

Д.В. УЧАЕВ, И.Г. ЖУРКИН, Д.М.В. УЧАЕВ
**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОМЕНТОВ ЧЕБЫШЕВА В ЗАДАЧАХ
ПОДАВЛЕНИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПОМЕХ В ПОЛЯХ
ГРАВИТАЦИОННЫХ АНОМАЛИЙ**

Учаев Д.В., Журкин И.Г., Учаев Д.М.В. **Использование моментов Чебышева в задачах подавления высокочастотных помех в полях гравитационных аномалий.**

Аннотация. Работа посвящена вопросу повышения качества аномальных гравитационных полей путем снижения уровня содержащихся в них высокочастотных помех. Приведен краткий обзор существующих подходов и методов подавления высокочастотных помех в полях гравитационных аномалий. Предложен метод фильтрации полей гравитационных аномалий, основанный на преобразовании, выполняемом в области моментов Чебышева. Приведены эмпирически установленные значения коэффициентов предложенного фильтра, использование которых оказывается целесообразным при неизвестном уровне помех. На примере смоделированной карты аномалий гравитационного поля продемонстрировано, что предложенный фильтр подавления помех сопоставим по скорости и превосходит по качеству результата такие фильтры, как билатеральный фильтр, вейвлет-фильтр, фильтры нелокального усреднения, а также хорошо зарекомендовавший себя в практике предварительной обработки гравитационных полей фильтр Винера.

Ключевые слова: гауссовская помеха, моменты Чебышева, гравитационная аномалия, подавление помех.

1. Введение. В геофизике гравитационными аномалиями (аномалиями гравитационных полей) принято считать отклонения величины гравитационного поля от расчетной, вычисленной на основе той или иной математической модели [1]. Гравитационные аномалии Земли подразделяются на региональные и локальные аномалии. Региональные аномалии занимают сравнительно большие по площади территории (в десятки и сотни тысяч кв. км.) и обусловлены, как правило, крупными образованиями в земной коре и верхней мантии. Локальные (или местные) аномалии, как правило, связаны со сравнительно небольшими по размерам структурами осадочного чехла или кристаллического фундамента, с отдельными геологическими телами, и в том числе с месторождениями различных полезных ископаемых. Аномалии гравитационного поля Земли оказывают существенное влияние на орбиты космических аппаратов, траектории полета ракет, работу навигационных систем, формирование течений и колебания уровня Мирового океана, результаты геофизических исследований.

Задачи геоинформационного моделирования и интерпретации гравитационных аномалий чрезвычайно разнообразны. Однако решению данных задач довольно часто препятствует то, что значения аномальных гравитационных полей осложнены высокочастотными помехами различного происхождения. Наличие помех приводит к тому, что

создаваемые геоинформационные модели оказываются недостаточно точными для получения достоверных прогнозов на их основе, а формальное решение интерпретационных задач геофизики может и вовсе не существовать, поскольку помехи препятствуют идентификации геологических объектов и определению их параметров по аномальному полю. В качестве примера на рисунке 1а показана гравитационная аномалия, вызванная влиянием модельного рудного тела в форме шара, вычисленная по следующей формуле [2]:

$$g(x, z) = \frac{4}{3} \pi G \sigma R^3 \left\{ \frac{z}{\left[(x - x_0)^2 + z^2 \right]^{3/2}} \right\},$$

где R — радиус шара, x_0 — координата центра шара вдоль горизонтального направления, z — глубина погружения центра шара, G — универсальная гравитационная постоянная, σ — контраст между плотностью тела и вмещающей среды.

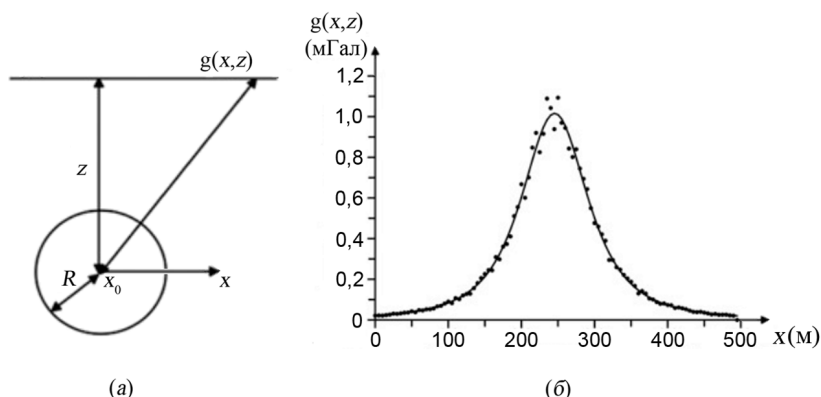


Рис. 1. Схема, демонстрирующая положение и параметры модельного сферического рудного тела (а) и соответствующая ему гравитационная аномалия: без помех (сплошная линия) и с высокочастотными помехами (точки) (б) [2]

Как видно из рисунка 1б, наличие высокочастотных помех в аномальном гравитационном поле приводит к тому, что решение обратной задачи для данного случая в классе шаров не существует. Иными словами, не существует такого шара, который мог бы создать данную многоэкстремальную аномалию и, следовательно, при определении параметров шара по аномальному полю вычисленные значения параметров модели будут отличаться от истинных значений.

Между тем следует учитывать то, что понятие помехи во многом условно и зависит от определения региональной и локальной составляющих аномального гравитационного поля. Иными словами, одна и та же аномалия, в зависимости от конкретной решаемой задачи, может быть и региональной, и локальной, и даже случайной компонентой (помехой) [3]. При этом возможность восстановления локальных аномалий или подавления случайных компонент во многом зависит от плотности съемочной сети и величины отношений амплитуд полезных аномалий на фоне остальных.

Данная проблема особенно актуальна при обработке данных градиентометрии, обладающих высоким пространственным разрешением по сравнению с данными обычной гравиметрической съемки. Стандартная обработка данных гравиразведки обоих видов предполагает применение ряда алгоритмов для подавления нежелательных высокочастотных помех и выделения на их фоне геологически значимых сигналов. Однако, подвергнутые такой обработке данные часто все еще содержат высокий уровень высокочастотных помех, препятствующий их количественной и качественной интерпретации [4]. Помочь в решении этой проблемы может предлагаемый в данной работе низкочастотный фильтр. Данный фильтр является модификацией предложенного в работе [5] многомасштабного фильтра улучшения качества изображений в области моментов Чебышева, уже продемонстрировавшего высокую эффективность при решении таких задач, как восстановление потерявших цвет фотоснимков [6] и удаление шумов в изображениях, получаемых сканирующим электронным микроскопом [7].

Далее статья организована следующим образом. В разделе 2 описаны виды и источники высокочастотных помех, возникающих в процессе гравиразведки и присутствующих в полях гравитационных аномалий. В разделе 3 приводится краткий обзор подходов и методов, используемых для подавления неучтенных в процессе съемки высокочастотных помех в полях гравитационных аномалий. В разделе 4 приводится краткая информация о моментах Чебышева и их свойствах. В разделе 5 представлен фильтр подавления высокочастотных помех в полях гравитационных аномалий в области моментов Чебышева. Экспериментальная апробация предлагаемого фильтра на комплексном модельном примере продемонстрирована в разделе 6. В этом же разделе описаны результаты сравнения предлагаемого фильтра с другими популярными фильтрами подавления высокочастотных помех. И наконец, в заключении (разделе 7) подведены обобщающие выводы всей работы.

2. Высокочастотные помехи в полях гравитационных аномалий. В общем случае все высокочастотные помехи, присутствующие на фоне региональных и локальных аномалий, могут быть разделены на три класса: высокочастотные помехи аппаратурно-методического, сейсмического и геологического происхождения.

Помехи аппаратурно-методического происхождения обусловлены несовершенством применяемой при полевых исследованиях аппаратуры и методикой съемки.

Помехи сейсмического происхождения могут быть вызваны природными (землетрясения, микросейсмические колебания и т.п.) или техногенными (промышленный шум, движущийся автотранспорт и т.п.) факторами.

Помехи геологического происхождения подразделяются на следующие две основные группы: высокочастотные помехи, вызываемые неоднородностью верхней части геологической среды (фактически, локальные аномалии, которые при данных условиях съемки не могут быть отличимы от случайной помехи) и поля, создаваемые соседними объектами.

Помехи первого класса могут быть частично учтены в процессе съемок путем вычисления среднеквадратической погрешности аномальных значений. Сведения о соседних по отношению к изучаемому объектах также довольно часто доступны и могут быть учтены в процессе построения и анализа полей гравитационных аномалий. Поэтому наибольшую сложность представляют неучтенные высокочастотные помехи аппаратурно-методического происхождения, а также высокочастотные помехи сейсмического происхождения и помехи, вызываемые неоднородностью верхней части геологической среды, свойства которых в большинстве случаев неизвестны. Данное обстоятельство вынуждает интерпретатора считать эти помехи случайными и описывать их статистически. При этом в большинстве случаев данные помехи моделируются случайным гауссовским распределением, а среди всего множества методов подавления помех выбираются те, которые показывают хорошие результаты при подавлении гауссовских помех.

3. Обзор современных методов подавления высокочастотных помех в полях гравитационных аномалий. Проблема подавления высокочастотных помех исследовалась во множестве работ как применительно к данным гравиметрической съемки, так и в отношении результатов градиентометрической съемки. При этом можно выделить два основных подхода к решению данной задачи.

В первом подходе уменьшение уровня высокочастотных помех производится исходя из чисто физических соображений. Большинство такого рода методов нашли применение при обработке данных градиентометрии. Так Уайл и другие в работе [8] предложили тест на внутреннюю согласованность гравитационных градиентов путем анализа их спектров мощности. Этот метод позволяет определить, какая часть спектра мощности не связана с источниками гравитационных аномалий, и как следствие, может быть подвергнута фильтрации. К сожалению, на практике данный метод может приводить к существенным ошибкам, поскольку основан на предположениях, выдвигаемых в отношении источников анома-

лий, которые в случае реальных данных могут оказаться ложными. Другой метод предполагает одновременное уменьшение шума из наблюдаемых значений силы тяжести и полного тензора градиента гравитационного поля путем их согласованной реконструкции. Такой метод был предложен в работе Пажота и других [9] в 2008 году. Данный метод не требует априорной информации и позволяет задействовать всю получаемую информацию о гравитационном поле исследуемого региона. Позднее в 2013 году Юан и другие [10] применили уравнение Лапласа и ряды Фурье для удаления шума в измеренных данных градиентометрии. Метод, изложенный в работе [10], также как и метод, описанный в работе [9], демонстрирует хорошие результаты на модельных и реальных данных, однако требует дополнительной обработки исходных данных в случаях, когда пункты наблюдения не лежат в узлах регулярной решетки. В работе Мартинеза и Ли [11] это ограничение было снято благодаря использованию метода эквивалентных источников. Однако процедура фильтрации, изложенная в работе [11], является весьма затратной в вычислительном плане и подходит только для фильтрации полей гравитационных аномалий, создаваемых по результатам градиентометрии.

Другим подходом к подавлению высокочастотных помех в полях гравитационных аномалий является применение низкочастотных фильтров общего назначения к двумерным изображениям картируемых аномалий. В данном подходе изображения гравитационных аномалий рассматриваются как полутоновые или цветные изображения, содержащие сочетание полезного сигнала и помехи. В такой интерпретации рассматриваемая в данной статье задача превращается в классическую задачу цифровой обработки изображений, для решения которой могут быть использованы цифровые помехоподавляющие фильтры с бесконечной [12] (например, РС-фильтр [13]) или конечной (например, фильтр Савицкого-Голея [14]) импульсной характеристикой [15]. Среди всего множество фильтров данной группы, наибольшее распространение при решении рассматриваемой в статье задачи получили фильтр Баттерворта [16] и фильтр Винера [17]. Данные фильтры относительно просты в своей реализации и могут быть настроены под конкретные нужды пользователя. Однако в этом кроется и их недостаток: наличие настраиваемых параметров приводит к тому, что результаты, получаемые с помощью данных фильтров, существенно зависят от опыта пользователя и не могут рассматриваться как объективные. Данный недостаток практически полностью отсутствует у метода фильтрации, основанного на интерполяционной процедуре кригинг. В работе [4] показано, что данный метод может использоваться как эффективная альтернатива перечисленным выше шумоподавляющим фильтрам. В целом указанные выше цифровые фильтры позволяют существенно уменьшить уровень помех в полях гравитационных аномалий, однако их применение сопровождается сглаживанием границ и подавлением локальных аномалий

гравитационных полей. Минимизировать вероятность появления данного вида искажений позволяют специальные фильтры, сохраняющие контура при сглаживании, в число которых входят вейвлет-фильтры подавления помех [18-22] и фильтры нелокального усреднения [21, 23, 24]. Вейвлет-фильтры подавления помех в отличие от частотных фильтров пространственно локализованы. Это означает, что области аномальных гравитационных полей с низким уровнем помех будут подвергаться подавлению помех в меньшей степени, чем сильно зашумленные области. Это позволяет существенно снизить риск фильтрации локальных аномалий гравитационных полей. Наибольшее распространение сегодня для решения рассматриваемой задачи получили вейвлет-фильтры, в которых подавление помех происходит за счет приведения к нулю вейвлет-коэффициентов, отвечающих за высокочастотные помехи. Процедура подавления помех в подходе к фильтрации, основанном на теории вейвлетов, главным образом зависит от выбора обнуляющей функции и порога обнуления вейвлет-коэффициентов [21]. Недостаток фильтров данного типа состоит в том, что при высоком уровне помех данные фильтры могут приводить к появлению так называемых ложных аномалий гравитационных полей.

Фильтры нелокального усреднения используют преимущества большой степени избыточности цифровых изображений. Основная идея, лежащая в основе данных фильтров, заключается в том, что подавление помех в зашумленном изображении осуществляется с использованием всех пикселей зашумленного изображения с учетом специальным образом рассчитанных весовых коэффициентов этих пикселей. Оригинальный фильтр нелокального усреднения, предложенный в 2005 году, обладал большим недостатком — высокой вычислительной сложностью. Позднее были предложены различные оптимизации данного фильтра, позволяющие значительно уменьшить время обработки исходных изображений [23, 24]. Эти оптимизации сделали возможным использовать фильтры нелокального усреднения в большинстве практических задач, включая обработку полей гравитационных аномалий. Однако качество восстанавливаемых с их помощью двумерных сигналов сильно зависит от выбора процедуры оптимизации.

Таким образом, задача поиска наилучшего фильтра для подавления высокочастотных помех в полях гравитационных аномалий по-прежнему является актуальной. В данной работе для этих целей используются моменты Чебышева, обладающие уникальным набором свойств.

4. Моменты Чебышева и их свойства. Моменты Чебышева были впервые введены в работе [25] и для изображения размером $N \times N$ рассчитываются по формуле:

$$T_{p,q} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \tilde{t}_p(x) \tilde{t}_q(y) f(x, y),$$

где $p, q = 0, 1, \dots, N-1$, \tilde{t}_p и \tilde{t}_q — соответствующим образом нормированные полиномы Чебышева, введенные в работе [25] и вычисляемые с использованием следующего рекуррентного соотношения [26]:

$$\tilde{t}_p(x) = \gamma_1 \tilde{t}_p(x-1) + \gamma_2 \tilde{t}_p(x-2),$$

в котором $\gamma_1 = \frac{-p(p+1) - (2x-1)(x-N-1) - x}{x(N-x)}$, $\gamma_2 = \frac{(x-1)(x-N-1)}{x(N-x)}$, $x = 2, 3, \dots, N/2$, $p = 1, 2, \dots, N-1$, а начальные значения $\tilde{t}_p(0)$ и $\tilde{t}_p(1)$ рассчитываются по формулам:

$$\tilde{t}_p(0) = -\sqrt{\frac{N-p}{N+p}} \sqrt{\frac{2p+1}{2p-1}} \tilde{t}_{p-1}(0),$$

$$\tilde{t}_p(1) = \left\{ 1 + \frac{p(1+p)}{1-N} \right\} \tilde{t}_p(0),$$

где $p = 1, 2, \dots, N-1$.

Моменты Чебышева обладают тремя важными свойствами, определяющими их полезность для решения задач, связанных с подавлением помех в цифровых изображениях:

- ортогональность: моменты Чебышева обладают ортогональным базисом, поскольку определяются через нормированные полиномы Чебышева, образующие ортогональную систему полиномов. Данное свойство позволяет производить фильтрацию цифровых изображений непосредственно в области моментов Чебышева с последующей реконструкцией отфильтрованного изображения. Это свойство делает моменты Чебышева гораздо более удобными в использовании, чем неортогональные моменты, к числу которых можно отнести геометрические, комплексные и вейвлет-моменты [27]. Более того, неортогональные моменты старших порядков чувствительны к шуму, а полный набор неортогональных моментов обладает высокой степенью информационной избыточности.

- интерпретируемость: моменты Чебышева малых порядков отвечают за низкочастотные, а старших порядков — за высокочастотные компоненты изображения. Для примера на рисунке 2 продемонстрированы графики функции ядра моментов Чебышева

$\Phi_{p,q}(x, y) = \tilde{t}_p(x)\tilde{t}_q(y)$ при $p = q = 2$ и $p = q = 10$. Как видно из данного рисунка, значения функции $\Phi_{10,10}$ меняются гораздо сильнее, чем значения функции $\Phi_{2,2}$;

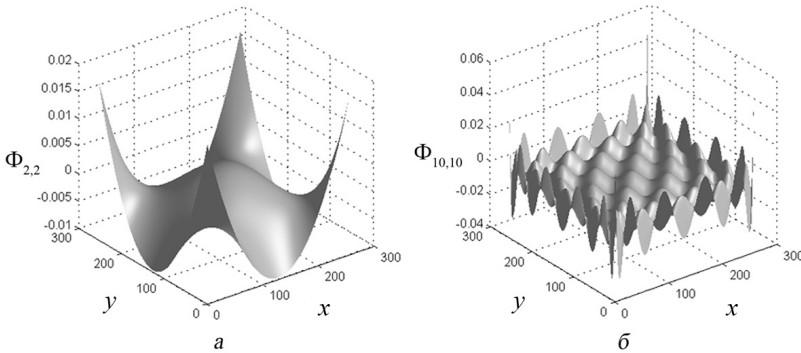


Рис. 2. Ядра моментов: а) $T_{2,2}$; б) $T_{10,10}$

– использование в качестве базисных функций дискретных полиномов. Базисы дискретной переменной наиболее естественны для применения на ЭВМ и в то же время свободны от недостатков, присущих дискретным ортогональным системам, построенным из кусочно-постоянных недифференцируемых функций (типа функций Хаара, Уолша, Адамара и др.) и непрерывным ортогональным системам (основанным, например, на полиномах Лежандра или Цернике). В частности, в отличие от базисов непрерывной переменной базисы дискретной переменной не требуют численного интегрирования сложных функциональных зависимостей, а в отличие от базисов, построенных из кусочно-постоянных недифференцируемых функций, — имеют аналитическое описание и, следовательно, допускают аналитические приемы в процессе обработки цифровых изображений. Кроме того, дискретные моменты по сравнению с непрерывными моментами более устойчивы к помехам в исходном изображении [28].

5. Фильтр подавления высокочастотных помех в полях гравитационных аномалий в области моментов Чебышева. В данной работе для подавления высокочастотных помех в полях гравитационных аномалий предлагается проводить фильтрацию изображений полей гравитационных аномалий посредством следующего преобразования:

$$T'_{p,q} = \begin{cases} bT_{p,q}, & \text{для } (p, q) = (0, 0), \\ k\lambda^{\bar{n}}T_{p,q}, & \text{для } (p, q) \neq (0, 0), \end{cases} \quad (1)$$

где $T_{p,q}$ — моменты Чебышева, рассчитываемые по изображению поля гравитационных аномалий; b , k и λ — эмпирическим способом подбираемые положительные коэффициенты; n — номер частотного канала, формируемого моментами Чебышева $T_{p,q}$ с такими p и q , что $p + q = n$; $\bar{\tau}_n$ — среднее арифметическое значение скейлинговых показателей $\tau_{p,q}$ в n -ом канале, определяемых из соотношения:

$$|T_{p,q}^j| \propto 2^{-j\tau_{p,q}}, \quad (2)$$

где $T_{p,q}^j$ — введенные в работе [29] многомасштабные моменты Чебышева, характеризующиеся значениями масштабного параметра j и совпадающие с моментами Чебышева $T_{p,q}$ при $j = 0$. Значения скейлинговых показателей $\tau_{p,q}$ из выражения (2) могут быть найдены путем оценки наклонов прямых (например, методом наименьших квадратов), аппроксимирующих зависимости $\ln |T_{p,q}^j|$ от $\ln 2^{-j}$ при фиксированных значениях параметров p и q .

Покажем теперь, что коэффициенты b , k и λ в выражении (1) отвечают за яркость, контраст и резкость изображений соответственно. Для этого предположим, что какой-либо один из трех коэффициентов отличен от единицы, а два других равны единице. Положим сперва, что в выражении (1) коэффициент b отличен от единицы, а коэффициенты k и λ равны единице. Тогда из соотношения (1) вытекает, что преобразованию подвергается один лишь коэффициент $T_{0,0}$, отвечающий за среднее распределение яркости пикселей изображения. Следовательно, коэффициент b может отождествляться с коэффициентом яркости изображений.

Положим теперь, что в выражении (1) коэффициент k отличен от единицы, а коэффициенты b и λ равны единице. Воспользуемся в таком случае предложенной в работе [5] мерой контраста изображений в области моментов Чебышева. Для формирования данной меры разобьем матрицу коэффициентов Чебышева изображения на отличные друг от друга частотные каналы, где n -ый канал образован только теми коэффициентами $T_{p,q}$, для которых $p + q = n$. Тогда контраст c_n канала с номером $n \geq 1$ может определяться как $c_n = E_n / E_0$, где E_n — среднее значение модулей коэффициентов Чебышева в n -ом канале:

$$E_n = \frac{1}{L_n} \sum_{p+q=n} |T_{p,q}|, \quad (3)$$

где L_n — количество коэффициентов Чебышева в n -ом канале.

Заметим теперь, что, поскольку справедливы соотношения (1) и (3), то связь между средними значениями модулей коэффициентов Чебышева, вычисленными для исходного (E_n) и модифицированного (E'_n) изображений имеет вид: $E'_n = E_n$ при $n = 0$ и $E'_n = kE_n$ при $n \geq 1$. Следовательно, контраст c_n n -ого канала исходного изображения и контраст c'_n n -ого канала модифицированного изображения связаны друг с другом следующим образом:

$$c'_n = \frac{E'_n}{E'_0} = \frac{kE_n}{E_0} = kc_n. \quad (4)$$

Из соотношений (1) и (4) следует, что переумножение каждого из коэффициентов Чебышева на величину $k > 0$ приводит в итоге к увеличению контраста в k раз. Следовательно, коэффициент k может отождествляться с коэффициентом контрастности изображений.

Положим теперь, что в выражении (1) коэффициент λ отличен от единицы, а коэффициенты b и k равны единице. Тогда из того, что справедливы соотношения (1) и (3) следует, что при $n = 0$ $E'_n = E_n$, а при $n \geq 1$ имеет место следующая цепочка равенств:

$$E'_n = \frac{1}{L_n} \sum_{p+q=n} |T'_{p,q}| = \frac{1}{L_n} \sum_{p+q=n} |\lambda^{\bar{n}} T_{p,q}| = \lambda^{\bar{n}} \frac{1}{L_n} \sum_{p+q=n} |T_{p,q}| = \lambda^{\bar{n}} E_n,$$

из которой очевидным образом вытекает, что $E'_n = \lambda^{\bar{n}} E_n$.

Таким образом, связь между контрастами соответствующих каналов исходного и модифицированного изображений имеет вид:

$$c'_n = \frac{E'_n}{E'_0} = \frac{\lambda^{\bar{n}} E_n}{E_0} = \lambda^{\bar{n}} c_n. \quad (5)$$

Поскольку $\bar{\tau}_n$ достаточно хорошо аппроксимируется монотонно возрастающей функцией аргумента n , то из соотношения (5) вытекает, что при $\lambda > 1$ усиливается контраст высокочастотных компонент изображения (соответствующих контурам объектов на изображении, мало-размерным объектам и шуму), что в итоге ведет к увеличению резкости изображения. В свою очередь при $0 < \lambda < 1$ контраст высокочастотных компонент изображения снижается, что в итоге приводит к сглаживанию изображений. Следовательно, коэффициент λ может отождествляться с коэффициентом резкости изображений.

В данной работе в ходе проведенных нами экспериментальных исследований было установлено, что для подавления гауссовских помех в гравитационных полях коэффициент резкости λ в выражении (1) следует брать меньшим 0,5: при этом, чем меньшее значение принимает коэффициент λ (то есть чем ближе к нулю λ), тем менее зашумленным будет подвергнутое фильтрации поле. Кроме того, было установлено, что коэффициенты b и k при подавлении помех в полях гравитационных аномалий представляется целесообразным брать из диапазонов $0,5 \div 1$ и $0,8 \div 1,2$ соответственно.

6. Экспериментальная проверка предложенного фильтра подавления помех. С целью экспериментальной проверки предложенного фильтра были подвергнуты подавлению помех три смоделированные в пакете Potensoft [30] карты аномалий гравитационного поля T1, T2 и T3 размером 500×500 , 250×250 и 100×100 пикселей с использованием прямоугольных призм с высотами Δh , располагающихся на глубинах h от поверхности и характеризующихся плотностью ρ (таблица 1). Взаимное положение призматических тел выбиралось таким образом, чтобы создаваемые с их помощью карты гравитационных аномалий отражали типичные для реальных гравитационных полей ситуации. Например, рассмотрим рисунок 3а, на котором продемонстрирована одна из данных карт. Как видно из данного рисунка, аномалии, создаваемые призмами №4 и №5, существенно меньше по величине аномалий, порождаемых призмами №1, №2 и №3. Кроме того, аномалии, порождаемые призмами №2 и №3, накладываются на аномалию, создаваемую призмой №1. Данное расположение аномалий при наличии высокого уровня помех может приводить к сокрытию слабых локальных аномалий на фоне более сильных локальных или региональных аномалий.

Таблица 1. Модельные параметры призматических тел, используемых для построения тестовых карт аномалий

Номер призматического тела	Модельные параметры								
	Δh (км)			h (км)			ρ (г/см ³)		
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T3
1	0,5	0,4	0,2	0,1	0,2	0,2	0,05	0,02	0,05
2	0,3	0,1	0,3	0,2	0,6	0,3	0,06	0,06	0,03
3	0,3	0,3	0,5	0,2	0,1	0,1	0,02	0,04	0,05
4	0,6	0,2	0,4	0,1	0,7	0,4	0,04	0,08	0,04
5	0,3	0,1	0,4	0,4	0,1	0,2	0,03	0,03	0,04

Далее на смоделированные карты аномалий гравитационного поля накладывались реализации гауссовской помехи со средним значением 0 мГал и среднеквадратическим отклонением 0,22 мГал (для T1), 0,40 мГал (для T2) и 0,54 (для T3). Одно из полученных в итоге зашумленных полей гравитационных аномалий представлено в виде нормализованного полутонового изображения на рисунке 3б, где белый цвет соответствует нулю, а черный цвет — единице. Как видно из данного рисунка, высокий уровень наложенной помехи препятствует идентификации слабо выраженных аномалий поля, создаваемых призмами №3 и №5. Помимо этого в зашумленном изображении наблюдается характерный для такого уровня помех эффект размытия границ локальных гравитационных аномалий и появление отдельных всплесков, ярко выраженных на фоне остальной части изображения.

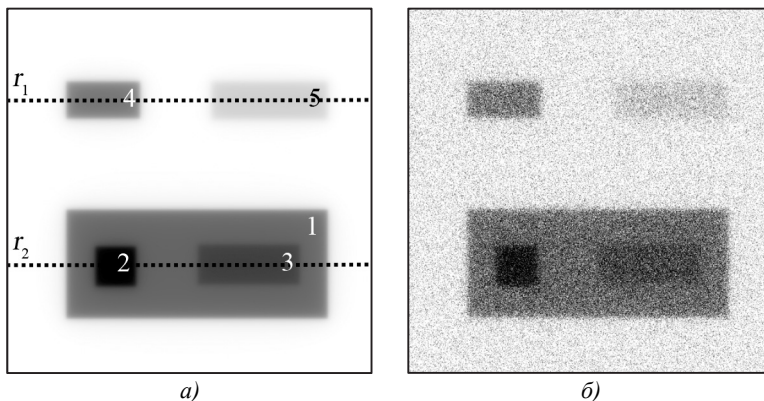


Рис. 3. Карта аномалий гравитационного поля T1 (а) и результат наложения на нее гауссовской помехи (б)

На следующем этапе апробации зашумленные изображения модельных гравитационных полей были подвергнуты фильтрации предложенным в данной работе фильтром с параметрами $\lambda = 0,2$, $k = 1,2$ и $b = 0,7$ (рисунки 4е, 5з и 6з), а также другими широко известными помехоподавляющими фильтрами (рисунки 4а–д, 5в–жс, 6в–жс):

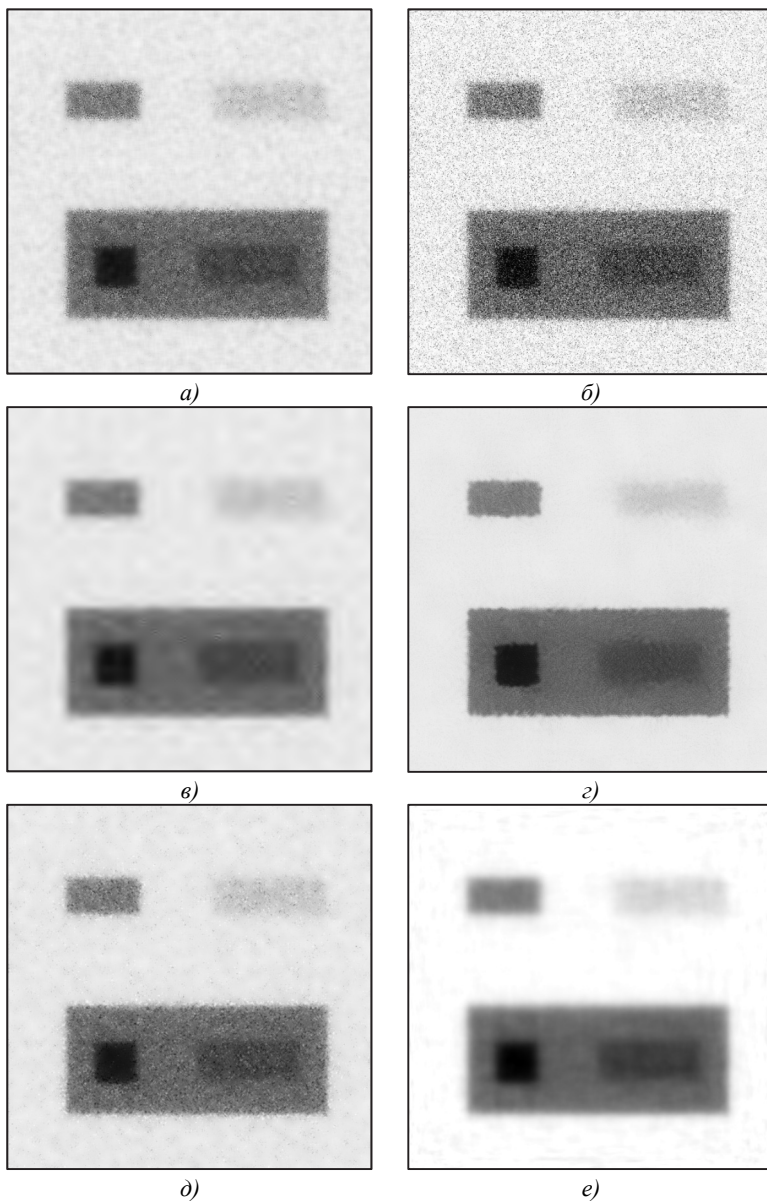


Рис. 4. Карта аномалий гравитационного поля, восстановленная из зашумленного изображения (рисунок 3а) посредством: а) WF; б) BF; в) NeighShringSURE; г) NLM JSCPW; д) ANLM; е) предложенного фильтра

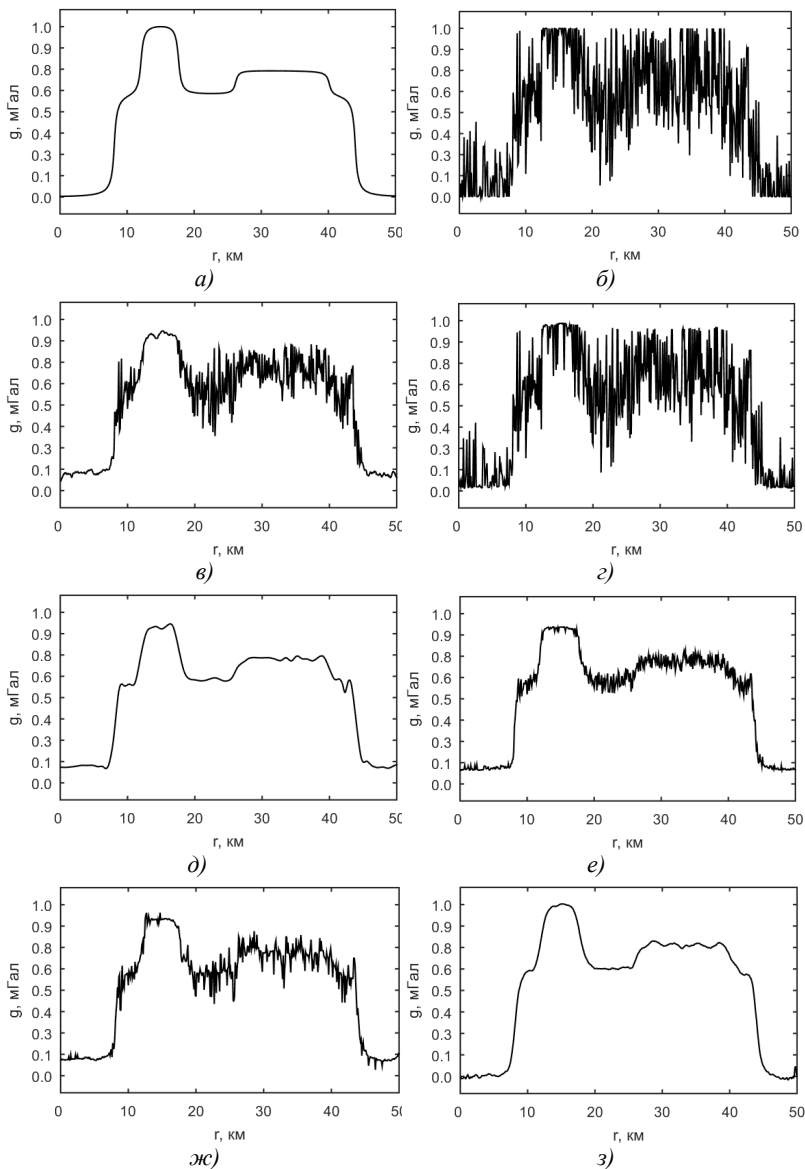


Рис. 5. r_l -профили полей гравитационных аномалий: а) исходного; б) зашумленного, отфильтрованного следующими фильтрами: в) WF; г) BF; д) NeighShringSURE; е) NLM JSCPW; ж) ANLM и з) предложенным фильтром

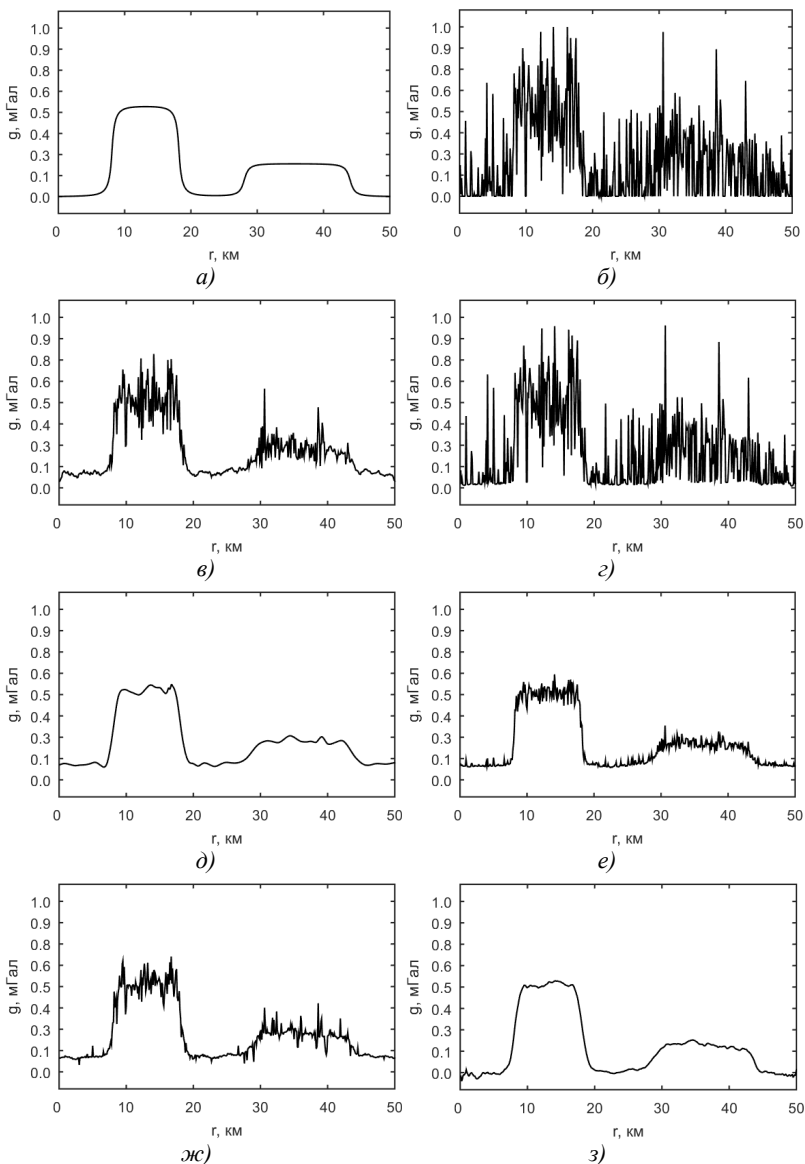


Рис. 6. r_2 -профили полей гравитационных аномалий: а) исходного; б) зашумленного, полученные в результате фильтрации зашумленного поля: в) WF; г) BF; д) NeighShringSURE; е) NLM JSCPW; ж) ANLM и з) предложенным фильтром

– билатеральным фильтром (BF) (половина размера окна — 3 пикселей; стандартное отклонение в пространственной области — 3,0; стандартное отклонение в области интенсивностей — 0,1) [31];

– вейвлет-фильтром, предложенным Чжоу Денъвеном и Чэном Вэньганом (NeighShringSURE) (количество уровней декомпозиции вейвлетов — 4; тип вейвлетов — симлеты восьмого порядка) [32];

– фильтром нелокального усреднения, предложенного Юэ У и другими (NLM JSCPW) (половина размера окрестности каждого пикселя — 3 пикселя; половина размера области поиска — 17 пикселей; половина размера блока — 11 пикселей; параметр, контролирующий убывание весов — 0,1 [23];

– фильтром Винера (WF) (размеры окна — 9×9 пикселей);

– фильтром нелокального усреднения с адаптивным размером окна поиска, предложенного Радживом Верма и Раджу Пандеем (ANLM) [22].

Оценка качества подавления помех различными фильтрами проводилась на основе анализа следующих показателей (таблица 2):

– визуального качества отфильтрованного изображения;

– значений эталонных метрик оценки качества отфильтрованного изображения;

– времени, затрачиваемым фильтром на обработку зашумленного изображения (ВР).

В работе были использованы следующие эталонные метрики оценки качества:

– средний квадрат ошибки (СКО):

$$\text{СКО} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{N^2} (f'_i - f_i)^2,$$

где f_i и f'_i — соответственно исходное и отфильтрованное изображения;

– пиковое отношение сигнала к шуму (ПОСШ):

$$\text{ПОСШ} = 10 \log_{10} \frac{1}{\text{СКО}};$$

– универсальный индекс качества (УИК) [33]:

$$\text{УИК} = \frac{4\sigma_{f'}\mu_f\mu_{f'}}{(\sigma_f^2 + \sigma_{f'}^2)(\mu_f^2 + \mu_{f'}^2)};$$

где μ_f и $\mu_{f'}$ — средние значения, а σ_f и $\sigma_{f'}$ — стандартные отклонения, рассчитываемые по исходному и отфильтрованному изображениям; $\sigma_{ff'}$ вычисляется по следующей формуле:

$$\sigma_{ff'} = \frac{1}{N^2 - 1} \sum_{i=1}^{N^2} (f_i - \mu_f)(f'_i - \mu_{f'});$$

– индекс структурного подобия (ИСП) [34]:

$$\text{ИСП} = \frac{(2\mu_f\mu_{f'} + C_1)(2\sigma_{ff'} + C_2)}{(\mu_f^2 + \mu_{f'}^2 + C_1)(\sigma_f^2 + \sigma_{f'}^2 + C_2)},$$

где C_1 и C_2 — константы, которые выбирались равными 0,01 и 0,03 соответственно. Следует также заметить, что УИК и ИСП рассчитывались в скользящем окне размером 8 и 11 пикселей соответственно.

Значения параметров каждого фильтра за исключением фильтра ANLM, не имеющего параметров, выбирались в результате специальной процедуры. Суть этой процедуры состояла в поиске для каждого фильтра такого набора значений его параметров, при котором одна из перечисленных выше метрик оценки качества отфильтрованного изображения принимает максимальное значение. В качестве такой метрики было выбрано ПОСШ, а в качестве алгоритма поиска — перебор на следующих множествах значений:

– {3;5;7}, {0,1;0,2;...;3,0} и {0,1;0,2;...;3,0} для соответственно параметров «половина размера окна», «стандартное отклонение в пространственной области» и «стандартное отклонение в области интенсивностей» BF;

– {симлеты третьего порядка; симлеты восьмого порядка; койфлеты третьего порядка; койфлеты пятого порядка, дискретные вейвлеты Мейера, вейвлеты Добеши третьего порядка, вейвлеты Добеши восьмого порядка} и {1;2;...; N_{\max} } (N_{\max} — максимально допустимое количество уровней декомпозиции) для соответственно параметров «тип вейвлетов» и «количество уровней декомпозиции вейвлетов» NeighShringSURE;

– {3;5}, {11;13;15;17}, {11;13;15;17} и {0,1;0,2;0,3;0,4;0,5} для соответственно параметров «половина размера окрестности каждого пикселя», «половина размера области поиска», «половина размера блока» и параметра, контролирующего убывание весов NLM JSCPW.

– {3;5;7;9} для параметра «размер окна» WF;

– $\{0,1;0,2;\dots;1,0\}$, $\{0,5;0,6;\dots;1,5\}$ и $\{0,1;0,2;\dots;2,0\}$ для соответственно параметров λ , b и k предложенного фильтра.

Для примера на рисунке 7 представлены зависимости ПОСШ($k;b;0,2$) (а), ПОСШ($k;0,7;\lambda$) (б) и ПОСШ($1,2;b;\lambda$) (в), полученные при анализе параметров предложенного фильтра применительно к тестовой карте Т1 и содержащие точку глобального максимума (1,2;0,7;0,2).

Далее все перечисленные выше метрики, а также ВР вычислялись для десяти реализаций шума. Итоговые значения метрик и ВР были получены путем осреднения значений метрик и ВР, рассчитанных для каждого зашумленного изображения (таблица 2). Обработка проводилась в среде MATLAB R2015a на компьютере с процессором Intel Core i7–3770К 3,5 ГГц с объемом оперативной памяти 24 Гб.

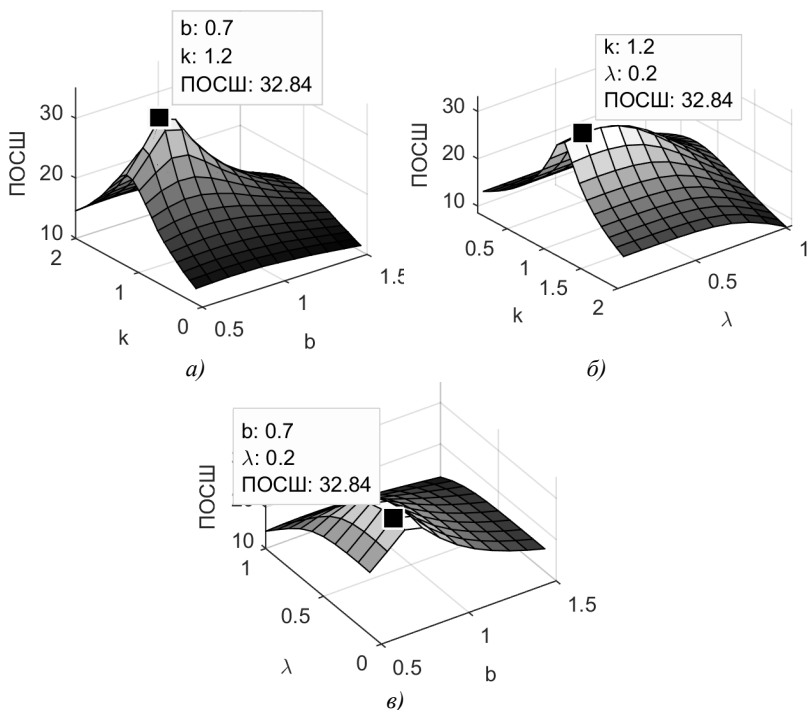


Рис. 7. Зависимости: а) ПОСШ($k;b;0,2$); б) ПОСШ($k;0,7;\lambda$); в) ПОСШ($1,2;b;\lambda$), построенные для предложенного фильтра применительно к тестовой карте Т1

На основе визуального анализа полученных в результате обработки отфильтрованных изображений были сделаны следующие выводы. Менее зашумленными являются изображения, полученные в результате применения предложенного фильтра, а также фильтров NeighShringSURE и NLM JSCPW. В то же время использование фильтров NeighShringSURE и NLM JSCPW уменьшает динамический диапазон идентифицируемых аномалий, завышая/занижая значения гравитационных аномалий. Это становится отчетливо видно при сопоставлении профилей аномалий (рисунки 5а, д, е и 6а, д, е), положение которых показано пунктирными линиями на исходной карте гравитационных аномалий (рисунок 3а). Такое искажение карт гравитационных аномалий является существенным недостатком рассматриваемых фильтров, способным привести к ошибкам в интерпретации схожих по интенсивности аномалий. Более того, поле аномалий, полученное после подавления помех фильтром NeighShringSURE, содержит большое число дефектов, по форме схожих с малыми локальными аномалиями. Данные дефекты в отдельных случаях могут стать источником обнаружения так называемых ложных аномалий.

Таблица 2. Оценки качества подавления помех различными фильтрами

Фильтр	Тест	СКО (10^{-2} мГал ²)	ПОСШ	УИК	ИСП	ВР (с)
WF	T1	0,82±0,03	20,85±0,16	0,06±0,01	0,19±0,01	0,01±0,00
	T2	1,85±0,09	17,32±0,22	0,16±0,01	0,25±0,03	0,01±0,00
	T3	2,60±0,07	15,85±0,11	0,37±0,01	0,37±0,02	0,01±0,00
BF	T1	0,67±0,52	22,32±2,00	0,12±0,03	0,34±0,11	5,21±0,10
	T2	2,10±2,09	17,66±2,36	0,17±0,04	0,27±0,08	1,16±0,05
	T3	2,67±0,08	15,74±0,14	0,36±0,02	0,34±0,05	0,41±0,03
Neigh-Shring-SURE	T1	0,51±0,00	22,95±0,03	0,22±0,00	0,46±0,00	6,41±0,02
	T2	1,48±0,00	18,30±0,06	0,24±0,01	0,60±0,02	1,80±0,03
	T3	3,23±0,57	14,95±0,64	0,38±0,05	0,51±0,11	0,40±0,06
NLM JSCPW	T1	0,50±0,00	23,03±0,10	0,23±0,04	0,43±0,04	0,01±0,00
	T2	1,78±0,09	17,50±0,24	0,22±0,01	0,57±0,00	0,01±0,00
	T3	5,29±0,85	12,84±0,90	2,67±0,08	0,21±0,05	0,01±0,00
ANLM	T1	0,62±0,00	22,09±0,03	0,09±0,00	0,26±0,00	341,26±1,07
	T2	1,72±0,01	17,66±0,05	0,16±0,00	0,29±0,00	41,94±0,44
	T3	3,15±0,08	15,02±0,11	0,33±0,01	0,35±0,01	5,96±0,10
Предложенный фильтр	T1	0,05±0,00	32,75±0,20	0,29±0,00	0,67±0,01	0,57±0,03
	T2	1,51±0,41	18,52±2,09	0,27±0,01	0,63±0,03	0,14±0,01
	T3	2,46±0,51	16,21±1,23	0,48±0,02	0,60±0,01	0,05±0,00

Анализ значений метрик оценки качества зашумленных изображений подтверждает выводы, сделанные в результате визуального анализа. Значения метрик ПОСШ, УИК и ИСП больше, а метрики СКО в большинстве случаев меньше для изображений, восстановленных предложенным фильтром, по сравнению со значениями тех же метрик, рассчитанных для изображений, восстановленных другими методами фильтрации. Это позволяет сделать вывод, что предложенный метод позволяет получить более качественные карты гравитационных аномалий в смысле их близости к исходному не зашумленному полю аномалий.

Последний показатель качества, который был проанализирован в данной работе, — это длительность работы фильтра подавления помех. Как видно из таблицы 2, наиболее быстрым из всех анализируемых фильтров оказался WF. Вместе с тем визуальный анализ и анализ метрик оценки качества указывает на то, что результат фильтрации WF значительно уступает по качеству остальным методам. Чуть медленнее работает фильтр NLM JSCPW. Предложенный в работе фильтр является третьим по скорости, существенно опережая по показателю BP фильтры BF, NeighShringSURE и ANLM. Таким образом, фильтр подавления высокочастотных помех, основанный на использовании моментов Чебышева, обладает высоким быстродействием, достаточным для решения поставленной в работе задачи. Следует обратить внимание также и на то, что в процессе апробации были использованы наиболее эффективные и хорошо отлаженные реализации WF и NLM JSCPW, тогда как реализация предложенного в работе фильтра имеет значительный потенциал для увеличения быстродействия.

7. Заключение. В работе предложен фильтр подавления высокочастотных помех, основанный на использовании моментов Чебышева. Апробация данного фильтра была проведена на трех тестовых моделях аномальных гравитационных полей, представленных в виде полутонковых изображений. Результаты применения разработанного фильтра сравнивались с результатами применения к зашумленным изображениям других широко распространенных фильтров подавления высокочастотных помех: фильтра Винера, билатерального фильтра, вейвлет-фильтра, предложенного Чжоу Дэнвеном и Чэном Вэньганом, фильтра нелокального усреднения, предложенного Юэ У и другими, а также фильтра нелокального усреднения с адаптивным размером окна поиска, предложенного Радживом Верма и Раджу Пандеем. Параметры всех фильтров находились по общей методике: путем перебора наиболее вероятных значений и сравнения восстанавливаемых изображений с исходными изображениями на

основе метрики ПОСШ. Результаты экспериментальной проверки показали, что предложенный фильтр в целом превосходит по качеству подавления помех все рассматриваемые аналоги.

Литература

1. *Блох Ю.И.* Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий // М.: МГГА. 2009. 88 с.
2. *Biswas A.* Interpretation of residual gravity anomaly caused by simple shaped bodies using very fast simulated annealing global optimization // *Geosci. Front.* 2015. vol. 6. no. 6. pp. 875–893.
3. *Аронов В.И.* Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ // М.: Недра. 1990. 301 с.
4. *Pilkington M., Shamsipour P.* Noise reduction procedures for gravity gradiometer data // *GEOPHYSICS.* 2014. vol. 79. no. 5. pp. G69–G78.
5. *Uchaev D.V., Uchaev D.V., Malinnikov V.A.* Image contrast enhancement using Chebyshev wavelet moments // Eighth International Conference on Machine Vision (ICMV 2015). International Society for Optics and Photonics. 2015. vol. 9875. pp. 987512.
6. *Uchaev D.V., Uchaev D.V., Malinnikov V.A.* Chebyshev-based technique for automated restoration of digital copies of faded photographic prints // *J. Electron. Imaging.* 2017. vol. 26. no. 1. pp. 011024.
7. *Малинникова О.Н., Малинников В.А., Учаев Дм.В., Учаев Д.В.* О влиянии шумов полученных СЭМ изображений угольных образцов на оценку склонности углей к внезапным выбросам // Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XXVI Международ. науч. школы. 2016. С. 134–139.
8. *While J., Jackson A., Smit D., Biegert E.* Spectral analysis of gravity gradiometry profiles // *GEOPHYSICS.* 2006. vol. 71. no. 1. pp. J11–J22.
9. *Pajot G. et al.* Noise reduction through joint processing of gravity and gravity gradient data // *GEOPHYSICS.* 2008. vol. 73. no. 3. pp. I23–I34.
10. *Yuan Y., Huang D.-N., Yu Q.-L., Geng M.-X.* Noise filtering of full-gravity gradient tensor data // *Appl. Geophys.* 2013. vol. 10. no. 3. pp. 241–250.
11. *Martinez C., Li Y.* Denoising of gravity gradient data using an equivalent source technique // *GEOPHYSICS.* 2016. vol. 81. no. 4. pp. G67–G79.
12. *Guo Z.-H., Luo F., Wang M., Wang J.-B.* The Design and Experiment of IIR Lowpass Digital Filters for Airborne Gravity Data // *Chin. J. Geophys.* 2011. vol. 54. no. 4. pp. 621–626.
13. *Childers V., Bell R., Brozena J.* Airborne gravimetry: An investigation of filtering // *GEOPHYSICS.* 1999. vol. 64. no. 1. pp. 61–69.
14. *Bakkali S.* The Use of Savitzky-Golay Filter to Denoising Moroccan Bouguer Gravity Anomaly Map // *Ann. Fac. Eng. Hunedoara — J. Eng.* 2008. vol. 6. pp. 183–190.
15. *Zou X., Cai S., Wu M.* The airborne gravity signal processing based on Kalman and FIR cascade filter // IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA'2016). 2016. pp. 1996–2000.
16. *Forsbergbi R. et al.* Airborne Gravimetry Survey for the Marine Area of the United Arab Emirates // *Mar. Geod.* 2012. vol. 35. no. 3. pp. 221–232.
17. *Pawlowski R.S., Hansen R.O.* Gravity anomaly separation by wiener filtering // *GEOPHYSICS.* 1990. vol. 55. no. 5. pp. 539–548.
18. *Zhang D., Huang D., Lu J., Zhu B.* Gravity Gradient Data Filtering Using Translation Invariant Wavelet // ASEG Extended Abstracts 2016: 25th International Geophysical Conference and Exhibition. Australian Society of Exploration Geophysicists, 2016. pp. 885–889.

19. *Wu Y., Li H.* Improved Pre-processing Algorithm for Satellite Gravimetry Data Using Wavelet Method // Principle and Application Progress in Location-Based Services. 2014. pp. 95–105.
20. *Yunlong W. et al.* Outlier detection algorithm for satellite gravity gradiometry data using wavelet shrinkage de-noising // Geod. Geodyn. 2012. vol. 3. no. 2. pp. 47–52.
21. *Singh K., Ranade S.K., Singh C.* Comparative performance analysis of various wavelet and nonlocal means based approaches for image denoising // Opt. — Int. J. Light Electron Opt. 2017. vol. 131. pp. 423–437.
22. *de Oliveira Lyrio J., Tenorio L., Li Y.* Efficient automatic denoising of gravity gradiometry data // GEOPHYSICS. 2004. vol. 69. no. 3. pp. 772–782.
23. *Verma R., Pandey R.* Non local means algorithm with adaptive isotropic search window size for image denoising // 2015 Annual IEEE India Conference (INDICON). 2015. pp. 1–5.
24. *Wu Y., Tracey B., Natarajan P., Noonan J.P.* James–Stein Type Center Pixel Weights for Non-Local Means Image Denoising // IEEE Signal Process. Lett. 2013. vol. 20. no. 4. pp. 411–414.
25. *Mukundan R., Ong S.H., Lee P.A.* Image analysis by Tchebichef moments // IEEE Trans. Image Process. 2001. vol. 10. no. 9. pp. 1357–1364.
26. *Mukundan R.* Some computational aspects of discrete orthonormal moments // IEEE Trans. Image Process. 2004. vol. 13. no. 8. pp. 1055–1059.
27. *Honarvar B., Paramesran R., Lim C.–L.* Image reconstruction from a complete set of geometric and complex moments // Signal Process. 2014. vol. 98. pp. 224–232.
28. *Mukundan R., Ong S.H., Lee P.A.* Discrete vs. Continuous Orthogonal Moments for Image Analysis // Proc. of the International Conference on Imaging Science, Systems and Technology (CISST'01). 2001. pp. 23–29.
29. *Uchaev Dm.V., Uchaev D.V., Malinnikov V.A.* Orthogonal wavelet moments and their multifractal invariants // Seventh International Conference on Machine Vision (ICMV 2014). International Society for Optics and Photonics. 2015. vol. 9445. pp. 94450U–94450U-8.
30. *Özgü Arısoy M., Dikmen Ü.* Potensoft: MATLAB-based software for potential field data processing, modeling and mapping // Comput. Geosci. 2011. vol. 37. no. 7. pp. 935–942.
31. *Tomasi C., Manduchi R.* Bilateral filtering for gray and color images // Sixth International Conference on Computer Vision. 1998. pp. 839–846.
32. *Dengwen Z., Wengang C.* Image denoising with an optimal threshold and neighbouring window // Pattern Recognit. Lett. 2008. vol. 29. no. 11. pp. 1694–1697.
33. *Wang Z., Bovik A.C.* A universal image quality index // IEEE Signal Process. Lett. 2002. vol. 9. no. 3. pp. 81–84.
34. *Wang Z., Bovik A.C., Sheikh H.R., Simoncelli E.P.* Image quality assessment: from error visibility to structural similarity // Image Process. IEEE Trans. On. 2004. vol. 13. no. 4. pp. 600–612.

Учаев Денис Валентинович — к-т техн. наук, доцент кафедры космического мониторинга и экологии, Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК). Область научных интересов: классификация изображений и распознавание образов, теория фракталов и ее применение к анализу изображений, тематический анализ изображений, получаемых в процессе дистанционного зондирования, применение методов искусственного интеллекта к решению задач в области картографии. Число научных публикаций — 65. d-uchaev@yandex.ru; Гороховский пер., 4, Москва, 105064; р.т.: +7(499)267-2772.

Журкин Игорь Георгиевич — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной техники и автоматизированной обработки аэрокосмической информации, Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК). Область научных интересов: цифровая обработка изображений, геоинформатика, автоматизация фотограмметрических процессов. Число научных публикаций — 200. zhurkin@miigaik.ru; Гороховский пер., 4, Москва, 105064; р.т.: +7(499)267-1377.

Учаев Дмитрий Валентинович — к-т техн. наук, доцент кафедры космического мониторинга и экологии, Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК). Область научных интересов: фрактальный анализ, вейвлет-анализ, реконструкция изображений, повышение качества изображений, прямые и обратные задачи в дистанционном зондировании, тематический анализ данных дистанционного зондирования. Число научных публикаций — 60. d-uchaev@ya.ru; Гороховский пер., 4, Москва, 105064; р.т.: +7(499)267-2772.

Поддержка исследований. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-05-00720-а).

D.V. UCHAEV, I.G. ZHURKIN, Dm.V. UCHAEV
**USING CHEBYSHEV MOMENTS TO SOLVE PROBLEMS
 OF SUPPRESSION OF HIGH-FREQUENCY NOISES IN FIELDS OF
 GRAVITATIONAL ANOMALIES**

Uchaev D.V., Zhurkin I.G., Uchaev Dm.V. Using Chebyshev Moments to Solve Problems of Suppression of High-Frequency Noises in Fields of Gravitational Anomalies.

Abstract. The work is devoted to the problem of improving the quality of anomalous gravitational fields by reducing the level of their high-frequency noise. A brief review of existing approaches and methods for suppressing high-frequency noise in the fields of gravitational anomalies is given. A method for filtering fields of gravitational anomalies based on the transformation performed in the Chebyshev moment domain is proposed. The paper presents empirically established values of coefficients, which can be useful for an unknown level of noise. Using the simulated map of gravity anomalies, it was demonstrated that the proposed denoising filter is comparable in speed and superior in quality of the result to the bilateral filter, wavelet-filter, non-local means filters as well as the Wiener filter, which is well proven in the preliminary processing of gravitational fields.

Keywords: Gaussian noise, Chebyshev moments, gravity anomaly, denoising.

Uchaev Denis Valentinovich — Ph.D., associate professor of space monitoring and ecology department, Moscow State University of Geodesy and Cartography (MIIGAiK). Research interests: image classification and pattern recognition, fractal theory and its application in image analysis, thematic analysis of remote sensing images, application of methods of artificial intelligence in cartography. The number of publications — 65. d-uchaev@yandex.ru; 4, Gorokhovskiy per., Moscow, 105064, Russia; office phone: +7(499)267-2772.

Zhurkin Igor Georgievich — Ph.D., Dr. Sci., professor, head of computing machinery and automated aerospace information processing department, Moscow State University of Geodesy and Cartography (MIIGAiK). Research interests: digital image processing, geoinformatics, automatization of photogrammetric processes. The number of publications — 200. zhurkin@mii-gaik.ru; 4, Gorokhovskiy per., Moscow, 105064, Russia; office phone: +7(499)267-1377.

Uchaev Dmitry Valentinovich — Ph.D., associate professor of space monitoring and ecology department, Moscow State University of Geodesy and Cartography (MIIGAiK). Research interests: fractal and wavelet analysis, image reconstruction, image quality enhancement, forward and inverse problems in remote sensing, and thematic analysis of remote sensing data. The number of publications — 60. d-uchaev@ya.ru; 4, Gorokhovskiy per., Moscow, 105064, Russia; office phone: +7(499)267-2772.

Acknowledgements. This research is supported by RFBR (grant 16-05-00720-a).

References

1. Blokh Yu.I. *Interpretatsiya gravitatsionnykh i magnitnykh anomalii* [Interpretation of gravitational and magnetic anomalies]. Moscow: MGGA. 2009. 88 p. (In Russ.).
2. Biswas A. Interpretation of residual gravity anomaly caused by simple shaped bodies using very fast simulated annealing global optimization. *Geosci. Front.* 2015. vol. 6. no. 6. pp. 875–893.

3. Aronov V.I. *Metody postroeniya kart geologo-geofizicheskikh priznakov i geometrizacija zalezhej nefi i gaza na JeVM* [Methods for constructing maps of geological and geophysical features and the geometrization of oil and gas deposits on a computer]. Moscow: Nedra. 1990. 301 p. (In Russ.).
4. Pilkington M., Shamsipour P. Noise reduction procedures for gravity gradiometer data. *GEOPHYSICS*. 2014. vol. 79. no. 5. pp. G69–G78.
5. Uchaev D.V., Uchaev D.V., Malinnikov V.A. Image contrast enhancement using Chebyshev wavelet moments. Eighth International Conference on Machine Vision (ICMV 2015). International Society for Optics and Photonics. 2015. vol. 9875. pp. 987512.
6. Uchaev D.V., Uchaev D.V., Malinnikov V.A. Chebyshev-based technique for automated restoration of digital copies of faded photographic prints. *J. Electron. Imaging*. 2017. vol. 26. no. 1. pp. 011024.
7. Malinnikova O.N., Malinnikov V.A., Uchaev Dm.V., Uchaev D.V. [On the influence of the noise of the obtained SEM images of coal samples on the assessment of the propensity of coal to outburst] *Deformirovanie i razrushenie materialov s defektami i dinamicheskie javleniya v gornyh porodah i vyrabotkah: Materialy XXVI Mezhdunarod. nauch. shkoly* [Deformation and destruction of materials with defects and dynamic phenomena in rocks and excavations: Materials of the XXVI International. Sci. Schools]. 2016. pp. 134–139. (In Russ.).
8. While J., Jackson A., Smit D., Biegert E. Spectral analysis of gravity gradiometry profiles. *GEOPHYSICS*. 2006. vol. 71. no. 1. pp. J11–J22.
9. Pajot G. et al. Noise reduction through joint processing of gravity and gravity gradient data. *GEOPHYSICS*. 2008. vol. 73. no. 3. pp. 123–134.
10. Yuan Y., Huang D.–N., Yu Q.–L., Geng M.–X. Noise filtering of full-gravity gradient tensor data. *Appl. Geophys*. 2013. vol. 10. no. 3. pp. 241–250.
11. Martinez C., Li Y. Denoising of gravity gradient data using an equivalent source technique. *GEOPHYSICS*. 2016. vol. 81. no. 4. pp. G67–G79.
12. Guo Z.–H., Luo F., Wang M., Wang J.–B. The Design and Experiment of IIR Lowpass Digital Filters for Airborne Gravity Data. *Chin. J. Geophys*. 2011. vol. 54. no. 4. pp. 621–626.
13. Childers V., Bell R., Brozena J. Airborne gravimetry: An investigation of filtering. *GEOPHYSICS*. 1999. vol. 64. no. 1. pp. 61–69.
14. Bakkali S. The Use of Savitzky-Golay Filter to Denoising Moroccan Bouguer Gravity Anomaly Map. *Ann. Fac. Eng. Hunedoara — J. Eng.* 2008. vol. 6. pp. 183–190.
15. Zou X., Cai S., Wu M. The airborne gravity signal processing based on Kalman and FIR cascade filter. IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA'2016). 2016. pp. 1996–2000.
16. Forsberg R. et al. Airborne Gravimetry Survey for the Marine Area of the United Arab Emirates. *Mar. Geod.* 2012. vol. 35. no. 3. pp. 221–232.
17. Pawlowski R.S., Hansen R.O. Gravity anomaly separation by wiener filtering. *GEOPHYSICS*. 1990. vol. 55. no. 5. pp. 539–548.
18. Zhang D., Huang D., Lu J., Zhu B. Gravity Gradient Data Filtering Using Translation Invariant Wavelet. ASEG Extended Abstracts 2016: 25th International Geophysical Conference and Exhibition. Australian Society of Exploration Geophysicists, 2016. pp. 885–889.
19. Wu Y., Li H. Improved Pre-processing Algorithm for Satellite Gravimetry Data Using Wavelet Method. Principle and Application Progress in Location-Based Services, 2014. pp. 95–105.
20. Yunlong W. et al. Outlier detection algorithm for satellite gravity gradiometry data using wavelet shrinkage de-noising. *Geod. Geodyn.* 2012. vol. 3. no. 2. pp. 47–52.

21. Singh K., Ranade S.K., Singh C. Comparative performance analysis of various wavelet and nonlocal means based approaches for image denoising. *Opt. — Int. J. Light Electron Opt.* 2017. vol. 131. pp. 423–437.
22. de Oliveira Lyrio J., Tenorio L., Li Y. Efficient automatic denoising of gravity gradiometry data. *GEOPHYSICS*. 2004. vol. 69. no. 3. pp. 772–782.
23. Verma R., Pandey R. Non local means algorithm with adaptive isotropic search window size for image denoising. 2015 Annual IEEE India Conference (INDICON). 2015. pp. 1–5.
24. Wu Y., Tracey B., Natarajan P., Noonan J.P. James–Stein Type Center Pixel Weights for Non-Local Means Image Denoising. *IEEE Signal Process. Lett.* 2013. vol. 20. no. 4. pp. 411–414.
25. Mukundan R., Ong S.H., Lee P.A. Image analysis by Tchebichef moments. *IEEE Trans. Image Process.* 2001. vol. 10. no. 9. pp. 1357–1364.
26. Mukundan R. Some computational aspects of discrete orthonormal moments. *IEEE Trans. Image Process.* 2004. vol. 13. no. 8. pp. 1055–1059.
27. Honarvar B., Paramesran R., Lim C.–L. Image reconstruction from a complete set of geometric and complex moments. *Signal Process.* 2014. vol. 98. pp. 224–232.
28. Mukundan R., Ong S.H., Lee P.A. Discrete vs. Continuous Orthogonal Moments for Image Analysis. Proc. of the International Conference on Imaging Science, Systems and Technology (CISST'01). 2001. pp. 23–29.
29. Uchaev Dm.V., Uchaev D.V., Malinnikov V.A. Orthogonal wavelet moments and their multifractal invariants. Seventh International Conference on Machine Vision (ICMV 2014). International Society for Optics and Photonics. 2015. vol. 9445. pp. 94450U–94450U-8.
30. Özgü Arısoy M., Dikmen Ü. Potensoft: MATLAB-based software for potential field data processing, modeling and mapping. *Comput. Geosci.* 2011. vol. 37. no. 7. pp. 935–942.
31. Tomasi C., Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images. Sixth International Conference on Computer Vision. 1998. pp. 839–846.
32. Dengwen Z., Wengang C. Image denoising with an optimal threshold and neighbouring window. *Pattern Recognit. Lett.* 2008. vol. 29. no. 11. pp. 1694–1697.
33. Wang Z., Bovik A.C. A universal image quality index. *IEEE Signal Process. Lett.* 2002. vol. 9. no. 3. pp. 81–84.
34. Wang Z., Bovik A.C., Sheikh H.R., Simoncelli E.P. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity. *Image Process. IEEE Trans. On.* 2004. vol. 13. no. 4. pp. 600–612.