

Б.Г. МАЙОРОВ  
**ПРИМЕНЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ПОЛУВОЛН ДЛЯ  
АВТОМАТИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫМИ  
ПОЕЗДАМИ**

*Майоров Б.Г. Применение гармонических полуволн для автоматизации управления высокоскоростными поездами.*

**Аннотация.** Процессы экстренного торможения в Европейской системе управления поездами (European Train Control System (ETCS)) связаны со ступенчатым регулированием ускорения (замедления) в зависимости от способности торможения поезда, данных рельефа и меняющейся погоды на маршруте движения. Эти процессы являются определяющими в ETCS. Процедура ступенчатого регулирования замедления осуществляется машинистом многократно в процессе торможения до полной остановки поезда. Начало экстренного торможения и его окончание, а так же сам процесс торможения сопровождается многократным импульсным срабатыванием тормозов, что приводит к скачкам замедления и, соответственно, к повышенному износу тормозной системы, снижению комфорта для пассажиров, из чего следует ограничение максимально допустимой скорости движения. В статье предложена новая концепция и методика построения математических моделей кривых экстренного торможения отличных от кривых ETCS и основанных на гармонических полуволнах. Показано, что кривые торможения ETCS описываются известными степенными полуволнами второго порядка. Совместное их исследование даёт основание утверждать, что применение этих кривых приводит к обязательному импульсному режиму срабатывания тормозов. Предложены два новых варианта моделей кривых экстренного торможения, описываемых гармоническими полуволнами. Первый вариант имеет одно импульсное срабатывание тормозов в конце интервала торможения. Второй вариант свободен от тормозных импульсов и позволяет использовать непрерывное регулирование. Эти модели объясняют особенности ETCS, содержат предложения по их устранению, применимы для разработки новых кривых экстренного торможения, которые позволяют плавно осуществлять экстренное торможение поездов. Работоспособность, отличия и преимущества перед кривыми торможения ETCS показаны на результатах математического моделирования процессов экстренного торможения.

**Ключевые слова:** высокоскоростные поезда, максимальная скорость движения, экстренное торможение, кривые экстренного торможения, плавное регулирование замедления поезда, гармонические полуволны, методика построения математических моделей кривых экстренного торможения.

**1. Введение.** В Европейской системе управления поездами (European Train Control System (ETCS)) применяют для автоматизации управления высокоскоростных поездов процедуру «Расчет и контроль кривых торможения» [1 – 3]. Основная задача ETCS и этой процедуры – контроль отсутствия превышения поездом допустимой скорости в реальном времени и остановка перед местом возможной аварии. Для этого текущая скорость постоянно сравнивается с допустимой скоростью, рассчитанной для текущего положения, которая определяется с помощью кривых экстренного торможения. Расчет

кривой учитывает зависимость скорости от мгновенного замедления (отрицательного ускорения) и характеризует способность выполнения поездом торможения. Кроме данных поезда, учитываются постоянно меняющиеся данные маршрута, например, уклон пути и условия сцепления колёс с рельсами, которые поступают от служб, обслуживающих железнодорожную инфраструктуру. Расчет кривой торможения ETCS описан в требованиях к системе ETCS [2, 3]. Эти требования поддерживаются европейскими фирмами разработчиками высокоскоростных систем железнодорожного движения (Alstom, Ansaldo, Bombardier, Invensys, Siemens, Thales), фирмами Китая и Японии, которые входят в союз производителей систем безопасности (Union of Signaling Industry – UNISIG). При скоростях более 500 км/ч применяют электромагнитные тормоза и не используют рельсы, используют принцип «маглев» – магнитной левитации [4]. Для проектирования и эксплуатации систем и средств высокоскоростного движения используются авиационный дизайн и технологии [5], методы обеспечения надежности и безопасности, хорошо развитые в трудах отечественных и зарубежных ученых, вводятся единые правила управления [6] и эргономического обеспечения [7].

Математические модели и алгоритмы являются собственностью упомянутых фирм, поэтому необходимо научно обосновывать и разрабатывать оригинальные способы и модели систем управления скоростным железнодорожным движением для развития управления.

Существующие и применяемые в ETCS кривые экстренного торможения математически записываются в виде зависимости скорости высокоскоростного поезда от расстояния, проходящего в процессе торможения. Математически это соответствует степенной функции от расстояния в степени 0.5. Рассмотрим примеры временных диаграмм экстренного торможения [1] и покажем полное совпадение этих диаграмм и их математических моделей с авторской моделью обобщённого критерия наибольшего отклонения [8]. Этот факт позволяет рассматривать и развивать новый подход к построению кривых экстренного торможения высокоскоростных поездов на основе процедур цифровой обработки сигналов, имеющих трудности в определении спектра, и применять идеи оптимизации [9] процессов управления. Подобные подходы применяют достаточно часто при обработке сигналов процессов, не имеющих частотного спектра, что является неопределённостью объекта управления и его информационного описания. Такие средства и системы реального времени относят к робастным системам [9 – 11] и применяют в разнообразных областях автоматизации процессов управления:

– *геоакустическая эмиссия*: одним из способов предсказания извержения вулканов является описание и систематизация геоимпульсов в амплитудно-временных координатах, выявление аномальных паттернов и их анализ для привязки к сейсмическим событиям [12];

– *робототехника*: для управления приводами манипулятора при копирующем типе управления, обеспечения перемещения схвата манипулятора из начального положения покоя в заданное конечное положение покоя за минимальное время [13, 14];

– *оптико-электронное наблюдение*: для перехвата движущейся по предписанной траектории цели машиной Дубинса [15 – 17];

– *биотехнология, металлургия*: для обеспечения качества продуктов питания и металлов в условиях априорной неопределённости технологических параметров процесса изготовления;

– *космические полёты*: для предсказания траекторий при резком изменении массы корабля из-за сброса пустых топливных баков [18].

Модели подобных процессов и их сигналов традиционно описывают в амплитудно-временной области: в автоматических системах график оптимального процесса управления задают в виде сопрягаемых парабол [9, 18]; моделируют равноускоренное движение манипулятора руки квадратичным трёхчленом [13, 14]; представляют сейсмические события в виде линейных степенных функций [12]. В качестве коэффициентов трёхчлена используют максимальные значения ускорения и скорости сигнала. Известны две формулы В.Н. Хлистунова [19] в виде линейного и квадратичного остаточного члена формулы Лагранжа в измерительной технике и в других применениях цифровых сигнальных процессоров [16, 20, 21]. Обобщением этих двух формул является формула [8], которая существенно повышает обоснованность и точность аппроксимации сигнала автоматизируемого процесса при его приближении по выборкам.

Общим недостатком применения степенных приближений является отсутствие математической связи с частотными характеристиками сигналов и процессов или с математическими моделями, использующими эти частотные характеристики.

В [22] рассмотрена модель в амплитудно-временной области, в виде гармонической полуволны (и её модификаций), которая устанавливает связь её параметров с амплитудно-частотными параметрами. Получены выражения, связывающие математически два типа описания сигналов. Гармоническая полуволна является половиной

волны частоты среза  $f$  спектра (повторяется с частотой  $f_c = 2f$ ). Кроме наибольшего параметра  $f_c$  она характеризуется наибольшей скоростью сигнала  $\max p^{(1)}(t) = V$ , наибольшим ускорением сигнала  $\max p^{(2)}(t) = a$ . Амплитуда полуволны  $\max p(t) = \Delta$  является максимально допустимой погрешностью аппроксимации сигнала ступенькой или отрезком линии по двум соседним выборкам. В статье [22] показано, что гармоническая полуволна является универсальной моделью для описания в амплитудно-частотной области и в амплитудно-временной области процессов и сигналов и связывает две группы максимальных величин параметров сигнала  $\max\{\Delta, f_c\}$  и  $\max\{\Delta, V, a, T_c\}$ , где  $T_c = 1/f_c$  – временной интервал существования полуволны.

Основными задачами настоящей статьи является выявление полезных особенностей гармонических полуволн для построения принципиально новых тормозных кривых по сравнению с кривыми торможения ETCS, которые описываются обобщённым критерием наибольшего отклонения (в виде степенных полуволн) и разработка методики проектирования гармонических тормозных кривых.

Для этого рассмотрены временные диаграммы экстренного торможения высокоскоростного состава [1–3] и обнаружены два основных недостатка использования кривых экстренного торможения ETCS:

- ведётся ступенчатое регулирование ускорения (замедления) в ручном режиме, в зависимости от способности торможения поезда и меняющихся данных о путях маршрута. Фактически ступенчатое регулирование торможения осуществляется машинистом многократно в процессе и до полного останова поезда, что усложняет процедуру экстренного торможения и ставит её в зависимость от машиниста;

- начало и окончание торможения сопровождается многократным ударным включением и выключением тормозов, что приводит к скачкам замедления и, соответственно, к повышенному износу тормозной системы и снижению комфорта для пассажиров (ударным воздействиям на организмы), особенно на скоростях около 500 км/ч [7].

Предложено и исследовано несколько вариантов кривых экстренного торможения, развивающих концепцию обобщённого критерия наибольшего отклонения [8, 22], которые позволяют исследовать указанные особенности кривых ETCS. Преимущества гармонических кривых торможения перед кривыми ETCS показаны на результатах моделирования процессов экстренного торможения. При этом процесс движения высокоскоростного состава сопровождается

постоянным определением его координат на линии по способу чтения RFID-меток в области железнодорожного полотна, в которые записаны коды их координат [23], где слова в названии способа «в закрытых помещениях» означают отсутствие сигналов спутников ГЛОНАСС или GPS.

## 2. Изучение диаграмм экстренного торможения ETCS.

Рассмотрим математическую модель экстренного торможения высокоскоростного поезда, применяемую в ETCS, для обеспечения безопасного движения попутно следующих поездов с минимальным временным интервалом следования и сравним её со степенной полуволевой наибольшего отклонения для установления их идентичности.

**2.1. Пример диаграмм экстренного торможения ETCS.** На рисунке 1 изображены временные диаграммы шести реальных экстренных торможений состава ETCS [1]. В [1] приведено выражение взаимосвязи параметров движения состава [в размерностях] при экстренном его торможении: расстояния торможения –  $[s]=m$ , начальной, максимальной скорости торможения –  $[V]=км/ч$ , максимального замедления (отрицательного ускорения) –  $[a]=m/c^2$ :

$$V^2 = 2sa . \quad (1)$$

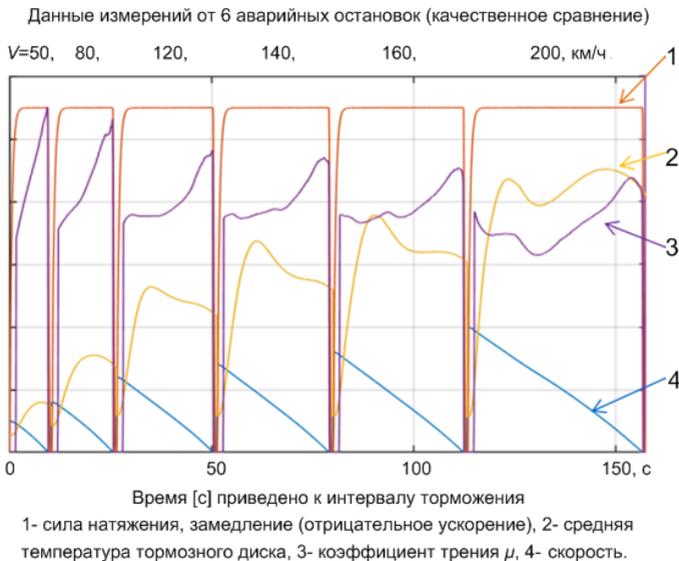


Рис. 1. Данные измерений шести аварийных остановок состава ETCS для различных значений начальной скорости торможения  $V$

Как следует из рисунка 1, замедление в процессе торможения является постоянной величиной  $a = \text{const}$ , скорость уменьшается от  $V$  до нуля по линейному закону при аргументе: интервал торможения  $s$ . При этом *время торможения  $T$  приведено к интервалу торможения  $s$* .

Выражение (1) полностью совпадает с условием согласования параметров  $\{\Delta, V, a\}$  обобщённого критерия наибольшего отклонения  $V=2\Delta a$  [8], если произвести замены обозначений  $V = V, s = \Delta$ . Исходя из этого совпадения, содержания рисунка 1 и для конкретизации постановки задачи статьи поясним критерий наибольшего отклонения процесса торможения по степенной полуволне второго порядка.

### 2.2. Степенная полуволна второго порядка и её особенности.

Покажем, что рисунок 1 и выражение (1) получаются из обобщённого критерия наибольшего отклонения [8], из чего следует основание для применения новых вариантов критерия для математического моделирования процессов торможения поездов. Используем изображение степенной полуволны на рисунке 2 и формулу степенной полуволны второго порядка, как основную часть обобщённого критерия:

$$p(t) = \Delta - \frac{a}{2}(t - 0.5T_2)^2, \quad (2)$$

где  $\Delta$  – амплитуда степенной полуволны;  $a$  – максимальное значение ускорения (замедления);  $T_2$  – интервал времени между двумя значениями сигнала, когда  $p(t) = 0$ . Производные от (2) по времени  $t$ :

$$p^{(1)}(t) = -a(t - 0.5T_2) = V(t), \quad p^{(2)}(t) = -a = \text{const}. \quad (3)$$

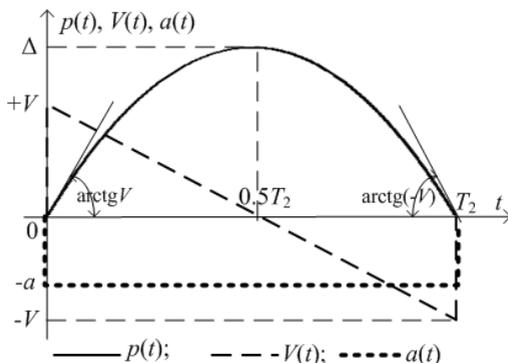


Рис. 2. Степенная полуволна второго порядка  $p(t)$  (2) и две производные от неё по времени (3)

Определим особенности степенной полуволны из её описания.

При  $t = 0$  и  $t = T_2$  из (2):  $p(0) = p(T_2) = 0 \rightarrow T_2 = 2(2\Delta/a)^{1/2}$ .

При  $t = 0$  и  $t = T_2$  из (3):  $p^{(1)}(0) = \max V(t) = +V$ ,

$p^{(1)}(T_2) = \min V(t) = -V \rightarrow T_2 = 2(V/a)$ .

Обозначим  $T_{\text{ст}}$  – интервал времени торможения по степенной полуволне при  $0 \leq t \leq 0.5T_2 = T_{\text{ст}}$ . Физический смысл этого обозначения виден из (2) и рисунка 2, где при  $t = 0$ ,  $p(0) = 0$  – начало времени и пути торможения; из (3)  $V(0) = +V$  – максимальная скорость состава в начале торможения; при  $t = T_{\text{ст}}$  из (2) и (3) имеем, соответственно,  $p(T_{\text{ст}}) = \Delta$  – величина тормозного пути и  $V(T_{\text{ст}}) = 0$  – остановка состава.

Несколько равных формул для  $T_2$  позволяют записать цепь равных элементов:

$$T_{\text{ст}} = 0.5T_2 = \frac{2\Delta}{V} = \frac{V}{a} = \left(\frac{2\Delta}{a}\right)^{1/2}. \quad (4)$$

Из (4) следует, что справедливость равных элементов наступает при соблюдении условия согласованности максимальных параметров  $\{\Delta, V, a\}$  модели степенной полуволны процесса  $p(t)$ . Это условие запишем путём преобразования любых пар элементов цепи равных элементов (4) в одно равенство:

$$V^2 = 2\Delta a. \quad (5)$$

Как упомянуто выше, а теперь можно утверждать, что (5) совпадает с (1). Ещё это указывает на возможность моделирования операции *приведения времени торможения*  $0 \leq t \leq 0.5T_2$  к *интервалу торможения  $s$  или*  $0 \leq p(t) \leq \Delta$  (как в диаграммах торможения ETCS [1]) на примере исследования модели степенной полуволны.

**2.3. Приведение времени торможения к расстоянию торможения по степенной полуволне второго порядка.** Применим степенную полуволну для описания кривой экстренного торможения высокоскоростного состава по протоколу ETCS [1], по предложенной в статье методике:

1) Так как в конце тормозного пути  $p(t) = \Delta$ ,  $V \geq V(t) = 0$ , то интервал времени экстренного торможения (рисунок 2) будет  $T_{\text{ст}} = 0.5T_2$  и находится из любого элемента цепи равных элементов (4).

2) Кривая экстренного торможения определяет зависимость скорости состава от расстояния, поэтому из выражения (2) выразим

время через расстояние:  $(t - 0.5T_2) = [2/a(\Delta - p(t))]^{1/2}$  и подставим в первое выражение (3), получим:

$$V(t) = -[2a(\Delta - p(t))]^{1/2}, \quad (6)$$

где  $0 \leq V(t) \leq V$ ;  $0 \leq p(t) \leq \Delta$ .

3) В (6) учтём (5):  $2a = V^2/\Delta$ , получим выражение для зависимости скорости от расстояния торможения:  $V(t) = V[1 - p(t)/\Delta]^{1/2}$ , которое переведём в относительную, безразмерную форму:

$$\frac{V(t)}{V} = \left[1 - \frac{p(t)}{\Delta}\right]^{1/2}. \quad (7)$$

На рисунке 3 приведена зависимость относительной скорости  $V(t)/V$  от относительного тормозного пути  $p(t)/\Delta$  (7) и выражение относительного замедления  $-a(t) = -V^2/2\Delta = -a = \text{const}$  из (5), которое не зависит от  $p(t)$ :  $a(t)/a = 1$ .

Примечание 1: «Относительная величина скорости  $V(t)/V$  (рисунок 3) по выражению (7) является степенной функцией, в которой используем только положительную ветвь  $0 \leq V(t) \leq V$  (рисунок 2), так как она технически соответствует процессу торможения состава».

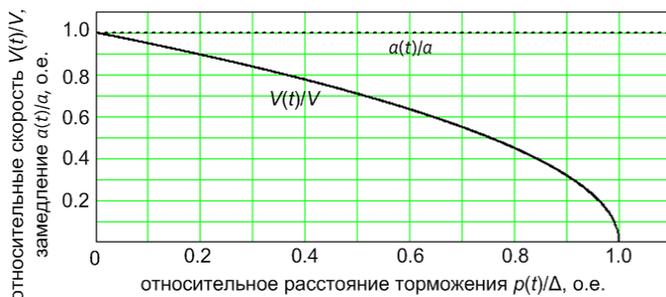


Рис. 3. Относительные зависимости скорости и замедления от тормозного пути по степенной полуокружности

Примечание 2: «Относительная величина замедления  $a(t)/a \geq 0$  соответствует процессу торможения состава и является отношением функции  $a(t) \leq 0$  и константы  $a \leq 0$ , поэтому на рисунке 3 величина изображена в виде положительной константы».

Для примера расчёта примем предельные *исходные значения*: тормозной путь  $\Delta = 1500$  м, скорость в начале торможения:  $V = 500$  км/ч = 138.8889 м/с. Определим *параметры торможения*: найдём необходимое замедление высокоскоростного состава (5):  $a = -V^2/2\Delta = -6.43$  м/с<sup>2</sup>, время торможения (4):  $T_{ст} = 2\Delta/V = 21.60$  с.

**2.4. Особенности реальной кривой экстренного торможения второго порядка.** Кривая взята из ETCS [1, 3], представлена на рисунке 4 и состоит из семи участков в виде квадратичных парабол с различными постоянными замедлениями, описывает снижение скорости из-за экстренного торможения. В составе ETCS она называется кривой EBD (Emergency Brake Deceleration). Кривая EBD является полностью детерминированной, зависит как от характеристик поезда, так и от характеристик пути. Эти характеристики задаются двумя группами поправок:  $A_T$  или «A\_brake\_safe» – изменяет величину замедления состава в зависимости от скорости состава и погодных условий,  $A_{п/с}$  или «A\_gradient» – изменяет замедление от подъёма/спуска пути. Поправки задают в виде двух ступенчатых функций (рисунок 4).

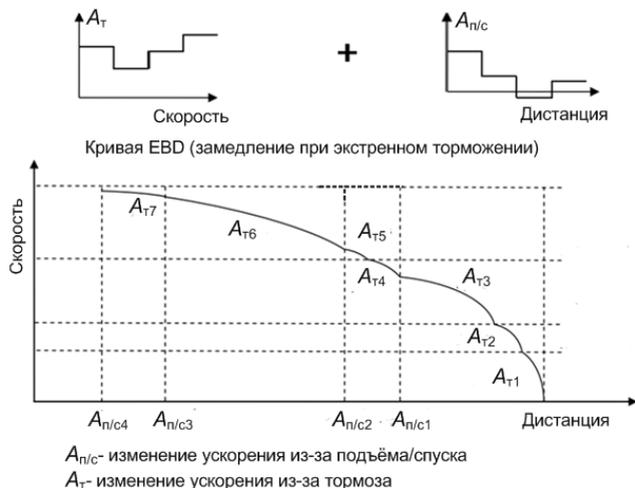


Рис. 4. Кривая экстренного торможения Emergency Brake Deceleration (EBD)

Кривая EBD имеет сложный состав и постоянно сравнивается в компьютере локомотива с кривой, подобной идеальной кривой торможения (рисунок 3). Кроме этого, за её поведением постоянно следит машинист локомотива. При пересечении или опасном

сближении двух кривых включается автоматическое управление торможением состава и включается звуковой сигнал предупреждения машиниста об опасности столкновения. Выступы на кривой EBD обусловлены тем, что в некоторые моменты времени меняются величины замедления от меняющихся поправок, а парабола (7) порядка 0.5 является гладкой (рисунок 3), если замедление (ускорение) постоянно  $a = \text{const}$  в соответствии с (3) и (5).

Выступы провоцируют пересечение двух кривых, кроме этого величина многократных ударных замедлений до  $a = -6.43 \text{ м/с}^2$  (пример расчёта в пункте 2.3) приводят к снижению комфорта для пассажиров, особенно на максимальных скоростях.

Предложим несколько кривых экстренного торможения, свободных от описанных особенностей. Кривые торможения построим на основе гармонических полувольт [22] и покажем, что они имеют необходимые положительные свойства для использования в управлении.

**3. Модель гармонической полувольты и применение её для описания кривых экстренного торможения.** Отметим свойства гармонической полувольты, которые можно использовать для устранения некоторых особенностей степенной полувольты или эквивалентной ей кривой EBD без импульсных поправок замедления  $A_T$  ( $A\_brake\_safe$ ) и  $A_{n/c}$  ( $A\_gradient\_safe$ ). Получим параметры экстренного торможения, зависящие от времени, и методику приведения времени торможения к интервалу торможения (аналогично пункту 2.3).

**3.1. Основные параметры и некоторые особенности гармонической полувольты.** Параметры получены в [22] и приведены кратко для целостности материала. Уравнение гармонической полувольты:

$$p(t) = \Delta \sin \omega t, \quad (8)$$

где  $0 \leq t \leq T_T$ ;  $T_T = T/2 = 1/2f$  – интервал Найквиста;  $f$  – частота среза в спектре сигнала  $p(t)$  после фильтрации;  $T$  – период частоты среза;  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота;  $\Delta$  – амплитуда гармонической полувольты или максимальная погрешность линейной аппроксимации двух выборок из полувольты в моменты времени  $t = 0$  и  $t = T_T$ . Первая производная от этой полувольты определяет скорость  $V(t)$  её изменения:

$$p^{(1)}(t) = \omega \Delta \cos \omega t = V(t). \quad (9)$$

Вторая и третья производные от полуволны определяют, соответственно, ускорение или замедление  $a(t)$  и резкость торможения  $R(t)$ :

$$p^{(2)}(t) = -\omega^2 \Delta \sin \omega t = a(t), \quad p^{(3)}(t) = -\omega^3 \Delta \cos \omega t = R(t). \quad (10)$$

Гармоническая полуволна и три производные от неё по времени изображены на рисунке 5.

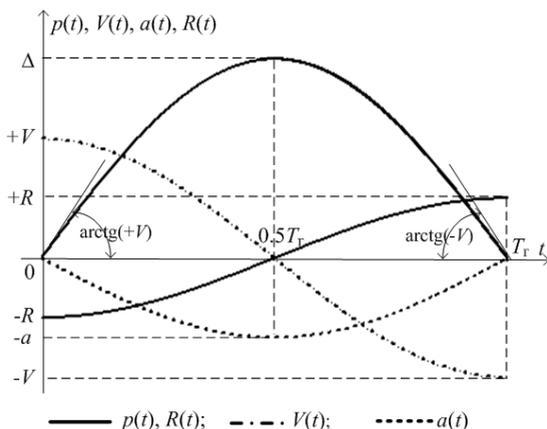


Рис. 5. Гармоническая полуволна  $p(t)$  (8) и три производных от неё по времени (9), (10)

Выражение (8) описывает половину  $T_r = T/2 = 1/2f$  периода  $T$  частоты среза  $f$  в спектре сигнала  $p(t)$ . Частота Найквиста  $2f$  широко используется в теории связи, управления и в информатике [22] и в этом исследовании сделана попытка ещё одного её применения.

Первая выборка из сигнала  $p(t)$  осуществлена в момент времени  $t=0$ , вторая – в момент времени  $t=T_r = T/2$ . Линия, интерполирующая сигнал между двумя выборками лежит на оси абсцисс  $0t$ .

Погрешность такой интерполяции  $\Delta$  достигает максимального значения в точке с координатами  $(0.5T_r, \Delta)$ , которая является вершиной гармонической полуволны. Проходящая через вершину вертикальная линия  $t = 0.5T_r = 0.25T = T_{rr}$  служит её осью симметрии.

Величину интервала времени экстренного гармонического торможения обозначим  $T_{rr}$ , она соответствует двум точкам гармонической полуволны: точке начала полуволны  $t=0$  с

максимальной скоростью  $V$  изменения процесса и точке на вершине полуволны  $t = 0.5T_{\Gamma} = T_{\Gamma}$ , в которой скорость процесса равна нулю, а отклонение или тормозной путь равен  $\Delta$ . Таким образом, половина гармонической полуволны полностью соответствует физическим требованиям к кривой экстренного торможения. Связь круговой частоты  $\omega$  гармонической полуволны и интервала торможения  $T_{\Gamma}$  запишем в виде выражения:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{T_{\Gamma}} = \frac{\pi}{2T_{\Gamma}}. \quad (11)$$

Определим интервал гармонической полуволны  $T_{\Gamma}$  через максимальные параметры сигнала  $p(t)$  процесса управления. Эти параметры должны быть получены при обработке результатов обследования объекта управления, так как процесс торможения поезда по пути  $p(t)$  можно отнести к процессу с трудно определяемым спектром сигналов [22].

В выражение первой производной (9) подставим моменты времени выборки из сигнала  $p(t)$ :  $p(t=0) = 0$  и  $p(t=T_{\Gamma}) = 0$  и приравняем двум её максимальным значениям:  $\max p^{(1)}(t=0, t=T_{\Gamma}) = |\pm V|$ , учтём (11),  $\cos(0)=1$ ,  $\cos(\pi)=-1$ , получим:

$$T_{\Gamma} = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta}{V}. \quad (12)$$

В выражение второй производной (10) подставим момент времени ( $t = 0.5T_{\Gamma}$ ), при котором наступает максимум ускорения сигнала  $p(t)$  процесса торможения и приравняем её максимальному значению  $\max p^{(2)}(t = 0.5T_{\Gamma}) = |-a|$ . Используем (11), получим цепь равенств интервалов гармонической полуволны:

$$T_{\Gamma} = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta}{V} = \frac{\pi}{2} \frac{V}{a} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\Delta}{a}\right)^{1/2}, \quad (13)$$

где условие согласования параметров  $\{\Delta, V, a\}$  процесса:  $V^2 = \Delta a$ . Аналогично (13), при измеренном значении  $\max p^{(3)}(t=0, t=T_{\Gamma}) = |\pm R|$ , запишем более длинную цепь равенств интервалов:

$$T_{\Gamma} = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta}{V} = \frac{\pi}{2} \frac{V}{a} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\Delta}{a}\right)^{1/2} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{V}{R}\right)^{1/2} = \frac{\pi}{2} \frac{a}{R} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\Delta}{R}\right)^{1/3}, \quad (14)$$

где два частных условия согласования параметров  $\{\Delta, V, a, R\}$  процесса торможения:  $V^2 = \Delta a$ ,  $a^2 = VR$  или общее условие:  $Va = \Delta R$ . С учётом (11) запишем (14) через круговую частоту  $\omega$ :

$$\omega = \frac{V}{\Delta} = \frac{a}{V} = \left(\frac{a}{\Delta}\right)^{1/2} = \left(\frac{R}{V}\right)^{1/2} = \frac{R}{a} = \left(\frac{R}{\Delta}\right)^{1/3}. \quad (15)$$

**3.2. Сравнение свойств гармонической полуволны и полуволны ЕВД или модели степенной полуволны.** Совместное рассмотрение выражений (13), (14) и (4) показывает, что:

1) У гармонической полуволны продолжительность и форма не зависят от количества производных. В степенной полуволне количество производных, форма и продолжительность определяются величиной степени степенной функции.

2) Гармонические полуволны позволяют определить частоту эквивалентной граничной частоты сигналов процессов с трудно определяемым спектром [22], напротив, степенные полуволны имеют спектры, граничные частоты которых существенно выше частоты самих степенных волн.

3) В соответствии с рисунком 4 [1, 3] при работе с тормозами состава машинист осуществляет ступенчатое регулирование ускорения (замедления) в ручном режиме, в зависимости от способности торможения поезда и меняющихся условий внешней среды на пути следования. В дальнейшем покажем, что гармонические полуволны позволяют осуществлять плавное регулирование замедления высокоскоростного состава.

4) Ударное включение и выключение тормозов системы ЕВД приводит к скачкам замедления и, соответственно, к повышенному износу тормозной системы и снижению комфорта для пассажиров.

**3.3. Приведение времени торможения к интервалу (расстоянию) торможения гармонической полуволны.** Применим гармоническую полуволну для описания кривой экстренного торможения высокоскоростного состава по протоколу ETCS [2, 3] подобно предложенной методике (пункт 2.3).

1) Так как в конце тормозного пути  $p(t) = \Delta$ ,  $V(t) = 0$ , то время экстренного торможения (рисунок 5) будет  $T_{\text{т}} = 0,5T_{\text{г}}$  и находится из любого элемента двух цепей равных элементов (13) или (14).

2) Кривая экстренного торможения определяет зависимость скорости состава от расстояния, поэтому из выражения (8) выразим безразмерное произведение  $\omega t$  через относительное безразмерное расстояние  $p(t)/\Delta$ :  $\omega t = \arcsin(p(t)/\Delta)$  и подставим в (9), преобразуем,

используем  $V = \omega \Delta$  (15), получим:  $V(t) = V[1 - (p(t)/\Delta)^2]^{1/2}$ , которое переведем в относительную, безразмерную форму (рисунок 6 и Примечание 1):

$$\frac{V(t)}{V} = \left[ 1 - \left( \frac{p(t)}{\Delta} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (16)$$

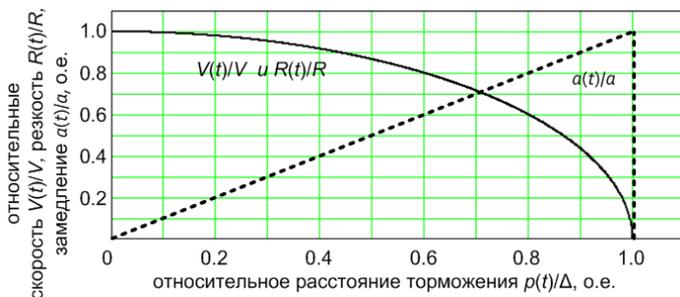


Рис. 6. Зависимости относительной скорости, замедления и резкости движения от относительного тормозного пути

3) В первую часть (10) подставим  $\omega t = \arcsin(p(t)/\Delta)$  и  $\omega^2 = a/\Delta$  из (15), получим:  $a(t) = a \cdot p(t)/\Delta$ , которую переведем в относительную, безразмерную форму (рисунок 6 и Примечание 2):

$$\frac{a(t)}{a} = \frac{p(t)}{\Delta}. \quad (17)$$

Во вторую часть (10) подставим  $\omega t = \arcsin(p(t)/\Delta)$ ,  $\omega^3 = R/\Delta$  из (15), получим:  $R(t) = R[1 - (p(t)/\Delta)^2]^{1/2}$ , которую переведем в относительную, безразмерную форму (рисунок 6 и Примечание 1):

$$\frac{R(t)}{R} = \left[ 1 - \left( \frac{p(t)}{\Delta} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (18)$$

Для примера расчёта примем предельные *исходные значения*: тормозной путь  $\Delta = 1500$  м, скорость в начале торможения:  $V = 500$  км/ч = 138.8889 м/с. Определим *параметры*

*торможения*: необходимое максимальное замедление состава по (13) и условию  $p(t=T_{\text{т}}) = \Delta$ :  $a = -V^2/\Delta = -12.86 \text{ м/с}^2$ , время торможения (14):  $T_{\text{т}} = \pi\Delta/2V = 16.96 \text{ с}$ ,  $R = a^2/V = 1.19 \text{ м/с}^3$ .

**3.4. Связь величины торможения (замедления) и разрешаемой скорости состава.** Процесс экстренного торможения состава можно представить математически, как зависимость контролируемой (разрешаемой) скорости перемещения состава  $V(t)$  по тормозному участку пути под действием силы инерции и усилия тормозов состава, которое определяется величиной замедления  $a(t)$ . Для чего (17) подставим в (16), получим два эквивалентных выражения:

$$\frac{V(t)}{V} = \left[ 1 - \left( \frac{a(t)}{a} \right)^2 \right]^{1/2}; \quad \frac{a(t)}{a} = \left[ 1 - \left( \frac{V(t)}{V} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (19)$$

На рисунке 7 приведена зависимость по выражениям (19), с учётом Примечания 1.

Тормозное усилие пропорционально замедлению [1], поэтому из (19) следует Правило 1: «Если замедление  $a(t)$  изменять плавно по формуле (19), то скорость  $V(t)$  будет изменяться плавно, так как функция (19) не имеет разрывов, как в функциях поправок  $A_{\text{T}}$  ( $A_{\text{brake\_safe}}$ ) и  $A_{\text{твс}}$  ( $A_{\text{gradient}}$ ), характерных для кривой EBD ETCS».

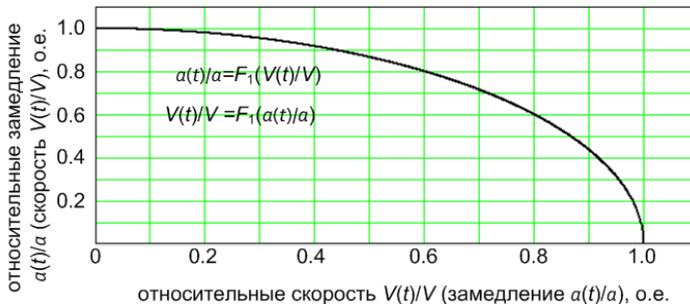


Рис. 7. Зависимость относительной скорости состава от замедления и обратная зависимость

Основной недостаток гармонической кривой торможения по выражению (19) следует из рисунков 6 и 7, где наблюдается положительный скачок замедления от  $a = -12.86 \text{ м/с}^2$  до  $a = 0 \text{ м/с}^2$  в

конце тормозного пути  $p(T_{\text{бр}})=\Delta=1500$  м при начальной скорости торможения  $V=500$  км/ч = 138.8889 м/с. При этом цель торможения (остановка состава) достигается:  $V(T_{\text{бр}}) = 0$ .

Покажем, что предлагаемая ниже гармоническая тормозная кривая позволяет устранить эффект скачка замедления.

**4. Методика разработки модели гармонической полуволны и применение её для описания безударных кривых экстренного торможения.** Методика проектирования включает в себя два основных этапа: этап получения кривой экстренного торможения в виде функции времени для определения временных параметров процесса торможения и этап получения кривой экстренного торможения в виде функции расстояния для безударного управления торможением.

**4.1. Определение параметров торможения, в виде функций времени.**

1) Математическое описание изменения скорости состава  $V(t)$  во время торможения запишем, в соответствии с Правилем 1, как гармоническую полуволну в виде косинусоиды (рисунок 8), которая при  $t = 0$  принимает максимальное положительное значение  $V(0) = V$ , а при  $t = T_{\text{бр}}$  равна нулю  $V(T_{\text{бр}}) = 0$ :

$$V(t) = 0.5V\cos\omega t + 0.5V, \quad (20)$$

где  $0 \leq t \leq T_{\text{бр}}$  – интервал времени безударного, экстренного, гармонического торможения,  $T_{\text{бр}} = 0.5T$ ;  $T$  – период частоты среза или период гармонической волны, круговая частота которой  $\omega = 2\pi/T = \pi/T_{\text{бр}}$ .

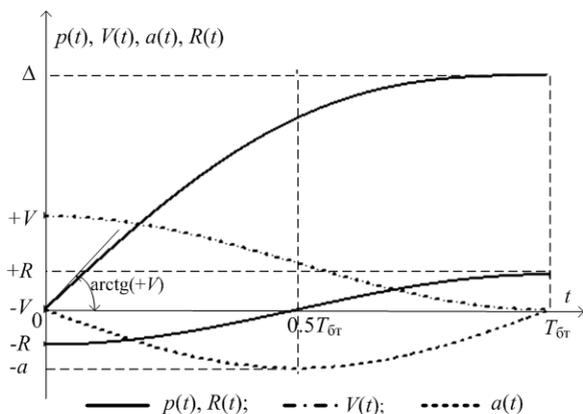


Рис. 8. Безударная кривая экстренного торможения  $p(t)$  (23) и три производных от неё по времени (20), (21), (25)

2) Определим замедление состава  $a(t)$  (или отрицательное ускорение) торможения, как производную от скорости торможения (20) по времени:  $[V(t)]^{(1)} = a(t) = -0.5\omega V \sin \omega t$ , в которую подставим  $\omega = \pi/T_{\text{бр}}$  и  $t = 0.5T_{\text{бр}}$ , при этом учтём, что минимальное значение  $a(0.5T_{\text{бр}}) = -a$  определяется максимальным тормозным усилием состава, получим:

$$a(t) = -a \sin \omega t, \quad (21)$$

где  $a = \pi V/2T_{\text{бр}}$  – максимальное по величине значение замедления состава в момент времени  $t = 0.5T_{\text{бр}}$ . Из (20) и (21), при  $t = 0.5T_{\text{бр}}$ , запишем величину интервала времени экстренного, безударного торможения:

$$T_{\text{бр}} = \frac{\pi V}{2a}. \quad (22)$$

3) Определим траекторию торможения, как неопределённый интеграл от скорости  $V(t)$  (20), при этом учтём, что постоянная интегрирования  $C$  определяется из условия  $p(t=0) = 0$  – величина пути в момент начала торможения, получим:

$$p(t) = \int V(t)dt = 0.5 \frac{V}{\omega} \sin \omega t + 0.5Vt. \quad (23)$$

Из (23) и условия  $p(t = T_{\text{бр}}) = \Delta$  – максимальный путь в момент конца торможения определим время экстренного торможения:

$$T_{\text{бр}} = 2 \frac{\Delta}{V}. \quad (24)$$

Резкость торможения определим, как производную от закона замедления состава (20), получим:

$$R(t) = (a(t))^{(1)} = -0.5\omega^2 V \cos \omega t. \quad (25)$$

Из (25) и условия  $R(t = T_{\text{бр}}, t = 0) = \pm R$  – максимальная скорость изменения замедления (резкость) в конце и начале торможения определим время экстренного, безударного торможения:

$$T_{\text{бр}} = \pi \left( \frac{V}{2R} \right)^{1/2}. \quad (26)$$

4) Из (22), (24) и (22), (26) для обеспечения однозначного значения интервала экстренного торможения  $T_{\text{бр}}$ , получим два частных условия согласования части параметров процесса торможения:

$$V^2 = \frac{4}{\pi} \Delta a, \quad a^2 = \frac{1}{2} VR. \quad (27)$$

Перемножение правых и левых частей выражений (27) даёт общее условие согласования всех параметров процесса торможения:

$$2\Delta R = \pi Va. \quad (28)$$

5) Совместное преобразование выражений (22), (24), (25) и (26) позволяет записать цепь равных элементов для величины интервала времени экстренного торможения по безударной траектории:

$$T_{\text{бр}} = 2 \frac{\Delta}{V} = \frac{\pi}{2} \frac{V}{a} = \left( \pi \frac{\Delta}{a} \right)^{1/2} = \pi \left( \frac{V}{2R} \right)^{1/2} = \pi \frac{a}{R} = \left( \pi^2 \frac{\Delta}{R} \right)^{1/3}. \quad (29)$$

С учётом круговой частоты  $\omega = 2\pi/T = \pi/T_{\text{бр}}$  из (29) запишем:

$$\omega = \frac{\pi}{2} \frac{V}{\Delta} = 2 \frac{a}{V} = \left( \pi \frac{a}{\Delta} \right)^{1/2} = \left( \frac{2R}{V} \right)^{1/2} = \frac{R}{a} = \left( \pi \frac{R}{\Delta} \right)^{1/3}. \quad (30)$$

6) Для примера расчёта примем предельные исходные значения подраздела (2.3): тормозной путь  $\Delta = 1500$  м, скорость в начале торможения:  $V = 500$  км/ч = 138.8889 м/с. Определим *параметры безударного торможения*: период круговой частоты торможения из выражений (24) или (26)  $T = 2T_{\text{бр}} = 4\Delta/V = 43.20$  с; максимальное замедление состава из (20) в середине интервала торможения  $a(0.25T) = -\pi V^2/4\Delta = -10.1003$  м/с<sup>2</sup>; время торможения состава (26)  $T_{\text{бр}} = 2\Delta/V = 21.60$  с; максимальная резкость торможения из (25) в конце и начале интервала торможения  $R = -\pi^2 V^3/8\Delta^2 = \pm 1.469$  м/с<sup>3</sup>.

#### 4.2. Методика приведения времени торможения к расстоянию торможения гармонической безударной полуволны.

Кривая экстренного торможения определяет зависимость скорости состава от расстояния, поэтому из выражения (23) необходимо выразить произведение  $\omega t$  через относительное расстояние  $p(t)$ , но это действие затруднено, так как (23) является трансцендентным уравнением относительно переменных  $\omega t$  и  $t$ . Для выхода из этой ситуации определим две обратных зависимости: расстояния экстренного торможения от скорости  $p(V(t))$  и от ускорения  $p(a(t))$ .

1) Из выражения (21) выделим время торможения состава  $t = (1/\omega) \arccos(2V(t)/V - 1)$  и подставим в (23), применим  $\omega = \pi V/2\Delta$  из (30), получим:

$$\frac{p(t)}{\Delta} = \frac{2}{\pi} \frac{V(t)}{V} \left( \frac{V}{V(t)} - 1 \right)^{1/2} + \frac{1}{\pi} \arccos \left( 2 \frac{V(t)}{V} - 1 \right). \quad (31)$$

На рисунке 9 изображены зависимости относительного расстояния  $p(t)/\Delta$  траектории торможения от относительной скорости торможения, замедления, резкости торможения.

2) Из выражения (20) выделим время торможения скоростного состава  $t = (-1/\omega) \arccos(2a(t)/\omega V)$  и подставим в (23), применим  $\omega^2 = \pi a/\Delta$  из (30), учтём что  $a(t) \leq 0$ ,  $a \leq 0$ , при  $0 \leq t \leq 0.5T_{\text{эп}}$ , получим:

$$\frac{p(t)}{\Delta} = \frac{1}{\pi} \frac{a(t)}{a} + \frac{1}{\pi} \arcsin \left( \frac{a(t)}{a} \right). \quad (32)$$

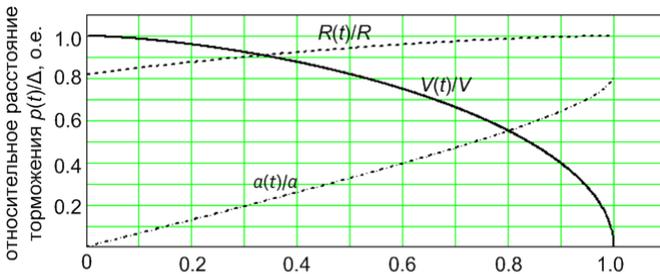


Рис. 9. Зависимости тормозного пути от скорости, замедления и резкости движения скоростного состава

3) Из выражения (25) выделим время торможения скоростного состава  $t = (1/\omega) \arccos(-2R(t)/R)$  и подставим в (23), применим  $\omega = \pi V/2\Delta$  из (30), получим:

$$\frac{p(t)}{\Delta} = \frac{1}{\pi} \left[ 1 - \left( \frac{R(t)}{R} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{\pi} \arccos \left( -\frac{R(t)}{R} \right). \quad (33)$$

На рисунке 9 изображены зависимости относительного расстояния  $p(t)/\Delta$  траектории торможения от относительной скорости торможения  $V(t)/V$  (31), от относительной величины замедления  $a(t)/a$  (32) и от относительной величины резкости торможения  $R(t)/R$  (33). При построении рисунка 9 учтены Примечания 1 и 2 при выборе знака перед выражением корня.

**4.3. Связь величин замедления и скорости состава при торможении по гармонической безударной полуволне.** Определим время торможения через скорость торможения состава  $V(t)$  из выражения (21)  $t = (1/\omega) \arccos(2V(t)/V-1)$  и  $\omega = 2a/V$  из (30) для преобразования (20):

$$\frac{a(t)}{a} = -2 \frac{V(t)}{V} \left( \frac{V}{V(t)} - 1 \right)^{1/2}. \quad (34)$$

Обратную зависимость получим путём преобразования (34) или подстановкой  $\omega t = -\arcsin(a(t)/a)$  из (20) в (21):

$$\frac{V(t)}{V} = 0.5 \pm 0.5 \left[ 1 - \left( \frac{a(t)}{a} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (35)$$

На рисунке 10 приведены зависимости по выражениям (34), (35). При построении рисунка 10 учтены Примечания 1 и 2 при выборе знака перед выражением корня.

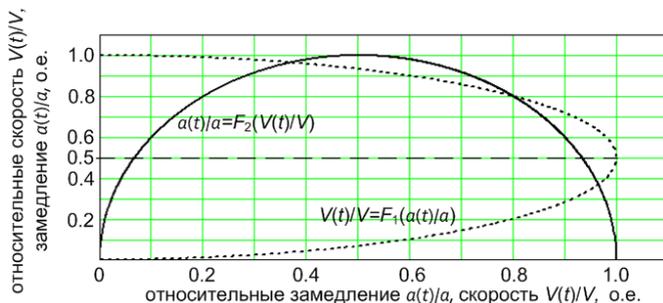


Рис. 10. Зависимость относительной скорости состава от замедления (отрицательного ускорения)  $F_1$  и обратная зависимость  $F_2$

**5. Эффективность использования моделей.** Результаты исследования можно использовать не только для экономии технического ресурса тормозной системы состава и повышения комфорта пассажиров, но и для сравнения технических возможностей (характеристик) высокоскоростных поездов, использующих различные тормозные кривые. Предположим, что поезда оснащены *одинаковыми* пневматическими и (или) электромагнитными тормозами, на которые задают тормозные усилия в одинаковых диапазонах изменения, но различные по законам изменения (для трёх кривых торможения, рассмотренных выше) в соответствии с полученными тремя группами выражений. При этом выделим две ситуации.

**5.1. Сравнение моделей (тормозных кривых) при общем ограничении величины замедления.**

1) Для тормозной кривой EBD (Emergency Brake Deceleration) или степенной полуволны второго порядка используем (4), перепишем (5) с присвоением индекса  $V_{ст}$ :  $T_{ст} = (2\Delta/a)^{1/2}$ ;  $V_{ст} = (2\Delta a)^{1/2}$ .

2) Для тормозной гармонической кривой с единственным положительным скачком ускорения в конце процесса торможения используем (13), перепишем ограничительную часть выражения (13) с присвоением индекса  $V_{гт}$ :  $T_{гт} = (\pi/2)(\Delta/a)^{1/2}$ ;  $V_{гт} = (\Delta a)^{1/2}$ .

3) Для тормозной гармонической кривой без скачков (ударов) замедления в процессе торможения используем (29), перепишем выражение (27) с присвоением индекса  $V_{бт}$ :  $T_{бт} = (\pi\Delta/a)^{1/2}$ ;  $V_{бт} = 2(\Delta a/\pi)^{1/2}$ .

В соответствии с записанными и переиндексированными выражениями скоростей приведём зависимости на рисунке 11.

Из зависимостей на рисунке 11 следует, что степенная полуволна, воздействуя на тормоза состава с меньшей амплитудой замедления, останавливает состав быстрее или останавливает за то же

время останова при большей начальной скорости в начале торможения. Для нахождения количественных оценок перейдём к относительным единицам для трёх рассматриваемых кривых торможения.

Запишем соответствующие количественные соотношения выражений из пунктов 1) – 3):

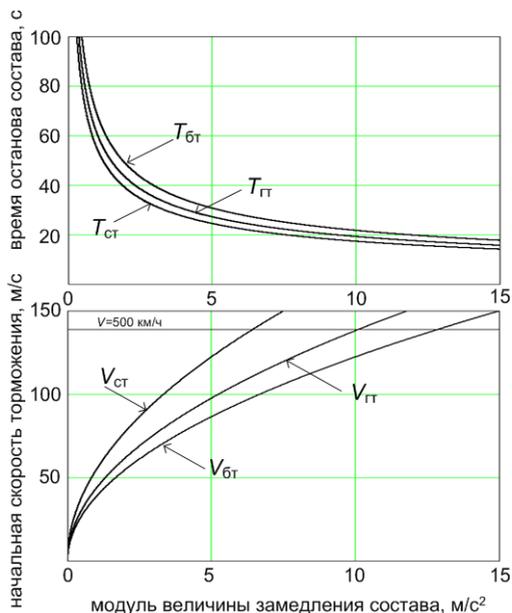


Рис. 11. Зависимости начальной скорости торможения и времени на останов состава от величины замедления

$$\frac{V_{гт}}{V_{ст}} = \frac{(\Delta a)^{1/2}}{(2\Delta a)^{1/2}} = 0.707; \quad \frac{V_{бт}}{V_{ст}} = \frac{2(\Delta a/\pi)^{1/2}}{(2\Delta a)^{1/2}} = 0.798.$$

$$\frac{T_{гт}}{T_{ст}} = \frac{(\pi/2)(\Delta/a)^{1/2}}{(2\Delta/a)^{1/2}} = 1.111; \quad \frac{T_{бт}}{T_{ст}} = \frac{2(\pi\Delta/a)^{1/2}}{(2\Delta/a)^{1/2}} = 1.253.$$

Из количественных соотношений видно, что ограничение на величину замедления приводит к необходимости сокращения максимальных скоростей вхождения в режим торможения для гармонических кривых замедления состава. При этом соответственно увеличиваются временные интервалы останова состава.

**5.2. Сравнение моделей (тормозных кривых) при пропорциональном уменьшении максимальных величин замедлений.** Для примера используем максимальные значения замедлений для трёх типов тормозных кривых, полученных ранее в примерах расчётов параметров торможения: в пункте статьи 2.3 раздела 2:  $a_{ст} = -6.43 \text{ м/с}^2$ ; в пункте 4.3:  $a_{гт} = -12.86 \text{ м/с}^2$ ; в пункте 5.1.:  $a_{бт} = -10.10 \text{ м/с}^2$ . Выражения для расчёта заимствуем из пункта 6.1, в которых используем индексированные, в части написания обозначения замедлений, выражения.

$$\frac{V_{гт}}{V_{ст}} = \frac{(a_{гт})^{1/2}}{(2a_{ст})^{1/2}} = \frac{(12.86)^{1/2}}{(2 \cdot 6.43)^{1/2}} = 1; \quad \frac{V_{бт}}{V_{ст}} = \frac{(2a_{бт})^{1/2}}{(\pi a_{ст})^{1/2}} = \frac{(2 \cdot 10.1)^{1/2}}{(\pi \cdot 6.43)^{1/2}} = 1;$$

$$\frac{T_{гт}}{T_{ст}} = \frac{\pi(a_{ст})^{1/2}}{2(2a_{гт})^{1/2}} = \frac{\pi(6.43)^{1/2}}{(8 \cdot 12.86)^{1/2}} = 0.785; \quad \frac{T_{бт}}{T_{ст}} = \frac{(\pi a_{ст})^{1/2}}{(2a_{бт})^{1/2}} = \frac{(\pi \cdot 6.43)^{1/2}}{(2 \cdot 10.1)^{1/2}} = 1.$$

Из последних количественных соотношений видно, что отсутствие ограничений на величины замедлений приводят к более оптимистичным выводам, чем в пункте 6.1:

- отсутствует уменьшение максимальных скоростей вхождения в режим торможения для гармонических кривых замедления состава;

- временные интервалы останова состава сохраняются, а в случае использования гармонической кривой торможения с импульсом замедления в конце интервала торможения, временной интервал останова меньше, чем у кривой EBD ETCS  $T_{гт} < T_{ст}$ .

При этом если понизить величины максимальных замедлений в процессах торможения состава для всех трёх рассмотренных моделей пропорционально коэффициенту  $k \leq 1$ , то положительные результаты не исчезнут, так как в последних количественных соотношениях после подстановки коэффициенты  $k$  взаимно сократятся.

**6. Заключение.** Математические модели на основе гармонических полуволн для совершенствования процессов торможения высокоскоростных поездов позволяют исследовать недостатки Европейской системы управления поездами (European Train Control System (ETCS)): импульсное, многократное срабатывание тормозов при экстренном торможении, что приводит к износу тормозной системы и снижает комфорт пассажиров многократным повторением перегрузок.

Доказано, что математической моделью кривых торможения ETCS является степенная полуволна или авторский обобщённый критерий наибольшего отклонения (2005 год) [8]. Результаты доказательства показывают, что математическая модель обобщённого критерия наибольшего отклонения является актуальной и применима для моделирования процесса торможения высокоскоростных поездов. Эта модель определяет новые свойства и методы построения изменения скорости и замедления высокоскоростного состава, полностью отвечающие требованиям ETCS. Сверх того позволяет осуществлять плавное регулирование процесса торможения, что актуально для новейших поездов типа «маглев». Описанная методика, в свою очередь, позволила разработать две новые модели на основе гармонических полувольт, которые свободны от многократного, импульсного срабатывания тормозов, обеспечивают непрерывное регулирование скорости, приводят время торможения к интервалу (расстоянию) торможения гармонической полуволны. Первая из двух новых гармонических полувольт характеризуется однократным импульсным отпусканием тормоза в конце торможения и равномерным нарастанием в процессе торможения. Этот результат можно использовать, например, в системах управления высокоскоростными лифтами высотных зданий. При этом можно обеспечить постепенное линейное увеличение ускорения. Вторая новая гармоническая полуволна имеет замедление по закону отрицательной синусоиды. Из этого закона путём операций интегрирования и дифференцирования получены законы пути торможения, скорости и резкости торможения свободные от необходимости импульсных тормозных воздействий, что повышает комфорт пассажиров и сохраняет ресурс тормозных систем поездов типа «маглев» и обычных высокоскоростных поездов с магнитными тормозами.

Таким образом, результаты статьи могут быть использованы для моделирования режима реверса оптико-электронных систем при наблюдении и сопровождении подвижных объектов, дистанционного и автономного управления плавным перемещением роботов и их элементов с сохранением максимальных скоростей, ускорений и резкостей движения. Применение общего подхода к моделям открывает перспективы управления движениями роботов и механизмов с необходимой точностью, плавностью, обеспечивает их работу в реальном времени.

**Литература**

1. Ehret M. Virtual Train Brakes // Eisenbahnwesen-Seminar, TU-Berlin. 2020. 49 p.
2. ERTMS/ETCS. System Requirements Specification. Chapter 6. Management of older System Versions. 2016. no. 3.6.0. 46 p.
3. Introduction to ETCS Braking Curves. Version 1.5. ERA ERTMS Unit. 2020. 28 p.
4. «СИНКАНСЭН»: как работают скоростные поезда в Японии. URL: <https://varlamov.ru/3259684.html> (дата обращения: 26.07.2023).
5. Performance and Financing Agreement – Infrastructure Condition and Development Report. Deutsche Bahn AG Group, 2019. Available at: [https://www.eba.bund.de/DE/Themen/Finanzierung/LuFV/IZB/izb\\_node.html;jssessionid=9FA5FFD4733F0B2522224C879CABE1A9.live!1292](https://www.eba.bund.de/DE/Themen/Finanzierung/LuFV/IZB/izb_node.html;jssessionid=9FA5FFD4733F0B2522224C879CABE1A9.live!1292) (accessed: 10.09.2023).
6. Furness N., van Houten H., Arenas L., Bartholomeus M. ERTMS Level 3: the Game-Changer. IRSE NEWS. 2017. vol. 232. pp. 2–9.
7. Thales consortium to install ECTS Level 1 ATR system in Thailand. Railway Technology. 2019. Available at: <https://www.railway-technology.com/news/thales-consortium-to-install-ets-level-1-atp-system-in-thailand/?cf-view> (accessed: 10.09.2023).
8. Майоров Б.Г. Обобщенный критерий наибольшего отклонения входных сигналов систем управления // Автоматика и Телемеханика. 2005. № 10. pp. 148–157.
9. Фельдбаум А.А. Оптимальные процессы в системах автоматического регулирования // Автоматика и телемеханика. 1953. Т. 14. № 6. С. 712–728.
10. Никифоров В.В., Баранов С.Н. Статическая проверка корректности разделения ресурсов в системах реального времени // Труды СПИИРАН. 2017. Т. 3. № 52. С. 137–156.
11. Ровелли К. Срок времени / Пер. с итал. Д. Баюка // М.: ООО «Издательство АСТ»: CORPUS. 2020. 224 с.
12. Сенкевич Ю.И., Марапулец Ю.В., Луковенкова О.О., Солодчук А.А. Методика выделения информативных признаков в сигналах геоакустической эмиссии // Труды СПИИРАН. 2019. Т. 18. № 5. С. 1066–1092.
13. Петренко В.И., Тебуева Ф.Б., Гурчинский М.М., Антонов В.О., Павлов А.С. Прогнозная оценка траектории руки оператора для решения обратной задачи динамики при копирующем управлении // Труды СПИИРАН. 2019. Т. 18. № 1. С. 123–147.
14. Demydyuk M.V., Hoshovs'ka N. Parametric optimization of the transport operations of a two-link manipulator // Journal of Mathematical Sciences. 2019. vol. 238. pp. 174–188.
15. Manyam S.G. Optimal dubins paths to intercept a moving target on a circle // Proc. of the American Control Conference. 2019. pp. 828–834.
16. Poulsen D.R., Davis J.M., Gravagne I.A. Optimal Control on Stochastic Time Scales // IFAC-PapersOnLine. 2017. vol. 50. no. 1. pp. 14861–14866.
17. Майоров Б.Г. Способ непрерывной оптической связи с низколеящей целью // Патент RU №2 715 499 С1. 28.02.2020.
18. Григорьев И.С., Данилина И.А. Оптимизация траектории перелётов космических аппаратов с дополнительным топливным баком. II // Автоматика и Телемеханика. 2018. № 2. С. 135–153.
19. Хлитунов В.Н. О погрешности аппроксимации дискретных методов измерения // Приборостроение. 1960. № 5. С. 3–5.
20. Vavilov S.A., Lytaev M.S. Calibration and verification of models defining radar visibility zones in marine geoinformation systems // Proceedings of the 8th international Symposium on Information Fusion and Intelligent Geographic Information Systems (IF&IGIS'17). 2018. pp. 115–125.
21. Uneyama T., Miyaguchi T., Akimoto T. Relaxation Functions of the Ornstein Uhlenbeck Process with Fluctuating Diffusivity. Physical Review E. 2019. vol. 99. no. 3. DOI:10.1103/PhysRevE.99.032127.

22. Майоров Б.Г. Свойства гармонических и составных полувольт, определение интервала равномерной дискретизации времени цифровых сигнальных процессоров // Информатика и автоматизация. 2022. Т. 21. № 1. С. 95–125. DOI: 10.15622/ia.2022.21.4.
23. Майоров Б.Г. Способ определения координат подвижного объекта в закрытых помещениях // Патент RU 2 284 542 C2. 30.08.2004.

**Майоров Борис Геннадьевич** — канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник, центр специальных систем, АО "Научно-производственное предприятие "Рубин". Область научных интересов: цифровая обработка сигналов, системы сбора и отображения информации в реальном времени. Число научных публикаций — 87. bgmayorov@yandex.ru; улица Байдукова, 2, 440015, Пенза, Россия; р.т.: 7(8412)204-777.

**Поддержка исследований.** Работа выполнена по плану научно-технического развития предприятия 2023 года.

B. MAYOROV

**APPLICATION OF HARMONIC HALF-WAVES FOR  
AUTOMATION OF HIGH-SPEED TRAINS CONTROL**

*Mayorov B. Application of Harmonic Half-Waves for Automation of High-Speed Trains Control.*

**Abstract.** The emergency braking processes in the European Train Control System (ETCS) of high-speed trains are associated with stepwise regulation of acceleration (deceleration) depending on the braking ability of the train, terrain data and changing weather on the route. These processes are defined in ETCS. The procedure for stepwise regulation of deceleration is carried out by the driver repeatedly in the process of braking until the train stops completely. The beginning of emergency braking and its end, as well as the braking process itself, is accompanied by repeated pulsed operation of the brakes, which leads to jumps in deceleration and, accordingly, to increased wear of the brake system, a decrease in comfort for passengers, which results in the limitation of the maximum allowable speed. The article proposes a new concept and technique for constructing mathematical models of emergency braking curves different from ETCS curves and based on harmonic half-waves. It is shown that the ETCS deceleration curves are described by known second-order power half-waves. Their joint study gives grounds to assert that the application of these curves leads to the obligatory pulsed mode of brake operation. Two new variants of models of emergency braking curves described by harmonic half-waves are proposed. The first option has one pulsed brake application at the end of the braking interval. The second option is free from braking impulses and allows the use of continuous regulation. These models explain the features of ETCS, contain proposals for their elimination, and are applicable to the development of new emergency braking curves that allow smooth control of emergency braking of trains. Efficiency, differences and advantages over ETCS braking curves are shown on the results of mathematical modeling of emergency braking processes.

**Keywords:** high-speed trains, maximum speed, emergency braking, emergency braking curves, smooth train deceleration control, harmonic half-waves, method of constructing mathematical models of emergency braking curves.

**References**

1. Ehret M. Virtual Train Brakes. Eisenbahnwesen-Seminar, TU-Berlin. 2020. 49 p.
2. ERTMS/ETCS. System Requirements Specification. Chapter 6. Management of older System Versions. 2016. no. 3.6.0. 46 p.
3. Introduction to ETCS Braking Curves. Version 1.5. ERA ERTMS Unit. 2020. 28 p.
4. “SINKANSEN”: kak rabotayut poezda v Yaponii [“SHINKANSEN”: how trains work in Japan]. Available at: [https:// varlamov.ru/3259684. html](https://varlamov.ru/3259684.html) (accessed: 26.07.2023). (In Russ.).
5. Performance and Financing Agreement – Infrastructure Condition and Development Report. Deutsche Bahn AG Group, 2019. Available at: [https://www.eba.bund.de/DE/Themen/Finanzierung/LuFV/IZB/izb\\_node.html;jsessionid=9FA5FFD4733F0B2522224C879CABE1A9.live1!1292](https://www.eba.bund.de/DE/Themen/Finanzierung/LuFV/IZB/izb_node.html;jsessionid=9FA5FFD4733F0B2522224C879CABE1A9.live1!1292) (accessed: 10.09.2023).
6. Furness N., van Houten H., Arenas L., Bartholomeus M. ERTMS Level 3: the Game-Changer. IRSE NEWS. 2017. vol. 232. pp. 2–9.
7. Thales consortium to install ECTS Level 1 ATR system in Thailand. Railway Technology. 2019. Available at: <https://www.railway-technology.com/news/thales-consortium-to-install-etcs-level-1-atp-system-in-thailand/?cf-view> (accessed: 26.07.2023).

8. Maiorov B.G. The generalized maximum deviation criterion for input signals of control systems. *Autom. Remote Control*. 2005. vol. 66. pp. 1666–1672. DOI: 10.1007/s10513-005-0199-6.
9. Feldbaum A.A. [Optimal processes in automatic control systems]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and telemechanics*. 1953. vol. 14. no. 6. pp. 712–728.
10. Nikiforov V.V., Baranov S.N. [Static verification of the correctness of resource sharing in real-time systems]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2017. vol. 3. no. 52. pp. 137–156.
11. Rovelli K. Srok vremeni [Time period]. Moscow: Publishing house ACT: CORPUS, 2020. 224 p. (In Russ.).
12. Senkevich Yu.I., Marapulez Yu.V., Lukovenkova O.O., Solodchuk A.A. [Technique for identifying informative features in geoacoustic emission signals]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2019. vol. 18. no. 5. pp. 1066–1092.
13. Petrenko V., Tebueva F., Gurchinsky M., Antonov V., Pavlov A. [Predictive estimate of the trajectory of the operator's hand for solving the inverse problem of dynamics with copying control]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2019. vol. 18. no. 1. pp. 123–147.
14. Demydyuk M.V., Hoshovs'ka N. Parametric optimization of the transport operations of a two-link manipulator. *Journal of Mathematical Sciences*. 2019. vol. 238. pp. 174–188.
15. Manyam S.G. Optimal dubins paths to intercept a moving target on a circle. *Proc. of the American Control Conference*. 2019. pp. 828–834.
16. Poulsen D.R., Davis J.M., Gravagne I.A. Optimal Control on Stochastic Time Scales. *IFAC-PapersOnLine*. 2017. vol. 50. no. 1. pp. 14861–14866.
17. Mayorov B.G. [Method of continuous optical communication with low-flying target] Patent RU. No. 2 715 499 C1. 02.28.2020. (In Russ.).
18. Grigoriev I.S., Danilina L.A. Optimising flight for space vehicles with an additional fuel tank. II. *Autom. Remote Control*. 2018. vol. 79. no. 2. pp. 311–326.
19. Khlistunov V.N. [On the error of approximation of discrete measurement methods]. *Priborostroenie – Instrumentation*. 1960. no. 5. pp. 3–5.
20. Vavilov S.A., Lytaev M.S. Calibration and verification of models defining radar visibility zones in marine geoinformation systems. *Proceedings of the 8th international Symposium on Information Fusion and Intelligent Geographic Information Systems (IF&IGIS'17)*. 2018. pp. 115–125.
21. Uneyama T., Miyaguchi T., Akimoto T. Relaxation Functions of the Ornstein Uhlenbeck Process with Fluctuating Diffusivity. *Physical Review E*. 2019. vol. 99. no. 3. DOI:10.1103/PhysRevE.99.032127.
22. Mayorov B.G. [Properties of harmonic and composite half-waves, determination of the uniform time sampling interval of digital signal processors]. *Informatika i avtomatizaciya – Informatics and Automation*. 2022. vol. 21. no. 1. pp. 95–125. DOI: 10.15622/ia.2022.21.4. (In Russ.).
23. Mayorov B.G. [Method for determining the coordinates of a moving object in enclosed spaces] Patent RU 2 284 542 C2. 30.08.2004. (In Russ.).

**Mayorov Boris** — Ph.D., Leading researcher, Center for special systems, Joint Stock Company Scientific and Production Enterprise «Rubin». Research interests: digital signal processing, systems for collecting and displaying information in real time. The number of publications — 87. bgmayorov@yandex.ru; 2, Baidukova St., 440015, Penza, Russia; office phone: 7(8412)204-777.

**Acknowledgements.** The work was carried out according to the plan of scientific and technical development of the enterprise in 2023.