

О.О. Евсютин, С.К. Росошек
**РАЗРАБОТКА И ТЕСТИРОВАНИЕ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ БАЗИСОВ
ДЕКОРРЕЛИРУЮЩИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ
НА РАЗБИЕНИИ**

Евсютин О.О., Росошек С.К. Разработка и тестирование вычислительного метода построения базисов декоррелирующих преобразований с использованием клеточных автоматов на разбиении.

Аннотация. В настоящей статье демонстрируется возможность построения на основе динамики клеточных автоматов базисов декоррелирующих преобразований, которые можно использовать для решения задачи сжатия цифровых изображений. Вводятся алгоритмы построения базисов декоррелирующих преобразований из состояний развития клеточного автомата на разбиении, являющегося расширением классической модели клеточного автомата.

Ключевые слова: цифровое изображение, сжатие, частотное преобразование, базис, клеточный автомат.

Evsutin O.O., Rososhek S.K. Designing and testing of the computational approach of decorrelating transformation bases construction with the use of partitioning cellular automata.

Abstract. The given paper shows the ability of construction of decorrelating transformation bases, which can be used for digital images compression, by means of cellular automata dynamics. We introduce the construction algorithms of decorrelating transformation bases, generated from evolving states of partitioning cellular automata, which is considered to be the extension of classical model of cellular automaton.

Keywords: digital image, compression, decorrelating transformation, basis, cellular automaton.

1. Введение. Одной из актуальных задач, относящихся к области информационных технологий, является задача сжатия цифровых изображений, причём в настоящее время сложился определенный подход к сжатию данных указанного типа, учитывающий те специфические особенности, которыми обладают изображения. Это, прежде всего, выражается в том, что основой любого современного метода сжатия изображений с потерями качества является некоторое декоррелирующее преобразование, предназначенное для предварительной обработки элементов изображения, с тем, чтобы в дальнейшем их можно было сжать посредством одного из методов статистического сжатия. Далее будет рассмотрено построение подобных преобразований с помощью математического аппарата теории клеточных автоматов.

2. Математическая модель клеточного автомата на разбиении.

Классический клеточный автомат, представляющий собой дискретную динамическую систему, состоящую из множества одинаковых клеток, одновременное изменение состояний (значений) которых происходит под действием некоторого локального правила, описывается пятеркой компонент $CA = \langle Z^n, (N_1, \dots, N_n), A, Y, \sigma \rangle$.

Здесь Z^n — это n -мерное пространство целочисленных координат клеток решетки; (N_1, \dots, N_n) — вектор, задающий размеры решетки; A — конечное множество значений отдельно взятой клетки, называемое алфавитом внутренних состояний и обычно представляющее собой некоторый отрезок ряда неотрицательных целых чисел; Y — окрестность, в свою очередь, представляющая собой вектор-строку длины l относительных индексов и определяющая одинаковые для каждой клетки решетки количество и порядок расположения соседей, то есть тех клеток, текущие значения которых влияют на значение данной клетки в следующий момент времени; σ — локальная функция перехода, одновременное применение которой ко всем клеткам решетки определяет динамику клеточного автомата [1, 2].

Совокупность состояний всех клеток решетки клеточного автомата CA в момент времени t называется состоянием решетки клеточного автомата в данный момент времени и обозначается

$$C^t = (c_{i_1, \dots, i_n})_{i_1=1, \dots, i_n=1}^{N_1, \dots, N_n}, c_{i_1, \dots, i_n} \in A.$$

Локальная функция перехода σ , также называемая правилом развития клеточного автомата, может задаваться в виде формулы или множества подстановок.

В первом случае σ рассматривается как функция l аргументов по числу элементов Y , и для вычисления нового значения клеток может использоваться набор арифметических и логических операций, иногда сопряженных со взятием результата по модулю мощности алфавита внутренних состояний $|A|$.

Во втором случае клетки окрестности представляются в виде строки элементов алфавита внутренних состояний длины l , и для каждого из $|A|^l$ возможных значений такой строки в явном виде задается новое значение центральной клетки.

Выбор конкретного способа задания локальной функции перехода определяется спецификой проводимого исследования, однако, следует отметить, что работать с множеством подстановок удобно лишь при достаточно небольших значениях $|A|$ и l .

Математическая модель клеточного автомата на разбиении выглядит несколько другим образом, а именно: $CA_p = \langle Z^n, (N_1, \dots, N_n), A, m, P, \psi \rangle$. Главное отличие от классической модели заключается в том, что в качестве преобразуемой единицы данных в клеточном автомате на разбиении выступает не отдельная клетка, а некоторое их количество, объединенное в блок, размерность которого соответствует размерности пространства координат Z^n . И свойство однородности решетки клеточного автомата, выражающееся в одинаковости всех клеток решетки с точки зрения динамики системы, также переносится на блоки. Кроме того, в описании клеточного автомата на разбиении важным является понятие схемы разбиения, определяющей способ разбиения решетки на блоки, в общем случае, посредством задания смещения первого блока от клетки $c(0, 0, \dots, 0)$ по всем n пространственным осям.

В приведенной выше пятерке компонент $Z^n, (N_1, \dots, N_n)$ и A соответствуют аналогичным компонентам классической модели клеточного автомата, $m \in Z_+^n$ задает размеры блока, P представляет собой вектор-строку, состоящую из схем разбиения и определяющую последовательность их применения, ψ является локальной функцией перехода, называемой в данном случае блочной функцией перехода.

Функция ψ обычно задается в виде таблицы, состоящей из двух столбцов, в первом из которых перечислены все возможные состояния блока разбиения, а во втором — соответствующие им состояния в следующий момент времени. Число возможных блочных функций перехода заданного клеточного автомата на разбиении составляет

$$|A|^{|k||A|^k}, \text{ где } k = \prod_{i=1}^n m(i).$$

Если второй столбец таблицы представляет собой некоторую перестановку первого, то ψ , являющаяся в таком случае подстановкой, будет обладать свойством обратимости. Таким образом, все возможные обратимые блочные функции перехода для клеточного

автомата на разбиении с заданными размерами блока соответствуют симметрической группе S_k степени k , и их количество есть $|S_k| = k!$.

Наличие свойства обратимости у клеточного автомата является обязательным условием при построении декоррелирующего преобразования непосредственно через динамику клеточного автомата. Однако для рассматриваемых в данной статье базисов, строящихся из состояний развития клеточного автомата, важными являются лишь поведенческие свойства используемых автоматов, поэтому в дальнейшем изложении обратимые клеточные автоматы отдельно выделяться не будут.

3. Декоррелирующие преобразования. Под декоррелирующим преобразованием в контексте задачи сжатия цифровых изображений подразумевается приведение элементов изображения (пикселей) к виду, когда между ними отсутствует пространственная корреляция, и наличествует лишь статистическая[3].

Классическим примером такого преобразования является преобразование Фурье, служащее для представления исходной вещественной функции в виде суммы элементарных составляющих — гармонических функций различных частот, амплитуды которых задаются комплексной функцией, называемой фурье-образом[4]. Преобразование Фурье рассматривается как переход из пространственной области в частотную, поэтому значения фурье-образа называют частотными составляющими.

Наличие пространственной избыточности в преобразуемом изображении, когда соседние пиксели обладают близкими значениями, приводит к тому, что в частотной области наиболее значимыми являются лишь несколько низкочастотных составляющих. Это позволяет отбрасывать малозначимую информацию посредством низкочастотной фильтрации.

Следует отметить, что все декоррелирующие преобразования, о которых пойдет речь, являются дискретными, поскольку рассматриваются применительно к цифровым изображениям, которые по определению представляют собой дискретные двумерные функции.

Дискретное преобразование Фурье цифрового изображения $f(x, y)$ размерами $M \times N$ пикселей выглядит следующим образом:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-i2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}. \quad (1)$$

Для обратного преобразования используется аналогичная формула:

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{-i2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}. \quad (2)$$

Вследствие того, что фурье-образ является комплексной функцией, каждое значение которой, в общем случае, содержит действительную и мнимую составляющие, непосредственное использование преобразования Фурье в качестве декоррелирующего преобразования при сжатии изображений не очень удобно.

В стандарте JPEG[5] используется частный случай дискретного преобразования Фурье — дискретное косинусное преобразование, построенное на основе функции косинуса, и не работающее, таким образом, с комплексными числами. Кроме того данное преобразование работает не с целым изображением, а с его блоками размером 8×8 пикселей, поскольку в пределах именно такой области пространственная избыточность является наиболее выраженной.

Дискретное косинусное преобразование одного блока изображения осуществляется по формуле:

$$G(u, v) = \frac{1}{4} C_u C_v \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 f(x, y) \cos\left(\frac{(2x+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2y+1)v\pi}{16}\right), \quad (3)$$

где $C_i = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & i = 0, \\ 1, & i > 0, \end{cases}$ при $i = \overline{0, 7}$, и $f(x, y)$ — значения элементов блока

изображения, $0 \leq x, y \leq 7$.

Для обратного преобразования используется формула:

$$f(x, y) = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C_u C_v G(u, v) \cos\left(\frac{(2x+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2y+1)v\pi}{16}\right), \quad (4)$$

где $C_i = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & i = 0, \\ 1, & i > 0, \end{cases}$ при $i = \overline{0, 7}$, и $g(u, v)$ — значения частотных

составляющих преобразованного блока изображения, $0 \leq u, v \leq 7$.

Другим направлением в области сжатия цифровых изображений являются вейвлетные преобразования, когда исходная функция

разбивается на элементарные составляющие, представляющие собой не гармонические колебания, а семейство функций-вейвлетов, полученных из одной ограниченной во времени функции посредством операций растяжения и сдвига. Такой подход позволяет не только выделить частотные составляющие, но и локализовать момент их появления.

Для этого задаются два набора коэффициентов — для низкочастотного и высокочастотного преобразования (h_H и h_L , соответственно), определяющие конкретное семейство вейвлетов, после чего множество значений преобразуемой функции (матрица пикселей изображения) пропускается через банк фильтров. Элементы с четными и нечетными индексами обрабатываются по отдельности посредством следующих формул:

$$y(2n) = \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \cdot h_H(i-2n), \quad (5)$$

$$y(2n+1) = \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \cdot h_L(i-2n-1). \quad (6)$$

На основе дискретного вейвлетного преобразования построен стандарт сжатия JPEG 2000 [6].

Для каждого из рассмотренных декоррелирующих преобразований существует алгоритм быстрой практической реализации, поскольку осуществление данных преобразований непосредственно по приведенным формулам требует достаточно больших вычислительных затрат.

Так, например, практическое дискретное косинусное преобразование осуществляется посредством матричного умножения

$$G = C \cdot F \cdot C^T, \quad (7)$$

где F и G представляют собой матрицы, содержащие соответственно исходные и преобразованные элементы одного блока, а C — матрица коэффициентов преобразования, полученных из формулы (3).

Здесь преобразование блока изображения посредством дискретного косинусного преобразования интерпретируется как разложение по базису, состоящему из 64 векторов, значения которых в неявном виде определены матрицей C . То есть преобразованные значения элементов блока представляют собой коэффициенты при указанных базисных векторах, линейная комбинация которых дает исходный блок, рассматриваемый в этом случае в качестве вектора в 64-мерном пространстве.

В общем случае, каждое декоррелирующее преобразование построено на основе некоторого базиса, и одним из возможных подходов к построению таких базисов является использование динамики клеточных автоматов [7].

4. Построение базисов декоррелирующих преобразований из состояний развития клеточного автомата. Использование базиса, построенного из состояний развития клеточного автомата, в качестве основы декоррелирующего преобразования, подразумевает наличие у данного базиса свойства ортогональности, а также способности разделять преобразуемые элементы данных на частотные составляющие. Первое условие должно быть достигнуто на этапе построения базиса, в то время как для подтверждения второго, а также для сравнения между собой отдельно взятых базисов с точки зрения характеристик сжатия, можно воспользоваться экспериментальным путем.

Для построения искомых базисов будем использовать подход, предлагаемый в [8], когда элементы базиса берутся из множества малой мощности, что позволяет достаточно легко обеспечить выполнение первого из приведенных условий и использовать простые арифметические операции, не требующие больших вычислительных затрат.

Алгоритм построения одномерного базиса из состояний развития клеточного автомата на разбиении будет выглядеть следующим образом.

Алгоритм 1

Вход:

натуральное $N \geq 2$;

натуральное $m \geq 2$, причем $N \equiv 0 \pmod{m}$ и $m \neq N$;

отрезок ряда неотрицательных целых чисел $A = \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$;

вектор-строка $S = (s_i)_{i=1}^N$, $s_i \in \{0, \dots, m-1\}$;

матрица $\Psi = (\psi_{ij})_{i=1, j=1}^{k^m, 2}$, $\psi_{ij} \in A^m$ причем $\forall p, q$ выполняется $\psi_{p1} \neq \psi_{q1}$ при $p \neq q$;

вектор-строка $C^0 = (c_i)_{i=1}^{N+2(m-1)}$, $c_i \in A$;

вектор-строка $B = (b_i)_{i=1}^k$, $b_i \in Z$ или Q .

Выход:

возврат матрицы $C = (c_{ij})_{i=1, j=1}^{N, N}$, строки которой представляют собой элементы искомого базиса.

1. Для i от m до $m + N - 1$ выполнить:

$$1.1. c_{1, i-m+1} \leftarrow b_{c_{i+1}^0}.$$

2. Для i от 1 до $N - 1$ выполнить:

2.1. Если $s_i = (0)$, то вычислить $a \leftarrow m - 1$ и $d \leftarrow 0$, иначе вычислить $a \leftarrow s_i - 1$ и $d \leftarrow 1$.

2.2. Для j от 1 до $N/m + d$ выполнить:

2.2.1. Для такого u , что $\Psi_{u1} = (c_{a+jm+s_i}^{i-1}, c_{a+jm+s_i+1}^{i-1}, \dots, c_{a+jm+s_i+m-1}^{i-1})$ полагаем $(c_{a+jm+s_i}^i, c_{a+jm+s_i+1}^i, \dots, c_{a+jm+s_i+m-1}^i) \leftarrow \Psi_{u2}$.

2.3. Для j от m до $m + N - 1$ выполнить:

$$2.3.1. c_{1, j-m+1} \leftarrow b_{c_{j+1}^j}.$$

3. Возврат (C) .

В качестве примера рассмотрим построение базиса малой размерности из состояний развития одномерного клеточного автомата на разбиении $CA_p = \langle Z^1, N, \{0, 1\}, 2, [(0), (1)], \psi \rangle$. Данный клеточный автомат является простейшим в своем классе: его алфавит внутренних состояний содержит лишь два значения, а длина одномерного блока составляет две клетки, что приводит к появлению двух возможных схем разбиения, которые поочередно применяются к решетке автомата.

Дополнительным параметром клеточного автомата, определяющим его динамику, является способ обработки граничных клеток. В рассматриваемом случае разбиение решетки клеточного автомата на блоки по схеме $S_2 = (1)$ не задействует клетки $c(0)$ и $c(N - 1)$, как показано на рис. 1.

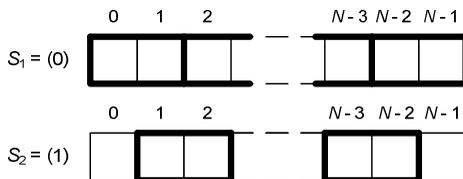


Рис. 1. Разбиение решетки клеточного автомата на блоки.

Существует два способа решения указанной проблемы: так называемое обертывание или склеивание границ, когда клетки, находящиеся на противоположных краях решетки принимаются в качестве соседей друг для друга, и добавление к решетке необходимого количества дополнительных клеток, которые также будут принимать участие в развитии клеточного автомата.

В рамках решаемой задачи используется второй способ, поскольку склеивание границ решетки клеточного автомата на разбиении с простой локальной функцией перехода может привести к циклическому повторению состояний развития, что не позволит построить базис, обладающий нужными свойствами.

Таким образом, при построении N -мерного базиса алгоритм 1 оперирует вектор-строкой, состоящей из $N + 2(m-1)$ элементов, поскольку максимальное число клеток, необходимых для дополнения граничных клеток решетки до целого блока, составляет $m-1$ при схеме разбиения $s_1 = (1)$.

Теперь рассмотрим пример работы представленного алгоритма.

Возьмем $N = 4$ и зададим начальное состояние решетки, начальное состояние граничных клеток, блочную функцию перехода и коэффициенты базисных векторов следующим образом:

$$C^0 = [1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0]; \quad \Psi = \begin{bmatrix} (0,0) & (0,1) \\ (0,1) & (1,1) \\ (1,0) & (0,0) \\ (1,1) & (1,0) \end{bmatrix}; \quad B = [-1, 1]. \quad (8)$$

Тогда развитие клеточного автомата в моменты времени $t = 0, 1, 2, 3$ будет представлено состояниями решетки:

$$\begin{aligned}
C^0 &= [1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0], \\
C^1 &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0], \\
C^2 &= [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1], \\
C^3 &= [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1].
\end{aligned}
\tag{9}$$

При замене значений клеток решетки элементами множества B получится матрица:

$$C = \begin{bmatrix} -1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 \\ -1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 \end{bmatrix}.
\tag{10}$$

Строки данной матрицы будут представлять собой элементы искомого базиса. Для того чтобы проверить, является ли построенный базис ортогональным воспользуемся следующей формулой:

$$\sum_{i=0}^{N-1} C_{ki} \cdot C_{li} = \begin{cases} \alpha_i \neq 0, & \text{если } k = l, \\ 0, & \text{если } k \neq l. \end{cases}
\tag{11}$$

Теперь необходимо проверить, обладает ли построенный ортогональный базис способностью к разложению одномерных дискретных функций на частотные составляющие. Для этого возьмем функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$, изображенные на рис. 2. Видно, что значения $f_1(x)$ явно коррелируют между собой, чего нельзя сказать относительно значений $f_2(x)$.

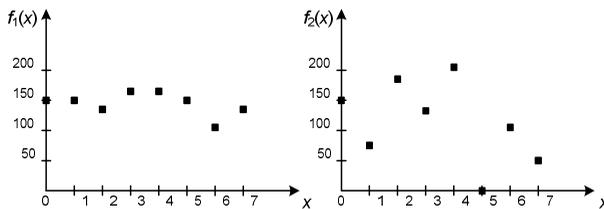


Рис. 2. Одномерные дискретные функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$.

Представим значения данных функций в виде вектор-строк, которые обозначим $F_1 = [150 \ 150 \ 135 \ 165 \ 165 \ 150 \ 105 \ 135]$ и $F_2 = [150 \ 75 \ 185 \ 135 \ 205 \ 0 \ 105 \ 50]$.

Разбив данные вектор-строки на 4-элементные векторы, осуществим преобразование по формуле:

$$g_k = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^3 f_i \cdot C_{ik} \quad (12)$$

Из элементов преобразованных векторов составим две новые матрицы $G_1 = [7,5 \ 150 \ 0 \ 7,5 \ 3,75 \ 138,75 \ 18,75 \ 11,25]$ и $G_2 = [-31,25 \ 136,25 \ -23,75 \ 6,25 \ -65 \ 90 \ 12,5 \ 37,5]$.

Соответствующие функции $g_1(x)$ и $g_2(x)$ представлены на рис. 3.

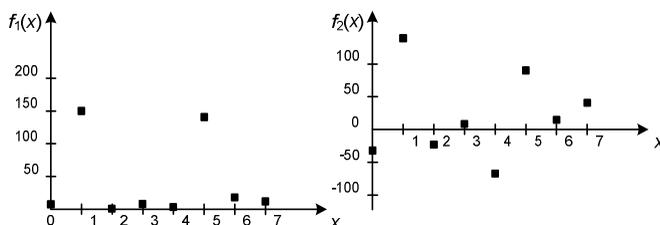


Рис. 3. Одномерные дискретные функции $g_1(x)$ и $g_2(x)$.

С помощью примененного преобразования в каждом векторе, на которые были разбиты матрицы F_1 и F_2 , было выделено среднее значение элементов и отклонения от него, что соответствует разделению на частотные составляющие. При этом, как и следовало ожидать, при наличии пространственной избыточности между элементами исходных данных большая часть информации сосредоточилась в низкочастотных составляющих, при отсутствии таковой — преобразование не дало заметного эффекта.

Таким образом, базис (10) удовлетворяет обоим условиям, необходимым для использования его в качестве основы декоррелирующего преобразования.

Однако для того, чтобы можно было осуществить статистическое сжатие преобразованных элементов данных, мало одного декоррелирующего преобразования, поскольку несмотря на то, что высокочастотные составляющие принимают значения из достаточно небольшого диапазона, они не являются целыми, в связи с чем вероятность появления одинаковых значений крайне мала. Решение этой проблемы заключается в переходе к целым числам или вещественным числам с меньшей точностью посредством

необратимого отбрасывания части информации, называемого квантованием[9].

Для дальнейшего исследования базиса (10) воспользуемся самой простой схемой квантования и округлим значения функции $g_1(x)$ до ближайшего целого, получив последовательность $G'_1 = [8 \ 150 \ 0 \ 8 \ 4 \ 139 \ 19 \ 11]$.

Осуществим обратное преобразование посредством формулы:

$$f_k = 4 \sum_{i=0}^3 g_i \cdot C_{ki}. \quad (13)$$

Получим новую последовательность $F'_1 = [150 \ 150 \ 134 \ 166 \ 165 \ 151 \ 105 \ 135]$, которая показывает, что отличия между исходными и восстановленными данными крайне малы.

Осуществим более грубое квантование по формуле:

$$g'(x) = \left\lfloor \frac{1}{q} g(x) \right\rfloor. \quad (14)$$

Значение коэффициента квантования q примем равным 10, в результате чего получим последовательность $G'_1 = [1 \ 15 \ 0 \ 1 \ 0 \ 14 \ 2 \ 1]$.

Осуществив обратное преобразование, получим последовательность $F'_1 = [150 \ 150 \ 130 \ 170 \ 170 \ 150 \ 110 \ 130]$, которая также достаточно близка к исходной последовательности F_1 .

Следует отметить, что элементы G'_1 , полученные с помощью такого грубого квантования, принимают значения из очень небольшого диапазона, и среди них встречаются одинаковые, что позволяет говорить об эффективности дальнейшего статистического сжатия. Однако здесь важное значение имеет порядок обхода преобразованных элементов данных, который необходимо выбирать таким образом, чтобы повторяющиеся значения выстраивались в серии, и низкочастотные составляющие не перемешивались с высокочастотными. Поэтому к базису декоррелирующего преобразования дополнительно выдвигается требование помещать низкочастотные составляющие в начале блока данных (или в верхнем левом углу, если рассматривать двумерный случай).

Базис (10) ставит низкочастотную составляющую на второе место в четырехэлементном векторе, однако его можно преобразовать,

поменяв местами первый столбец матриц базиса со вторым, в результате чего будет получен новый базис:

$$C' = \begin{bmatrix} +1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Данный базис является простым примером одномерного базиса декоррелирующего преобразования, полученного из состояний развития клеточного автомата на разбиении с помощью алгоритма 1.

Однако при увеличении размерности базиса вероятность взаимной ортогональности векторов, получающихся из соседних во времени состояний развития клеточного автомата, становится крайне мала, в результате чего алгоритм 1 оказывается неэффективным. Решение данной проблемы заключается в проверке каждого нового вектора, получающегося из очередного состояния развития клеточного автомата, на взаимную ортогональность с полученными ранее, с тем, чтобы включать его в базис только при соблюдении данного условия.

Алгоритм построения одномерного базиса из состояний развития клеточного автомата на разбиении, в котором осуществляется проверка взаимной ортогональности векторов, а также учтена возможность заикливания истории развития клеточного автомата, представлен ниже.

Алгоритм 2

Вход:

натуральное $N \geq 2$;

натуральное $m \geq 2$, причем $N \equiv 0 \pmod{m}$ и $m \neq N$;

отрезок ряда неотрицательных целых чисел $A = \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$;

вектор-строка $S = (s_i)_{i=1}^N$, $s_i \in \{0, \dots, m-1\}$;

матрица $\Psi = (\psi_{ij})_{i=1, j=1}^{k^m, 2}$, $\psi_{ij} \in A^m$ причем $\forall p, q$ выполняется $\psi_{p1} \neq \psi_{q1}$ при $p \neq q$;

вектор-строка $C^0 = (c_i)_{i=1}^{N+2(m-1)}$, $c_i \in A$;

вектор-строка $B = (b_i)_{i=1}^k$, $b_i \in Z$ или Q .

Выход:

возврат матрицы $C = (c_{ij})_{i=1, j=1}^{N, N}$, строки которой представляют собой элементы искомого базиса.

1. Для j от m до $m + N - 1$ выполнить:

$$1.1. c_{1, j-m+1} \leftarrow b_{c_j^0+1}.$$

2. Полагаем $i \leftarrow 1, l \leftarrow 2$.

3. Пока $l \leq N$, выполнять следующее:

3.1. Если $s_i = (0)$, то вычислить $a \leftarrow m - 1$ и $d \leftarrow 0$, иначе вычислить $a \leftarrow s_i - 1$ и $d \leftarrow 1$.

3.2. Для j от 1 до $N/m + d$ выполнить:

3.2.1. Для такого u , что $\Psi_{u1} = (c_{a+jm+s_i}^{i-1}, c_{a+jm+s_i+1}^{i-1}, \dots, c_{a+jm+s_i+m-1}^{i-1})$ полагаем $(c_{a+jm+s_i}^i, c_{a+jm+s_i+1}^i, \dots, c_{a+jm+s_i+m-1}^i) \leftarrow \Psi_{u2}$

3.3. Для j от m до $m + N - 1$ выполнить:

$$3.3.1. c_{l, j-m+1} \leftarrow b_{c_j^i+1}.$$

3.4. Если для всех значений j от 1 до N $c_{l,j} = c_{1,j}$, то история развития клеточного автомата является циклической, и алгоритм заканчивается неудачей. В противном случае перейти к следующему шагу.

3.5. Для j от 1 до $l - 1$ выполнить:

3.5.1. Полагаем $x \leftarrow 0$.

3.5.2. Для k от 1 до N выполнить:

$$3.5.2.1. \text{Вычислить } x \leftarrow x + c_{jk} c_{lk}.$$

3.5.3. Если $x \neq 0$, то вычислить $i \leftarrow i + 1$ и перейти к шагу 3.1.

3.6. Вычислить $l \leftarrow l + 1$ и перейти к шагу 3.

4. Возврат (C) .

Пример работы алгоритма 2 рассмотрим, используя представленный ранее простейший клеточный автомат на разбиении, однако теперь зададим $N = 2$. Другие входные параметры также оставим без изменений, лишь зададим начальное состояние решетки клеточного автомата следующим образом:

$$C^0 = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]. \quad (16)$$

Тогда на выходе алгоритма 2 получим следующую матрицу:

$$C = \begin{bmatrix} -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 \\ -1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Дополнительной проверки, является ли базис, соответствующий данной матрице, ортогональным, не требуется, поскольку проверка на ортогональность заложена в алгоритме 2.

Осуществим декоррелирующее преобразование функции $f_1(x)$ (рис. 2) и получим функцию $g_1(x)$, значения которой, округленные до двух знаков после запятой, представим в виде матрицы $G_1 = \begin{bmatrix} -8,13 & 78,13 & -75,63 & 4,38 & -68,13 & 6,88 & -10,63 & -64,38 \end{bmatrix}$ и на рис. 4.

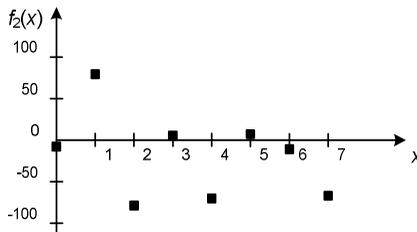


Рис. 4. Одномерная дискретная функция $g_1(x)$.

Видим, что преобразование, основанное на базисе (17) разделяет последовательность значений функции $f_1(x)$ на равное количество низкочастотных и высокочастотных составляющих, в отличие от преобразования (10), которое выделяло доминирующее значение низкочастотной составляющей, в то время как все прочие значения соответствовали высокочастотным составляющим. Такое свойство декоррелирующего преобразования позволяет говорить о возможности пирамидальной обработки элементов изображения.

5. Заключение. Представленные в настоящей статье алгоритмы составляют основу вычислительного метода построения базисов декоррелирующих преобразований с использованием клеточных автоматов на разбиении. Дальнейшее исследование включает в себя вопросы построения базисов декоррелирующих преобразований с использованием множеств коэффициентов, отличных от $\{-1, 1\}$, и также получение критерия выбора базисов декоррелирующих преобразований с наилучшими характеристиками из множества получаемых. Выбранные таким образом декоррелирующие преобразования будут использованы в качестве основы методов сжатия цифровых изображений с потерями и без потерь.

Литература

1. *Аладьев В.З., Бойко В.К., Ровба Е.А.* Классические однородные структуры. Теория и приложения. Гродно: ГрГУ, 2008. 486 с.
2. *Тоффоли Т., Марголюс Н.* Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991. 280 с.
3. *Евсютин О.О.* Модели сжатия данных // Электронные средства и системы управления: Материалы докладов Международной научно-практической конференции (10–11 ноября 2011 г.). Томск: В-Спектр, 2011. С. 125–132.
4. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.
5. ISO/IEC 10918-1 and ITU-T Recommendation T.81, Information technology — Digital compression and coding of continuous-tone still images — Requirements and guidelines, 1993.
6. ISO/IEC 15444-1 and ITU-T Recommendation T.800, Information technology — JPEG 2000 image coding system, 2002.
7. *Евсютин О.О., Росошек С.К.* Использование клеточных автоматов для решения задач преобразования информации // Доклады ТУСУРа. № 1 (21). Ч. 1. 2010. С. 173–174.
8. *Lafe O.* Data compression and encryption using cellular automata transforms // Engineering Applications of Artificial Intelligence. Vol. 10. № 6. 1997. P. 581–591.
9. *Сэломон Д.* Сжатие данных, изображений и звука. М.: Техносфера, 2004. 368 с.

Евсютин Олег Олегович — аспирант кафедры комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). Область научных интересов: криптографические методы защиты информации, сжатие цифровых изображений, теория клеточных автоматов. Число научных публикаций — 14. eoo@keva.tusur.ru; ФГБОУ ВПО ТУСУР, пр. Ленина, 40, Томск, 634050, РФ; р.т. +7(3822)413-426. Научный руководитель — А.А. Шелупанов.

Evsutin Oleg Olegovich — PhD-student, Department of Complex Information Security, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TSUCSR). Research interests: cryptographic methods of information security, digital images compression, cellular automata theory. The number of publications — 14. eoo@keva.tusur.ru; KIBEVS Dept.

TSUCSR, 40, Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russia; office phone+7(3822)413-426.
Scientific adviser — A.A. Shelupanov.

Росошек Семен Константинович — канд. физ.-мат.наук, доцент; доцент кафедры алгебры Национального исследовательского Томского государственного университета. Область научных интересов: теоретическая, прикладная и компьютерная алгебра, криптографические методы защиты информации. Число научных публикаций — 57. rosochek@list.ru; ФГБОУ ВПО НИТГУ, пр. Ленина, 36, Томск, 634050, РФ; р.т. +7(952)803-87-80.

Rososhek Semen Konstantinovich — PhD in Physics and Mathematics, associate professor; associate professor, Algebra Department, Faculty of Mechanics and Mathematics, Tomsk State University (TSU). Research interests: theoretical, applied and computer algebra, cryptographic methods of information security. The number of publications — 57. rosochek@list.ru; TSU, 36, Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russia; office phone +7(952)803-87-80.

РЕФЕРАТ

Евсютин О.О., Росошек С.К. **Разработка и тестирование вычислительного метода построения базисов декоррелирующих преобразований с использованием клеточных автоматов на разбиении.**

Основной целью работы является разработка и исследование новых методов сжатия непрерывно-тоновых цифровых изображений на основе клеточных автоматов.

В статье вводится понятие декоррелирующего преобразования, являющегося основой математической модели сжатия цифровых изображений, и представленного некоторым ортогональным базисом.

Элементы такого базиса выбираются из состояний развития клеточного автомата, для чего предложено использовать расширение классической модели клеточных автоматов — клеточные автоматы на разбиении, отличающиеся особой гибкостью в отношении получения как обратимых, так и необратимых правил развития.

Множество значений клеток решетки автомата представляется отрезком ряда неотрицательных целых чисел, и выбирается множество такой же мощности, состоящее из коэффициентов, на которые заменяются значения клеток решетки при построении базиса. В простейшем случае такое множество состоит из двух элементов 1 и -1 , что соответствует клеточному автомату, значения клеток которого задаются одним битом.

В статье представлены два алгоритма построения базисов декоррелирующих преобразований из состояний развития клеточного автомата на разбиении и приведены примеры работы данных алгоритмов для указанного простейшего случая. Также приведены примеры преобразования построенными базисами одномерных дискретных функций, последовательности значений которых обладают пространственной избыточностью и моделируют последовательности пикселей непрерывно-тоновых цифровых изображений.

С помощью представленных алгоритмов можно получать целые семейства ортогональных базисов для различных историй развития заданного клеточного автомата, с тем чтобы выбрать из них те базисы, которые являются пригодными для практического использования.

Результаты исследования, отраженные в статье, говорят о возможности использования математического аппарата теории клеточных автоматов в качестве основы методов сжатия цифровых изображений. К задачам, требующим дальнейшего решения, относится нахождение критерия выбора базисов с наилучшими характеристиками сжатия из множества получаемых, а также построение схемы квантования преобразованных элементов данных и выбор одного из существующих статистических методов для непосредственного сжатия преобразованных элементов данных.

SUMMARY

Evsutin O.O., Rososhek S.K. Designing and testing of the computational approach of decorrelating transformation bases construction with the use of partitioning cellular automata.

The main aim of this paper is development and research of new methods of continuous-tone digital image compression on the basis of cellular automata.

The notion of decorrelating transformation is introduced, which is considered to be the basis of mathematical model of digital image compression and which is represented by the certain orthogonal basis.

The elements of such basis are selected from evolving states of cellular automaton, there to we suggest using the extension of classical model of cellular automata – partitioning cellular automata, which are especially flexible in relation to generating both reversible and irreversible evolution rules.

The set of values of automaton lattice cells is represented by the segment of nonnegative integer number sequence, and the set of the same power is selected, that consists of coefficients, which substitute values of lattice cells during the basis construction.

In the easiest case this set consists of two elements 1 and -1 , and this matches with a cellular automaton cells' value of which is specified by one bit.

In this paper, we present two construction algorithms of decorrelating transformation bases generated from evolving states of partitioning cellular automaton and give examples of functioning of these algorithms in a given easiest case. We also give examples of transformation of one-dimensional discrete functions by constructed bases. These functions were defined so that the sequences of their values had spatial redundancy and thus designed sequences of pixels of continuous-tone digital image.

With the use of the given algorithms we can generate whole families of orthogonal bases for different sequences of evolving states of a given cellular automaton in order to select those bases, which can be applied in practice.

The results of the research presented in this paper show, that mathematical apparatus of the cellular automata theory can be used for the construction of methods of digital image compression. The following tasks should be solved: finding of a selection criterion of the bases with the best compression characteristics, constructing quantization scheme of transformed data elements and selecting one of the existing statistical methods for immediate compression of transformed data elements.