

С. А. Отческий, И. Н. Бурдинский  
**АЛГОРИТМ ПОСТТРИАНГУЛЯЦИОННОЙ КОРРЕКЦИИ  
КООРДИНАТ АВТОНОМНОГО НЕОБИТАЕМОГО  
ПОДВОДНОГО АППАРАТА**

---

*Отческий С.А., Бурдинский И.Н.* Алгоритм посттриангуляционной коррекции координат автономного необитаемого подводного аппарата.

**Аннотация.** В работе предложен алгоритм вычисления координат автономного необитаемого подводного аппарата на базе триангуляционного метода и посттриангуляционной коррекции. Особенностью алгоритма является использование в качестве входных параметров нескольких наборов дальностей аппарат-маяк, вычисленных с разными значениями скорости звука в воде. Проведены исследования, которые показали, что разработанный алгоритм в среднем превосходит триангуляционный метод по точности в два раза.

**Ключевые слова:** автономный необитаемый подводный аппарат, гидроакустическая навигационная система, позиционирование, вычисление координат, триангуляционный метод.

*Otcheskii S.A., Burdinsky I.N.* The Post Triangulation Algorithm for Coordinate Correction of an Autonomous Underwater Vehicle.

**Abstract.** In the paper, an algorithm for calculating the underwater autonomous vehicle position built on the triangulation method and post triangulation correction is proposed. A distinctive feature of the algorithm is that it uses as input multiple sets of distances vehicle-beacon calculated with different values of the speed of sound in water. The research of the developed algorithm has found that the accuracy of the proposed solution is twice higher than the accuracy of the triangulation method.

**Keywords:** autonomous underwater vehicle; acoustic navigation system; positioning; coordinate calculation; triangulation method.

---

**1. Введение.** Мировой океан, несмотря на обширные запасы ресурсов, на сегодняшний день остается наименее исследованной областью земной поверхности. Это связано, прежде всего, с тем, что проведение работ на различных глубинах сопряжено с повышенным риском для человека. Именно поэтому в течение последних десятилетий наблюдается постоянно растущий научный интерес к созданию универсальных робототехнических средств, обеспечивающих косвенное присутствие человека под водой. Автономные необитаемые подводные аппараты (АНПА) — отдельный класс подводных роботов, которые успели зарекомендовать себя как эффективное и безопасное средство выполнения сложных глубоководных миссий [1]. В качестве основных сфер применения АНПА можно выделить: океанографические исследования, обзорно-поисковые и геологоразведочные работы, мониторинг водной среды, проведение подледных работ [2-4].

Важнейшей задачей обеспечения бесперебойного функционирования АНПА является определение его позиции. От точности вычис-

ленных координат напрямую зависит сложность выполняемых АНПА миссий, надежность его работы, а также степень его автономности. Именно поэтому сегодня наблюдается существенный научный интерес к проектированию систем подводной навигации и позиционирования, а также созданию надежных помехоустойчивых алгоритмов определения позиций [5-7].

Над водой большинство автономных систем при вычислении своих координат полагаются на высокоточные радио или спутниковые системы позиционирования. Под водой сигналы таких систем распространяются только на короткие дистанции, что делает невозможным их использование при проведении глубоководных работ. Технологии определения положения АНПА в морской среде можно условно разделить на три группы [8].

*Инерциальная навигация / счисление пути.* Оценка текущих координат может быть получена с использование инерциального измерительного модуля, в состав которого входят: акселерометр, гироскоп и вычислительное устройство (микропроцессор) [9]. Вычислительное устройство производит расчет перемещения и ориентации аппарата путем двойного интегрирования линейного ускорения и интегрирования угловой скорости. При каждом новом измерении на основе полученных данных производится вычисление текущей позиции аппарата относительно его положения в момент предыдущего измерения. Альтернативой инерциальному измерительному модулю является система счисления пути. Данная система производит оценку координат относительно предыдущего известного положения на основе данных о курсе и ориентации аппарата, получаемых от соответствующих приборов. Существенным недостатком для методов позиционирования данной группы является наличие мультипликативной ошибки. Точность современных инерциальных измерительных модулей и систем счисления пути составляет порядка 1% от пройденного расстояния. Для устранения накопленной ошибки периодически требуется корректировать координаты с использованием спутниковых или акустических систем [10].

*Картографический метод.* Определение положения АНПА относительно известных данных о внешней среде, например, по карте морского дна. Для реализации этого метода необходимо два условия: наличие карты района, в котором будут проводиться работы (карта также может быть построена по ходу выполнения миссии с использованием современных SLAM методов [11]); оснащение аппарата необходимым оборудованием, способным обнаружить, идентифицировать и классифицировать особенности окружающей среды (видеокамера, гидролокаторы бокового и секторного обзора и т.д. [12]).

*Акустические системы.* На сегодняшний день гидроакустические навигационные системы (ГАНС) являются наиболее надежными и перспективными средствами для решения задачи позиционирования АНПА [13]. В основе этих систем лежит принцип измерения времени распространения акустического сигнала, которое при известной скорости звука в воде может быть преобразовано в расстояние между приемником и передатчиком. Имея сеть из передатчиков, установленных на известных позициях, можно по вычисленным расстояниям определить положение приемника. Благодаря рабочему диапазону от нескольких метров до десятков километров, надежности, возможности одновременного обслуживания нескольких подводных аппаратов, на сегодняшний день гидроакустические системы наиболее часто используются при проведении подводных работ.

Ошибка позиционирования ГАНС при незначительных процентных соотношениях может быть критичной при работе на больших дальностях аппарат-маяк. При этом современное развитие технологий акустических систем направлено именно на увеличение рабочего диапазона для обеспечения подводных работ на больших территориях при минимальных затратах. В связи с этим особенно актуальной является задача повышения точности координат АНПА, вычисляемых с использованием ГАНС.

Цель данной работы — исследование и разработка высокоточных алгоритмов вычисления позиции АНПА с использованием акустических систем.

**2. Принципы акустического позиционирования.** В основе ГАНС лежит принцип измерения времени распространения акустического сигнала между АНПА и набором опорных маяков. Относительное расстояние  $r$  между точкой регистрации сигнала и точкой излучения вычисляется по следующей формуле:

$$r \cong v_s \tau c, \quad (1)$$

где  $v_s$  — скорость звука в воде;  $\tau$  — время распространения звуковой волны;  $c$  — константа, значение которой зависит от одного из двух способов обмена сигналами:

1) 0,5 — подводный аппарат излучает пилотный сигнал. Каждый опорный маяк при регистрации этого сигнала излучает ответ. В момент регистрации ответа АНПА фиксирует время  $\tau$ , которое в данном случае называется «two-way TOF»;

2) 1 — каждый опорный маяк периодически, в известные промежутки времени, излучает навигационные сигналы, которые регистрируются подводным аппаратом. Располагая данными о моменте от-

правления сигнала АНПА вычисляет  $\tau$ , которое в данном случае называется «one-way TOF».

Технология two-way TOF значительно проще в реализации, так как не требует синхронизации внутренних систем отсчета подводного аппарата и опорных маяков. Однако двойной путь прохождения сигнала уменьшает в два раза и так невысокую частоту обновления данных в системах ГАНС. Технология one-way TOF сложнее в реализации, но значительно эффективнее при решении задачи обеспечения навигации нескольких подводных объектов в пределах одной акустической системы.

В соответствии с уравнением (1) задача вычисления позиции подводного аппарата сводится к точному определению двух параметров — времени распространения фронта звуковой волны  $\tau$  и его скорости  $v_s$ . Одновременно с этим можно сделать вывод, что точность вычисленной позиции АНПА будет напрямую зависеть от погрешностей измерений параметров  $\tau$  и  $v_s$ .

Основные источники ошибок определения времени распространения звукового сигнала можно разбить на следующие группы:

*Потеря мощности сигнала.* По мере удаления звуковой волны от излучателя, амплитуда сигнала уменьшается. Потеря мощности определяется формулой:

$$I = I_0 \exp(-\alpha r),$$

где  $I_0$  и  $I$ , соответственно, мощности сигнала в момент излучения и на расстоянии  $r$ ;  $\alpha$  — коэффициент затухания, зависящий от физических характеристик среды (плотности, температуры, солености) и несущей частоты акустического сигнала.

*Многолучевая структура распространения звука.* Многолучевое распространение сигнала может приводить к искажению частотных характеристик и наложению нескольких копий сигнала друг на друга, что значительно усложняет его регистрацию.

*Эффект Доплера.* Эффект искажения несущей частоты сигнала возникающий при относительном движении источника и регистрирующего приемника. Изменение несущей частоты может составлять несколько процентов, что является серьезной проблемой для систем, использующих частотную модуляцию.

*Акустический шум.* Шум является еще одним из доминирующих факторов, влияющих на надежную регистрацию акустического сигнала. Основные источники шума подразделяются на следующие категории: гидродинамические (ветер, волны, турбулентция), биологические (производимые живыми существами), технические (обусловленные активностью человека), термальные (возникающие из-за хаотичного движение молекул воды).

*Синхронизация систем отсчета.* ГАНС, использующие технологию one-way TOF, требуют синхронизации систем отсчета на стороне приемника и передатчика. Очевидно, что расхождение систем тактирования приведет к потере синхронизации, и как следствие, внесет дополнительную ошибку в оценку координат.

Таким образом, для точного определения времени распространения необходимо решение задачи детектирования акустического сигнала при наличии шумов, значительно превосходящих его по мощности. На сегодняшний день в данном направлении достигнуты значительные успехи. Современные программные и аппаратные средства детектирования сигналов обеспечивают довольно низкие значения ошибок (порядка 1 мкс) измерений времени распространения [14-16].

Задача определения скорости распространения сигнала осложняется ее зависимостью от параметров воды. Скорости звука в воде это комплексная функция температуры  $T$  (°C), солёности  $S$  (тысячных долей) и глубины  $D$  (м). В качестве формулы для вычисления  $v_s$  (м/с), как правило, применяют упрощенное выражение Вильсона [17]:

$$v_s = 1449 + 4,6T - 0,055T^2 + 0,0003T^3 + 1,39(S - 35) + 0,017D.$$

Выражение Вильсона действительно в интервале  $T$  от -4 до 30°C;  $S$  от 0 до 37 долей;  $D$  от 0 до 8000 м, при этом точность предсказания  $v_s$  составляет  $\pm 0,3$  м/с.

Очевидно, что значение скорости звука может существенно различаться для разных областей в районе зоны покрытия ГАНС. Поэтому на практике при вычислении координат АНПА используют среднее значение скорости звука в воде. Для этого перед запуском аппарата производится серия измерений параметра  $v_s$  в акватории, где будут производиться подводные работы. Затем на основе полученных измерений определяется среднее значение скорости фронта звуковой волны, которое передается на АНПА для вычисления собственных координат. Использование в расчетах средней скорости звука взамен абсолютной является причиной того, что каждая оценка позиции подводного аппарата будет содержать некоторую ошибку.

Безусловно, разработка новых программных и аппаратных решений для точного определения скорости звука и времени прихода сигнала, оказывает значительное влияние на повышение точности акустических систем. Однако огромное значение также имеют и методы, которые используются при вычислении координат аппарата.

**3. Триангуляционный метод.** Классическим способом вычисления координат аппарата относительно набора опорных точек являет-

ся триангуляционный метод, используемый в системах спутниковой навигации. Рассмотрим работу метода на примере двумерного случая.

Пусть вектор  $P [x, y]$  определяет позицию АНПА,  $m$  — число опорных маяков, координаты которых задаются системой векторов  $P_{Bi} [x_i, y_i]$ ;  $i = 1..m$ . Вектор  $d [d_1..d_m]$  содержит расстояния между АНПА и маяками:

$$d_i = \|P - P_{Bi}\| = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}.$$

Представим формулу (1) в следующем виде:

$$r_i = v_s \tau_i = d_i + w_i, \quad (2)$$

где  $w_i$  — некоторая погрешность, вызванная ошибками  $\tau$  и  $v_s$ .

Возведем  $r_i$  в квадрат:

$$r_i^2 = \|P\|^2 + \|P_{Bi}\|^2 - 2P_{Bi}^T P + \xi_i, \quad (3)$$

где  $\xi_i$  — новая случайная помеха описываемая формулой:

$$\xi_i = w_i^2 + 2w_i d_i. \quad (4)$$

Написав уравнения (3) для каждого маяка получим систему следующего вида:

$$2 \begin{bmatrix} P_{B1}^T \\ \vdots \\ P_{Bm}^T \end{bmatrix} P = \begin{bmatrix} \|P_{B1}\|^2 - r_1^2 \\ \vdots \\ \|P_{Bm}\|^2 - r_m^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_m \end{bmatrix} + \|P\|^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

в матричной форме:

$$AP = B + \xi + \|P\|^2 E_m. \quad (5)$$

Система (5) является не линейной относительно вектора  $P$ , так как присутствует член  $\|P\|^2$ . Система приводится к линейной путем умножения левой и правой части на матрицу  $M$  (размер  $(m - 1)$  на  $m$ ) следующего вида:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix}.$$

В итоге из (5) получим систему линейных алгебраических уравнений:

$$MAP = MB + M\xi. \quad (6)$$

Так как величину помехи  $\xi$  предсказать невозможно, идея триангуляции заключается в решении методом наименьших квадратов следующей системы:

$$MAP = MB. \quad (7)$$

Работа классического метода рассматривалась в ряде научных статей. В [18] было показано, что погрешность триангуляции незначительна в центре навигационной ячейки и возрастает при приближении АНПА к любому опорному маяку. Для устранения этого недостатка был предложен алгоритм коррекции на основании анализа данных о расстоянии до ближайшего маяка (корректирующий алгоритм № 1). Первый корректирующий алгоритм обеспечивает величину ошибки оценки координат при нахождении АНПА в окрестностях маяков, сравнимую с погрешностью триангуляционного метода в центре навигационной ячейки.

В [19] был произведен подробный анализ работы классического метода, который показал механизм возникновения его ошибок. Также в работе предложен способ коррекции триангуляции на основе анализа соотношений измеренных дальностей до всех опорных маяков (корректирующий алгоритм № 2). Преимуществом второго алгоритма является его высокая стойкость к систематическим ошибкам оценки дальностей  $r_i$ , при работе с которыми, первый корректирующий алгоритм, как правило, показывал увеличение погрешности по сравнению с классическим методом.

В представленных работах при изучении методов позиционирования рассматривались статические модели, когда АНПА находился в одном положении и производил несколько циклов измерения дальностей до маяков системы ГАНС с вычислением своей позиции. Исследование динамических моделей показало, что достаточно часто возникают ситуации, когда классический метод показывает неприемлемо высокое отклонение оценки координат аппарата от реального положения, при том что ни первый, ни второй способ коррекции не дают никакого эффекта. Причиной возникновения таких ситуаций является метод наименьших квадратов, который используется в триангуляции при решении системы (7).

Согласно этому методу минимизируется расстояние  $(MAP - MB)^2$ , т. е. исходя из (6) результатом будет пара координат  $x, y$ , для которой норма  $\|M\xi\|^2$  принимает минимальное значение. Так как матрица  $M\xi$  имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \xi_1 - \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_1 - \xi_m \end{bmatrix},$$

норма  $\|M\xi\|^2$  минимальна при следующем условии:

$$\xi_1 = \xi_2 = \dots = \xi_m. \quad (8)$$

Исходя из выражения (4) необходимым условием равенства всех  $\xi_i$  является одинаковый знак параметра ошибки  $w_i$  (так как  $d_i$  может быть только положительным). Таким образом, результатом приближения методом наименьших квадратов становится такая позиция АНПА, для которой измеренные дальности до всех опорных маяков содержат строго только положительную ошибку или только отрицательную. Геометрическое пояснение данного принципа представлено на рисунке 1, где ромбами отмечены опорные маяки, звездочкой и треугольником соответственно реальная и вычисленная триангуляционным методом позиции аппарата, дугами показаны измеренные дальности аппарат-маяк.

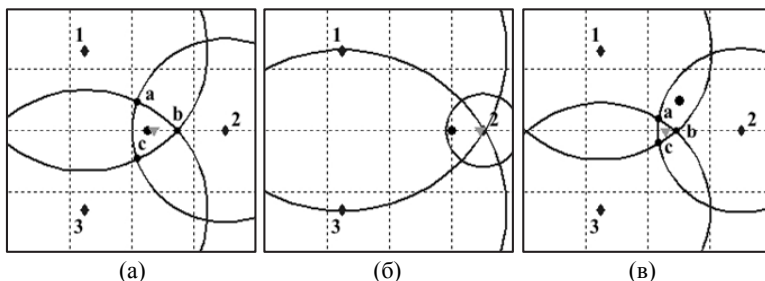


Рис. 1. Вычисление позиции АНПА триангуляционным методом

В первом случае (рисунок 1а) дистанции от аппарата до всех опорных маяков измерены с положительной ошибкой. Дуги, показывающие дальности, образуют замкнутую фигуру a-b-c, внутри которой располагается АНПА. Метод наименьших квадратов, для выполнения условия (8), всегда будет располагать оценочное положение АНПА внутри данной фигуры. Аналогичная ситуация представлена на рисунке 2б, только теперь аппарат находится не в центре навигационной ячейки, а вблизи опорного маяка № 2. Полученная оценка также рас-



полагается внутри замкнутой фигуры, образованной дугами-дистанциями. Здесь начинает проявляться недостаток классического метода, который выражается в «подтягивании» позиции к измеренным дистанциям от дальних маяков. Этот эффект успешно устраняется введением коррекции.

Проблемная ситуация представлена на рисунке 1в. Составляющая ошибки для измеренных дальностей до первого и второго маяков ГАНС положительна, для третьего — отрицательна. Результатом приближения методом наименьших квадратов снова становится позиция расположенная внутри конура  $a-b-c$ , однако реальное положение АНПА находится за его пределами. Первый и второй корректирующий алгоритмы в данном случае не смогут исправить высокое значение погрешности из-за того, что величина корректирующего смещения (корректирующий фактор) рассчитывается следующим образом:

$$\Delta r = v_s \tau_j - r_j,$$

где  $\tau_j$  — время распространения звуковой волны между ближайшим маяком и АНПА;  $r_i$  — расстояние между маяком и позицией аппарата, рассчитанной триангуляционным методом. Величины такого фактора недостаточно, чтобы существенно исправить погрешность полученной оценки координат.

Можно сделать вывод, что для успешного срабатывания как триангуляционного метода, так и посттриангуляционной коррекции необходимо, чтобы все дальности аппарат-маяк были измерены с погрешностью одного знака. То есть, чтобы оценка дальности всегда была либо больше, либо меньше реального значения.

Как уже отмечалось выше, на практике при вычислении дальностей АНПА-маяк используют предварительно измеренное среднее значение скорости звука в районе проведения работ. В таких условиях допускают, что погрешность  $w_i$  имеет нормальный закон распределения с математическим ожиданием в нуле. То есть в каждом отдельно случае дистанция аппарат-маяк может быть измерена как с положительной, так и отрицательной погрешностью. Также, при покрытии акустической системой большой территории, может возникнуть ситуация, когда фактическая скорость распространения сигнала будет отличаться для отдельных областей внутри навигационной ячейки. Использование средней скорости звука в воде при расчетах в таком случае приведет к постоянной положительной погрешности в оценке дальности для одних опорных маяков и отрицательной для других [20].

Обеспечить постоянный знак  $w_i$  для всех оценок дальности можно путем внесения дополнительной отрицательной или положительной систематической ошибки. То есть использовать при расчетах скорость звука больше или меньше измеренного среднего значения. Это практически исключит возможность возникновения ситуации, показанной на рисунке 1в. Но в общем, введение дополнительной систематической погрешности понизит общий уровень точности методов вычисления координат АНПА.

Другим, более рациональным способом обеспечения постоянно-го знака ошибки  $w_i$  является использование оптимальной величины скорости звука для каждого опорного маяка в отдельности.

**4. Подбор значений скорости звука в воде.** Определить оптимальное значение скорости звука, для каждого опорного маяка можно путем рассмотрения некоторого конечного числа вариантов. Допустим при регистрации аппаратом навигационного сигнала, вычисляется три оценки дальности. Вектор  $r_i$  в таком случае будет иметь следующий вид:

$$r_i = [v_s(1 - \alpha)\tau_i, \quad v_s\tau_i, \quad v_s(1 + \alpha)\tau_i], \quad (9)$$

где  $\alpha$  — процентный коэффициент, характеризующий отклонение использованного при оценке значения скорости распространения сигнала от измеренного среднего.

Определив такой вектор для каждого из  $m$  опорных маяков, возникает  $m^3$  комбинаций дальностей для вычисления позиции АНПА. Можно сделать предположение, что способ подбора значений скорости звука является потенциально эффективным, если хотя бы одна комбинация из данного набора позволяет в результате оценки позиции получить лучший результат, чем использование в расчетах средней скорости звука.

Для проверки указанного предположения была произведена серия численных экспериментов на модели ячейки ГАНС, состоящей из трех маяков. На рисунке 2а представлен результат работы триангуляционного метода, входными параметрами для которого служили только наборы дальностей, рассчитанных с использованием среднего значения скорости звука в воде. На рисунке 2б представлен результат работы классического метода с посттриангуляционной коррекцией алгоритмом № 2. В качестве входных параметров использовались  $3^3$  комбинаций дальностей с коэффициентом  $\alpha$  равным 5%, а на выходе производилась выборка наилучшего по точности результата.

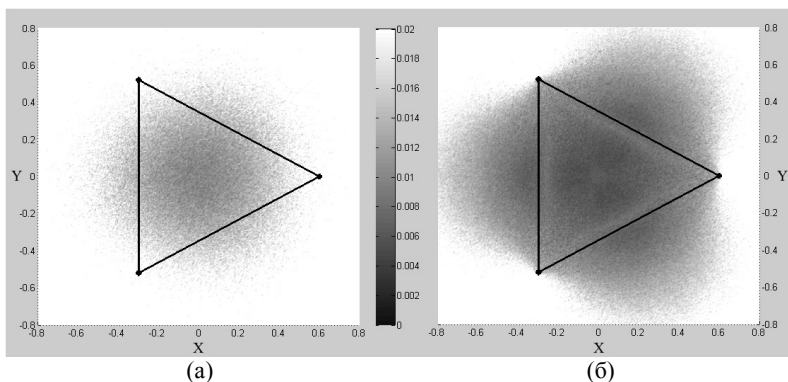


Рис. 2. Ошибка вычисленной позиции АНПА: (а) триангуляционным методом; (б) классическим методом

Представленные графики ставят в соответствие каждой паре координат  $(x, y)$ , значение ошибки оценки позиции АНПА (в процентах от длины базисной линии — расстояния между двумя соседними маяками). В модели присутствовала случайная ошибка измерения дальности, которая имела нормальное распределение с математическим ожиданием в нуле и среднеквадратическим отклонением 5%.

Триангуляционный метод, с коррекцией и подбором оптимальной скорости звука в расчетах, показал существенное расширение области минимальной ошибки как внутри навигационной ячейки, так и снаружи. Стоит отметить, что для эффективной работы второго корректирующего алгоритма необходимо, чтобы в измеренных дальностях присутствовала систематическая ошибка. Введение этой ошибки в измерения отдельных маяков, которое осуществлялось путем перебора всех комбинаций дальностей, также позволило второму способу коррекции успешно исправлять ошибки триангуляционного метода, повысив общий уровень точности.

Представленные результаты позволяют судить о целесообразности применения различных значений скорости распространения акустического сигнала при вычислении позиции аппарата. Для создания алгоритма необходимо установить критерий выбора оптимальной позиции из набора, полученного с помощью перебора различных комбинаций измеренных дальностей на входе классического метода. Если АНПА находится в движении, новую пару координат можно выбрать относительно предыдущего положения аппарата, оценив вероятность его перемещения в одну из предполагаемых точек. С учетом этого был разработан новый алгоритм для вычисления позиции подводного аппарата.

**5. Алгоритм вычисления позиции.** Рассматриваемый алгоритм включает в себя следующие задачи:

1) Произвести расчет векторов дальностей  $r_i$ ;  $i = 1..m$  по формуле (9).

2) Сформировать  $m^3$  наборов дальностей

$$\{r_1[j_1], r_2[j_2], \dots, r_m[j_m]\}, \quad j_1, j_2, \dots, j_m = 1..3.$$

3) Для каждого набора с помощью триангуляционного метода вычислить оценку координат  $P_k [x_k, y_k]$ ,  $k = 1..m^3$ .

4) Путем коррекции результатов триангуляционного метода вторым корректирующим алгоритмом сформировать набор уточненных координат  $\overline{P}_k [\overline{x}_k, \overline{y}_k]$ ,  $k = 1..m^3$ .

$$(|P' - \overline{P}_k| - v_{AUV}t) \rightarrow \min, \quad (p - a_{AUV}) \rightarrow \min,$$

где  $P'$  — вектор, содержащий координаты предыдущего вычисленного положения АНПА;  $v_{AUV}$  — скорость движения аппарата;  $t$  — временной интервал между двумя последовательными событиями регистрации АНПА навигационных сигналов от всех опорных маяков;  $a_{AUV}$  — орт вектора, определяющий направление движения аппарата;  $p$  — орт вектора перемещения ( $P' - \overline{P}_k$ ).

Для проверки разработанного решения было произведено компьютерное моделирование его работы на базе модели ячейки ГАНС, состоящей из трех опорных маяков.

**6. Исследование эффективности алгоритма.** При проведении исследования рассматривались динамические модели, подразумевающие непрерывное движение аппарата в ходе выполнения обзорно-поисковых работ. Именно такие миссии требуют от навигационного обеспечения АНПА максимально точной привязки пройденной траектории к географическим координатам. Характер движения аппарата задавался как стандартный галс. В качестве зоны проведения работ был выбран центр навигационной ячейки.

Сводная статистика по ошибке, собранная в ходе моделирования представлена в таблице 1. Результаты приведены в процентах от длины базы системы ГАНС — расстояния между двумя опорными маяками.

Задача позиционирования решалась следующими методами:

1. классический триангуляционный метод;
2. триангуляционный метод с посттриангуляционной коррекцией алгоритмом № 1;
3. разработанный алгоритм.

Ошибки  $w_i$  измеренных дальностей аппарат-маяк в модели задавались случайным образом по нормальному закону распределения с параметрами: математическое ожидание — 0; среднее квадратическое

отклонение — 5%. При исследовании эффективности учитывались следующие статистические параметры погрешности оценки позиции: максимальное значение ошибки (MAX), среднее значение ошибки (MEAN), среднеквадратическое отклонение ошибки ( $\delta$ ).

Таблица 1. Оценка эффективности разработанного алгоритма

	Классический метод	Триангуляция + коррекция №1	Разработанный алгоритм
MAX (%)	6,52	6,19	1,93
MEAN (%)	1,59	1,57	0,86
$\delta$ (%)	0,93	0,93	0,41

Исследования показали, что разработанный алгоритм обеспечивает результат по средней точности практически вдвое лучше по сравнению с классическим методом. Также вдвое сокращается отклонение погрешности от среднего. В основном это происходит благодаря использованию нескольких значений скорости звука в воде при расчетах, что позволяет поддерживать одинаковый знак составляющей  $w_i$  для реального положения аппарата. Таким образом, исключаются ситуации выброса оценки позиции вычисленной методом наименьших квадратов, показанные на рисунке 1в.

Разработанный алгоритм показал высокую точность позиционирования на протяжении всей траектории движения аппарата. При этом максимальные значения ошибок вычисленных координат аппарата соизмеримы со средней погрешность триангуляционного метода.

**7. Заключение.** Разработанный алгоритм вычисления позиции с подбором оптимальных значений скорости звука в воде был реализован в программном коде и показал свою высокую эффективность в результате серии численных экспериментов. Это позволяет судить о целесообразности его практического применения для повышения точности навигационного обеспечения АНПА.

Стоит отметить, что вычислительная сложность разработанного алгоритма напрямую зависит от числа маяков в ячейке ГАНС. При этом с ростом количества маяков в конфигурации акустической системы сложность алгоритма будет возрастать в геометрической прогрессии. Однако на практике в подавляющем большинстве случаев используются системы из трех маяков. Для такой конфигурации вычислительная сложность разработанного алгоритма является достаточной для того, чтобы адаптировать его для большинства современных подводных аппаратов без возникновения необходимости увеличения вычислительной мощности.

В настоящее время проводится работа по апробации полученных в данной работе результатов, а также их внедрению в состав навигационного обеспечения подводных аппаратов Института проблем морских технологий Дальневосточного отделения Российской академии наук.

## Литература

1. *Агеев М.Д.* Автономные подводные роботы. Системы и технологии // М.: Наука. 2005. 398 с.
2. *Инзарцев А.В. и др.* Применение автономного необитаемого подводного аппарата для научных исследований в Арктике // Подводные исследования и робототехника. 2007. № 2(4). С. 5–14.
3. *Bingham B. et al.* Robotic tools for deep water archaeology: Surveying an ancient shipwreck with an autonomous underwater vehicle // Journal of Field Robotics. 2010. vol. 27. no 6. pp. 702–717.
4. *Williams S.B. et al.* Monitoring of benthic reference sites: using an autonomous underwater vehicle // IEEE Robot. Autom. Mag. 2012. vol. 19. no. 1. pp. 73–84.
5. *Han G. et al.* Localization algorithms of underwater wireless sensor networks: A survey // Sensors. 2012. no. 12(2). pp. 2026–2061.
6. *Arrichiello F. et al.* Observability metric for the relative localization of AUVs based on range and depth measurements: theory and experiments // IEEE IROS. 2011. pp. 3166–3171.
7. *Barisic M., Vasiljevic A., Nad D.* Sigma-point Unscented Kalman Filter used for AUV navigation // 20<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation. IEEE. 2012. pp. 1365–1372.
8. *Paull L. et al.* AUV navigation and localization: A review // IEEE Journal of Oceanic Engineering. 2014. vol. 39. no. 1. pp. 131–149.
9. *Troni G., Whitcomb L. L.* Experimental evaluation of a MEMS inertial measurements unit for Doppler navigation of underwater vehicles // IEEE Oceans. 2012. pp. 1–7.
10. *Burdinskii I. Otcheskii S.* Autonomous Underwater Vehicle Localization Using a Single Transponder Acoustic Positioning System // 22nd St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Russia. 2015. pp. 172–175.
11. *Aulinas J. et al.* Vision-based underwater SLAM for the SPARUS AUV // Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Conference on Computer and IT Applications in the Maritime Industries. Germany. 2011. pp. 171–179.
12. *He B. et al.* AUV SLAM and experiments using a mechanical scanning forward-looking sonar // Sensors. 2012. no. 12(7). pp. 9386–9410.
13. *Kinsey J.C., Eustice R.M., Whitcomb L.L.* A survey of underwater vehicle navigation: Recent advances and new challenges // IFAC Conference of Maneuvering and Control of Marine Craft. Lisbon. 2006. vol. 88.
14. *Chen J., Benesty J., Huang Y.* Time delay estimation in room acoustic environments: an overview // EURASIP J. Appl. Signal Process. 2006. pp. 170–188.
15. *Karabanov I.V. Linnik M.A., Burdinskiy I.N.* Threshold Methods of Sonar Pseudonoise Phase-shift Signal Detection // The First Russia and Pacific Conference on Computer Technology and Applications (Russia Pacific Computer 2010). Russia. 2010. pp. 404–408.
16. *Burdinskiy I.N., Mironov A.S., Myagotin A.V.* A multichannel correlational detector of pseudonoise hydroacoustic signals // 16<sup>th</sup> St. Petersburg international conference on integrated navigation systems. 2009. pp. 218–219.
17. *Wilson W.D.* Equation for the speed of sound in sea water // J. Acoust. Soc. Amer. 1960. vol. 32. no. 10. p. 1357.
18. *Myagotin A.V., Burdinskiy I.N.* A framework of an acoustic navigation network servicing multiple autonomous underwater vehicles // Proceedings of the IASTED. Russia. 2010. pp. 261–266.
19. *Отчешкий С.А., Бурдинский И.Н.* Коррекция триангуляционного метода определения позиции автономного необитаемого подводного аппарата // Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. № 3(140). С. 96–103.

20. Матвиенко Ю.В. и др. Экспериментальные исследования особенностей подводной дальнометрии в шельфовой зоне Японского моря // Подводные исследования и робототехника. 2009. № 2(8). С. 44–49.

## References

1. Ageev M.D. *Autonnyye podvodnye roboty. Sistemy i tekhnologii* [Autonomous Underwater Robots. Systems and Technologies]. Moscow: Nauka. 2005 398 p. (In Russ.).
2. Inzartsev A.V. et al. [The application of Autonomous underwater vehicle for scientific research in the Arctic]. *Podvodnye issledovaniya i robototekhnika – Underwater Researches and Robotics*. 2007. no. 2(4). pp. 5–14. (In Russ.).
3. Bingham B. et al. Robotic tools for deep water archaeology: Surveying an ancient shipwreck with an autonomous underwater vehicle. *Journal of Field Robotics*. 2010. vol. 27. no. 6. pp. 702–717.
4. Williams S.B. et al. Monitoring of benthic reference sites: using an autonomous underwater vehicle. *IEEE Robot. Autom. Mag.* 2012.vol. 19. no. 1. pp. 73–84.
5. Han G. et al. Localization algorithms of underwater wireless sensor networks: A survey. *Sensors*. 2012. no. 12(2). pp. 2026–2061.
6. Arrichiello F. et al. Observability metric for the relative localization of AUVs based on range and depth measurements: theory and experiments. *IEEE IROS*. 2011. pp. 3166–3171.
7. Barisic M., Vasilijevic A., Nad D. Sigma-point Unscented Kalman Filter used for AUV navigation. 20<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation. IEEE. 2012. pp. 1365–1372.
8. Paull L. et al. AUV navigation and localization: A review. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 2014. vol. 39. no. 1. pp. 131–149.
9. Troni G., Whitcomb L.L. Experimental evaluation of a MEMS inertial measurements unit for Doppler navigation of underwater vehicles. *IEEE Oceans*. 2012. pp. 1–7.
10. Burdinskii I. Otcheshkii S. Autonomous Underwater Vehicle Localization Using a Single Transponder Acoustic Positioning System. 22nd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Russia. 2015. pp. 172–175.
11. Aulinas J. et al. Vision-based underwater SLAM for the SPARUS AUV. Proceedings of the 10th International Conference on Computer and IT Applications in the Maritime Industries. Germany. 2011. pp. 171–179.
12. He B. et al. AUV SLAM and experiments using a mechanical scanning forward-looking sonar. *Sensors*. 2012. no. 12(7). pp. 9386–9410.
13. Kinsey J.C., Eustice R.M., Whitcomb L.L. A survey of underwater vehicle navigation: Recent advances and new challenges. IFAC Conference of Maneuvering and Control of Marine Craft. Lisbon. 2006. vol. 88.
14. Chen J., Benesty J., Huang Y. Time delay estimation in room acoustic environments: an overview. *EURASIP J. Appl. Signal Process*. 2006. pp. 170–188.
15. Karabanov I.V. Linnik M.A., Burdinskiy I.N. Threshold Methods of Sonar Pseudonoise Phase-shift Signal Detection. The First Russia and Pacific Conference on Computer Technology and Applications (Russia Pacific Computer 2010). Russian. 2010. pp. 404–408.
16. Burdinkiy I.N., Mironov A.S., Myagotin A.V. A multichannel correlational detector of pseudonoise hydroacoustic signals. 16<sup>th</sup> St Petersburg international conference on integrated navigation systems. 2009. pp. 218–219.
17. Wilson W.D. Equation for the speed of sound in sea water. *J. Acoust. Soc. Amer.* 1960. no. 32(10). p. 1357.

18. Myagotin A.V., Burdinsky I.N. A framework of an acoustic navigation network servicing multiple autonomous underwater vehicles. Proceedings of the IASTED. Russia. 2010. pp. 261–266.
19. Otcheskiy S.A., Burdinskiy I.N. [Correction of triangulation method for determination the position of an autonomous underwater vehicle]. *Izvestiya YuFU. Tehnicheskie nauki – Tidings SFedU. Engineering sciences*. 2013. no. 3(140). pp. 96–103. (In Russ.).
20. Matviyenko U.V. et al. [Experimental research of features ranging underwater shelf in of sea of Japan area]. *Podvodnye issledovaniya i robototekhnika – Underwater investigations and robotics*. 2009. no. 2(8). pp. 44–49. (In Russ.).

**Отческий Семен Александрович** — техник лаборатории интеллектуальных технологий и систем, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем морских технологий Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИПМТ ДВО РАН), инженер управления научно-исследовательских работ, Тихоокеанский государственный университет (ТОГУ). Область научных интересов: подводная робототехника, обработка сигналов, аппаратные и программные средства определения координат в морской среде. Число научных публикаций — 13. [semgog@yandex.ru](mailto:semgog@yandex.ru); ул. Суханова, д. 5а, г. Владивосток, 690091; р.т.: +7 (423) 243-24-16, Факс: +7 (423) 243-24-16.

**Otcheskii Semen Aleksandrovich** — technician of the intellectual technologies and systems laboratory, Institute of Marine Technology Problems, engineer of scientific research management department, Pacific National University (PNU). Research interests: underwater robotics, signal processing, hardware and software for positioning in the marine environment. The number of publications — 13. [semgog@yandex.ru](mailto:semgog@yandex.ru); 5a, ul. Suhanova, Vladivostok, 690091, Russia; office phone: +7 (423) 243-24-16, Fax: +7 (423) 243-24-16.

**Бурдинский Игорь Николаевич** — к-т техн. наук, доцент, заведующий лабораторией интеллектуальных технологий и систем, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем морских технологий Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИПМТ ДВО РАН), старший научный сотрудник управления научно-исследовательских работ, Тихоокеанский государственный университет (ТОГУ). Область научных интересов: подводная робототехника, обработка сигналов, аппаратные и программные средства определения координат в морской среде. Число научных публикаций — 150. [igor\\_burdinsky@mail.ru](mailto:igor_burdinsky@mail.ru); ул. Суханова, д. 5а, г. Владивосток, 690091; р.т.: +7 (423) 243-24-16, Факс: +7 (423) 243-24-16.

**Burdinsky Igor Nikolayevich** — Ph.D., associate professor, head of the intellectual technologies and systems laboratory, Institute of Marine Technology Problems, senior researcher of scientific research management department, Pacific National University (PNU). Research interests: underwater robotics, signal processing, hardware and software for positioning in the marine environment. The number of publications — 150. [igor\\_burdinsky@mail.ru](mailto:igor_burdinsky@mail.ru); 5a, ul. Suhanova, Vladivostok, 690091, Russia; office phone: +7 (423) 243-24-16, Fax: +7 (423) 243-24-16.



## РЕФЕРАТ

### *Отческий С.А., Бурдинский И.Н.* Алгоритм посттриангуляционной коррекции координат автономного необитаемого подводного аппарата.

В статье рассматривается проблема вычисления координат подвижного необитаемого подводного аппарата с помощью гидроакустических навигационных систем. Целью исследования является повышение точности оценки координат аппарата при его движении. Установлено, что для успешной работы триангуляционного метода и посттриангуляционной коррекции координат необходимо, чтобы погрешности оценки дальности до всех опорных маяков имели одинаковый знак. Для выполнения данного условия предложена идея подбора оптимального значения скорости звука при оценке дальностей для каждого маяка в отдельности. Разработан алгоритм вычисления позиции, построенный на базе триангуляционного метода и посттриангуляционной коррекции координат. Особенностью алгоритма является использование в качестве входных параметров нескольких наборов дальностей аппарат-маяк, вычисленных с разными значениями скорости звука в воде. Выбор итоговой оценки позиции производится из выходного набора, на основе данных о перемещении подводного аппарата относительно предыдущего известного положения. Разработанный алгоритм реализован в программном коде и проверен серией численных экспериментов. В ходе моделирования было установлено, что предложенное решение в среднем превосходит триангуляционный метод по точности в два раза.

## SUMMARY

### *Otcheskii S.A., Burdinsky I.N.* The Post Triangulation Algorithm for Coordinate Correction of an Autonomous Underwater Vehicle.

The article considers the problem of calculating the coordinates of an autonomous underwater vehicle with the use of sonar navigation systems. The aim of this research is to improve the coordinate evaluation accuracy of the moving vehicle. It was determined that for the successful operation of the Triangulation method and post triangulation coordinates correction it is necessary that estimation errors for all reference beacons have the same error's sign. To accomplish this condition, the idea of selecting the optimum value of the speed of sound in the evaluation of distances separately for each beacon was proposed. An algorithm for calculating the vehicle position built on the triangulation method and post triangulation correction was developed. A distinctive feature of the algorithm is that it uses as input multiple sets of distances vehicle-beacon calculated with different values of the speed of sound in water. Selection of the final assessment position produced from the output set based on data on the movement of the underwater vehicle relative to the previous known position. The algorithm is implemented in the source code and tested by a series of numerical experiments. During simulation it was found that the accuracy of the proposed solution is twice higher than the accuracy of the triangulation method.