Проверяют на отсутствие отрицательного значения сетевой задержки в отдельных КС для всех приоритетов, если для всех приоритетов ПБД сетевая задержка в отдельных КС больше или равна нулю, тогда соответствующая переменная принимает значение единица, иначе – ноль

$$Control_T_link_Sum = (Control_T_link = (k + 1)).$$

36. Проверяют на отсутствие отрицательного значения сетевой задержки в сети связи в целом, если для всех приоритетов ПБД сетевая задержка в сети связи в целом больше или равна нулю, тогда соответствующая переменная принимает значение единица, иначе – ноль $Control_T_net = (\min(T_net) \geq 0)$.

37. Проверяют условие, если для всех приоритетов ПБД сетевая задержка в сети связи в целом удовлетворяет ограничению, введенному для соответствующего приоритета, тогда соответствующая переменная принимает значение единица, иначе – ноль $Control_Req = (\min(T_ad^T - T_net) \geq 0)$.

38. Проверяют условие, если суммарные затраты, связанные с арендой каналов связи для очередной комбинации активных ограничений меньше суммарных затрат, связанных с арендой каналов связи оптимальной пропускной способности, тогда соответствующая переменная принимает значение единица, иначе – ноль $Control_Q_net = (Q_net \leq Mat_OptRez_4)$.

39. Проверяют факт того, что для очередной комбинации активных ограничений выполняются следующие условия: для всех приоритетов ПБД сетевая задержка в отдельных каналах связи и в сети связи в целом больше или равна нулю и удовлетворяет ограничению, введенному для соответствующего приоритета; суммарные затраты, связанные с арендой каналов связи меньше, чем суммарные затраты, связанные с арендой каналов связи оптимальной пропускной способности:

$$(Control_T_net \wedge Control_Req \wedge Control_Q_net \wedge \wedge Control_T_link_Sum) = 1.$$

Если условие выполняется, то переходят на шаг 40, иначе переходят на шаг 41.

40. Формируют новое оптимальное решение задачи выбора пропускных способностей каналов связи ТСС с КП, которое включает: вектор C_new оптимальных значений пропускных способностей каналов связи для соответствующей комбинации активных ограничений; вектор T_link , элементами которого являются вектор сетевых задержек ПБД для всех приоритетов в отдельных КС; вектор T_net , элементами которого являются сетевая задержка ПБД для всех приоритетов в сети связи в целом; анализируемый вариант $KombPR$ активных ограничений; суммарные затраты Q_net , связанные с арендой каналов связи оптимальной пропускной способности $Mat_OptRez = (C_new, T_link, T_net, KombPR, Q_net)^T$, и переходят на шаг 41.

41. Приступают к исследованию очередного элемента вектора элементами, которого являются все возможные комбинации из активных ограничений $Reg = Reg - 1$ и переходят на шаг 12.

42. Формируют последний элемент вектора результатов $MatRez_{last(MatKombPR)+1} = Mat_OptRez$.

43. Выводят результаты работы алгоритма в виде вектора результатов, элементами которого является также вектор,

включающий: вектор оптимальных значений пропускных способностей каналов связи для соответствующей комбинации активных ограничений; вектор, элементами которого являются вектор сетевых задержек ПБД для всех приоритетов в отдельных КС; вектор, элементами которого являются сетевая задержка ПБД для всех приоритетов в сети связи в целом; анализируемый вариант активных ограничений; суммарные затраты, связанные с арендой каналов связи оптимальной пропускной способности

$$\mathbf{Mat_OptRez} = (\mathbf{C_new}, \mathbf{T_link}, \mathbf{T_net}, \mathbf{KombPR}, \mathbf{Q_net})^T.$$

Учитывая тот факт, что на входе порта маршрутизатора формируется не более восьми очередей из ПБД, можно утверждать, число шагов за которое сходится $\text{Alg_2}(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{G}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{\Lambda})$ определяется количеством различных комбинаций из активных ограничений, то есть $2^8 - 1$.

Алгоритм $\text{Alg_5}(\mathbf{C_old}, \mathbf{KombPR}, \mathbf{\Lambda}, \mathbf{Q}, \mathbf{T_ad}, \mathbf{G}, \mathbf{T}, \mathbf{L})$ предназначен для нахождения глобального оптимума, который можно представить в виде последовательности следующих шагов.

1. Задают \mathbf{L} , \mathbf{Q} , \mathbf{T} , \mathbf{G} , $\mathbf{T_ad}$, $\mathbf{\Lambda}$, $\mathbf{C_old}$, \mathbf{KombPR} .
2. Определяют вектор начальных значений пропускных способностей КС разбалансированной по приоритетам ТСС с КП $\mathbf{C_old}$ с учетом активных ограничений.
3. Задают комбинацию активных ограничений $\mathbf{KombPR_act} = \text{stack}(0, \mathbf{KombPR})$.
4. Определяют число приоритетов ПБД, обслуживаемых в ТСС с КП $k = \text{cols}(\mathbf{\Lambda}) - 1$.
5. Задают текущие требования по допустимой сетевой задержке ПБД $\mathbf{T_ad_act} = \mathbf{T_ad}^T$.
6. Вводят переменную, которая предназначена для хранения номера очередного исследуемого приоритета ПБД $\text{NumPR} = 1$.
7. Проверяют факт того, что номер исследуемого приоритета ПБД не превышает суммарное число приоритетов ПБД в анализируемой ТСС с КП $\text{NumPR} \leq k$. Если условие выполняется, то переходят на шаг 8, иначе на шаг 10.
8. Формируют очередной элемент вектора, элементами которого являются сетевая задержка ПБД соответствующего приоритета в сети связи в целом (выражение (4)).

9. Увеличивают на единицу номер приоритета ПБД $NumPR = NumPR + 1$ и переходят на шаг 7.

10. Формируют нулевой элемент вектора сетевых задержек в сети связи в целом, используя сетевую задержку ПБД без учета приоритетов (выражение (13)).

11. Рассчитывают разницу между вектором допустимых сетевых задержек ПБД k -го приоритета и вектором сетевых задержек ПБД k -го приоритета, полученных на предыдущем шаге (шаг 8):

$$\Delta T = \text{diag}(T_{ad}^T - T_{net}) \cdot \text{KombPR}_{act} . \quad (14)$$

12. Рассчитывают новый вектор допустимых сетевых задержек ПБД k -го приоритета:

$$T_{ad_new} = T_{ad} + \Delta T . \quad (15)$$

13. Рассчитывают вектор значений пропускных способностей каналов связи разбалансированной по приоритетам ТСС с КП с учетом активных ограничений, вектора значений пропускных способностей, полученные на предыдущем шаге, и нового вектора допустимых сетевых задержек ПБД k -го приоритета C_{new} .

14. Рассчитывают сумму модуля отклонения между пропускными способностями каналов связи ТСС с КП, полученными на предыдущем и очередном итерационном шагах (выражение (11)).

15. Проверяют факт того, что сумма модуля отклонения между пропускными способностями каналов связи разбалансированной по приоритетам ТСС с КП больше 0,1 (бит/с) $\Delta > 0,1$. Если условие выполняется, то переходят на шаг 16, иначе на шаг 26.

16. Присваивают вектор пропускных способностей каналов связи разбалансированной по приоритетам ТСС с КП, полученных на шаге 13 в качестве значений, которые были получены на предыдущем итерационном шаге $C_{old} = C_{new}$.

17. Вводят переменную, которая предназначена для хранения номера очередного исследуемого приоритета ПБД $NumPR = 1$.

18. Проверяют факт того, что номер исследуемого приоритета ПБД не превышает суммарное число приоритетов ПБД в анализируемой ТСС с КП $NumPR \leq k$. Если условие выполняется, то переходят на шаг 19, иначе на шаг 21.

19. Формируют очередной элемент вектора, элементами которого являются сетевая задержка ПБД соответствующего приоритета в сети связи в целом (выражение (4)).

20. Увеличивают на единицу номер приоритета ПБД $NumPR = NumPR + 1$ и переходят на шаг 18.

21. Формируют нулевой элемент вектора сетевых задержек в сети связи в целом, используя сетевую задержку ПБД без учета приоритетов (выражение (13)).

22. Рассчитывают разницу между вектором допустимых сетевых задержек ПБД k -го приоритета и вектором сетевых задержек ПБД k -го приоритета, полученных на предыдущем шаге (выражение (14)).

23. Рассчитывают новый вектор допустимых сетевых задержек ПБД k -го приоритета (выражение (15)).

24. Рассчитывают вектор значений пропускных способностей каналов связи разбалансированной по приоритетам ТСС с КП с учетом активных ограничений, вектора значений пропускных способностей, полученных на предыдущем шаге, и нового вектора допустимых сетевых задержек ПБД k -го приоритета C_new .

25. Рассчитывают сумму модуля отклонения между пропускными способностями каналов связи ТСС с КП, полученными на предыдущем и очередном итерационном шагах (выражение (11)), и переходят на шаг 15.

26. Выводят результаты работы алгоритма в виде вектора оптимальных значений пропускных способностей каналов связи разбалансированной по приоритетам ТСС с КП C_new .

Рассмотрим работу алгоритма Alg_2(L, Q, T, Г, T_ad, Λ) на фрагменте разбалансированной по приоритетам ТСС с КП, представленном на рисунке 3, при наличии следующих ограничений на математические ожидания задержки: для ПБД первого приоритета не более 0,13 (с), для второго приоритета не более 0,2 (с) и для третьего приоритета не более 0,3 (с). Матрица статических маршрутов представлена в таблице 1.

Таблица 1. Матрица статических маршрутов фрагмента ТСС с КП

Направления связи	Каналы связи											
	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3-4		1			2				4		3	
3-7		1	2							3		4
2-6	1				2							
4-1						3				1		2
5-2			2	1				3				
5-8				1			2					
6-1	4							3	2		1	
7-8						1	2					

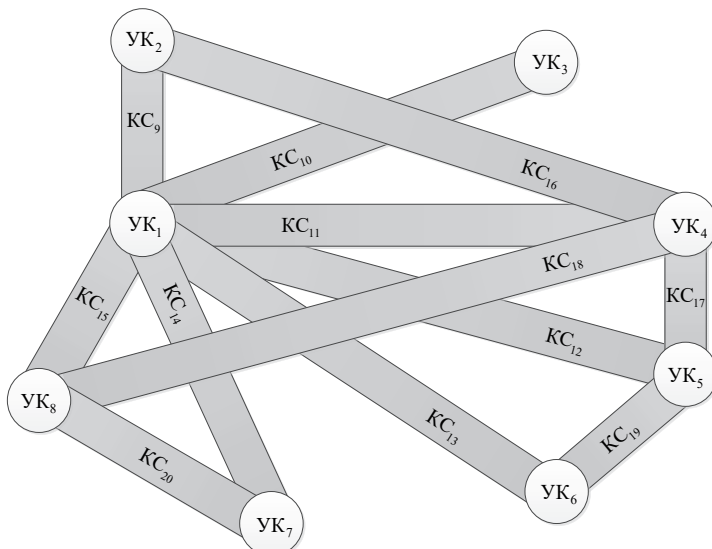


Рис. 3. Фрагмент ТСС с КП

1. Задают

$$L = \begin{pmatrix} 4000 & 4000 & 4000 & 4000 & 4000 & 4000 \\ 4000 & 4000 & 4000 & 4000 & 4000 & 4000 \end{pmatrix}^T \text{ (бит)}, \quad (16)$$

$$T = \begin{pmatrix} 0,015 & 0,019 & 0,021 & 0,03 & 0,03 & 0,023 \\ 0,019 & 0,022 & 0,023 & 0,028 & 0,026 & 0,018 \end{pmatrix}^T \text{ (с)}, \quad (17)$$

$$Q = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)^T \text{ (руб} \cdot \text{с/бит)}, \quad (18)$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 66 & 50 & 69 & 62 & 59 & 46 & 33 & 76 & 57 & 56 & 57 & 56 \\ 11 & 22 & 29 & 22 & 13 & 22 & 13 & 19 & 12 & 32 & 12 & 32 \\ 27 & 13 & 19 & 21 & 21 & 5 & 6 & 34 & 28 & 5 & 28 & 5 \\ 28 & 15 & 21 & 19 & 25 & 19 & 14 & 23 & 17 & 19 & 17 & 19 \end{pmatrix}^T \text{ (1/с)}, \quad (19)$$

$$\Gamma = (224 \ 77 \ 66 \ 81) \text{ (1/с)}, \quad (20)$$

$$T_{ad} = (0,212 \ 0,13 \ 0,2 \ 0,3) \text{ (с)}. \quad (21)$$

В таблице 2 представлены затраты на аренду каналов связи для различных комбинаций активных ограничений с проверкой выполняются или нет условия по допустимой сетевой задержке для ПБД первого, второго и третьего приоритетов, полученные с использованием алгоритма $\text{Alg}_2(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T}_{ad}, \Lambda)$.

Таблица 2. Затраты на аренду каналов связи для различных комбинаций активных ограничений

№ комбинации	Выполнение условий по задержке ПБД			Затраты
	1 приоритет	2 приоритет	3 приоритет	
$(1\ 1\ 1)^T$	Да	Да	Да	4370593
$(1\ 1\ 0)^T$	Да	Да	Нет	4371257
$(1\ 0\ 1)^T$	Да	Да	Да	4370593
$(0\ 1\ 1)^T$	Нет	Да	Да	3743815
$(1\ 0\ 0)^T$	Да	Да	Нет	4371257
$(0\ 1\ 0)^T$	Нет	Да	Нет	3525803
$(0\ 0\ 1)^T$	Нет	Да	Да	3743815

Анализ таблицы 2 показывает, что комбинация $(1\ 0\ 1)^T$ характеризуется тем, что выполняются все условия, используемые для проверки корректности решения, при этом затраты на аренду каналов связи являются минимальными. Результаты работы алгоритма представлены в матрице

$\mathbf{Mat_OptRez} = (\mathbf{C_new}, \mathbf{T_link}, \mathbf{T_net}, \mathbf{KombPR}, \mathbf{Q_net})^T$, где:

$$\mathbf{C_new} = \begin{pmatrix} 300357 & 379387 & 457514 & 391844 & 301719 & 374946 \\ 275567 & 377365 & 288904 & 467043 & 288904 & 467043 \end{pmatrix}^T, \quad (22)$$

$\mathbf{T_link}$ (таблицы 3–5), $\mathbf{T_net} = (0,17\ 0,127\ 0,166\ 0,214)^T$ (с),

$\mathbf{KombPR} = (1\ 0\ 1)^T$, $\mathbf{Q_net} = 4370593$ (руб·с/бит).

Используя таблицы 1, 3-5, можно сформировать таблицы вероятностно-временных характеристик (ВВХ) для информационных направлений (ИН) (табл. 6-7).

Таблица 3. Вероятностно-временные характеристики КС (начало)

Характеристика	$s = 9$	$s = 10$	$s = 11$	$s = 12$
T_{link_1}, c	0,042	0,0368	0,0368	0,0485
T_{link_2}, c	0,0561	0,041	0,0419	0,0551
T_{link_3}, c	0,2241	0,0482	0,0527	0,0716

Таблица 4. Вероятностно-временные характеристики КС (продолжение)

Характеристика	$s = 13$	$s = 14$	$s = 15$	$s = 16$
T_{link_1}, c	0,0558	0,0405	0,0421	0,0433
T_{link_2}, c	0,0661	0,0433	0,0453	0,057
T_{link_3}, c	0,1299	0,0481	0,0519	0,1328

Таблица 5. Вероятностно-временные характеристики КС (окончание)

Характеристика	$s = 17$	$s = 18$	$s = 19$	$s = 20$
T_{link_1}, c	0,0499	0,0422	0,0529	0,0322
T_{link_2}, c	0,0662	0,0448	0,0692	0,0348
T_{link_3}, c	0,153	0,0481	0,156	0,0381

Таблица 6. Вероятностно-временные характеристики ИН (начало)

Характеристика	3-4	3-7	2-6	4-1
T_{inf_1}, c	0,195	0,148	0,098	0,115
T_{inf_2}, c	0,243	0,163	0,122	0,123
T_{inf_3}, c	0,487	0,187	0,354	0,134

Таблица 7. Вероятностно-временные характеристики ИН (окончание)

Характеристика	5-2	5-8	6-1	7-8
T_{inf_1}, c	0,129	0,091	0,188	0,083
T_{inf_2}, c	0,154	0,1	0,249	0,089
T_{inf_3}, c	0,257	0,124	0,666	0,1

Для нахождения ВВХ сети связи в целом необходимо взвесить ВВХ отдельных ИН (таблицы 6-7) с учетом доли трафика, поступающего в соответствующее ИН к суммарному трафику, который поступает в сеть связи:

$$\begin{aligned} T_{\text{net}_1} = & \frac{7}{77} \cdot 0,195 + \frac{15}{77} \cdot 0,148 + \frac{6}{77} \cdot 0,098 + \frac{17}{77} \cdot 0,115 + \\ & + \frac{14}{77} \cdot 0,129 + \frac{8}{77} \cdot 0,091 + \frac{5}{77} \cdot 0,188 + \frac{5}{77} \cdot 0,083 = 0,13; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} T_{\text{net}_2} = & \frac{11}{66} \cdot 0,243 + \frac{2}{66} \cdot 0,163 + \frac{10}{66} \cdot 0,122 + \frac{3}{66} \cdot 0,123 + \\ & + \frac{17}{66} \cdot 0,154 + \frac{4}{66} \cdot 0,1 + \frac{17}{66} \cdot 0,249 + \frac{2}{66} \cdot 0,089 = 0,182; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} T_{\text{net}_3} = & \frac{7}{81} \cdot 0,487 + \frac{8}{81} \cdot 0,187 + \frac{18}{81} \cdot 0,354 + \frac{11}{81} \cdot 0,134 + \\ & + \frac{13}{81} \cdot 0,257 + \frac{6}{81} \cdot 0,124 + \frac{10}{81} \cdot 0,666 + \frac{8}{81} \cdot 0,1 = 0,3. \end{aligned} \quad (25)$$

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что рассчитанные пропускные способности каналов связи разбалансированной по приоритетам ТСС с КП минимизируют затраты на аренду каналов связи (выражение (1)) и при этом обеспечивают выполнение требований (выражение (21)) на математическое ожидание задержки ПБД первого, второго и третьего приоритетов (выражения (23–25)).

4. Оценивание эффективности разработанного алгоритма

Alg_2(L, Q, T, Г, T_ad, Λ) методом имитационного

моделирования. Для оценки эффективности аналитических моделей и разработанных на их основе алгоритмов оптимизации в области телекоммуникаций широко применяется метод имитационного моделирования [32–34]. Имитационная модель ТСС с КП, учитывающая особенности переноса трафика различного приоритета разрабатывается в среде сетевого симулятора *OMNet++*. Она включает рабочие станции (*StandardHost*), маршрутизаторы (*Router*) и каналы связи (*DatarateChannel*) (рис. 4). Для соединения рабочих станций и маршрутизаторов, а также маршрутизаторов между собой используются порты *ppp*. На всех портах запрещается фрагментирование ПБД (параметру *mtu* присваивается значение 9192 байт). Параметры каналов связи задаются с помощью пропускной способности (параметр *datarate*) и задержки распространения (параметр *delay*).

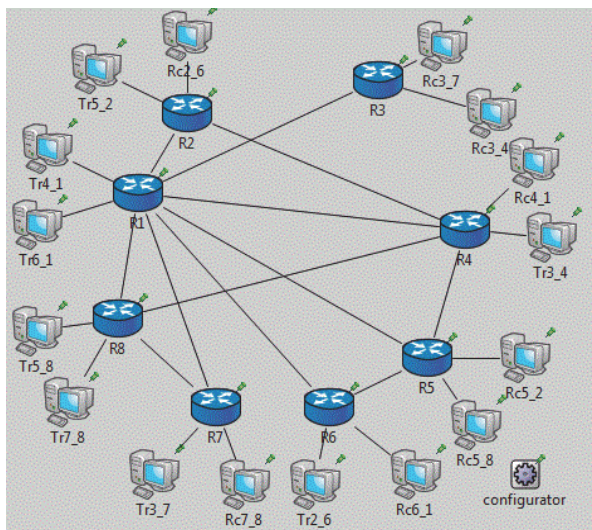


Рис. 4. Имитационная модель фрагмента TCC с КП

Рабочие станции делятся на две группы: передатчики и приемники. Каждая рабочая станция является передатчиком или приемником трафика данных от трех приложений (*UdpBasicApp* для передатчиков и *UdpSink* для приемников).

Случайная длина ПБД выбирается с помощью экспоненциального распределения с параметром, который равен средней длине протокольных блоков данных в байтах. Случайный интервал времени между смежными ПБД выбирается с помощью экспоненциального распределения с параметром, который равен обратной величине от интенсивности поступления ПБД. Поток ПБД каждого информационного направления генерируется с помощью описанных выше двух экспоненциальных распределений и направляется в очередь порта *ppp* рабочей станции (передатчика).

Модуль приоритетного обслуживания (рис. 5) реализован с использованием: классификатора (*MultiFieldClassifier*), определяющего порт назначения ПБД и отправляющего его в соответствующий выход классификатора на основании правила, который описан в *XML*-файле; очереди для различных приоритетов (*DropTailQueue*), подключенных к соответствующим выходам классификатора; планировщика обслуживания (*PriorityScheduler*), который в случае, если канал связи свободен, проверяет, есть ли ПБД в очереди самого высокого приоритета, если такого ПБД нет, тогда он обращается к очереди меньшего приоритета и так далее пока не будет

найден ПБД или не будут просмотрены все очереди. Очереди для различных приоритетов имеют бесконечные размеры (параметру *frameCapacity* присваивается значение 0). Модуль приоритетного обслуживания устанавливается на физическом уровне в качестве очереди каждого порта *ppp* (в *ini*-файле проекта прописывается строка `**.ppp[*].queue.typeName = "Prior_Queue"`, где *Prior_Queue* – название модуля приоритетного обслуживания).

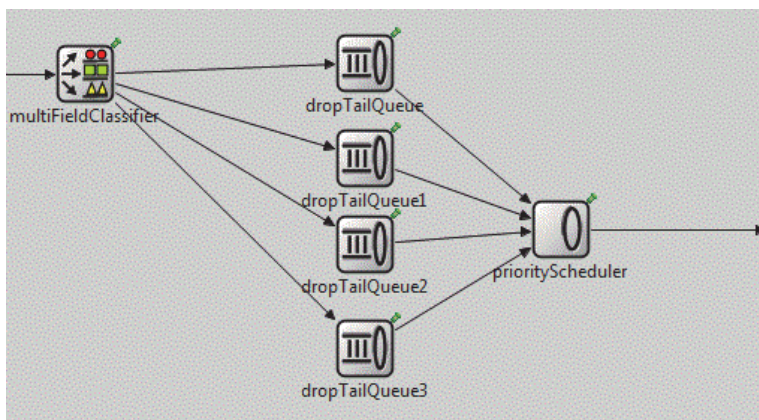


Рис. 5. Модуль приоритетного обслуживания маршрутизатора

Для каналов связи, соединяющих рабочие станции с маршрутизаторами, устанавливаются максимальная пропускная способность (параметру *datarate* присваивается значение 100000 Гб/с) и нулевая задержка распространения (параметру *delay* присваивается значение 0 с). Для каналов связи, соединяющих маршрутизаторы, устанавливаются требуемая пропускная способность (параметру *datarate* присваивается значение в соответствии вектор-столбцом (выражение (22)) и требуемая задержка распространения (параметру *delay* присваивается значение в соответствии вектор-строкой (выражение (17)).

Для конфигурирования сетевого взаимодействия используется компонент *Ipv4NetworkConfigurator*. В таблице маршрутизации компонента *Ipv4NetworkConfigurator* следует отключить поиск оптимального маршрута. Таблица маршрутизации компонента *Ipv4NetworkConfigurator* конфигурируется таким образом, чтобы реализовать статическую маршрутизацию в соответствии таблицей 1.

При достижении ПБД рабочей станции (приемника) он уничтожается, и в файле анализа результатов создается

соответствующая запись, которая включает информацию о времени жизни ПБД (другие характеристики, касающиеся ПБД, следует отключить при конфигурировании проекта, это позволит значительно уменьшить размер файла анализа результатов). Время имитационного моделирования устанавливается равным 86400 с, в этом случае имитационная модель ТСС с КП работает в установленном режиме и обслуживает в среднем $2 \cdot 10^6$ ПБД.

В таблице 8 представлены результаты сетевой задержки ПБД k -го приоритета в ИН, полученные методами аналитического и имитационного моделирования.

Таблица 8. Задержка ПБД k -го приоритета в ИН для аналитического и имитационного моделирования (с), и расхождения между ними (%)

Направления связи	Способ моделирования	T_{link_1} , с	T_{link_2} , с	T_{link_3} , с
3-4	Аналитическое	0,195	0,243	0,487
	Имитационное	0,205	0,245	0,409
	ошибка в %	5,120	0,820	-16,020
3-7	Аналитическое	0,154	0,163	0,187
	Имитационное	0,148	0,166	0,185
	ошибка в %	-3,890	1,840	-1,070
2-6	Аналитическое	0,098	0,122	0,354
	Имитационное	0,099	0,121	0,344
	ошибка в %	1,020	-0,820	-2,820
4-1	Аналитическое	0,115	0,123	0,134
	Имитационное	0,119	0,126	0,136
	ошибка в %	3,480	2,440	1,490
5-2	Аналитическое	0,129	0,154	0,257
	Имитационное	0,133	0,156	0,249
	ошибка в %	3,100	1,300	-3,110
5-8	Аналитическое	0,091	0,100	0,124
	Имитационное	0,092	0,100	0,122
	ошибка в %	1,100	0	-1,610
6-1	Аналитическое	0,188	0,249	0,666
	Имитационное	0,198	0,251	0,595
	ошибка в %	5,320	0,800	-10,66
7-8	Аналитическое	0,083	0,089	0,100
	Имитационное	0,083	0,089	0,100
	ошибка в %	0	0	0

Для нахождения ВВХ сети связи в целом необходимо взвесить ВВХ отдельных ИН, полученные с помощью имитационной модели, с учетом доли трафика, поступающего в соответствующее ИН к суммарному трафику в сети связи:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\text{net}_1} = & \frac{7}{77} \cdot 0,205 + \frac{15}{77} \cdot 0,154 + \frac{6}{77} \cdot 0,099 + \frac{17}{77} \cdot 0,119 + \\ & + \frac{14}{77} \cdot 0,133 + \frac{8}{77} \cdot 0,092 + \frac{5}{77} \cdot 0,198 + \frac{5}{77} \cdot 0,083 = 0,135; \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\text{net}_2} = & \frac{11}{66} \cdot 0,245 + \frac{2}{66} \cdot 0,166 + \frac{10}{66} \cdot 0,121 + \frac{3}{66} \cdot 0,126 + \\ & + \frac{17}{66} \cdot 0,156 + \frac{4}{66} \cdot 0,1 + \frac{17}{66} \cdot 0,251 + \frac{2}{66} \cdot 0,089 = 0,184; \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\text{net}_3} = & \frac{7}{81} \cdot 0,409 + \frac{8}{81} \cdot 0,185 + \frac{18}{81} \cdot 0,344 + \frac{11}{81} \cdot 0,136 + \\ & + \frac{13}{81} \cdot 0,249 + \frac{6}{81} \cdot 0,122 + \frac{10}{81} \cdot 0,595 + \frac{8}{81} \cdot 0,1 = 0,281. \end{aligned} \quad (28)$$

Анализ результатов имитационного моделирования позволяет сделать вывод, что требование на математическое ожидание задержки для ПБД первого приоритета не выполнено и превышено на 3,54 %, требование на математическое ожидание задержки для ПБД второго приоритета не выполнено и превышено на 0,89 %, требование на математическое ожидание задержки для ПБД третьего приоритета перевыполнено на 6,38 %. Различие результатов аналитической и имитационной модели объясняется тем, что в $\text{Alg}_2(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T}_{\text{ad}}, \mathbf{\Lambda})$ не учитывается последствие, которое было исследовано в работе [11]. Для выполнения требований к задержкам ПБД рекомендуется произвести корректировку исходных данных, а именно уменьшить требование к математическому ожиданию задержки для ПБД первого приоритета на 3,54 % и для ПБД второго приоритета на 0,89 %. Затем повторно решить оптимизационную задачу с использованием $\text{Alg}_2(\mathbf{L}, \mathbf{Q}, \mathbf{T}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{T}_{\text{ad}}, \mathbf{\Lambda})$ и проверить корректность результатов на имитационной модели.

5. Заключение. В работе разработан алгоритм выбора пропускных способностей каналов связи разбалансированной по приоритетам транспортной сети с коммутацией пакетов, учитывающий особенности переноса трафика различного приоритета и обеспечивающий минимум затрат на аренду каналов связи при

наличии ограничений на математические ожидания задержки для ПБД первого, второго и k -го приоритетов.

Результаты имитационного моделирования позволяют сделать вывод, что в условиях, когда имеется два и более приоритета ПБД, каждый из которых характеризуется своей допустимой сетевой задержкой, а поступающие потоки ПБД в информационных направлениях имеют различные интенсивности поступления ПБД, разработанный алгоритм более эффективен, чем алгоритм, представленный в [13]. Направлением дальнейшего исследования является решение задачи выбора пропускных способностей логических каналов связи транспортной сети связи.

Литература

1. *Armitage G.* Quality of Service in IP Networks: Foundations for a Multi-Service Internet // Macmillan Technical Publishing. 2000. 285 с.
2. *Miraz M. H. et al.* Simulation and Analysis of Quality of Service (QoS) Parameters of Voice over IP (VoIP) Traffic through Heterogeneous Networks // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. 2017. vol. 8. no. 7. pp. 242–248.
3. *Вишневский В.М.* Теоретические основы проектирования компьютерных сетей // М.: Техносфера. 2003. 512 с.
4. *Назаров А.Н.* Модели и методы расчета показателей качества функционирования узлового оборудования и структурно-сетевых параметров сетей связи следующего поколения // Поликом. 2011. 491 с.
5. *Семенов Ю.В.* Проектирование сетей связи следующего поколения // Наука и Техника. 2005. 240 с.
6. *Трегубов Р.Б., Саитов И.А.* Теоретические основы анализа и оптимизации иерархических многоуровневых маршрутизирующих систем // Академия ФСО России. 2017. 585 с.
7. *Степанов С.Н.* Теория телетрафика: концепции, модели, приложения // М.: Горячая линия Телеком. 2015. 868 с.
8. *Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А.* Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета // М.: Наука. 1989. 336 с.
9. *Courtois P.J.* Decomposability, instabilities, saturation in multiprogramming systems // Communications of the ACM. 1975. vol. 18. no. 7. pp. 371–377.
10. *Kuhn P.* Analysis of complex queuing networks by decomposition // 8th International Teletraffic Congress. 1976. pp. 236-1.
11. *Трегубов Р.Б., Андреев С.Ю., Переверзев А.Н.* Математическая модель транспортной сети связи с коммутацией пакетов, учитывающая особенности переноса трафика различного приоритета // Телекоммуникации. 2019. № 8 С. 36–48.
12. *Kleinrock L.* Queueing Systems, volume 2: Computer Applications // New York: Wiley. 1976. 576 p.
13. *Трегубов Р.Б., Андреев С.Ю., Тутов С.Ю.* Задача выбора пропускных способностей каналов связи транспортной сети связи, учитывающей особенности переноса трафика различного приоритета // Информационные системы и технологии. 2019. № 4(114). С. 93–102.

14. Будко П.А. Выбор пропускных способностей каналов при синтезе сети связи в условиях изменяющейся нагрузки // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2000. Т.3. № 3-4. С. 68–72.
15. Орешин Н.А., Орешин А.Н., Шумилин В.С., Панчук П.В. Методика оптимального распределения каналов и трактов на основе определения продуктивных путей с помощью автоматизированных систем управления связью // Телекоммуникации. 2016. № 10 С. 44–48.
16. Трегубов Р.Б. Мясин Н.И., Мясин К.И. Оптимизация скоростей передачи битового потока в каналах транспортной сети связи с коммутацией пакетов, обеспечивающая максимум вероятности своевременной доставки протокольных блоков данных // Т-Сотм: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 2. С. 34–40.
17. Дымарский Я.С., Нурмиева М.В. Оптимальное распределение ресурсов в сети с разнородными потоками // Вестник МАЙСУ. 2002. № 6. С. 31–35.
18. Tregubov R.B., Saitov I.A., Korolev A.V. Methods of Optimization of Characteristics in Small and Medium Connectivity Data Transmission Networks // Telecommunications and Radio Engineering. 2009. vol. 68. pp. 167–179.
19. Лузгачев М.В. Самуйлов К.Е. Метод решения задачи разделения ресурсов мультисервисной сети между виртуальными частными сетями с одноадресными и многоадресными соединениями. Вестник РУДН. 2010. № 2(1). С. 42–53.
20. Qu L., Assi C., Shaban K. Network function virtualization scheduling with transmission delay optimization // 2016 IEEE/IFIP Network Operations and Management Symposium. 2016. pp. 638–644.
21. Capone A. et al. Routing, scheduling and channel assignment in Wireless Mesh Networks: Optimization models and algorithms // Ad Hoc Networks. 2010. vol. 8(6). pp. 545–563.
22. Divakaran D.M., Gurusamy M. Towards flexible guarantees in clouds: Adaptive bandwidth allocation and pricing // IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems. 2015. vol. 26. no. 6. pp. 1754–1764.
23. Maglaris B.S., Schwartz M. Optimal fixed frame multiplexing in integrated line and packet switched communication networks // IEEE Transactions on Information Theory. 1982. vol. 28. № 2. pp. 263–273.
24. Qu L., Assi C., Shaban K. Delay-Aware Scheduling and Resource optimization with Network function virtualization // IEEE Transactions on communications. 2016. vol. 9. pp. 3746–3758.
25. Addis B., Belabed D., Bouet M., Secci S. Virtual network functions placement and routing optimization // 2015 IEEE 4th International Conference on Cloud Networking (CloudNet). 2015. pp. 171–177.
26. Dräxler S., Karl H., Mann Z.A. Jasper: Joint optimization of scaling, placement, and routing of virtual network services // IEEE Transactions on Network and Service Management. 2018. vol. 15. no. 3. pp. 946–960.
27. Dräxler S., Karl H. Specification, composition, and placement of network services with flexible structures // International Journal of Network Management. vol. 27. no. 2. pp. e1963.
28. Luizelli M.C., da Costa Cordeiro W.L., Buriol L.S., Gasparly L.P. A fix-and-optimize approach for efficient and large scale virtual network function placement and chaining // Computer Communications. 2017. vol. 102. pp. 67–77.
29. Майорова Н.Л., Глазков Д.В. Методы оптимизации: учебное пособие // Ярославль: ЯрГУ. 2015. 112 с.
30. Васильев Ф.П. Методы оптимизации // М.: Факториал Пресс. 2002. 824 с.
31. Гладких Б.А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Ч. II. Нелинейное и динамическое программирование: учебное пособие // НТЛ. 2011. 264 с.

32. *Burbank J.* Modeling and Simulation: A Practical Guide for Network Designers and Developers // IEEE Communications Magazine. 2009. vol. 47. no. 3. 118 p.
33. *Ткачев М.С.* Моделирование распределения потоков трафика с учетом перегрузок каналов связи MPLS-TE DIFFSERV // Вестник КРСУ. 2016. Т. 16. № 1 С. 110–112.
34. *Хабаров С.П.* Моделирование Ethernet сетей в среде OMNeT++ INET framework // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18. № 3. С. 462–472.

Андреев Сергей Юрьевич — сотрудник, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации (Академия ФСО России). Область научных интересов: теория графов, теория массового обслуживания, теория вероятностей, применение методов математического моделирования в телекоммуникациях. Число научных публикаций — 8. us12a@mail.ru; ул. Приборостроительная, 35, 302015, Орел, Россия; р.т.: +7(4862)54-9731.

Трегубов Роман Борисович — д-р техн. наук, сотрудник, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации (Академия ФСО России). Область научных интересов: теория графов, теория массового обслуживания, теория вероятностей, применение методов математического моделирования в телекоммуникациях. Число научных публикаций — 65. treba@list.ru; ул. Приборостроительная, 35, 302015, Орел, Россия; р.т.: +7(4862)54-9731.

Мионов Александр Егорович — канд. техн. наук, сотрудник, Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации (Академия ФСО России). Область научных интересов: теория массового обслуживания, теория вероятностей, применение методов математического моделирования в телекоммуникациях. Число научных публикаций — 42. us12a@mail.ru; ул. Приборостроительная, 35, 302015, Орел, Россия; р.т.: +7(4862)54-9731.

S. ANDREEV, R. TREGUBOV, A. MIRONOV
**PROBLEM OF SELECTING COMMUNICATION CHANNELS
BANDWIDTH OF TRANSPORT NETWORK TAKING INTO
ACCOUNT IMBALANCE OF VARIOUS PRIORITY TRAFFIC**

Andreev S., Tregubov R., Mironov A. Problem of Selecting Communication Channels Bandwidth of Transport Network Taking into Account Imbalance of Various Priority Traffic.

Abstract. The paper proposes a solution to the problem of selecting the bandwidth capabilities of digital communication channels of a transport communication network taking into account the imbalance of data traffic by priorities. The algorithm for selecting bandwidth guarantees the minimum costs associated with renting digital communication channels with optimal bandwidth, provided that the requirements for quality of service of protocol data blocks of the first, second, and k-th priority in an unbalanced in terms of priorities transport communication network are met. At the first stage of solving the problem, using the method of Lagrange multipliers, an algorithm for selecting the capacities of digital communication channels for a balanced in terms of priorities transport network was developed. High performance of this algorithm was ensured by applying algebraic operations on matrices (addition, multiplication, etc.). At the second stage of solving the problem, using the generalized Lagrange multipliers method, we compared the conditional extrema of the cost function for renting digital communication channels for single active quality of service requirements for protocol data blocks, for all possible pairs of active quality of service requirements for protocol data blocks, for all possible triples of active requirements for the quality of service of protocol data units, and so on up to the case when all the requirements for quality of service maintenance of protocol data units are active simultaneously. At the third stage of solving the problem, an example of selecting the bandwidth capabilities of digital communication channels of the unbalanced by priorities transport network consisting of eight routers serving protocol data blocks of three priorities was considered. At the fourth stage of the solution of the problem of the choice of carrying capacities the estimation of efficiency of the developed algorithm by a method of simulation modeling was carried out. To this end, in the environment of the network simulator OMNet ++, the unbalanced in terms of priority transport communication network consisting of eight routers connected by twelve digital communication channels with optimal bandwidth was investigated.

Keywords: Communication Channel Capacity, Protocol Data Unit, Optimization, Lagrange Multipliers Technique.

Andreev Sergej — Researcher, Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation. Research interests: graph theory, waiting theory, probability theory, application of mathematical model approaches in telecommunications. The number of publications — 8. us12a@mail.ru; 35, Priborostroitel'naya str., 302015, Orel, Russia; office phone: +7(4862)54-9731.

Tregubov Roman — Ph.D., Dr.Sci., Researcher, Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation. Research interests: graph theory, waiting theory, probability theory, application of mathematical model approaches in telecommunications. The number of publications — 65. treba@list.ru; 35, Priborostroitel'naya str., 302015, Orel, Russia; office phone: +7(4862)54-9731.

Mironov Alexander — Ph.D., Researcher, Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation. Research interests: graph theory, waiting theory, probability theory, application of mathematical model approaches in telecommunications. The number of publications — 42. us12a@mail.ru; 35, Priborostroitel'naya str., 302015, Orel, Russia; office phone: +7(4862)54-9731.

References

1. Armitage G. Quality of Service in IP Networks: Foundations for a Multi-Service Internet. Macmillan Technical Publishing, 2000. 285 c.
2. Miraz M. H. et al. Simulation and Analysis of Quality of Service (QoS) Parameters of Voice over IP (VoIP) Traffic through Heterogeneous Networks. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*. 2017. vol. 8. no. 7. pp. 242–248.
3. Vishnevsky V.M. *Teoreticheskie osnovy proektirovaniya komp'yuternykh setej* [Theoretical foundations of the design of computer networks]. M.: Technosfera. 2003. 512 p. (In Russ.).
4. Nazarov A.N., Sychev K.I. *Modeli i metody rascheta pokazatelej kachestva funkcionirovaniya uzlovoغو oborudovaniya i strukturno-setevykh parametrov setej svyazi sledujushhego pokoleniya* [Models and methods for calculating the quality indicators of the operation of nodal equipment and structural-network parameters of the next generation communication networks]. Polikom. 2011. 491 p. (In Russ.).
5. Semenov Yu.V. *Proektirovanie setej svyazi sledujushhego pokoleniya* [Design of communication networks of the next generation]. Nauka i Technika. 2005. 240 p. (In Russ.).
6. Tregubov R.B., Saitov I.A. *Teoreticheskie osnovy analiza i optimizacii iterarhicheskikh mnogourovnevnykh marshrutizirujushhih sistem* [Theoretical foundations of the analysis and optimization of hierarchical multi-level routing systems]. Akademiya FSO Rossii. 2017. 585 p. (In Russ.).
7. Stepanov S.N. *Teorija teletrafika: koncepcii, modeli, prilozhenija* [Teletraffic theory: concepts, models, applications]. M.: Goryachaya liniya Telekom. 2015. 868 p. (In Russ.).
8. Basharin G.P., Bocharov P.P., Kogan Y.A. *Analiz ocheredej v vychislitel'nykh setjah. Teorija i metody rascheta* [Analysis of queues in computer networks. Theory and calculation methods]. M.: Nauka. 1989. 336 p. (In Russ.).
9. Courtois P.J. Decomposability, instabilities, saturation in multiprogramming systems. *Communications of the ACM*. 1975. vol. 18. no. 7. pp. 371–377.
10. Kuhn P. Analysis of complex queuing networks by decomposition. 8th International Teletraffic Congress. 1976. pp. 236-1.
11. Tregubov R.B., Andreev S.Yu., Pereverzev A.N. [Mathematical model of a transport communication network with packet switching, taking into account the features of traffic transfer of different priority]. *Telekommunikacii – Telecommunication*. 2019. vol. 8. pp. 36–48. (In Russ.).
12. Kleinrock L. *Queueing Systems, volume 2: Computer Applications*. New York: Wiley. 1976. 576 p.
13. Tregubov R.B., Andreev S.Yu., Tutov S.Yu. [The problem of selecting the bandwidth of communication channels of a transport communication network, taking into account the features of traffic transfer of various priorities]. *Informacionnye sistemy i tehnologii – Information Systems and Technologies*. 2019. vol. 4(114). pp. 93–102. (In Russ.).
14. Budko P.A. [Choice of channel bandwidth in the synthesis of a communication network under a changing load]. *Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy – Physics of Wave Processes and Radio Systems*. 2000. Issue 3. vol. 3-4. pp. 68–72. (In Russ.).
15. Oreshin N.A., Oreshin A.N., Shumilin V.S., Panchuk P.V. [Technique of the optimal distribution of channels and paths based on determining productive paths using automated communication control systems]. *Telekommunikacii – Telecommunication*. 2016. vol. 10. pp. 44–48. (In Russ.).
16. Tregubov R.B., Myasin N.I., Myasin K.I. [Optimization of bitrate transmission rates in the channels of a packet-switched transport communication network, providing maximum probability of timely delivery of protocol data units]. *T-Com: Telekommunikacii i transport – T-Comm: telecommunications in transport industry* 2015. Issue 9. vol. 2. pp. 34–40. (In Russ.).

17. Dymarsky Ya.S., Nurmieva M.V. [Optimal distribution of resources in a network with heterogeneous flows] *Vestnik MAISU – Journal of International Academy*. 2002. vol. 6. pp. 31–35. (In Russ.).
18. Tregubov R.B., Saitov I.A., Korolev A.V. *Methods of Optimization of Characteristics in Small and Medium Connectivity Data Transmission Networks*. Telecommunications and Radio Engineering. 2009. vol. 68. pp. 167–179.
19. Luzgachev M.V., Samuilov K.E. [Method for solving the problem of sharing resources of a multiservice network between virtual private networks with unicast and multicast connections]. *Vestnik RUDN – Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia*. 2010. vol. 2 (1). pp. 42–53. (In Russ.).
20. Qu L., Assi C., Shaban K. Network function virtualization scheduling with transmission delay optimization. 2016 IEEE/IFIP Network Operations and Management Symposium. 2016. pp. 638–644.
21. Capone A. et al. Routing, scheduling and channel assignment in Wireless Mesh Networks: Optimization models and algorithms. *Ad Hoc Networks*. 2010. vol. 8(6). pp. 545–563.
22. Divakaran D.M., Gurusamy M. Towards flexible guarantees in clouds: Adaptive bandwidth allocation and pricing. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*. 2015. vol. 26. no. 6. pp. 1754–1764.
23. Maglaris B.S., Schwartz M. Optimal fixed frame multiplexing in integrated line and packet switched communication networks. *IEEE Transactions on Information Theory*. 1982. vol. 28. no. 2. pp. 263–273.
24. Qu L., Assi C., Shaban K. Delay-Aware Scheduling and Resource optimization with Network function virtualization. *IEEE Transactions on communications*. 2016. vol. 9. pp. 3746–3758.
25. Addis B., Belabed D., Bouet M., Secci S. Virtual network functions placement and routing optimization. 2015 IEEE 4th International Conference on Cloud Networking (CloudNet). 2015. pp. 171–177.
26. Dräxler S., Karl H., Mann Z.A. Jasper: Joint optimization of scaling, placement, and routing of virtual network services. *IEEE Transactions on Network and Service Management*. 2018. vol. 15. no. 3. pp. 946–960.
27. Dräxler S., Karl H. Specification, composition, and placement of network services with flexible structures. *International Journal of Network Management*. vol. 27. no. 2. pp. e1963.
28. Luizelli M.C., da Costa Cordeiro W.L., Buriol L.S., Gasparly L.P. A fix-and-optimize approach for efficient and large scale virtual network function placement and chaining. *Computer Communications*. 2017. vol. 102. pp. 67–77.
29. Mayorova N.L., Glazkov D.V. *Metody optimizacii: uchebnoe posobie* [Methods of optimization: a training manual]. Yaroslavl' YarGU. 2015. 112 p. (In Russ.).
30. Vasiliev F.P. *Metody optimizacii* [Optimization Methods]. M. 2002. 824 p. (In Russ.).
31. Gladkih B.A. *Metody optimizacii i issledovanie operacij dlya bakalavrov informatiki. CH. II. Nelinejnoe i dinamiceskoe programirovanie: uchebnoe posobie* [Optimization methods and operations research for bachelors of computer science. Part II. Nonlinear and dynamic programming: a tutorial]. NTL. 2011. 264 p. (In Russ.).
32. Burbank J. *Modeling and Simulation: A Practical Guide for Network Designers and Developers*. *IEEE Communications Magazine*. 2009. vol. 47. no. 3. 118 p.
33. Tkachev M.S. *Modelirovanie raspredelenija potokov trafika s uchetom peregruzok kanalov svyazi MPLS-TE DIFFSERV* [Modeling the distribution of traffic flows taking into account congestion of communication channels MPLS-TE DIFFSERV]. *Vestnik KRSU – Bulletin of KRSU*. 2016. Issue 16. vol. 1. pp. 110–112. (In Russ.).
34. Khabarov S.P. *Modelirovanie Ethernet setej v srede OMNeT++ INET framework* [Modeling Ethernet networks in an OMNeT ++ INET framework]. *Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tekhnologij, mekhaniki i optiki – Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics, and Optics*. 2018. Issue 18. vol. 3. pp. 462–472. (In Russ.).