

А.Р. ГАЙДУК, Н.Н. ПРОКОПЕНКО, А.В. БУГАКОВА  
**КОМПЕНСАЦИЯ ОШИБОК, ВЫЗВАННЫХ ВРЕМЕННОЙ  
ЗАДЕРЖКОЙ ЦИФРОВЫХ ДАТЧИКОВ**

*Гайдук А.Р., Прокопенко Н.Н., Бугакова А.В. Компенсация ошибок, вызванных временной задержкой цифровых датчиков.*

**Аннотация.** Исследование посвящено повышению точности цифровых датчиков с запаздыванием по времени. Актуальность темы обусловлена широким распространением датчиков этого типа, что во многом обусловлено резким повышением требований к точности датчиков, а также расширяющимся применением цифровых технологий для обработки информации в системах управления, связи, мониторинга и многих других. Для устранения ошибок, обусловленных временной задержкой цифровых датчиков, предлагается использовать астатический быстродействующий корректор. Целесообразность применения этого корректора обосновывается свойствами дискретных динамических систем. В связи с этим сначала рассматриваются условия, при которых дискретные системы являются физически реализуемыми и имеют конечную длительность переходных процессов, поскольку в этом последнем случае они являются наиболее быстродействующими. Также показано, что для измерения полиномиального сигнала ограниченной интенсивности с нулевой ошибкой в установившемся режиме, датчик должен иметь порядок астатизма на единицу больше степени этого сигнала. На основе приведенных условий доказывается основной результат статьи – теорема, в которой устанавливаются условия существования астатического быстродействующего корректора. При включении этого корректора на выходе цифрового датчика или коррекции программного обеспечения последнего образуется модернизированный датчик, ошибка которого в установившемся режиме будет равна нулю. Это происходит вследствие того, что корректор устраняет ошибку цифрового датчика, обусловленную имевшейся в нём задержкой по времени, которая предполагается кратной периоду дискретизации. Порядок корректора как системы определяется целочисленным решением полученного в работе уравнения, которое связывает степень измеряемого полиномиального сигнала, запаздывание цифрового датчика, допустимое перерегулирование модернизированного датчика и относительный порядок искомого корректора. Это уравнение решено для случаев, когда степень измеряемого сигнала не больше единицы, перерегулирование равно часто назначаемым значениям, а задержка по времени не превышает четырёх периодов дискретизации. Порядки соответствующих модернизированных цифровых датчиков приведены в табличной форме. Это позволяет находить необходимый корректор без решения указанного уравнения во многих практических случаях. Эффективность предлагаемого подхода к повышению точности цифровых датчиков показана на численном примере. Нулевое значение ошибки модернизированного датчика подтверждается как путем компьютерного моделирования, так и численным расчетом. Полученные результаты могут использоваться при разработке высокоточных цифровых датчиков различных физических величин.

**Ключевые слова:** дискретная система, цифровой фильтр, цифровой датчик, порядок системы, относительный порядок системы, запаздывание, астатизм, переходный процесс, перерегулирование, конечный переходной процесс.

**1. Введение.** С увеличением сложности современных технических систем и ужесточением требований к их качеству, возрастает важность роли датчиков в системах различного назначения:

управления, мониторинга, диагностики и т.п. [1 – 5]. По существу, именно достоверность и точность доставляемых датчиками данных обуславливают полезность и эффективность функционирования этих систем. Эти качества датчиков зависят не только от характеристик чувствительных элементов, но и от системы предварительной обработки данных, которую целесообразно размещать ближе к считыванию данных. В связи с этим в последние годы всё более широкое распространение получают датчики, в которых чувствительный элемент объединяется со встроенной системой предварительной обработки данных. Последняя обычно представляет собой вычислитель, функции которого реализует процессор, размещаемый в непосредственной близости к чувствительному элементу датчика. Такие цифровые датчики часто называются интеллектуальными. Из-за наличия вычислителя такой датчик превращается в дискретное динамическое звено и характеризуется запаздыванием по времени. Основные проблемы, связанные с созданием интеллектуальных датчиков и измерительных систем, заключаются как в разработке эффективного, с точки зрения точности, алгоритма обработки данных, так и в выборе вычислителя. В работе [6] показано, что проблема точности интеллектуальных датчиков, тесно связана с уровнем потребления энергии компонентами системы обработки. Поэтому рекомендуется применять процессоры с минимальным потреблением энергии, что обеспечит значительно большую свободу выбора алгоритмов выполнения необходимых функций и, в частности, фильтрации.

Последнее обусловлено тем, что датчики, как правило, функционируют в условиях внешних случайных помех и воздействий, поэтому их выходные сигналы содержат случайные ошибки. Обычно эти ошибки считаются центрированными случайными гауссовскими процессами. Поэтому вычислители большинства известных интеллектуальных датчиков реализуют в основном алгоритмы цифровых фильтров различных типов. При этом современные методы цифровой фильтрации позволяют обеспечить пренебрежимо малые значения ошибок датчиков, обусловленных случайными составляющими входных сигналов [7 – 8]. Однако эти фильтры характеризуются значительной задержкой по времени, что приводит к появлению существенных ошибок датчиков [2, 6]. На рисунке 1 показаны графики входного сигнала: (а) некоторого датчика и сигнала (б) на выходе его фильтра.

Как видно ошибки, вызванные случайными помехами, по окончании переходного процесса в фильтре, практически,

отсутствуют, но из-за задержки выходного сигнала ( $\bar{b}$ ) фильтра, по отношению к входному сигналу ( $a$ ), возникает ошибка, часто довольно значительная, что существенно ухудшает качественные характеристики датчиков как измерительных устройств. Поэтому на практике применяются различные методы и подходы, позволяющие уменьшить влияние ошибок датчиков, обусловленных запаздыванием.

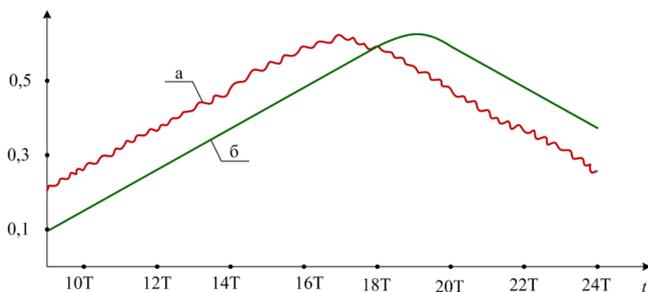


Рис. 1. Графики  $a$ -входного,  $b$ -выходного сигналов

С этой целью в ряде работ предлагаются различные алгоритмы восстановления действительного значения измеряемого сигнала. Так в [5] на основе теоремы Котельникова-Шеннона и метода регуляризации А.Н. Тихонова разработаны новый метод и алгоритм математической обработки данных, поступающих от дискретного чувствительного элемента. Вычисления реальных значений непрерывного сигнала на входе датчика осуществляется с использованием двух регуляризационных ядер и выборок соответствующего объема. При этом гарантируются точные границы ошибок датчика. С этой же целью в [9] предлагаются методы проектирования интеллектуальных, вычислительных сенсорных систем и датчиков, функционирование которых поддерживается методами машинного обучения. По мнению авторов, предлагаемые методы позволят создавать недорогие и компактные сенсорные системы, повышенной точности.

В [10] для повышения точности инерциальных датчиков, типа гироскопических акселерометров, применяется итерационный алгоритм дискретного фильтра Калмана, использующий обновление ковариационных функций, связывающих дискретные отсчеты выборок. При этом существенно снижаются вычислительные затраты, но эффективность фильтра Калмана не снижается. В непрерывных случаях для аналогичных целей используется модель непрерывного фильтра Калмана [11]. Точное измерение сигналов, несомненно, связано с безотказной работой датчиков, в том числе и

интеллектуальных. Для обеспечения устойчивой работы систем, использующих датчики, принимаются различные меры для преодоления случаев возникновения ошибок в измерительной информации, вызванных отказом датчиков. С этой целью применяются специальные наблюдатели, позволяющие оценить текущее состояние датчиков и осуществить достаточно точный прогноз изменений внешних измеряемых сигналов [12 – 15]. При этом могут использоваться адаптивные алгоритмы оценки текущего состояния датчика, разработанные на основе теории устойчивости Ляпунова [13], теории скользящих режимов, линейных матричных неравенств и интегрирования, что увеличивает скорость сходимости и позволяет свести к минимуму ошибку оценивания [14, 15].

Весьма эффективным в плане обеспечения высокой точности восстановления входного сигнала на выходе измерительной системы является эффект возникновения нулевой ошибки в следящих системах дискретного типа с конечным временем переходного процесса при действии на их входах ступенчатых воздействий [16]. Предлагается, также оценивать время запаздывания с тем, чтобы учесть его в алгоритме функционирования системы, в которой используется датчик. Для компенсации ошибок датчиков, вызванных временными задержками, предлагается применить метод линейной регрессии с минимизацией отклонений. Это позволяет обеспечить большую шумоустойчивость датчика, но нулевая ошибка, естественно, не достигается [17, 18].

В работах [19 – 21] разрабатываются специальные элементы с отрицательным групповым запаздыванием (NGD) включение которых в системы связи и передачи данных позволяет компенсировать влияние запаздывания. Эти элементы разрабатываются и изготавливаются на основе как специальных активных RC цепей, так и с применением индуктивностей и резисторов. Возникающие в этих схемах нано-, микро-, и миллисекундные эффекты NGD подтверждены численно и экспериментально. Возможность компенсации временной задержки с использованием NGD открывает широкие потенциальные возможности для улучшения качественных характеристик датчиков [19, 20]. В [21] предложена многофункциональная схема, на основе которой могут быть реализованы элементы с отрицательной групповой задержкой, включая полосовой, высокочастотный и низкочастотный фильтры, которым соответствуют различные условия включения емкости, индуктивности и сопротивления. Результаты экспериментальных исследований разработанной и изготовленной схемы с NGD подтвердили возможность компенсации запаздывания.

Однако этот подход позволяет компенсировать лишь малые запаздывания, что ограничивает его применение в реальных системах управления и системах связи.

Чаще всего известные методы компенсации ошибок интеллектуальных датчиков, вызванных запаздыванием по времени, не позволяют устранить эти ошибки полностью, даже для сигналов, определенных видов [22 – 25]. Это обуславливает необходимость разработки новых методов компенсации влияния временного запаздывания.

В данной работе для компенсации ошибок цифрового датчика, вызванных задержкой по времени, рассматривается применение астатического быстродействующего корректора (АБК), предложенного в работе [26]. Этот корректор является дискретным и реализуется также с применением цифровых элементов. Он имеет конечную длительность переходных процессов и обладает свойством астатизма [27, 28]. Это свойство динамических систем, в том числе и дискретных, достаточно часто используется для повышения качественных характеристик различных систем. В случае цифровых, интеллектуальных датчиков именно это свойство АБК позволяет обеспечить полную компенсацию его ошибок, обусловленных запаздыванием.

Обычно цифровые датчики (ЦД, рисунок 2) представляют собой совокупность чувствительного элемента (ЧЭ) и аналого-цифрового интерфейса (АЦИ) [6 – 8, 24]. Последний, в частности, предназначен для подавления (фильтрации) случайных шумов и помех, которые всегда сопровождают работу датчиков.

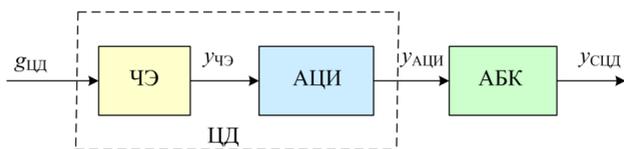


Рис. 2. Схема модернизированного цифрового датчика

Сигналы  $y_{\text{ЧЭ}}$  и  $y_{\text{АЦИ}}$  следуют с некоторым периодом  $T$  и, как показано на рисунке 3, значения выходного сигнала  $y_{\text{АЦИ}}$  в установившемся режиме не отличаются от значений  $g_{\text{ЦД},k}$ , непрерывного сигнала  $g_{\text{ЦД}}(t)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Однако, значения  $y_{\text{АЦИ},k}$  имеют большую задержку (запаздывание) по времени  $t$ , которая может

достигать нескольких периодов, т.е.  $\tau = qT$ , где целое число  $q \geq 1$  (на рисунке 3  $q = 2$ , т.е. например,  $y_{АЦИ,14} = g_{ЦД,12}$ ,  $y_{АЦИ,15} = g_{ЦД,13}$  и т.д.). Эта задержка, очевидно, приводит к значительной ошибке датчика. Отметим, что в случае, представленном на рисунке 3, в интервале времени между  $t = 17T$  и  $t = 21T$  имеет место переходной процесс, поэтому в случае рассматриваемого датчика равенство  $y_{АЦИ,k} = g_{ЦД,k-2}$  в этом интервале, естественно, не выполняется.

Ошибка датчиков, вызванная запаздыванием, как было показано выше, отрицательно влияет на их характеристики, а также на свойства систем, в которых они используются. Поэтому возникает необходимость уменьшения влияния запаздывания на ошибку датчика, желательно полной компенсации этого влияния. Именно для полной компенсации этой ошибки предлагается дополнительно ввести в состав датчика астатический быстродействующий корректор, как показано на рисунке 2. Этот корректор, как будет показано ниже, устраняет ошибку, вызванную запаздыванием, незначительно увеличивая суммарное время запаздывания. При этом предполагается, что задержка в ЧЭ и АЦИ кратна периоду дискретизации  $T$  [27, 28]. Датчик, схема которого показана на рисунке 2, будем называть модернизированным цифровым датчиком (upgrade digital sensor).

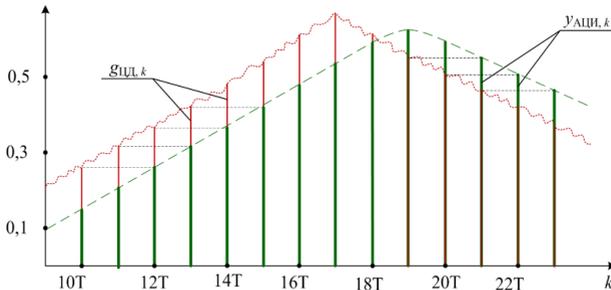


Рис. 3. Дискретные значения сигналов

Далее рассматриваются свойства модернизированных цифровых датчиков с АБК, имеющем конечную длительность переходного процесса и постоянное перерегулирование [29, 30].

**2. Постановка задачи.** Пусть чувствительный элемент (ЧЭ) совместно с АЦИ цифрового датчика (рисунок 2) формируют дискретные значения  $y_{АЦИ,k} = g_{ЦД}((k-q)T)$  входного непрерывного сигнала  $g_{ЦД}(t)$  (рисунок 3) с периодом  $T$  и с задержкой на  $q$  периодов.

В этом случае  $z$ -изображение выходного сигнала АЦИ  $y_{\text{АЦИ},k}$  имеет вид  $y_{\text{АЦИ}}(z) = z^{-q} g_{\text{ЦД}}(z)$  [29]. Значения  $y_{\text{АЦИ},k}$  выходного сигнала АЦИ поступают на вход АБК, который предполагается линейным с передаточной функцией:

$$W_{\text{АБК}}(z) = y_{\text{АБК}}(z) / y_{\text{АЦИ}}(z) = D_0(z) / D(z), \quad (1)$$

где  $y_{\text{АБК}}(z)$  –  $z$ -изображение выходного сигнала АБК, являющегося и выходным сигналом модернизированного цифрового датчика (МЦД, рисунок 2), т.е.  $y_{\text{МЦД}}(z) = y_{\text{АБК}}(z)$ ;  $D_0(z)$  и  $D(z)$  – некоторые полиномы от  $z$ . Следовательно, в целом передаточная функция МЦД определяется выражением:

$$W_{\text{yg}}^{\text{МЦД}}(z) = \frac{y_{\text{МЦД}}(z)}{g_{\text{ЦД}}(z)} = \frac{D_0(z)}{D(z)} z^{-q}. \quad (2)$$

Величина  $n_{\text{МЦД}} = \deg D(z)$  – это порядок МЦД; а величина  $\mu_{\text{АБК}} = \deg D(z) - \deg D_0(z)$  – относительный порядок АБК (1) [28 – 29]. Здесь  $\deg D(z)$  – обозначение степени полинома  $D(z)$ . Следовательно, согласно (2) относительный порядок МЦД  $\mu_{\text{МЦД}} = \mu_{\text{АБК}} + q$ , а порядок МЦД равен порядку АБК. Последнее обусловлено тем, что динамические свойства ЧЭ и АЦИ в данном случае проявляются в запаздывании на время  $\tau = qT$  выходного сигнала АЦИ по отношению к входному сигналу  $g_{\text{ЦД}}(t)$ .

Заметим, что возможность физической реализации дискретных передаточных функций динамических элементов определяется их относительным порядком. Так передаточные функции типа (2) могут быть реализованы на основе цифровых элементов, если только их относительный порядок не меньше единицы [28]. В случае АБК это возможно, если только  $\mu_{\text{АБК}} \geq 1$ . Поэтому необходимо, чтобы относительный порядок МЦД  $\mu_{\text{МЦД}} \geq q + 1$ .

Пусть  $\varepsilon_{\text{МЦД},k} = g_{\text{ЦД},k} - y_{\text{МЦД},k}$  – отклонение выходного сигнала МЦД от дискретных значений  $g_{\text{ЦД},k} = g_{\text{ЦД}}(kT)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , являющихся результатом дискретизации входного сигнала  $g_{\text{ЦД}}(t)$

(рисунок 2). Ошибка модернизированного цифрового датчика, вызванная его входным сигналом  $g_{\text{ЦД}}(t)$ , равна отклонению  $\varepsilon_{\text{МЦД},k}$  при  $k \geq k_{\text{ПП}}$ , где  $k_{\text{ПП}}$  – число периодов  $T$ , в течение которых длится переходной процесс этого датчика [28, 29]. Из приведенного выражения для  $\varepsilon_{\text{МЦД},k}$  и передаточной функции (2) следует, что передаточная функция МЦД по ошибке  $\varepsilon_{\text{МЦД},k}$  определяется следующим выражением:

$$W_{\varepsilon g}^{\text{МЦД}}(z) = \frac{\varepsilon_{\text{МЦД}}(z)}{g_{\text{ЦД}}(z)} = 1 - W_{\text{Уг}}^{\text{МЦД}}(z) = \frac{D(z) - D_0(z)z^{-q}}{D(z)}. \quad (3)$$

Ограничимся здесь случаем полиномиальных сигналов, т.е. будем рассматривать случай, когда сигнал  $g_{\text{ЦД},k}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , является результатом дискретизации непрерывного сигнала полиномиального типа:  $g_{\text{ЦД}}(t) = g_0 + g_1 t + \dots + g_r t^r$ . При этом будем считать, что значение степени  $r$  приведенного полинома известно, а значения его коэффициентов  $g_i$  неизвестны, но все они являются ограниченными величинами.

Задача состоит в определении таких степеней и коэффициентов полиномов  $D(z)$  и  $D_0(z)$  из передаточной функции  $W_{\text{АБК}}(z)$  (1), при которых ошибка датчика  $\varepsilon_{\text{МЦД},k}$  будет равна нулю по окончании его переходного процесса, т.е.  $\varepsilon_{\text{МЦД},k} = 0$  при всех  $k_{\text{ПП}} \leq k < k_{\text{ПП}} T$ , где  $k_{\text{ПП}} T$  – момент времени, в который возникает новый переходной процесс цифрового датчика. Другими словами, необходимо найти такую передаточную функцию корректора, при котором будет иметь место полная компенсация ошибки модернизированного цифрового датчика, вызванной запаздыванием в исходном цифровом датчике.

**3. Решение задачи.** Модернизированный цифровой датчик (рисунок 2), в теоретическом плане, является дискретной системой, поэтому в данной работе используются свойства дискретных систем. Как известно, дискретная система является устойчивой и имеет конечную длительность переходного процесса, если только знаменатель её передаточной функции равен  $z$  в некоторой степени [29, 30]. Известно также, что дискретная система с такой передаточной функцией обладает наибольшим быстродействием по сравнению с дискретными системами, имеющими передаточные функции других видов. Поэтому для обеспечения устойчивости и быстродействия

МЦД, достаточно в выражениях (2) и (1) принять  $D(z) = z^{n_{\text{МЦД}}}$ , поскольку, как отмечалось выше,  $n_{\text{МЦД}} = n_{\text{АБК}}$ . Подчеркнём, что в этом случае переходной процесс АБК длится ровно  $n_{\text{АБК}}T$ .

Имея в виду наличие запаздывания в исходном цифровом датчике и свойства дискретных систем с конечной длительностью переходных процессов, рассмотрим некоторую дискретную систему порядка  $n$ , на вход которой поступает сигнал в виде дискретной единичной ступенчатой функции  $g_k = 1(kT)$ , а выходной сигнал системы описывается выражением:

$$y_k = \begin{cases} 0 \cdot 1(kT), & 0 \leq k < \mu, \\ (1 + \lambda) \cdot 1(kT), & \mu \leq k < n-1, \\ 1 \cdot 1(kT), & k \geq n. \end{cases} \quad (4)$$

Согласно (4) значения  $y_k$  равны нулю при всех  $k = 0, 1, \dots, \mu-1$ , следовательно, эта система имеет запаздывание по времени  $\tau = \mu T$ . Установившееся значение выходного сигнала рассматриваемой системы (при  $k > n$ ) равно единице, поэтому её ошибка равна нулю, а переходный процесс имеет постоянное перерегулирование  $\sigma\% = \lambda \cdot 100\%$  и конечную длительность  $t_{\text{пн}} = nT$ , т.е.  $k_{\text{пн}} = n$ .

Воспользовавшись свойствами  $Z$ -преобразования [29] и выражением (4), найдем передаточную функцию  $W_{\text{yg}}(z) = y(z) / g(z)$  рассматриваемой дискретной системы. Как известно,  $z$ -изображение её входной функции  $g_k = g(kT)$  можно обозначить  $g(z) = Z\{g(kT)\}$ , а  $z$ -изображение выходной функции  $y_k$  этой системы в соответствии с (4) при нулевом начальном значении запишется следующим образом  $y(z) = [(1 + \lambda)z^{-\mu} - \lambda z^{-n}]g(z)$ . Отсюда с учетом определения передаточных функций дискретных систем выводим:

$$W_{\text{yg}}(z) = \frac{y(z)}{g(z)} = \frac{(1 + \lambda)z^{-\mu} - \lambda z^{-n}}{1}. \quad (5)$$

Обычно передаточные функции дискретных систем принято записывать, как отношение полиномов с положительными степенями аргумента  $z$ . Поэтому, чтобы исключить отрицательные степени в выражении (5), умножим числитель и знаменатель дроби в правой части

этого равенства на  $z^n$ . В результате найдем, что искомая передаточная функция рассматриваемой дискретной системы имеет вид:

$$W_{yg}(z) = \frac{(1 + \lambda)z^{n-\mu} - \lambda}{z^n}. \quad (6)$$

Отметим, что эта система является устойчивой [28–30], а её относительный порядок, согласно приведенному выше определению, равен  $\mu$ , т.е. запаздывание выходного сигнала этой системы по отношению к входному сигналу равно её относительному порядку.

Предположим, на вход системы с ПФ  $W_{yg}(z)$  (6), поступает дискретный сигнал  $g_k$ ,  $z$ -изображение которого является отношением полиномов от  $z$ , т.е.:

$$g(z) = Z\{g_k\} = G_0(z) / G(z), \quad (7)$$

где  $G_0(z)$  и  $G(z)$  – некоторые полиномы, и  $\deg G_0(z) \leq \deg G(z) = n_G$ .

С другой стороны, по аналогии с (3) можно заключить, что сигнал  $g_k$  воздействующий на систему с передаточной функцией  $W_{yg}(z)$  вызывает ошибку  $\varepsilon_{W,g}(k)$ ,  $z$ -изображение которой с учетом (7) имеет вид:  $\varepsilon_{W,g}(z) = (1 - W_{yg}(z))G_0(z) / G(z)$ . Покажем, что при  $k \rightarrow \infty$  предел этой ошибки равен нулю при выполнении следующего условия:

$$W_{yg}(z) = 1 - V(z)G(z) / z^n, \quad (8)$$

где  $V(z)$  – некоторый полином такой, что  $\deg[V(z)G_0(z)] \leq n$ . Действительно, подставляя правую часть равенства (8) в предыдущее выражение, будем иметь  $\varepsilon_{W,g}(z) = V(z)G_0(z) / z^n$ . Так как при выполнении условия (8)  $\deg[V(z)G_0(z)] \leq n$ , то в силу теоремы  $z$ -преобразования о граничных значениях [29] из полученного выражения следует  $\lim \varepsilon_{W,g}(k) = 0$  при  $k \rightarrow \infty$ .

Как известно,  $z$ -изображение полиномиальных сигналов  $g_k = g_0 + g_1kT + \dots + g_r(kT)^r$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  степени  $r$  определяется выражением:

$$g(z) = Z \{ [g_0 + g_1 kT + \dots + g_r \cdot (kT)^r] \cdot 1(kT) \} = G_0(z) / (z-1)^{r+1}. \quad (9)$$

где  $G_0(z)$  – некоторый полином, коэффициенты которого однозначно определяются степенью  $r$  и коэффициентами  $g_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, r$ . Например, если  $g_k = g_0 1(kT)$ , т.е.  $r = 0$ , то  $g(z) = g_0 z / (z-1)$ ; если же  $g_k = [g_0 + g_1 kT] \cdot 1(kT)$ , то  $g(z) = [g_0(z^2 - z) + g_1 Tz] / (z-1)^2$  [29].

Из выражений (8) и (9) следует, что дискретная система порядка  $n$  с ПФ  $W_{yg}(z)$  будет иметь нулевую ошибку, вызванную полиномиальным сигналом степени  $r$ , если выполняется условие:

$$W_{yg}(z) = \frac{z^n - V(z)(z-1)^{r+1}}{z^n}, \quad (10)$$

где  $V(z)$  – некоторый полином степени  $\deg V(z) = n - r - 1$ .

Отметим, что если ПФ некоторой дискретной системы удовлетворяет условию (8) или (10), то эта система называется дискретной системой с астатизмом порядка  $\nu_g = r + 1$  по отношению к сигналу  $g_k$ . Важнейшее свойство астатических систем заключается в том, что коэффициенты  $g_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, r$  из выражения (9) не влияют на значение ошибки дискретной системы, астатической к этому сигналу. Именно по этой причине предложенный выше корректор синтезируется как астатическая система по отношению ко входному сигналу.

Из приведенных выражений (6) и (10) следует теорема, которая позволяет решить задачу синтеза АБК, обеспечивающего нулевую ошибку цифрового датчика с запаздыванием при полиномиальном входном сигнале степени  $r$ .

*Теорема 1.* Астатический быстродействующий корректор с относительным порядком  $\mu_{\text{АБК}} = \mu_{\text{МЦД}} - q \geq 1$  и порядком астатизма  $\nu_{\text{МЦД}} = r + 1$  существует, если уравнение:

$$z^{n_{\text{МЦД}}} - V(z)(z-1)^{\nu_{\text{МЦД}}} = (1 + \lambda)z^{n_{\text{МЦД}} - \mu_{\text{МЦД}}} - \lambda, \quad (11)$$

имеет целочисленное решение  $n_{\text{МЦД}}$  при  $\deg V(z) = n_{\text{МЦД}} - r - 1$ .

*Доказательство. Необходимость.* Пусть астатический

быстродействующий корректор (рисунок 2) порядка  $n_{\text{МЦД}}$ , при котором МЦД имеет нулевую ошибку, вызванную входным полиномиальным воздействием степени  $r = \nu_{\text{МЦД}} - 1$ , существует. Тогда передаточная функция МЦД имеет вид (10), где  $n = n_{\text{МЦД}}$  и  $\deg V(z) = n_{\text{МЦД}} - r - 1$ , причем  $n_{\text{МЦД}}$  – это целое число, так как это порядок корректора. Если этот же МЦД имеет постоянное перерегулирование  $\sigma = \lambda \cdot 100\%$  и конечную длительность переходного процесса, то согласно (6), в этом случае его передаточная функция имеет вид (5), где  $n = n_{\text{МЦД}}$ ,  $\mu = \mu_{\text{МЦД}}$ , а  $\nu_{\text{МЦД}} = r + 1$ . Так как указанные передаточные функции описывают один и тот же МЦД и имеют равные знаменатели, то их числители тоже должны быть равны. Отсюда следует необходимость существования целочисленного решения  $n_{\text{МЦД}}$  уравнения (11).

*Достаточность.* Пусть уравнение (11) имеет целочисленное решение  $n_{\text{МЦД}}$  при  $\deg V(z) = n_{\text{МЦД}} - r - 1$ . Возьмём передаточную функцию МЦД в виде:

$$W_{\text{yg}}^{\text{МЦД}}(z) = [(1 + \lambda)z^{n_{\text{МЦД}} - \mu_{\text{МЦД}}} - \lambda] / z^{n_{\text{МЦД}}}. \quad (12)$$

При этом в соответствии с (6) МЦД будет иметь конечный переходной процесс длительностью  $t_{\text{пп}} = n_{\text{МЦД}} T$  и постоянное перерегулирование  $\sigma = \lambda \cdot 100\%$ . С другой стороны, так как указанное решение  $n_{\text{МЦД}}$  уравнения (11) существует, то передаточную функцию МЦД (12) с учетом условия  $\nu_{\text{МЦД}} = r + 1$  теоремы можно представить следующим образом:

$$W_{\text{yg}}^{\text{МЦД}}(z) = [z^{n_{\text{МЦД}}} - V(z)(z - 1)^{r+1}] / z^{n_{\text{МЦД}}}. \quad (13)$$

Следовательно, в соответствии с (10) ошибка МЦД с ПФ (12), обусловленная полиномиальным сигналом степени  $r$ , равна нулю. *Теорема доказана.*

В соответствии с постановкой задачи, для заданного цифрового датчика, имеющего запаздывание  $\tau = qT$ , необходимо найти передаточную функцию  $W_{\text{АБК}}(z)$  (1) астатического быстродействующего корректора, при подключении которого к заданному датчику (рисунок 2) ошибка модернизированного датчика

$\mathcal{E}_{\text{МЦД},k}$ , вызванная полиномиальным сигналом  $g_k$  степени  $r$ , будет равна нулю по окончании переходного процесса. Однако с практической точки зрения, целесообразнее находить сначала, передаточную функцию  $W_{\text{yg}}^{\text{МЦД}}(z)$  модернизированного датчика по заданным к нему требованиям, а затем, используя вытекающее из (1) и (2) выражение:

$$W_{\text{АБК}}(z) = z^q W_{\text{yg}}^{\text{МЦД}}(z), \quad (14)$$

находить передаточную функцию  $W_{\text{АБК}}(z)$  необходимого корректора.

Итак, пусть необходимо синтезировать МЦД, имеющий нулевую ошибку и перерегулирование  $\sigma\%$  при входном полиномиальном сигнале  $g_k$  степени  $r$ . С этой целью вычисляются значения  $\nu_{\text{МЦД}} = r + 1$ ,  $\lambda = \sigma\% / 100\%$  и  $\mu_{\text{МЦД}} = 1 + q$ , а затем решается уравнение (11), что даёт соответствующие  $n_{\text{МЦД}}$  и полином  $V(z)$ . При этом, если  $\nu_{\text{МЦД}} = 1$ , то по (11) легко установить, что при любом значении  $n_{\text{МЦД}} \geq q + 2$  полином  $V(z) = z^{n_{\text{МЦД}}-1} + z^{n_{\text{МЦД}}-2} + \dots + z^2 + z - \lambda$ . Это позволяет при  $\nu_{\text{МЦД}} = 1$  найти соответствующую передаточную функцию СЦД, не решая уравнения (11), а затем по формуле (14) найти передаточную функцию необходимого АБК. Покажем, порядок действий в этом частном случае.

Пусть запаздывание исходного цифрового датчика  $\tau_{\text{ЦД}} = \tilde{q}T$ , на его вход поступает сигнал  $g_{\text{ЦД}}(t) = g_0 l(t)$ , т.е.  $r = 0$ , а необходимый порядок астатизма  $\nu_{\text{МЦД}} = 0 + 1 = 1$ . Тогда при  $\tilde{n}_{\text{МЦД}} = \tilde{q} + 2$  необходимое значение  $\tilde{\mu}_{\text{МЦД}} = \tilde{q} + 1$ , полином  $\tilde{V}(z) = z^{\tilde{q}+1} + z^{\tilde{q}} + \dots + z - \lambda$ , а передаточная функция соответствующего МЦД записывается по (10):

$$W_{\text{yg}}^{\text{МЦД}}(z) = \frac{z^{\tilde{q}+2} - (z^{\tilde{q}+1} + z^{\tilde{q}} + \dots + z - \lambda)(z - 1)}{z^{\tilde{q}+2}}. \quad (15)$$

С помощью равенства  $(z^n - z) = (z^{n-1} + z^{n-2} + \dots + z^2 + z)(z - 1)$ , справедливого при любом  $n \geq 2$ , передаточная функция (15) приводится к виду:

$$W_{\text{yg}}^{\text{МЦД}}(z) = \frac{(1 + \lambda)z - \lambda}{z^{\tilde{q}+2}}. \quad (16)$$

Полученная передаточная функция МЦД (16) соответствует (6) и (12) при  $n = \tilde{n}_{\text{МЦД}} = \tilde{q} + 2$ ,  $\mu = \tilde{\mu}_{\text{МЦД}} = \tilde{q} + 1$ , поскольку в данном случае  $n - \mu = \tilde{n}_{\text{МЦД}} - \tilde{\mu}_{\text{МЦД}} = 1$ . Чтобы убедиться в том, что полученный МЦД обеспечивает требуемые свойства, найдем его реакцию на  $g_{\text{ЦД}}(t) = g_0 1(t)$ .

Модернизированному цифровому датчику с передаточной функцией (16) соответствует разностное уравнение  $y_k = (1 + \lambda)g_{\text{ЦД},k-\tilde{q}-1} - \lambda g_{\text{ЦД},k-\tilde{q}-2}$ . При  $g_{\text{ЦД},k} = g_0 1(kT)$  и  $k = 0, 1, 2, \dots$ , получим:

$$y_0 = 0; y_1 = 0; \dots; y_{\tilde{q}} = (1 + \lambda)g_{\text{ЦД},-1} - \lambda g_{\text{ЦД},-2} = 0;$$

$$y_{\tilde{q}+1} = (1 + \lambda)g_{\text{ЦД},0} - \lambda g_{\text{ЦД},-1} = (1 + \lambda)g_0;$$

$$y_{\tilde{q}+2} = (1 + \lambda)g_{\text{ЦД},1} - \lambda g_{\text{ЦД},0} = (1 + \lambda)g_0 - \lambda g_0 = g_0;$$

$$y_{\tilde{q}+3} = (1 + \lambda)g_{\text{ЦД},2} - \lambda g_{\text{ЦД},1} = (1 + \lambda)g_0 - \lambda g_0 = g_0.$$

Как видно, МЦД действительно имеет запаздывание  $\tau = (\tilde{q} + 1)T$ , обусловленное исходным ЦД и подключенным после него АБК, перерегулирование равно  $\sigma = \lambda \cdot 100\%$  и конечный переходной процесс длительностью  $(\tilde{q} + 2)T$ , а его ошибка, очевидно, равна нулю.

Передаточная функция АБК в этом случае, определенная по формуле (14), имеет вид  $W_{\text{АБК}}(z) = [(1 + \lambda)z - \lambda] / z^2$ . Как видно, относительный порядок этого АБК  $\mu_{\text{АБК}} = 1$ , т.е. он может быть реализован на цифровых вычислительных элементах. Соответствующий алгоритм АБК согласно (1) имеет вид  $y_{\text{АБК},k} = (1 + \lambda)y_{\text{АЦД},k-1} - \lambda y_{\text{АЦД},k-2}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ .

Задача синтеза АБК существенно осложняется в тех случаях, когда необходимо обеспечить второй или более высокий порядок астатизма при малом перерегулировании, т.е. в тех случаях, когда  $\nu_{\text{МЦД}} = 2$  и более при  $\sigma \in [0 \div 40\%]$ .

В 70-х годах прошлого века В.А.Никольский нашел (без использования уравнения (11)) полиномы  $V(z) = V_N(z)$  из выражения (10) для  $\nu_{\text{МЦД}} = 2$ , при которых переходные процессы, вызванные

ступенчатым сигналом, имеют постоянное перерегулирование  $\sigma\%$  равное 10%, 15%, 20%, 25%, 33% [31]. Существенно, что на практике именно значения 5%, 10%, 15% и 20% стремятся придать проектируемым системам управления. Однако В.А.Никольский рассматривал дискретные системы только с относительным порядком  $\mu=1$ , т.е. без учета запаздывания. В тоже время относительные порядки  $\mu_{\text{мцд}}$  цифровых датчиков, из-за влияния запаздывания по времени, должны иметь бóльшие значения относительного порядка [6 – 8].

В соответствии с теоремой 1 для построения модернизированного цифрового датчика в общем случае достаточно по заданным значениям  $r$ ,  $\sigma\%$  и  $q$  вычислить  $\nu_{\text{мцд}} = r+1$ ,  $\lambda = \sigma\% / 100\%$ ,  $\mu_{\text{мцд}} = 1+q$ , а затем решить уравнение (11) относительно степени  $n_{\text{мцд}}$ . С этой целью его целесообразно представить таким образом:

$$z^{n_{\text{мцд}}} - (1 + \lambda)z^{n_{\text{мцд}} - \mu_{\text{мцд}}} + \lambda = V(z)(z - 1)^{\nu_{\text{мцд}}}. \quad (17)$$

В таблице 1 приведены порядки  $n_{\text{мцд}}$  датчика при  $\nu_{\text{мцд}} = 2$ ,  $\mu_{\text{мцд}} = 1+q$  и некоторых значениях  $\sigma\%$ , найденные путем решения в MATLAB уравнения (17) при  $q \leq 3$ .

*Замечание.* Если  $\sigma = 15\%$ , то в уравнениях (11) и (17) необходимо полагать величину  $\lambda = 1/7$ , а если  $\sigma = 33\%$ , то брать  $\lambda = 100/3$ .

Таблица 1. Порядок датчика  $n_{\text{мцд}}$

Порядок астатизма $\nu_{\text{мцд}} = 2$				
$\sigma\%$ \ $q$	0	1	2	3
5%	21	42	63	84
10%	11	22	33	44
15%	8	16	24	32
20%	6	12	18	24
25%	5	10	15	20
33%	4	8	12	16

Из таблицы 1 следует, что порядок МЦД очень резко возрастает при уменьшении перерегулирования  $\sigma\%$  и увеличении запаздывания  $q$  в исходном датчике, поэтому если МЦД должен иметь малое перерегулирование, то период  $T$  необходимо уменьшать, что требует применения более быстродействующих вычислительных средств.

Подчеркнём, что значения, приведенные во втором столбце таблицы 1 (при  $q = 0$ ), совпадают со значениями, приведенными в [31]. Случай, когда перерегулирование  $\sigma = 5\%$ , в этой работе не рассматривался. Отметим также, что уравнения (11) и (17) записаны для случая полиномиальных сигналов, причем, если  $\nu_{\text{МЦД}} \geq 3$ ,  $0 \leq \lambda \leq 0,4$  и  $\mu_{\text{МЦД}} \geq 1$ , то эти уравнения не имеют решений относительно целых  $n_{\text{МЦД}}$ . Проблема разрешимости аналогичных уравнений при других формах входных регулярных сигналов является открытой.

Отметим, что из выражений (12), (14) и условия  $\mu_{\text{МЦД}} = 1 + q$  следует, что z-изображение выходной величины АБК определяется выражением  $y_{\text{АБК}}(z) = [(1 + \lambda)z^{-1} - \lambda z^{q - n_{\text{МЦД}}}]y_{\text{АЦИ}}(z)$ . Этому равенству соответствует следующий алгоритм работы АБК:

$$y_{\text{АБК},k} = \begin{cases} 0, & k = 0, \\ (1 + \lambda)y_{\text{АЦИ},k-1}, & 1 \leq k < n_{\text{МЦД}} - q, \\ (1 + \lambda)y_{\text{АЦИ},k-1} - \lambda y_{\text{АЦИ},k-n_{\text{МЦД}}+q}, & n_{\text{МЦД}} - q \leq k, \\ & k = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (18)$$

Как видно, в процессе функционирования АБК на каждом  $k$ -ом периоде вызываются из памяти процессора максимум два коэффициента  $1 + \lambda$  и  $\lambda$ ; два значения  $y_{\text{АЦИ},i}$ , и выполняются максимум две операции умножения и одна операция сложения с ссылкой результата в память процессора. При этом в памяти процессора необходимо иметь две ячейки для хранения коэффициентов  $1 + \lambda$  и  $\lambda$ , а также  $n_{\text{МЦД}} - q + 1$  ячеек для хранения  $y_{\text{АЦИ},i}$ . Очевидно, алгоритм (18) является очень простым, его выполнение требует небольших затрат машинного времени, поэтому он может быть реализован современными процессорами за период очень малой длительности. При этом реализация АБК может быть осуществлена либо в виде отдельного блока, подключаемого к выходу

цифрового датчика, или же путем небольшой коррекции алгоритма работы вычислителя этого датчика.

Подчеркнём, что предложенный подход к устранению ошибок цифровых датчиков на основе их интеллектуализации может существенно упростить реализацию систем автоматизации, создаваемых в рамках парадигм Индустрия 4 и Индустрия 5 [32]. Соответствующие системы собирают очень большие объёмы данных, поэтому интеллектуализация датчиков и устранение их ошибок существенно уменьшает объём информации, передаваемый по каналам связи информационно-управляющих подсистем.

Эффективность предложенного астатического быстродействующего корректора и метода синтеза модернизированных цифровых датчиков покажем на численном примере.

**4. Пример.** Найти АБК, для устранения ошибки цифрового датчика, обусловленной его запаздыванием по времени  $\tau = 2T$  при  $T = 0,2$  с и входными полиномиальными сигналами, степень которых не превышает единицы. Переходной процесс МЦД должен иметь перерегулирование не более 15%.

В данном случае, очевидно,  $q = 2$ ,  $r = 1$  и  $\sigma \leq 15\%$ , поэтому в соответствии с теоремой 1, модернизированный датчик должен иметь порядок астатизма  $\nu_{\text{МЦД}} = r + 1 = 2$ , а относительный порядок  $\mu_{\text{МЦД}} = 1 + q = 3$ . Поскольку перерегулирование  $\sigma \leq 15\%$ , то в соответствии с приведенным выше замечанием необходимо взять  $\lambda = 1/7$ . Так как  $\nu_{\text{МЦД}} = 2$ , то вместо решения уравнения (17) воспользуемся таблицей 1, по которой при  $q = 2$  находим  $n_{\text{МЦД}} = 24$ . Тогда по формулам (12) и (14) получим передаточные функции МЦД и АБК:

$$\begin{aligned} W_{\text{yg}}^{\text{МЦД}}(z) &= (1 + 1/7)z^{21} - 1/7 / z^{24}, \\ W_{\text{АБК}}(z) &= (1 + 1/7)z^{21} - 1/7 / z^{22}. \end{aligned} \quad (19)$$

На рисунках 4 и 5 показаны полученные в MATLAB по передаточной функции  $W_{\text{yg}}^{\text{МЦД}}(z)$  (19) графики изменения значений выходного сигнала  $y_k = y_{\text{МЦД}}(kT)$  модернизированного цифрового датчика (рисунок 2), чувствительный элемент, интерфейс и найденный АБК которого работают с периодом  $T = 0,2$  с. На рисунке 4 приведены значения выходного сигнала  $y_k = y_{\text{МЦД}}(kT)$  и график входного сигнала

$g(t) = g_{\text{ЦД}}(t)$ , который равен  $1(t)$  с аддитивной случайной помехой  $\psi(t)$ , т.е.  $g_{\text{ЦД}}(t) = 1(t) + \psi(t)$ .

На рисунке 5 показаны дискретные значения  $g_k = g_{\text{ЦД}}(kT) = 0,6k$  входного непрерывного сигнала  $g_{\text{ЦД}}(t) = 3t$  и выходного сигнала  $y_k = y_{\text{МЦД}}(kT)$  модернизированного цифрового датчика в интервале времени  $t$  от нуля до шести секунд.

По рисункам 4 и 5 можно легко заключить, что модернизированный цифровой датчик имеет запаздывание  $\tau = 0,6\text{ с}$  (равное  $3T$ ), перерегулирование 15%; его переходный процесс длится ровно 4,8 секунды, т.е.  $24T$ , а ошибка и при ступенчатом, и при линейном сигналах, несмотря на наличие запаздывания, равна нулю.

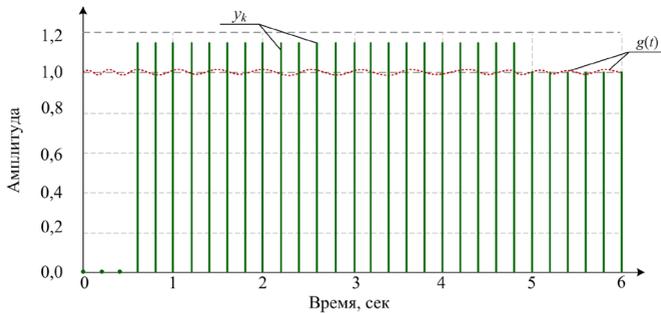


Рис. 4. Сигналы датчика при ступенчатом входном сигнале

Как видно, подключение АБК с передаточной функцией  $W_{\text{АБК}}(z)$  (19) к заданному цифровому датчику обеспечивает требуемые свойства модернизированного датчика.

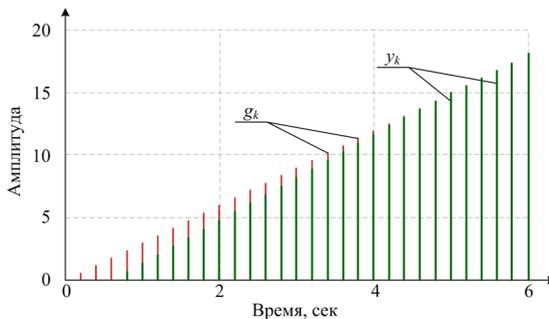


Рис. 5. Выход датчика при линейном входном сигнале

Ошибка датчика, предложенного в данной работе типа, является нулевой при произвольных, но допустимых значениях ступенчатого и линейного входного воздействия. Чтобы это показать, рассчитаем значения выходного сигнала того же датчика с ПФ  $W_{yg}^{\text{МЦД}}(z)$  (19), но при действии его входе сигнала  $g_{\text{ЦД}}(t) = 2t$ , т.е. другой интенсивности. Передаточной функции МЦД (19) соответствует разностное уравнение:

$$y_k = (1 + 1/7)g_{\text{ЦД},k-3} - (1/7)g_{\text{ЦД},k-24}, k = 0, 1, 2, \dots, \quad (20)$$

а дискретные значения сигнала  $g_{\text{ЦД}}(t) = 2t$  при  $T = 0,2$  с описываются функцией  $g_{\text{ЦД},k} = 0,4k$ . Практически, уравнение (20) является алгоритмом работы модернизированного датчика.

Выполняя 31 шаг этого алгоритма, т.е. полагая в выражении (20)  $k = 0, 1, 2, \dots, 30$ , получим соответствующие значения  $y_{\text{МЦД}}(kT)$ . Значения  $k$ ,  $y_k = y_{\text{МЦД}}(kT)$ , а также  $g_k = g_{\text{ЦД}}(kT)$ , приведены в таблице 2.

По таблице 2, как и по рисункам 4 и 5, хорошо видно, что запаздывание в датчике равно  $3T$ . При  $k = 24$  переходной процесс заканчивается, и выходные значения модернизированного датчика становятся в точности равными значениям входного сигнала, т.е. ошибка датчика действительно является нулевой при различной интенсивности входного сигнала. Отметим, что при отсутствии синтезированного корректора ошибка рассматриваемого датчика, обусловленная запаздыванием, при  $g_{\text{ЦД}}(t) = 2t$ , равна  $0,8$ .

Подчеркнём также, что столь высокий порядок датчика (в данном случае  $n_{\text{МЦД}} = 24$ ) обусловлен значительным запаздыванием в цифровом датчике  $\tau = 2T$ , а главное, условием малого перерегулирования. Например, при допустимом перерегулировании 25% и запаздывании  $\tau = 2T$  порядок  $n_{\text{МЦД}} = 10$ , а при  $\tau = T$  порядок  $n_{\text{МЦД}} = 5$ .

Временная длительность переходного процесса МЦД в основном определяется быстродействием применяемых в датчике вычислительных средств. Например, если период работы цифрового вычислителя датчика равен не  $0,2$  с, а  $0,05$  с, то длительность переходного процесса МЦД с ПФ (19) составляет всего  $1,2$  с.

Таблица 2. Выходной  $y_k$  и входной  $g_k$  сигналы МЦД

$k$	$y_k$	$g_k = 0,4k$
0	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 = 0$	0
1	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 = 0$	0,4
2	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 = 0$	0,8
3	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 = 0$	1,2
4	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 1 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 = 0,45714$	1,6
5	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 2 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 = 0,91429$	2,0
6	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 3 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 = 1,37143$	2,4
⋮	⋮	⋮
22	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 19 - 0 = 8.68571$	8,8
23	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 20 - 0 = 9.14286$	9,2
24	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 21 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 0 = 9,60$	9,6
25	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 22 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 1 = 10,00$	10,0
⋮	⋮	⋮
29	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 26 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 5 = 11,6$	11,6
30	$(1+1/7) \cdot 0,4 \cdot 27 - (1/7) \cdot 0,4 \cdot 6 = 12,0$	12,0

**5. Заключение.** В работе предложен способ устранения ошибок цифровых датчиков, вызванных временной задержкой, на основе их модернизации. Это достигается либо путем включения на их выходе астатического быстродействующего корректора, либо коррекцией алгоритма работы их вычислителя. Предложенный способ позволяет обеспечить нулевую ошибку при постоянном и линейном входных сигналах, а также постоянное перерегулирование и конечный переходный процесс. Длительность переходного процесса в основном определяется быстродействием вычислителя цифрового датчика. Параметры необходимого астатического быстродействующего корректора определяются аналитически по запаздыванию исходного цифрового датчика и допустимому перерегулированию. В общем случае запаздывание интеллектуального датчика может быть равным одному или нескольким периодам дискретизации. При этом порядок модернизированного датчика резко возрастает с увеличением запаздывания и в особенности при уменьшении допустимого перерегулирования, что может привести к большой длительности переходного процесса модернизированного датчика. Однако этот эффект легко устраняется за счет повышения быстродействия применяемых процессоров.

Полученные результаты могут использоваться при разработке высокоточных цифровых датчиков различных физических величин.

### Литература

1. Liu C., Liu J.-G., Kennel R. Accuracy improvement of rotational speed sensors by novel signal processing method // *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing. 2018. vol. 1065. no. 7. pp. 072013. DOI: 10.1088/1742-6596/1065/7/072013.
2. Cao M., Yang J. The Effect of the approximation method for large time delay process on the performance of IMC-PID controller // *Processing of the International Conference on Control, Power, Communication and Computing Technologies (ICCPCC'2018)*. 2018. pp. 73–77. DOI: 10.1109/ICPCC.2018.8574299.
3. Azzoni P., Caminale G., Carratù M., Iacono S.D., Fenza G., Gallo N., Liguori C., Londero E., Pietrosanto A., Rebella N. Distributed Smart Measurement Architecture for Industrial Automation // *arXiv preprint arXiv:2107.14272*. 2021. pp. 1–6. DOI: 10.48550/arXiv.2107.14272.
4. Zhang Y., Zhang S., Yin Y. Adaptive Fault Diagnosis for continuous Time-delay Repetitive System Subject to sensor Fault // *Processing of the International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS'2015)*. 2015. pp. 456–460. DOI: 10.1109/ICAMechS.2015.7287154.
5. Annaby M.N., Al-Abdi I.A., Abou-Dina M.S., Ghaleb A.F. Regularized sampling reconstruction of signals in the linear canonical transform domain // *Signal Processing*. 2022. vol. 198. pp. 108569. DOI: 10.1016/j.sigpro.2022.108569.
6. Butler P. Antialiasing filtering considerations for high precision SAR analog-to-digital converters // *Analog Dialogue*. 2018. vol. 52. no. 3. pp. 54–59.
7. Bakshi U.A., Bakshi L.A.V. *Electronic measurement and instrumentation* // Technical Publications. 2020. 700 p.
8. Samoylov L.K., Prokopenko N.N., Bugakova A.V. Selection of the band-pass range of the normalizing signal transducer of the sensing element in the instrumentation and control systems // *Processing of the IEEE International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT'2018)*. 2018. pp. 1–3. DOI: 10.1109/ICSICT.2018.8564937.
9. Ballard Z., Brown C., Madni A. M., Ozcan A. Machine learning and computation-enabled intelligent sensor design // *Nature Machine Intelligence*. 2021. vol. 3. pp. 556–565. DOI: 10.1038/s42256-021-00360-9.
10. Pornsarayouth S., Wongsaisuwan M. Sensor fusion of delay and non-delay signal using Kalman filter with moving covariance // *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*. 2009. pp. 2045–2049. DOI: 10.1109/ROBIO.2009.4913316.
11. Chachula K., Słojewski T.M., Nowak R. Multisensor data fusion for localization of pollution sources in wastewater networks // *Sensors*. 2022. vol. 22. no. 1. pp. 1–19. DOI: 10.3390/s22010387.
12. Wang W., Cai F., Cui F., Yang F. Observer-based robust reliable  $H_\infty$  control for uncertain time-delay discrete-time systems in the presence of sensor failure // *Proceedings of International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*. 2008. pp. 1489–1493. DOI: 10.1109/ICARCV.2008.4795744.
13. You F., Li H., Zhang Y., Guan S. A novel sensor fault diagnosis approach for time-varying delay systems with non-linear uncertainty // *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 2017. vol. 39. no. 7. pp. 1114–1120. DOI: 10.1177/0142331216629200.

14. Zemzemi A., Kamel M., Toumi A., Farza M. Robust integral-observer-based fault estimation for Lipschitz nonlinear systems with time-varying uncertainties // Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2019. vol. 41. no. 7. pp. 1965–1974. DOI: 10.1177/0142331218791227.
15. Liu X., Sheng H. Active fault tolerant control of uncertain robotic system based on observer and sliding mode // IFAC-PapersOnLine. 2022. vol. 55. no. 1. pp. 598–603. DOI: 10.1016/j.ifacol.2022.04.098.
16. Stojanovic S.B., Debelkovic D.L., Antic D.S. Finite-time stability and analysis of discrete time-delay systems using discrete convolution of delayed states // Facta universitatis, Series: Automatic Control and Robotics. 2014. vol. 14. no. 32. pp. 147–158.
17. Tao R., Li X.M., Wang Y. Time delay estimation of chirp signals in the fractional Fourier domain // IEEE Transactions on Signal Processing. 2009. vol. 57. no. 3. pp. 2852–2855. DOI: 10.1109/TSP.2009.2020028.
18. Pfeiffer J., Wu X., Ayadi A. Evaluation of three different approaches for automated time delay estimation for distributed sensor systems of electric vehicles // Sensors. 2020. vol. 20. no. 2. pp. 1–18. DOI:10.3390/s20020351.
19. Chaudhary G., Jeong Y. A design of power divider with negative group-delay characteristic // IEEE Microwave Wireless Components Letters. 2015. vol. 25. no. 6. pp. 394–396. DOI: 10.1109/LMWC.2015.2421280.
20. Wan F., Miao X., Ravelo B., Yuan Q., Cheng J., Ji Q., Ge J. Design of multi-scale negative group delay circuit for sensors signal time-delay cancellation // IEEE Sensors Journal. 2019. vol. 19. no. 19. pp. 8951–8962. DOI: 10.1109/JSEN.2019.2921834.
21. Yuan A., Fang S., Wang Z., Liu H. A novel multifunctional negative group delay circuit for realizing band-pass, high-pass and low-pass // Electronics. 2021. vol. 10. no. 14. pp. 1–12. DOI: 10.3390/electronics10141742.
22. Мусаев П.Ш., Здобнов С.А., Трофимов А.А., Цибизов П.Н. Этапы развития и основные направления совершенствования датчиков физических величин для ракетно-космической техники // Датчики и системы. 2019. № 12. С. 30–38.
23. Плясовских А.П., Разумов А.В., Саута О.И. Требования к функциям и техническим характеристикам бортовых авиационных навигационно-информационных систем // Труды СПИИРАН. 2012. № 23. С. 381–391.
24. How to Increase the Analog-to-Digital Converter Accuracy in an Application? Freescale Semiconductor, Inc., AN5250, Rev. 0, 01/2016, 20 p. Available at: <https://cache.nxp.com/docs/en/application-note/AN5250.pdf> (accessed 10.02.2022).
25. Oppenheim A.V., Schaffer R.W. Discrete-Time Signal Processing: Third edition // Pearson Higher Education. 2010. 1108 p.
26. Gaiduk A.R., Prokopenko N.N., Bugakova A.V. Accuracy Increase of Discrete Sensors with Time Delay // IEEE Sensors Journal. 2020. vol. 20. no. 19. pp. 11400–11404. DOI: 10.1109/JSEN.2020.2996079.
27. Busek J., Zitek P., Vyhldal T. Astatism analysis of time delay controllers towards effective anti-windup shemes // Proceedings of the International Conference on Process Control (PC'2019). 2019. pp. 74–79. DOI: 10.1109/PC.2019.8815283.
28. Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А. Анализ и аналитический синтез цифровых систем управления // СПб.: Лань, 2018. 272 с.
29. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Линейные системы // ЮРАЙТ, 2022. 312 с.
30. Chen C.T. Linear System Theory and Design: Third edition // New York, Oxford: University Press. 1999. 334 p.
31. Никольский В.А. Об одном способе обеспечения астатизма второго порядка в дискретной системе комбинированного управления с компенсацией возмущений // Известия вузов Электромеханика. 1978. № 11. С. 1168–1173.

32. Chander B., Pal S., Di D., Buuya R. Artificial intelligence-based internet of things for industry 5.0 // Artificial intelligence-based internet of things systems. 2022. pp. 3–45. DOI: 10.1007/978-3-030-87059-1\_1.

**Гайдук Анатолий Романович** — д-р техн. наук, профессор, ведущий научный сотрудник, кафедра «системы автоматического управления», целевая поисковая лаборатория прорывных интеллектуальных технологий группового управления робототехническими комплексами фонда перспективных исследований, Южный федеральный университет. Область научных интересов: анализ и проектирование линейных, нелинейных, непрерывных и дискретных систем управления техническими объектами, процессами, роботами и робототехническими комплексами. Число научных публикаций — 450. [gaiduk\\_2003@mail.ru](mailto:gaiduk_2003@mail.ru); переулок Некрасовский, 44, 347922, Таганрог, Россия; р.т.: +7(8634)371-689.

**Прокопенко Николай Николаевич** — д-р техн. наук, профессор, заслуженный изобретатель российской федерации, заведующий кафедрой, старший научный сотрудник, кафедра "информационные системы и радиотехника", отдел управления научных исследований, Донской государственной технической университет. Область научных интересов: элементы и устройства вычислительной техники и систем управления. Число научных публикаций — 800. [prokopenko@sssu.ru](mailto:prokopenko@sssu.ru); площадь Гагарина, 1, 344000, Ростов-на-Дону, Россия; р.т.: +7(928)120-1984.

**Бугакова Анна Витальевна** — канд. техн. наук, доцент, младший научный сотрудник, кафедра "информационные системы и радиотехника", отдел управления научных исследований, Донской государственной технической университет. Область научных интересов: элементы и устройства вычислительной техники и систем управления. Число научных публикаций — 250. [annabugakova.1992@mail.ru](mailto:annabugakova.1992@mail.ru); площадь Гагарина, 1, 344000, Ростов-на-Дону, Россия; р.т.: +7(909)416-9380.

**Поддержка исследований.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-79-10109-П).

A. GAIDUK, N. PROKOPENKO, A. BUGAKOVA  
**ERRORS COMPENSATION CAUSED BY TIME DELAY OF  
DIGITAL SENSORS**

*Gaiduk A., Prokopenko N., Bugakova A. Errors Compensation Caused by Time Delay of Digital Sensors.*

**Abstract.** The paper is devoted to improving the accuracy of digital sensors with a time lag. The relevance of the topic is due to the widespread use of sensors of this type, which is largely due to a sharp increase in the requirements for measurement accuracy. The timeliness is associated also with the extensive application of digital technologies for information processing in control systems, communications, monitoring and many others. To eliminate the errors caused by the time delay of digital sensors, it is suggested to use an astatic high-speed corrector. The applicability of this corrector is justified by the properties of discrete-time dynamical systems. In this regard, at first, the conditions are considered under which the discrete systems are physically realizable and have a finite duration of the transient since in this latter case they are the fastest. It is also shown that in order to measure a polynomial signal of limited intensity with zero error in steady-state mode, the astatic order of the sensor must be one value greater than the degree of this signal. Based on the above conditions, the main result of the article is proved – a theorem in which the conditions for the existence of the astatic high-speed corrector are established. When this corrector is switched on at the output of the digital sensor or when its software is being corrected an upgraded sensor is formed, the error of which will be zero in steady-state mode. This is due to the fact that the corrector eliminates the error of the digital sensor caused by its time delay, which is assumed to be multiple of the sampling period. The order of the corrector as a system is determined by the integer solution of the equation obtained in the work, which relates the degree of the measured polynomial signal, the time delay of the digital sensor, the permissible overshoot of the upgraded sensor and the relative order of the desired corrector. This equation is solved for the cases, where the degree of the measured signals is not greater than one, the overshoot is equal to the frequently assigned values, and the time delay does not exceed four sampling periods. The corresponding order of the upgraded sensor is given in tabular form. This makes it possible to find the required corrector without solving the shown equation in many cases. The effectiveness of the suggested approach with respect to improving the accuracy of digital sensors is shown by a numerical example. The zero error value of the upgraded sensor is confirmed both by computer simulation and numerical calculation. The results obtained can be used in the development of high-precision digital sensors of various physical quantities.

**Keywords:** discrete system, digital filter, digital sensor, order of system, relative order of system, time delay, astatic, transient, overshoot, finite-time transient.

## References

1. Liu C., Liu J.-G., Kennel R. Accuracy improvement of rotational speed sensors by novel signal processing method. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing. 2018. vol. 1065. no. 7. pp. 072013. DOI: 10.1088/1742-6596/1065/7/072013.
2. Cao M., Yang J. The Effect of the approximation method for large time delay process on the performance of IMC-PID controller. *Processing of the International Conference on Control, Power, Communication and Computing Technologies (ICCPCT'2018)*. 2018. pp. 73–77. DOI: 10.1109/ICCPCT.2018.8574299.

3. Azzoni P., Caminale G., Carratù M., Iacono S.D., Fenza G., Gallo N., Liguori C., Londero E., Pietrosanto A., Rebella N. Distributed Smart Measurement Architecture for Industrial Automation. arXiv preprint arXiv:2107.14272. 2021. pp. 1–6. DOI: 10.48550/arXiv.2107.14272.
4. Zhang Y., Zhang S., Yin Y. Adaptive Fault Diagnosis for continuous Time-delay Repetitive System Subject to sensor Fault. Processing of the International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS'2015). 2015. pp. 456–460. DOI: 10.1109/ICAMechS.2015.7287154.
5. Annaby M.N., Al-Abdi I.A., Abou-Dina M.S., Ghaleb A.F. Regularized sampling reconstruction of signals in the linear canonical transform domain. Signal Processing. 2022. vol. 198. pp. 108569. DOI: 10.1016/j.sigpro.2022.108569.
6. Butler P. Antialiasing filtering considerations for high precision SAR analog-to-digital converters. Analog Dialogue. 2018. vol. 52. no. 3. pp. 54–59.
7. Bakshi U.A., Bakshi L.A.V. Electronic measurement and instrumentation. Technical Publications. 2020. 700 p.
8. Samoylov L.K., Prokopenko N.N., Bugakova A.V. Selection of the band-pass range of the normalizing signal transducer of the sensing element in the instrumentation and control systems. Processing of the IEEE International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT'2018). 2018. pp. 1–3. DOI: 10.1109/ICSICT.2018.8564937.
9. Ballard Z., Brown C., Madni A. M., Ozcan A. Machine learning and computation-enabled intelligent sensor design. Nature Machine Intelligence. 2021. vol. 3. pp. 556–565. DOI: 10.1038/s42256-021-00360-9.
10. Pornsarayouth S., Wongsaisuwan M. Sensor fusion of delay and non-delay signal using Kalman filter with moving covariance. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. 2009. pp. 2045–2049. DOI: 10.1109/ROBIO.2009.4913316.
11. Chachula K., Słojewski T.M., Nowak R. Multisensor data fusion for localization of pollution sources in wastewater networks. Sensors. 2022. vol. 22. no. 1. pp. 1–19. DOI: 10.3390/s22010387.
12. Wang W., Cai F., Cui F., Yang F. Observer-based robust reliable  $H_\infty$  control for uncertain time-delay discrete-time systems in the presence of sensor failure. Proceedings of International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. 2008. pp. 1489–1493. DOI: 10.1109/ICARCV.2008.4795744.
13. You F., Li H., Zhang Y., Guan S. A novel sensor fault diagnosis approach for time-varying delay systems with non-linear uncertainty. Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2017. vol. 39. no. 7. pp. 1114–1120. DOI: 10.1177/0142331216629200.
14. Zemzemi A., Kamel M., Toumi A., Farza M. Robust integral-observer-based fault estimation for Lipschitz nonlinear systems with time-varying uncertainties. Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2019. vol. 41. no. 7. pp. 1965–1974. DOI: 10.1177/0142331218791227.
15. Liu X., Sheng H. Active fault tolerant control of uncertain robotic system based on observer and sliding mode. IFAC-PapersOnLine. 2022. vol. 55. no. 1. pp. 598–603. DOI: 10.1016/j.ifacol.2022.04.098.
16. Stojanovic S.B., Debelkovic D.L., Antic D.S. Finite-time stability and analysis of discrete time-delay systems using discrete convolution of delayed states. Facta universitatis, Series: Automatic Control and Robotics. 2014. vol. 14. no. 32. pp. 147–158.
17. Tao R., Li X.M., Wang Y. Time delay estimation of chirp signals in the fractional Fourier domain. IEEE Transactions on Signal Processing. 2009. vol. 57. no. 3. pp. 2852–2855. DOI: 10.1109/TSP.2009.2020028.

18. Pfeiffer J., Wu X., Ayadi A. Evaluation of three different approaches for automated time delay estimation for distributed sensor systems of electric vehicles. *Sensors*. 2020. vol. 20. no. 2. pp. 1–18. DOI:10.3390/s20020351.
19. Chaudhary G., Jeong Y. A design of power divider with negative group-delay characteristic. *IEEE Microwave Wireless Components Letters*. 2015. vol. 25. no. 6. pp. 394–396. DOI: 10.1109/LMWC.2015.2421280.
20. Wan F., Miao X., Ravelo B., Yuan Q., Cheng J., Ji Q., Ge J. Design of multi-scale negative group delay circuit for sensors signal time-delay cancellation. *IEEE Sensors Journal*. 2019. vol. 19. no. 19. pp. 8951–8962. DOI: 10.1109/JSEN.2019.2921834.
21. Yuan A., Fang S., Wang Z., Liu H. A novel multifunctional negative group delay circuit for realizing band-pass, high-pass and low-pass. *Electronics*. 2021. vol. 10. no. 14. pp. 1–12. DOI: 10.3390/electronics10141742.
22. Musaev R.Sh., Zdobnov S.A., Trofimov A.A., Tsbizov P.N. [Stages of development and main directions for improving sensors of physical quantities for rocket and space technology]. *Datchiki i sistemy – Sensors and systems*. 2019. no. 12. pp. 30–38. (In Russ.).
23. Plyasovskih A.P., Razumov A.V., Sauta O.I. [Requirements to functions and technical characteristics of airborne information and navigating systems]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*. 2012. no. 23. pp. 381–391. (In Russ.).
24. How to Increase the Analog-to-Digital Converter Accuracy in an Application? *Freescale Semiconductor, Inc., AN5250, Rev. 0, 01/2016, 20 p.* Available at: <https://cache.nxp.com/docs/en/application-note/AN5250.pdf> (accessed 10.02.2022).
25. Oppenheim A.V., Schaffer R.W. *Discrete-Time Signal Processing: Third edition*. Pearson Higher Education. 2010. 1108 p.
26. Gaiduk A.R., Prokopenko N.N., Bugakova A.V. Accuracy Increase of Discrete Sensors with Time Delay. *IEEE Sensors Journal*. 2020. vol. 20. no. 19. pp. 11400–11404. DOI: 10.1109/JSEN.2020.2996079.
27. Busek J., Zitek P., Vyhldal T. Astatism analysis of time delay controllers towards effective anti-windup shemes. *Proceedings of the International Conference on Process Control (PC'2019)*. 2019. pp. 74–79. DOI: 10.1109/PC.2019.8815283.
28. Gaiduk A.R., Plaksienko E.A. Analiz i analiticheskij sintez cifrovyx sistem upravleniya [Analysis and analytical design of digital control systems]. *St. Petersburg: Lan Publ*, 2018. 272 p. (In Russ.).
29. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Linejnye sistemy* [Theory of automatic control. Linear systems]. Publishing house URAIT, 2022. 312 p. (In Russ.).
30. Chen C.T. *Linear System Theory and Design: Third edition*. New York, Oxford: University Press, 1999. 334 p.
31. Nikolsky V.A. [On one way to ensure second-order astatism in a discrete system of combined control with disturbance compensation]. *Izvestiya vuzov. Electromechanics. – News of universities. Electromechanics*. 1978. no. 11. pp. 1168–1173. (In Russ.).
32. Chander B., Pal S., Di D., Buyya R. Artificial intelligence-based internet of things for industry 5.0. *Artificial intelligence-based internet of things systems*. 2022. pp. 3–45. DOI: 10.1007/978-3-030-87059-1\_1.

**Gaiduk Anatoly** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Leading researcher, Department of automatic control systems, target search laboratory of breakthrough intelligent technologies for group control of robotic complexes of the advanced research foundation, Southern Federal University. Research interests: analysis and design of linear, nonlinear, continuous and discrete control systems for technical objects, processes, robots and robotic complexes. The number of publications — 450. [gaiduk\\_2003@mail.ru](mailto:gaiduk_2003@mail.ru); 44, Nekrasovsky Lane, 347922, Taganrog, Russia; office phone: +7(8634)371-689.

**Prokopenko Nikolay** — Ph.D., Dr.Sci., Professor, Honored inventor of the Russian Federation, Head of department, senior researcher, Department of information systems and radio engineering, department of scientific research department, Don State Technical University. Research interests: elements and devices of computer technology and control systems. The number of publications — 800. prokopenko@sssu.ru; 1, Gagarina Sq., 344000, Rostov-on-Don, Russia; office phone: +7(928)120-1984.

**Bugakova Anna** — Ph.D., Associate Professor, Junior researcher, Department of information systems and radio engineering, department of scientific research department, Don State Technical University. Research interests: elements and devices of computer technology and control systems. The number of publications — 250. annabugakova.1992@mail.ru; 1, Gagarina Sq., 344000, Rostov-on-Don, Russia; office phone: +7(909)416-9380.

**Acknowledgements.** The research has been carried out at the expense of the Grant of the Russian Science Foundation (project No. 18-79-10109-P).