УДК 004.8+519.2

К.В. Фроленков, А.А. Фильченков, А.Л. Тулупьев

АПОСТЕРИОРНЫЙ ВЫВОД В ТРЕТИЧНОЙ ПОЛИСТРУКТУРЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ БАЙЕСОВСКОЙ СЕТИ

Фроленков К.В., Фильченков А.А., Тулупьев А.Л. **Апостериорный вывод в третичной полиструктуре алгебраической байесовской сети.**

Аннотация. В теории алгебраических байесовских сетей существуют алгоритмы определения возможности построения ациклической вторичной структуры сети по её первичной структуре, и, следовательно, возможности осуществления относительно эффективного апостериорного вывода. Их наличие позволило разработать и описать алгоритм глобального апостериорного вывода, не опирающийся на вторичную структуру таких сетей. Доказано совпадение результатов работы данного алгоритма и известного алгоритма распространения виртуальных свидетельств по графу смежности для случая скалярных оценок вероятностей.

Ключевые слова: алгебраические байесовские сети, вероятностные графические модели систем знаний, логико-вероятностный вывод, третичная полиструктура.

Frolenkov K.V., Filchenkov A.A., Tulupyev A.L. **Posteriori inference in tertiary polystructure of an algebraic Bayesian network.**

Abstract. There exist algorithms for determining the possibility of building an acyclic secondary structure of the network for its primary structure, and hence the possibility for effective carrying out of the posterior inference in the theory of algebraic Bayesian networks. Their presence allowed the introduction of a global posteriori algorithm for probabilistic inference, not based on the secondary structure. The coincidence of the results of using this algorithm and the known propagation algorithm using virtual evidences on the joint graph is proved for the case of scalar probability estimates.

Keywords: algebraic Bayesian networks, probabilistic graphical knowledge models, logical and probabilistic inference, tertiary polystructure.

1. Введение. В данной статье рассматривается апостериорный вывод в алгебраической байесовской сети (АБС), вероятностной графической модели баз фрагментов знаний [19], используемой для представления знаний как сложных систем оценок вероятностей пропозициональных формул. Подобный подход был предложен в работах В.И. Городецкого и других исследователей по теории АБС [1, 8, 10, 12, 14–16, 18, 20, 28], а также развивается в рамках кодирования и вывода в байесовских сетях доверия [35].

Потребность в формализации представления и автоматизации, построения и обработки АБС приводит к выделению ряда глобальных структур в указанных сетях. Первичная структура АБС представляет собой набор фрагментов знаний (ФЗ), вторичная — граф, в вершинах которого расположены ФЗ, вошедшие в первичную структуру, удовлетворяющий специальным требованиям (в частности — требованию магистральной связности) и называемый графом смежности [8, 18, 22].

Первичная и вторичная структуры могут быть использованы для хранения и визуализации АБС, и на них может осуществляться логико-вероятностный вывод [11]. Среди задач логико-вероятностного вывода выделяют априорный и апостериорный вывод [11, 18]. Первый заключается в вычислении оценки вероятности некоторой пропозициональной формулы, на основе сведений, содержащихся в сети. Апостериорный вывод разбивается на две задачи: вычисление вероятности поступления заданного свидетельства и пересчёт вероятностных оценок внутри каждого ФЗ с учетом поступившего в сеть свидетельства [5]. В простейшем случае такой пересчёт сводится к вычислению условных вероятностей. Для более сложных случаев, когда требуется представление свидетельства с неопределенностью, существует несколько методов [34]. В модели АБС оно достигается путём введения системы скалярных или интервальных оценок вероятностей, причем такая система представляется в виде ФЗ [2, 13, 17, 18, 19, 23].

На данный момент для решения второй задачи апостериорного вывода используется механизм виртуальных свидетельств [8], который в определенном смысле оказывается родственным алгоритмам распространения влияния свидетельства и распространения доверия в байесовских сетях доверия [36, 37]. При его использовании после пересчета оценок вероятностей очередного ФЗ формируются виртуальные свидетельства, которые передаются во все соседние в графе смежности фрагменты знаний, кроме уже рассмотренных. Доказано [9], что результат работы такого алгоритма на дереве смежности в случае скалярных оценок будет совпадать с результатом пропагации свидетельства в объемлющем фрагменте знаний, построенном согласно теореме о композиции распределений случайных бинарных последовательностей [14, 18, 20], а также [4], что возможность построения ациклического графа смежности определяется исключительно первичной структурой и не зависит от алгоритма построения вторичной структуры (стоит принять во внимание, что уже описаны [25, 26] алгоритмы проверки первичной структуры на возможность построения ациклической вторичной структуры без её непосредственного синтеза).

Синтез первичной и вторичной структур лежат в основе комплекса задач глобального обучения АБС [24]. При решении таких задач используются элементы третичной полиструктуры [26] и четвертичная структура [32], которые долгое время представлялись для авторов работы лишь вспомогательными, так как они до сих пор использовались только для анализа и синтеза первичной и вторичной структуры, а не для непосредственного осуществления алгоритмов логико-вероятностного вывода.

Однако было бы неправильно считать, что в контексте логико-вероятностного вывода для третичной полиструктуры и четвертичной структуры вспомогательный характер имманентен: авторы обнаружили, что родительский граф [31] над замкнутым множеством значимых нагрузок (к которому дополнительно добавляется множество максимальных фрагментов знаний в качестве листьев) может быть использован как структура, позволяющая осуществить апостериорный логико-вероятностный вывод в АБС, причем эффективнее, чем он может быть осуществлен над произвольной вторичной структурой.

Цель работы — изложить указанный выше результат, то есть описать метод проведения глобального апостериорного вывода на родительском графе, не использующий вторичную структуру АБС.

2. Описание предметной области. Для формулирования и доказательств корректности алгоритма будем использовать следующую систему терминов, приведенную в [7, 15, 21, 30, 31].

Алфавит — множество атомарных пропозициональных формул (атомов) $A = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Идеал цепочек конъюнкций (идеал конъюнктов) — это множество формул $\left\{x_{i_1}x_{i_2}\dots x_{i_k} \middle| 0 \le i_1 < \dots < i_k \le n-1, k \le n\right\}$, где $x_{i_1}x_{i_2}\dots x_{i_k}$ означает конъюнкцию соответствующих переменных.

Фрагмент знаний (ФЗ), построенный над алфавитом A, — пара (C, p), где C — идеал конъюнктов, p — скалярные или интервальные оценки вероятностей для каждого конъюнкта из C.

Нагрузка (вес) фрагмента знаний $W(C,p) = \{x_i | x_i \in C, x_i \in A\}$ — подалфавит заданного алфавита, состоящий из атомов, содержащихся в C.

Набор максимальных фрагментов знаний (МФЗ) — это набор фрагментов знаний, таких, что ни одна из нагрузок фрагмента знаний не содержится ни в какой другой нагрузке ФЗ данного набора. Набор МФЗ — это *первичная структура АБС.* $\forall\, i \ne j (W(V_i) \not\subset W(V_j))$ и $(W(V_j) \not\subset W(V_i))$.

В [10, 16, 20] выделяют четыре уровня непротиворечивости АБС. В настоящей работе предполагается, что АБС, в которой осуществляется вывод, удовлетворяет глобальной непротиворечивости, наиболее строгому из условий.

Пусть задан фрагмент знаний со скалярными оценками (C, p). Мы говорим, что он *непротиворечив* [7], тогда и только тогда, когда существует вероятность p_f, заданная над множеством пропозициональных формул фрагмента знаний, такая что $\forall c \in C, p_f(c) = p(c)$.

Пусть задан фрагмент знаний с интервальными оценками $(C, \boldsymbol{p})$ (отображение $\boldsymbol{p}$ — отображение из C в множество интервалов — оценок вероятности). Мы говорим, что он *непротиворечив* (согласован), тогда и только тогда, когда для любого конъюнкта $c \in C$ и любого $\varepsilon \in \boldsymbol{p}(\text{c})$ найдётся функция $p_{\text{c,e}} : C \to [0;\ 1]$ такая, что $p_{\text{c,e}}(\text{c}) = \varepsilon$, $\forall x \in C\ p_{\text{c,e}}(\text{x}) \in \boldsymbol{p}(x)$, и $\left(C, p_{\text{c,e}}\right)$ — непротиворечивый.

АБС считается *экстернально непротиворечивой*, если каждый фрагмент знаний в сети непротиворечив, а также оценки истинности любого конъюнкта, входящего одновременно в два и более ФЗ, совпадают в каждом из этих ФЗ.

АБС считается *глобально непротиворечивой*, если её с имеющимися оценками вероятностей можно погрузить в непротиворечивый объемлющий ФЗ, и при этом оценки на формулах АБС не изменятся.

В [9] показано, что экстернально непротиворечивая АБС со скалярными оценками, представляющая собой дерево смежности, также глобально непротиворечива.

Сепаратор двух МФЗ V_i, V_j — подалфавит, являющийся пересечением нагрузок этих фрагментов знаний $W\left(\{V_i, V_j\}\right) = W(V_i) \cap W\left(V_j\right)$. Два МФЗ называются *сочлененными*, если их сепаратор непуст: $W\left(\{V_i, V_j\}\right) \neq \emptyset$.

Граф максимальных фрагментов знаний — ненаправленный граф, вершины которого соответствуют фрагментам знаний, вошедшим в АБС, ребра возможны только между вершинами, соответствующими сочлененным ФЗ.

Нагрузка $W\left(\{V_i, V_j\}\right)$, ребра $\{V_i, V_j\} \in E(G)$, графа G определяется как сепаратор его концов: $W\left(\{V_i, V_j\}\right) = W(V_i) \cap W\left(V_j\right)$. *Нагрузка* $W(H)$ подграфа $H \subseteq G$ — наибольший по включению подалфавит, который входит в нагрузки всех его вершин: $W(H) = \bigcap_{V \in H} W(V)$.

Магистральный путь между двумя сочлененными вершинами V_i и V_j — это такой путь между ними, что нагрузка каждой его вершины содержит сепаратор концов этого пути:

$$\left(V_i = v_1, v_2 \dots, v_n = V_j \middle| \forall k, W(v_k, v_{k+1}) \subset W\left(V_i, V_j\right)\right).$$

Граф *магистрально связен*, если между каждой сочлененных вершин, существует магистральный путь. *Граф смежности* — магистрально связный граф МФЗ.

Минимальный граф смежности (МГС) — граф смежности, число ребер которого минимально. Известно [4, 28], что минимальные графы смежности и только они являются *нередуцируемыми графами смежности*, то есть такими графами смежности, которые перестают быть магистрально связными при удалении любого ребра.

Вторичной структурой АБС может выступать некоторый граф смежности. Так как для корректной работы известных на данный момент алгоритмов логико-вероятностного вывода требуется именно минимальный граф смежности [3], в дальнейшем будем действовать в предположении, что вторичная структура АБС — это МГС.

Максимальный граф смежности $G_{\max}$ — наибольший по числу ребер граф смежности. Так как в графе МФЗ возможны не все ребра, а только соединяющие вершины, пересечение весов которых непусто, то максимальный граф смежности вовсе необязательно совпадает с полным подграфом. Для заданного множества вершин существует и при этом единственный максимальный граф смежности [28].

Следуя [25] предположим, что первичная структура *связна*, то есть, что максимальный граф смежности, построенный над ней, будет связен. Это предположение обусловлено тем, что в обратном случае наборы вершин из каждого компонента связности имело бы смысл рассматривать как отдельные АБС. Критерий связности по косвенным признакам сформулирован и доказан в [27].

Сужение $G \downarrow U$ графа G на нагрузку U — это граф, в который входят только те вершины и ребра исходного графа G, нагрузки которых содержат или равны U. *Значимое сужение* — сужение на нагрузку, являющийся сепаратором (для какой-то пары МФЗ из заданного набора).

Значимой нагрузкой U будем называть непустой сепаратор какой-либо пары ФЗ первичной структуры.

Замкнутое снизу множество нагрузок — объединение множества значимых нагрузок с множеством нагрузок МФЗ.

Замкнутым множеством нагрузок будем называть объединение вышеописанного множества с одноэлементным множеством, содержащим пустое множество.

Заметим, что на множестве нагрузок существует частичный порядок — отношение включения.

Тогда *родительским графом* будем называть диаграмму Хассе такого множества. Так как диаграмму Хассе можно рассматривать как транзитивное сокращение, данный граф единственный [33] при заданной первичной структуре АБС.

3. Метод апостериорного вывода. Перед началом выполнения запросов каждому элементу U множества нагрузок фрагментов знаний и сепараторов ацикличной первичной структуры АБС сопоставим сужение $G_{\max} \downarrow U$. Тогда при поступлении свидетельства можно действовать следующим образом.

1. Поступившее свидетельство распространить в каждый из фрагментов знаний, входящих в $G_{\max} \downarrow U$, где U содержит нагрузку свидетельства, за исключением тех ФЗ, для которых уже проводился локальный апостериорный вывод.
2. Пометить в родительском графе данную нагрузку и всех её потомков. Если после данного шага существуют нагрузки, все сыновья которых помечены, пометить их.
3. Выбрать нагрузку максимальной мощности, сыном которой является какая-либо помеченная нагрузка w.
4. Если остались непомеченные нагрузки фрагментов знаний, сформировать свидетельство, нагрузка которого совпадает с выбранной, а оценки вероятности взяты из одного из фрагментов знаний w, и перейти к шагу 1. В противном случае завершить работу.

Как видно из описания алгоритма, его выполнение возможно лишь в том случае, когда нагрузка поступившего в сеть свидетельства содержится хотя бы в одной из нагрузок — узлов родительского графа. В противном случае следует применять метод распространения множества детерминированных свидетельств, описанный в [9].

Теорема (об эквисемантичности результатов апостериорного вывода). Алгоритм завершает работу и после завершения, строит оценки вероятностей, совпадающие в скалярном случае с результатом работы алгоритма пропагации свидетельства по минимальному графу смежности.

Доказательство. Для доказательства данного утверждения установим справедливость ряда вспомогательных утверждений.

В рамках данного доказательства эквивалентными оценками вероятностей будем называть результаты работы алгоритма распространения свидетельства по ацикличному минимальному графу смежности, описанному в [8], а помеченными фрагментами знаний — те, для которых уже проводился локальный апостериорный вывод, то есть те, нагрузки которых были помечены на данном этапе выполнения описываемого алгоритма.

Лемма 1. Рассмотренные при первом применении шага 1 ФЗ получат эквивалентные оценки вероятности.

Доказательство. При поступлении в сеть свидетельства (e, p_a^e) для проведения апостериорного вывода с использованием МГС будет выбран конкретный ФЗ (c_0, p^0), $c_0 \supset e$, с которого начнется процесс пересчета вероятностей алгоритмами локального вывода [6, 12]. Поскольку известно [8, 9], что применение алгоритма глобального апостериорного вывода сохраняет экстернальную непротиворечивость в случае его применения при скалярных оценках на дереве смежности, можно утверждать, что для каждого фрагмента знаний (c_j, p^j) ($j \in [1..m]$, где m — число фрагментов знаний), такого что c_j содержит e, выполняется $p_a^j(c) = p_a^e(c)\ \forall c \in e$. Более того, выбор изначального ФЗ из множества ФЗ, нагрузки которых содержат нагрузку свидетельства, не влияет на результирующие вероятности, из чего следует лемма 1.

Лемма 2. Пусть $K = \{k_i\}_{i=1}^{n_1}$ — множество помеченных ФЗ, и $P = \{p_i\}_{i=1}^{n_2}$ — множество непомеченных. Нагрузка w', выбранная на шаге 3, совпадает с одой из нагрузок ребер $\{w_t = W(k_{i_t}, p_{j_t})\}$.

Доказательство. Нагрузка w' — родитель некоторой непомеченной нагрузки, следовательно, существует ФЗ $p_l \in P$, нагрузка которого содержит w'. Нагрузка w' — родитель некоторой помеченной нагрузки v, тогда существует ФЗ $k_s \in K$, нагрузка которого также содержит w'. По свойству магистральной связности, существует путь $(e_i | e_1 = k_s, e_{n+1} = p_l)$ от k_s до p_l, нагрузки ребер которого содержат w'. Тогда все нагрузки ребер $\{W(e_i, e_{i+1})\}_{i=1}^{n}$ являются потомками или совпадают с w'. Если $e_2 \in K$, будем проводить переобозначение $p_l := e_2, e_i \coloneqq e_{i+1}$ до тех пор, пока не выполнится $e_2 \in P$. Такой момент гарантированно наступит, т.к. $e_{n+1} = p_l \in P$.

Если w' совпадает с $W(e_1, e_2)$, то $w' \in \{w_t\}$. В противном случае, по выбору w' нагрузка $W(e_1, e_2)$ помечена (так как $w' \subset W(e_1, e_2) \subset W(k_s)$), следовательно, $\{e_2\}$ помечена и $e_2 \in K$, что противоречит условию $e_2 \in P$.

Таким образом, w' всегда совпадает с нагрузкой некоторого ребра (k_{i_t}, p_{j_t}).

Следствие. После шага 2 подграф G' МГС G, состоящий из помеченных ФЗ, связен.

Доказательство. Утверждение верно, поскольку для любой помеченной нагрузки известно, что [29] $G \downarrow U$ — связный граф, и множество помеченных ФЗ после обработки свидетельства нагрузки w' содержит $G \downarrow w'$ и G' содержит ребро между помеченными при данной обработке ФЗ и старым множеством помеченных ФЗ.

Лемма 3. Результатом любого применение шага 1 будут эквивалентные оценки вероятностей.

Доказательство. Рассмотрим МГС, распространение свидетельства по которому идет в таком порядке, что сначала обходятся все ФЗ из K, а затем все остальные. Заметим, что алгоритм допускает такой порядок по следствию из леммы 2.

Подграф МГС с вершинами p_i состоит из одной или нескольких компонент связности $\{c_t\}$, каждая из которых соединена в МГС с K ровно одним ребром $\left(k_{i_t}, p_{j_t}\right)$ (иначе исходная первичная структура была бы цикличной). Виртуальное свидетельство w', распространяющееся по данному ребру, может быть рассмотрено, как исходное свидетельство, поступившее в подсеть c_i (см. рис.), обработка которого началась с p_{j_i}. В таком случае из лемм 1 и 2 следует, что выполнение шага 1 со свидетельством нагрузки w' будет давать такой же результат, как и распространение его по всем ребрам нагрузки w'.

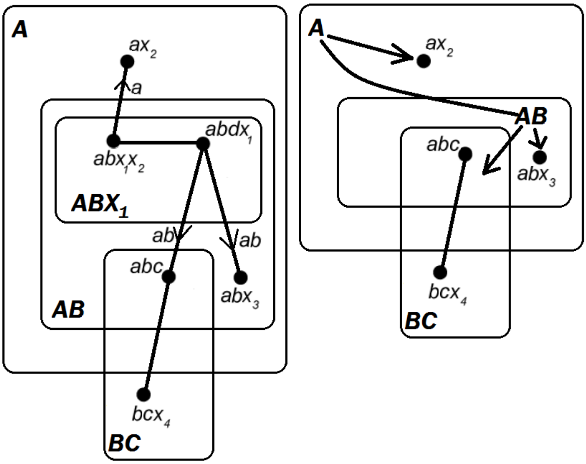

Рис. Распространение виртуальных свидетельств после обработки $G \downarrow abx_1 = \{abx_1x_2, abdx_1\}$ по графу смежности (слева), и по родительскому графу.

Алгоритм гарантированно закончит работу, так как на каждой итерации хотя бы одна из непомеченных нагрузок становится помеченной. При этом по завершении работы все нагрузки, включая нагрузки ФЗ, будут помечены, т.к. каждая нагрузка является потомком пустого множества. При этом если нагрузка ФЗ является помеченной, то для него выведены апостериорные оценки.

4. Заключение. В данной работе был представлен метод глобального логико-вероятностного вывода в АБС, основанный на распространении влияния свидетельства по родительскому графу, построенному над замкнутым множеством значимых нагрузок, — элементу третичной полиструктуры АБС. Было доказано, что результат применения данного метода в случае скалярных оценок вероятностей совпадает с результатом работы алгоритма пропагации свидетельства, описанного в [8]. При этом выдвигается гипотеза, что данное утверждение остается верным и для случая интервальных вероятностных оценок, в предположении сохранения экстернальной непротиворечивости при передаче виртуального свидетельства.

Предложенный в работе алгоритм глобального апостериорного логико-вероятностного вывода альтернативен известному на сегодняшний день алгоритму, опирающемуся на граф смежности, и обладает следующим преимуществом: для осуществления предложенного алгоритма требуется лишь родительский граф над множеством значимых нагрузок, тогда как для существующего — граф смежности, синтезу которого предшествует синтез родительского графа. В то же время оба алгоритма гарантированно порождают корректные (в смысле совпадения результата с результатом локального апостериорного вывода в объемлющем ФЗ) вероятностные оценки лишь для ациклических первичных структур [8, 18], то есть их работе должно предшествовать выявление ацикличности первичной структуры.

Литература

1. *Городецкий В. И.* Байесовский вывод. АН СССР, ЛИИАН, Препринт №149. Л.: ЛИИАН, 1991. 40 с.
2. *Крейнович В. Я., Нгуен Х. Т., Городецкий В. И., Нестеров В. М., Тулупьев А. Л.* Применение интервальных степеней доверия: аналитический обзор // Интеллектуальные методы и информационные технологии. Выпуск 3. СПб: СПИИРАН, 1999. С. 6–61.
3. *Опарин В.В., Тулупьев А.Л.* Синтез графа смежности с минимальным числом ребер: формализация алгоритма и анализ его корректности // Труды СПИИРАН. 2009. Вып. 11. С. 142–157.
4. *Опарин В.В., Фильченков А.А., Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Матроидное представление семейства графов смежности над набором фрагментов знаний // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. 2010. Вып. 4. С. 73–76.

5. *Сироткин А.В., Мусина В.Ф., Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: нелинейная задача оптимизации в локальном апостериорном выводе при атомарном стохастическом свидетельстве // Труды СПИИРАН. 2012. Вып. 20. С. 200–215.
6. *Сироткин А.В., Тулупьев А.Л.* Матричные уравнения локального логико-вероятностного вывода в алгебраических байесовских сетях // Труды СПИИРАН. 2008. Вып. 6, 2008. С. 134–143.
7. *Сироткин А.В., Тулупьев А.Л.* Моделирование знаний и рассуждений в условиях неопределенности: матрично-векторная формализация локального синтеза согласованных оценок истинности // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 18. С. 108–135.
8. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: глобальный логико-вероятностный вывод в деревьях смежности. СПб.: СПбГУ; ООО Издательство «Анатолия», 2007. 40 с. (Элементы мягких вычислений).
9. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: логико-вероятностные графические модели баз фрагментов знаний с неопределенностью: Диссертация на соискание ученой степени д-ра физ.-мат. наук. СПб., 2009. 670 с. (Санкт-Петербургский государственный университет.)
10. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: логико-вероятностный подход к моделированию баз знаний с неопределенностью. СПб.: СПИИРАН, 2000. 282 с.
11. *Тулупьев А. Л.* Ациклические алгебраические байесовские сети: логико-вероятностный вывод // Нечеткие системы и мягкие вычисления: Научный журнал Российской ассоциации нечетких систем и мягких вычислений. 2006. Т. 1. № 1. С. 57–93.
12. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: локальный логико-вероятностный вывод: Учеб. пособие. СПб.: СПбГУ; ООО Издательство «Анатолия», 2007. 80 с. (Сер. Элементы мягких вычислений).
13. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: система операций локального логико-вероятностного вывода // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2009. №4. С. 41–44.
14. *Тулупьев А.Л.* Алгебраические байесовские сети: теоретические основы и непротиворечивость. СПб.: СПИИРАН, 1995. 75 с.
15. *Тулупьев А.Л.* Байесовские сети: логико-вероятностный вывод в циклах. СПб.: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2008. 140 с. (Элементы мягких вычислений).
16. *Тулупьев А.Л.* Непротиворечивость оценок вероятностей в алгебраических байесовских сетях // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2009. Вып. 3. С. 144–151.
17. *Тулупьев А.Л.* Непротиворечивость оценок вероятностей в идеалах конъюнктов и дизъюнктов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2009. Вып. 2. С. 121–131
18. *Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В.* Байесовские сети: логико-вероятностный подход. СПб.: Наука, 2006. 607 с.
19. *Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Алгебраические байесовские сети: принцип декомпозиции и логико-вероятностный вывод в условиях неопределенности // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2008. № 10. Т. 6. С. 85–87.
20. *Тулупьев А.Л., Сироткин А.В., Николенко С.И.* Байесовские сети доверия: логико-вероятностный вывод в ациклических направленных графах. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та. 2009. 400 с.
21. *Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Локальный апостериорный вывод в алгебраических байесовских сетях как система матрично-векторных операций // Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте. V-я Международная

научно-практическая конференция, 9 сентября — 12 сентября 2009 г. Сборник научных трудов. В 2-х т. Т. 1. СПб.: Наука, 2009. С. 425–434.
22. *Тулупьев А.Л., Столяров Д.М., Ментюков М.В.* Представление локальной и глобальной структуры алгебраической байесовской сети в Java-приложениях // Труды СПИИРАН. 2007. Вып. 5. С. 71–99.
23. *Тулупьев А.Л.* Согласованность данных и оценка вероятности альтернатив в цикле стохастических предпочтений // Известия высших учебных заведений: Приборостроение. 2009. № 7. С. 3–8.
24. *Тулупьев А.Л., Фильченков А.А., Н.А. Вальтман.* Алгебраические байесовские сети: задачи автоматического обучения // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2011. № 11. Т. 9. С. 57–61.
25. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Алгоритм выявления ацикличности первичной структуры алгебраической байесовской сети на основе оценки числа ребер в минимальном графе смежности // Труды СПИИРАН. 2012. Вып. 22. С. 205–223.
26. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Алгоритм выявления ацикличности первичной структуры алгебраической байесовской сети по ее четвертичной структуре // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 4(19). С. 128–145.
27. *Фильченков А. А., Тулупьев А.Л.* Связность и ацикличность первичной структуры АБС. // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2013. Вып. 1.
28. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Совпадение множеств минимальных и нередуцируемых графов смежности над первичной структурой алгебраической байесовской сети // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2012. Вып. 2. С. 69–78.
29. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л., Сироткин А.В.* Особенности анализа вторичной структуры алгебраической байесовской сети // Труды СПИИРАН. 2010. Вып. 12. С. 97–118.
30. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Структурный анализ систем минимальных графов смежности // Труды СПИИРАН. 2009. Вып. 11. С. 104–127.
31. *Фильченков А.А., Тулупьев А.Л.* Третичная структура алгебраической байесовской сети // Труды СПИИРАН. 2011. Вып. 18. С. 164–187.
32. *Фильченков А.А., Фроленков К.В., Тулупьев А.Л.* Устранение циклов во вторичной структуре алгебраической байесовской сети на основе анализа ее четвертичной структуры // Труды СПИИРАН. 2012. Вып. 21. С. 143–156.
33. *Aho A., Garey M., Ullman J.* The Transitive Reduction of a Directed Graph // SIAM Journal on Computing. 1972. V. 1., no. 2. P. 131–137.
34. *Chan H., Darwiche A.* On the revision of probabilistic beliefs using uncertain evidence // Artificial Intelligence. 2005. V. 163, Issue 1. P. 67–90.
35. *Chavira M., Darwiche A.* On probabilistic inference by weighted model counting // Artificial Intelligence. 2008. V. 172, Issues 6–7. P. 772–799.
36. *Koller D., Friedman N.* Probabilistic Graphical Models: Principles and Techniques. Cambridge: The MIT Press, 2009. 1208 p.
37. *Pearl J.* Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible inference. San Francisco: Morgan-Kaufman, 1988. 552 p.

Фроленков Константин Владиславович — аспирант кафедры информатики математико-механического факультета С.-Петербургского государственного университета (СПбГУ), младший научный сотрудник лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН. Область научных интересов: машинное обучение, вероятностный вывод. Число научных публикаций — 8. frolenk@mail.ru. Научный руководитель — А.Л. Тулупьев.

Frolenkov Konstantin Vladislavovich — PhD student of Computer Science Department, SPbGU, junior researcher, Theoretical and Interdisciplinary Computer Science Laboratory, SPIIRAS. Research area: machine learning, probabilistic inference. The number of publications — 8. frolenk@mail.ru. Scientific advisor — A.L. Tulupyev.

Фильченков Андрей Александрович — аспирант кафедры информатики математико-механического факультета С.-Петербургского государственного университета (СПбГУ), младший научный сотрудник лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН. Область научных интересов: автоматическое обучение вероятностных графических моделей. Число научных публикаций — 77. aaafil@mail.ru, СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)328-3337, факс +7(812)328-4450. Научный руководитель — А.Л. Тулупьев.

Filchenkov Andrey Alexandrovich — PhD student of Computer Science Department, SPbGU, junior researcher, Theoretical and Interdisciplinary Computer Science Laboratory, SPIIRAS Research area: machine learning of probabilistic graphical models. The number of publications — 77. aaafil@mail.ru, SPIIRAS, 14-th line V.O., 39, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3337, fax +7(812)328-4450. Scientific advisor — A.L. Tulupyev.

Тулупьев Александр Львович — д.ф.-м.н., доцент; заведующий лабораторией теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН, профессор кафедры информатики математико-механического факультета С.-Петербургского государственного университета (СПбГУ). Область научных интересов: представление и обработка данных и знаний с неопределенностью, применение методов математики и информатики в социокультурных исследованиях, применение методов биостатистики и математического моделирования в эпидемиологии, технология разработки программных комплексов с СУБД. Число научных публикаций — 250. ALT@iias.spb.su, www.tulupyev.spb.ru; СПИИРАН, 14-я линия В.О., д. 39, г. Санкт-Петербург, 199178, РФ; р.т. +7(812)328-3337, факс +7(812)328-4450.

Tulupyev Alexander Lvovich — PhD in Computer Science, Dr. of Sc., Associate Professor; Head of Theoretical and Interdisciplinary Computer Science Laboratory, SPIIRAS, Professor of Computer Science Department, SPbSU. Research area: uncertain data and knowledge representation and processing, mathematics and computer science applications in socio-cultural studies, biostatistics, simulation, and mathematical modeling applications in epidemiology, data intensive software systems development technology. Number of publications — 250. ALT@iias.spb.su, www.tulupyev.spb.ru; SPIIRAS, 14-th line V.O., 39, St. Petersburg, 199178, Russia; office phone +7(812)328-3337, fax +7(812)328-4450.

Поддержка исследования. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты №№ 12-01-00945-а и 12-01-31202-мол_а.

Рекомендовано ТиМПИ СПИИРАН, зав. лаб. А.Л. Тулупьев, д.ф.-м.н., проф.

Работа поступила в редакцию 06.09.2012.

РЕФЕРАТ

Фроленков К.В., Фильченков А.А., Тулупьев А.Л. **Апостериорный вывод в третичной полиструктуре алгебраической байесовской сети.**

Известный алгоритм глобального апостериорного вывода для алгебраической байесовской сети (АБС), логико-вероятностной графической модели, основывается на распространении виртуальных свидетельств по вторичной структуре, формализованной через граф смежности, при условии её ацикличности. Построение такого графа — сравнительно дорогая операция. В ряде алгоритмов синтеза минимальных графов смежности используется вспомогательная структура — родительский граф.

В работе предлагается метод использования родительского графа над замкнутым множеством нагрузок для проведения апостериорного вывода, и доказывается его корректность.

В основе метода лежит идея о том, что порядок распространения свидетельства на множестве фрагментов знаний, нагрузки которых содержат нагрузку свидетельства, не влияет на результирующие вероятности и, что для случая ациклического графа смежности, после проведения вывода на некотором его подграфе, окончание процесса пересчёта вероятностных оценок может быть рассмотрено как распространение свидетельств в отдельные АБС, образованные компонентами связности оставшихся фрагментов знаний.

Хотя приведенный метод, как и первый из предложенных алгоритм глобального апостериорного вывода требует ацикличности первичной структуры, т.е. возможности построения ациклического графа смежности над заданным множеством ФЗ, его использование вместе с одним из алгоритмов выявления или устранения цикличности позволяет избежать затрат на построение и хранение графа смежности.

Описанный метод в общем случае предполагает параллельное применение алгоритма локального апостериорного вывода ко всем фрагментам знаний, нагрузка которых содержит обрабатываемую на текущем шаге нагрузку из родительского графа. Следовательно, его использование ускорит процесс логико-вероятностного вывода в АБС на многопроцессорной системе.

SUMMARY

Frolenkov K.V., Filchenkov A.A., Tulupyev A.L. **Posteriori inference in tertiary polystructure of an algebraic Bayesian network.**

The known algorithm for global logic and probabilistic inference in algebraic Bayesian network (ABN), that is a logical and probabilistic graphical model, is based on the idea of virtual evidences propagation in acyclic joint graph chosen as ABN secondary structure. The construction of such a graph is a relatively expensive operation. A number of algorithms for minimal joint graph synthesis use a support structure called the parental graph.

This paper proposes a method of using the parental graph, supplemented by nodes corresponded to maximum knowledge patterns of the network for posterior inference and a proof of its correctness.

The basic idea of the method is the argument that the order of propagation of the evidence on the set of knowledge patterns such that their loads contain the load of the evidence does not affect the resulting probabilities and, in the case of acyclic graph adjacency, after it was carried out on some subgraph, the end of the process of recalculation of probability estimates may be considered as evidence propagations for individual ABN formed by connected components of remaining knowledge patterns.

Although the above method as the first proposed algorithm for the global posterior inference requires acyclic primary structure, i. e., permitting an acyclic joint graph building, its use in conjunction with one of the algorithms for identifying or eliminating cycles avoids the cost of construction and storing of the joint graph.

The method described in the general case involves the parallel invocation of an algorithm for local posteriori inference to all the knowledge patterns, the load of which contains the processed at the current step load of the parental graph. Consequently, its use will accelerate the process of logical and probabilistic inference in ABN on a multiprocessor system.