АЛГОРИТМ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ

В. Г. Курбанов

Институт проблем машиноведения РАН
199178, Санкт-Петербург, Большой проспект ВО, д. 61
<vugar@msa2.ipme.ru>

УДК 681.3
В. Г. Курбанов. **Алгоритм поиска оптимальных управляющих воздействий на динамические объекты** // Труды СПИИРАН, Вып. 2, т. 2. — СПб.: Наука, 2005.
Аннотация. *В пространстве состояний (ПС) нелинейных нестационарных динамических объектов исследуются численные алгоритмы их оптимального управления при наличии ограничений. Управляющие воздействия ограничиваются классом кусочно-постоянных функций, в виде положительных и отрицательных импульсов, порождающих в ПС бинарные деревья. Динамический процесс интерпретируется как рост бинарного дерева. По мере роста бинарного дерева, его узлы попадают в различные области ПС (кластеры). Целью управления является попадание, в процессе роста бинарного дерева, одного или нескольких узлов в заданный кластер. В работе рассматривается новый численный метод поиска оптимального управления при адаптации к ограничениям внешней среды, названный методом бинарных деревьев.* — Библ. 12 назв.

UDC 681.3
V. G. Kurbanov. **Search algorithm of optimum control actions on dynamic object** // SPIIRAS Proceedings. Issue 2, vol. 2. — SPb.: Nauka, 2005.
Abstract. *In the state-space (SS) of nonlinear non-stationary dynamic objects are investigated numerical algorithms of their optimum control with restrictions on phase coordinates. The control actions limit by a class of step functions, as positive and negative impulses generating in the SS binary trees. The dynamic process is interpreted as growth binary tree. In accordance with growth binary tree, it the knots get into various areas of the SS (clusters). The purpose of control is the get, during growth binary tree, one or several knots in a specific cluster (target set). In the present work is considered the new numerical search method of optimum control with adaptation to restrictions of an external environment, called by a method of binary trees*. — Bibl. 12 items.

Введение

В пространстве состояний (ПС) нелинейных нестационарных динамических объектов (ДО) исследуются численные алгоритмы их оптимального управления при наличии ограничений. Управляющие воздействия ограничиваются классом кусочно-постоянных функций, в виде положительных и отрицательных импульсов, порождающих в ПС бинарные деревья [1]. Динамический процесс интерпретируется как рост бинарного дерева. По мере роста бинарного дерева, его узлы попадают в различные области ПС (кластеры). Ограничения, накладываемые на фазовые координаты ДО, образуют границы запретных областей для узлов бинарного дерева. В узлах, попавших на границы запретных областей, эволюция бинарного дерева заканчивается. С течением времени в одни и те же кластеры могут попадать новые узлы дерева и образовывать циклы. Для исключения зацикливаний, в этих узлах эволюция бинарного дерева также завершается. Целью управления является попадание, в процессе роста бинарного дерева, одного или нескольких узлов в заданный кластер ε (целевое множество).

Другими словами целью управления является отыскание допустимой управляющей функции, переводящей ДО из начального состояния в некоторую точку целевого множества ε за минимальное время и удерживание ДО в этом целевом множестве, путем периодического прогнозирования решения на заданном интервале времени прогнозирования τ. Оптимальная фазовая траектория при этом должна удовлетворять ограничениям. В теории оптимального управления такую задачу относят к вариационным задачам на максимальное быстродействие с подвижным правым концом и ограничениями типа неравенств [2].

Реализация алгоритмов регуляторов, основанных на этих методах, предназначенных для работы в реальном времени, представляет значительную трудность из-за сложности вычислительного процесса. В настоящей работе рассматривается новый численный метод поиска оптимального управления при адаптации к ограничениям внешней среды, названный методом бинарных деревьев МБД [3].

Оптимизационная процедура отыскания управляющего воздействия осуществляется посредством построения бинарного дерева состояний ДО. Для этого строится прогнозирующая модель, с помощью которой, для заданного времени прогнозирования τ и шага прогнозирования $\Delta\tau$, в каждом узле бинарного дерева вычисляются оценка вектора состояния (ВС) ДО и его евклидова норма, которая запоминается и хранится в памяти ЭВМ в течении всего цикла прогнозирования τ. Норма ВС рассматривается как мера расстояния от узла до начала координат. Управляющее воздействие определяется комбинаторным методом как логическая функция упорядоченного множества узлов бинарного дерева.

При управлении нелинейными, нестационарными ДО, на фазовые координаты которого наложены произвольные ограничения типа неравенств, классические методы управления оказываются непригодными.

К числу неклассических задач управления, к которым неприменимы классические методы, можно отнести такие задачи, как управление транспортными средствами при наличии препятствий, парковка транспортных средств с учетом их динамики, управление летательными аппаратами в нечетко определенной обстановке, управление электроприводами наведения крупных радиотелескопов при ограничениях на мощность, ток, крутящий момент и др.

Решение подобных задач связано с решением неклассических вариационных задач, необходимые условия которых для обыкновенных дифференциальных уравнений формулируются в форме двухточечных краевых задач. Численное решение двухточечной краевой задачи, за исключением простых случаев является самостоятельной проблемой. Численные методы решения вариационных задач принято разделять на две большие группы:

К первой группе методов относятся методы, которые направлены на отыскание управляющих функций. К таким методам относятся различные модификации метода Ньютона [4, 12], методы прогонки [5], методы “со свободным концом”, И. А. Крылова и Ф. Я. Черноусько [6], методы штрафных функций [7, 12].

Все перечисленные численные методы решения задач оптимального управления, использующие необходимые условия оптимальности, просты в описании и удобны для машинной реализации. В то же время они не пригодны для решения невыпуклых задач, какими являются задачи перечисленные выше.

Ко второй группе методов относятся методы не использующие (во всяком случае непосредственно) необходимые и достаточные условия оптимальности. К числу этих методов принадлежат, например, все методы градиентного спуска.

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

Которые, как будет показано далее также не пригодны для задач, подобных упомянутым выше.

Очевидно, что неточности математического описания ДО, наличие стохастических факторов, нестабильность его параметров и измерительных средств, требуют частого пересчета (прогнозирования) управляющего воздействия на основе текущей информации о векторе состояния $x(t)$.

Поэтому численное решение вариационной задачи в реальном масштабе времени требует высокой производительности вычислительных средств, что до последнего времени сдерживало применение численных методов математического программирования в регуляторах ДО.

При аппроксимации уравнений ДО уравнениями в конечных разностях, задачу оптимального управления можно интерпретировать как многошаговую задачу математического программирования (линейного или нелинейного), основной целью которого является отыскание экстремума функции многих переменных, подчиненных различным ограничениям [8].

Стратегии управления динамическими объектами

Рассмотрим уравнение движения n–мерного динамического объекта управления в разностной форме:

$x(t+\Delta t) = f(x(t), A(t), u(t))$

где: $x(t), A(t), u(t)$ — функции времени $t, t = \Delta t\, m, m = 0,1,2...; \Delta t$ — такт;

$x(t)$ — ВС; $A(t)$ — оператор перехода $x(t)$ в $x(t+\Delta t)$;

$u(t)$ — функция управления

Ограничения:

$x(t) \in H$,

$u(t) \in (U, -U)$

$u(t)$ — является кусочно-постоянной функцией на интервале Δt и принимает одно из двух возможных значений $U, -U$.

Требуется найти функцию $u(t)$, которая обеспечивает переход ДО из $x(0)$ в $x(t)$ за минимальное время $T = n * \Delta t$ или минимальное число шагов n. Точность перевода ДО в конечное состояние зависит от точности, с которой известны его характеристики и возмущения.

В области фазового пространства H (рис. 1.) выделим две точки — ВС $x(0)$ и вектора целевого множества $x^*(T)$, а также ограничение Q — в виде непрерывной кривой.

Требуется выбрать стратегию перевода $x(0)$ в $x^*(T)$ и в соответствии с выбранной стратегией найти функцию управления, обеспечивающую перевод за минимальное число шагов. Если в качестве целевой функции выбрать расстояние между $x(0)$ и $x^*(T)$ как эвклидову норму $R = \|x^*(T) - x(0)\|$, то становится очевидным, что градиентные методы для этой задачи неприменимы, так как в стационарных точках, в которых вычисляется градиент, ограничение $Q(x)$ никак не учитывается. Движение по экстремали $s1$, например, с максимальной скоростью уменьшения R (метод скоростного градиента [9]), будет проходить до точки "a", в которой дальнейшее уменьшение R невозможно из-за ограничения $Q(x)$.

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

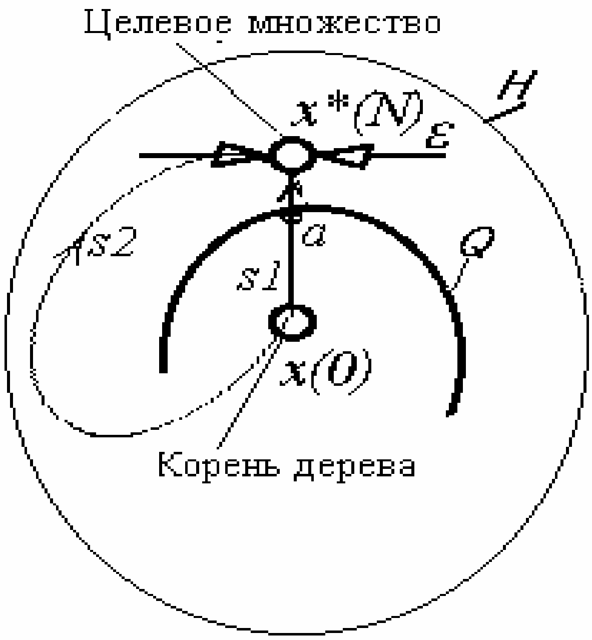

Рис. 1.

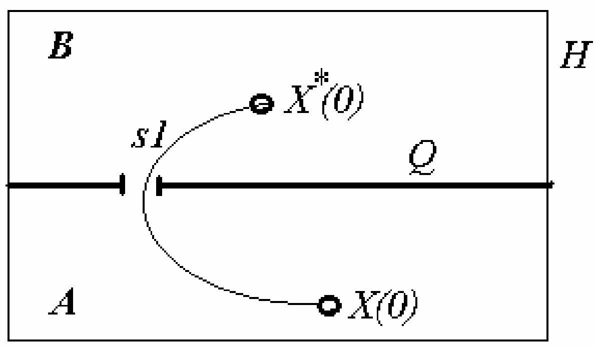

Рис. 2.

Рис. 3.

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

Выбор стратегии управления для построения экстремали $s2$, при движении по которой ограничения соблюдаются, становится очевидным только тогда, когда “видна“ вся обстановка внутри региона H, т.е. имеется информация об этой обстановке. Однако формализовать получение этой информации является проблемой.

Другой концептуальный пример трудностей формализации выбора стратегии управления поясняет рис. 2.

Из точки $x(0)$, находящейся в области A, требуется перейти в точку $x^*(T)$, находящуюся в области B. В этой задаче для построения экстремали $s1$ нужно найти щель в ограничении $Q(x)$, региона фазового пространства H. Подобные задачи могут успешно решаться методом бинарных деревьев (МБД).

Рис. 3 иллюстрирует стратегию МБД. Цепочка узлов 1–10 лежит на экстремали. Узлы, маркированные “*л*”, достигшие ограничений Q и H исключаются из процесса поиска оптимального решения и называются “листьями”.

При $R = \|x^*(T) - x(0)\| \le \varepsilon$, точки $x(0)$ и $x^*(0)$ совпадают, т. е. $x(0)$ находится в целевом множестве. Возникает вопрос о выборе стратегии управления в этом случае. Для этого основании динамических свойств ДО назначается время прогнозирования τ и шаг Δt квантования управляющего воздействия. Вычисляется значение $x^*(\tau)$ и строится бинарное дерево по обычной схеме.

Метод бинарных деревьев

Метод бинарных деревьев основан на следующих допущениях:

1. Регион пространства состояний H, в котором отыскивается управляющая функция, замкнута и не имеет разрывов.
2. В регионе H из любой произвольной точки $x(t)$ за интервал времени Δt посредством операторов $A_+(x)$ и $A_-(x)$ возможен переход в две соседние области, заданные векторами $x_+(t+\Delta t)$ и $x_-(t+\Delta t)$ и ограниченные радиусом ε.
3. Расстояние между двумя произвольными точками ПС x_1 и x_2 определяется как $R = (x_1 - x_2)^T M(x_1 - x_2)$, где M — положительно определенная матрица нормирования ПС.
4. Переход из x_1 в x_2 осуществляется за конечное число шагов.
5. Переход из x_1 в x_2, при $R \le \varepsilon$ осуществляется за время, не превышающее допустимое.

Общее число узлов бинарного дерева в заданном регионе не превышает допустимого значения.

Построим бинарное дерево возможных состояний, задавая каждому узлу следующие характеристики:

ns — порядковый номер узла бинарного дерева

mf — номер этажа (такта)

nf — число узлов в этаже

nsf — номер узла в этаже

ks — код управляющего воздействия в узле

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

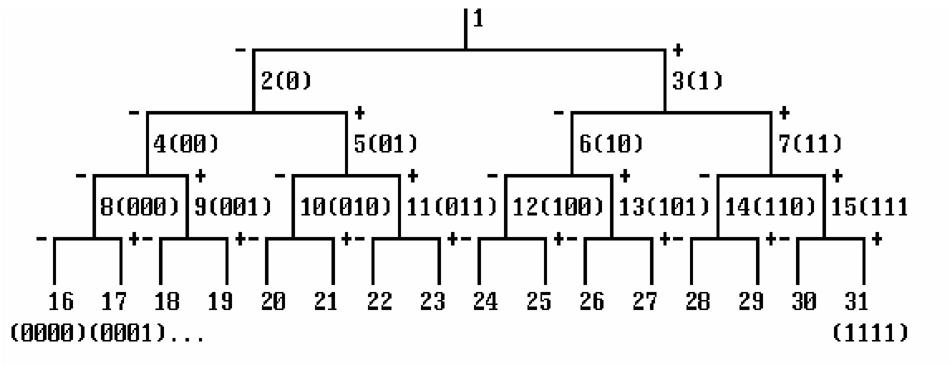

Рис. 4.

На рис. 4 цифрами вне скобок обозначены номера узлов бинарного дерева — ns. Цифрами в скобках обозначены коды управляющих воздействий — ks. Символом "1" обозначено положительное значение управляющего воздействия $u(t) = +U$, а символом "0" — отрицательное значение $u(t) = -U$.

Для идентификации узла и соответствующего ему кода достаточно:

- порядковый номер узла ns, заданный в десятичной форме, преобразовать в двоичную форму $binns$;
- ks образуется из вектора $binns$ путем удаления старшего разряда (первого элемента вектора).

Номер этажа бинарного дерева mf равен числу разрядов вектора ks, а порядковый номер узла в этаже nsf вычисляется по формуле $nsf = ns + 1 - 2^{mf}$

Например, при $ns = 19$, $binns = [1\,0\,0\,1\,1]$, $ks = [0\,0\,1\,1]$, $mf = 4$, $nsf = 4$.

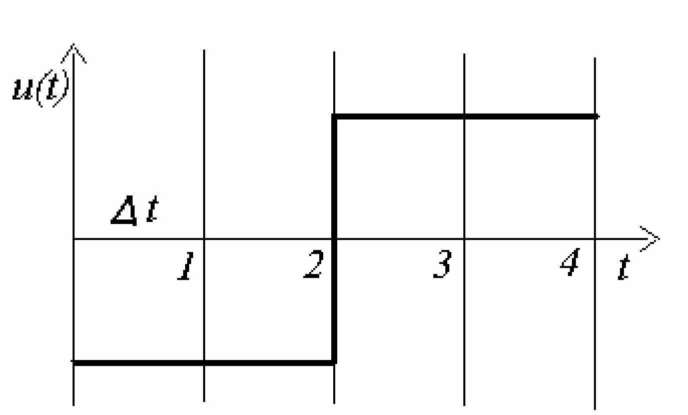

Рис.5

Алгоритм управления динамическими объектами по методу бинарных деревьев

1. Вычислить параметры $x(0), R(0), R^*(0), A_+(0), A_-(0)$ в корне бинарного дерева. $mf = 0$.
2. Положить $mf = mf + 1$.
3. Вычислить параметры бинарного дерева и проверить их на ограничения:

— если $R = \|x^*(T) - x(0)\| \le \varepsilon$, перейти к п.6.

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

4. Вычислить допустимый вектор номеров узлов и соответствующих им параметров бинарного дерева, для которых ограничения соблюдаются:

— если ни для одного узла этажа ограничения не соблюдаются, перейти к п.7.

5. Вычислить вектор номеров узлов бинарного дерева следующего этажа, порожденных допустимым вектором номеров узлов текущего этажа и перейти к п.2.
6. Конец (оптимальное решение).
7. Нет решения.

Таким образом, двум произвольным точкам $x(0), x(m)$ в пространстве состояний ставятся в соответствие: скалярная величина расстояния между ними R_m и вектор управления u_m, переводящий ОУ из точки $x(0)$ в $x(m)$.

Вектор u_m можно рассматривать как логическую функцию от $x(0)$, R_m и числа шагов m. Решение относительно функции управления находится посредством итерационной процедуры, трудоемкость которой существенно меньше трудоемкости процедур используемых при решении линейных неравенств.

При учете случайных факторов, действующих на ДО, вероятность этой функции может служить оценкой качества управления.

Ниже приведен полный алгоритм построения бинарного дерева. Алгоритм апробирован в среде MatLab 6.5.

Построение бинарного дерева функции управления динамическим объектом

1.ОПРЕДЕЛЕНИЯ БИНАРНОГО ДЕРЕВА

$ns = -$ — глобальный порядковый номер узла бинарного дерева, заданный в десятичной форме,

$binns = dec2bin(ns)$ — глобальный порядковый номер узла бинарного дерева, заданный двоичной форме;

$siz = size(binns)$ — число разрядов вектора $binns$,

$mf = siz(2)$ — номер этажа,

$nsf = ns + 1 - 2^\wedge(mf - 1)$ — номер узла в этаже,

$ks = binns(2:mf)$ — код управляющего воздействия в узле, ks образуется из вектора $binns$ путем удаления старшего разряда (первого элемента вектора), и обратно: $binns = [\text{'1'}, ks]$

Например, при $ns = 19$, $binns = [1\,0\,0\,1\,1]$, $ks = [0\,0\,1\,1]$, $mf = 4, nsf = 4$.

$X0$ — вектор состояния в корне дерева

X — вектор состояния

Xg — желаемый вектор состояния (вектор состояния цели)

Xn — нормированный вектор состояния ОУ

Xgn — нормированный вектор желаемого состояния ОУ

$s1$ — вектор глобальных номеров узлов бинарного дерева в $(mf - 1)$ этаже, векторы состояния в которых не выходят за ограничения

s — вектор глобальных номеров узлов бинарного дерева в mf этаже, порожденных вектором $s1$

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

$s2$ — вектор глобальных номеров узлов бинарного дерева в mf этаже, векторы состояния в которых не выходят за ограничения

$XS1$ — матрица векторов состояния в узлах вектора $s1$

$XS2$ — матрица векторов состояния в узлах вектора $s2$

rs1 — вектор расстояний от начала координат до узлов вектора $s1$

rs2 — вектор расстояний от начала координат до узлов вектора $s2$

$drs1$ — вектор расстояний от узлов вектора $s1$ до цели

$drs2$ — вектор расстояний от узлов вектора $s2$ до цели

$X\max$ — вектор ограничений фазовых координат ОУ

$x1$ — главная координата вектора состояния ОУ

$xg1$ — главная координата вектора состояния цели

h — шаг квантования управляющего воздействия по времени

$u0$ — абсолютное значение управляющего воздействия

rg — расстояние от начала координат до цели.

rx — расстояние от начала координат до ОУ.

rxg — расстояние от ОУ до цели

2. АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

1. Вычислить параметры модели в корне бинарного дерева, $mf = 0$.

2. Положить $mf = mf + 1$

3. Вычислить параметры бинарного дерева и проверить их на ограничения:

– если один из текущих узлов попал в целевое множество, перейти к п.7.

4. Вычислить допустимый вектор номеров узлов $s1$ и соответствующих им параметров бинарного дерева, для которых ограничения соблюдаются:

– если ни для одного узла этажа s ограничения не соблюдаются, уменьшить шаг квантования h, перейти к п.5.

5. Вычислить вектор номеров узлов s бинарного дерева следующего этажа, порожденных допустимым вектором номеров узлов текущего этажа и перейти к п.2.

6. Нет решения.

7. Конец (оптимальное решение).

%

for $mf = 1 : Nmf$,

$$dx/dt = Ax(t) + Bu(t) + Ff(t)$$

$$\alpha(t) = Cx(t)$$

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\sigma)}Bu(\sigma)d\sigma + \int_0^t e^{A(t-\sigma)}Ff(\sigma)d\sigma$$

$$t \subset [0,T], h = T/N, j = 1,2,3,...,N$$

$$x(t_j) = e^{Ah}x(t_{j-1}) + \int_{t_{j-1}}^{t_j} e^{A(t_j-\sigma)}Bu(\sigma)d\sigma + \int_0^t e^{A(t_j-\sigma)}Ff(\sigma)d\sigma$$

$$e^{Ah} = \sum_{r=0}^{R} A^r h^r / r!$$

$$x(t+h) = \Phi(h)x(t) + G(h)u(t) + H(h)f(t)$$

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

$$\Phi(h)=[E-hA/2+(hA)^2/4-(hA)^3/12]^{-1}[E+hA/2+(hA)^2/4+(hA)^3/12]$$

$$G(t)=[E-hA/2+(hA)^2/4-(hA)^3/12][E+(hA)^2/6]hB$$

$$H(t)=[E-hA/2+(hA)^2/4-(hA)^3/12][E+(hA)^2/6]hF$$

$$x(kt)=\Phi^k(h)x(0)+\sum_{i=0}^{k-1}\Phi^{k-i-1}(h)G(h)u(ih)+\sum_{i=0}^{k-1}\Phi^{k-i-1}(h)H(h)f(ih)$$

$$|u(kh)|\le U$$

$$|Qx(kt)|\le X, k=0,1,2,...,N-1$$

$$\left|x_i^*(Nh)-x_i\,(Nh)\right|\le\varepsilon$$

$$x^*(kN)-\Phi^N(h)x(0)+\sum_{i=0}^{N-1}\Phi^{N-i-1}(h)G(h)u(ih)+\sum_{i=0}^{N-1}\Phi^{N-i-1}(h)H(h)f(ih)\le\varepsilon$$

$$x(t+\Delta t)=f(x(t),A(t),u(t)),$$

где: $x(t),A(t),u(t)$ — функции от времени t, $t=\Delta t\cdot m$, $m=0,1,2...$; Δt — шаг; $x(t)$ — вектор состояний;

$A(t)$ — оператор перехода $x(t)$ в $x(t+\Delta t)$; $u(t)$ — функция управления.

Условие:

$-X\le x(t)\le X$,

$u(t)\in(U,-U), u(t)$ — является кусочно-постоянной функцией на интервале Δt и принимает одно из двух возможных значений $U,-U$.

Положим: $\Delta x(t)=x(t+\Delta t)-x(t)$,

Введем нормализации: $\Delta_M x(t)=M\Delta x(t)$

$$\Delta r^2=\Delta_M x^T(t)\Delta_M x(t)=\Delta x^T(t)M^2\Delta x(t),$$

$$x(m+1)=Ax(m)+Bu(m),$$

$$\Delta x=Ax+Bu-x=(A-E)x+bu,$$

E — идентификационная матрица.

$$\Delta r^2=\Delta x^T M^2\Delta x=((A-E)x+Bu)^T M^2((A-E)x+Bu)=$$

$$=\begin{vmatrix}x^T & u\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}(A-E)^T\\ B^T\end{vmatrix}M^2\begin{vmatrix}(A-E) & B\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}x\\ u\end{vmatrix}$$

$$P=\begin{vmatrix}(A-E)^T\\ B^T\end{vmatrix}M^2\begin{vmatrix}(A-E) & B\end{vmatrix},$$

$$x(m)=A^m x(0)+\sum_{i=0}^{m-1}A^{m-i-1}Bu(i)$$

Дистанция R_m между начальной точкой $x(0)$ и конечной точкой $x(m)$ определяется следующим образом

$$\Delta x(m)=x(m)-x(0)=$$

$$=A^m x(0)+\sum_{i=0}^{m-1}A^{m-i-1}Bu(i)-x(0)=(A^m-E)x(0)+\sum_{i=0}^{m-1}A^{m-i-1}Bu(i)$$

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

Обозначим $\sum_{i=0}^{m-1} A^{m-i-1}Bu(i) = B_m u_m$, где $B_m = \left| B(0) \quad B(1) \quad \dots \quad B(m-1) \right|$,

$B(0) = BA^{m-1}, B(1) = BA^{m-2}, \dots, B(m-1) = B, (u_m)^T = [u(0), u(1), \dots, u(m-1)]$,

$\Delta x(m) = (A^m - E)x(0) + B_m u_m$.

$$R_m^2 = \Delta x^T(m) M^2 \Delta x(m) = \left| x^T(0) \quad u_m \right| \cdot \left| \begin{matrix} (A^m - E)^T \\ B_m{}^T \end{matrix} \right| M^2 \left| (A^m - E) \quad B_m \right| \cdot \left| \begin{matrix} x(0) \\ u_m \end{matrix} \right|,$$

Определим матрицу $\left| \begin{matrix} (A^m - E)^T \\ B_m{}^T \end{matrix} \right| M^2 \left| (A^m - E) \quad B_m \right| = P_m$, где

$$R_m^2 = \left| x^T(0) \quad u_m \right| \cdot P_m \cdot \left| \begin{matrix} x(0) \\ u_m \end{matrix} \right|.$$

Построим гиперплоскость второго порядка $G \in [X]$

$a(x,x) + 2b(x) + c = 0$, где $a(x,x)$ — квадратичная форма, $b(x)$ — линейная форма.

Заключение

В настоящей работе концептуально описаны подходы к решению задач управления ДО, не вписывающимися в известные схемы. При изменении некоторых условий и ограничений, интерпретации процессов неузнаваемо изменяются, возникают новые вопросы.

Описан метод, в котором существенным ограничением является исключение зацикливаний при росте бинарного дерева, однако если снять это ограничение, динамические процессы ДО можно аппроксимировать типовыми уравнениями математической физики, использовать различные физические аналогии.

По мере роста дерева, с увеличением номера такта, количество точек (узлов) дерева в отдельных кластерах будет возрастать, т.е. будет увеличиваться их плотность. При этом распределение плотности по всему объему области $[H]$ для каждого конкретного ДО будет уникальным. Например, рост бинарного дерева можно отождествить с процессом нагревания анизотропной среды, описывающимся уравнениями теплопроводности, когда температура отдельных участков среды постепенно увеличивается, или с процессом движения делящихся в каждом узле заряженных частиц в n–мерном гиперполе, с заданным оператором $A(t)$ — перехода $x(t)$ в $x(t+1)$. Можно усмотреть биофизическую аналогию неограниченного деления клеток в замкнутом объеме, отождествив ее с известными процессами математических моделей “A-Life” (искусственной жизни) [10]. Интерес представляют аналогии колебательных ДО, описывающихся уравнениями колебаний гиперболического типа [11]. Отличительной чертой этих уравнений является то, что область зависимости их решения ограничена характеристическим конусом, так что область пространства $[H]$, расположенная вне этого конуса, не влияет на решение в рассматриваемой точке. Узлы бинарных деревьев колебательных ДО, достигая границ пространства $[H]$, отражаются от этих границ и образуют пучности, проявляя волновые свойства. Волновые свойства бинарных деревьев ОУ проявляются также при прохождении нелинейностей щелевого типа и напоминают по характеру интерференционные и

Труды СПИИРАН. 2005. Вып. 2. Т. 2. ISSN 2078-9181 (печ.), ISSN 2078-9599 (онлайн)
SPIIRAS Proceedings. 2005. Issue 2. V. 2. ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)
www.proceedings.spiiras.nw.ru

дифракционные явления, свойственные световой волне. Фронт волны бинарного дерева может быть определен как поверхность равной плотности узлов бинарного дерева для заданного такта.

Для оценки эффективности изложенного подхода еще потребуются исследования его качественных особенностей.

Автор выражает большую благодарность проф. В.В. Дубаренко за совместную работу, обсуждение идеи статьи и ценные советы, без которых бы она не появилась.

Литература

[1] *Wirth N*. Algorithms and data structure. New Jersey 07632. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs. (Русский перевод: Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. М.: Мир, 1989. Р. 245–331

[2] *Табак Д., Куо Б.* Оптимальное управление и математическое программирование. М.: Наука, 1975. 280 с.

[3] *Городецкий А. Е., Дубаренко В. В., Курбанов В. Г.* Метод поиска оптимальных управляющих воздействий на динамические объекты с адаптацией к изменениям внешней среды //6-й Санкт-Петербургский симпозиум по теории адаптивных систем (SPAS"99). СПб, 1999, стр. 228–232.

[4] *Моисеев Н. Н.* Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971, 325 с.

[5] *Беллман Р., Калаба Р.* Квазилениаризация и нелинейные краевые задачи. М.:Мир, 1968, 183 с.

[6] *Крылов И. А., Черноусько Ф. Л.* О методе последовательных приближений для решения задач оптимального управления // Журн.вычислит.мат. и мат.физ., 1962, т.2, №6, стр. 123–130.

[7] *Шатровский Л. И.* Об одном численном методе решения задач оптимального управления // Журн.вычислит.мат. и мат.физ.,1962,т.2,№2, стр. 52–59.

[8] *Timofeev A. V.* Intelligent multi-agent control of robotic systems // First International Conference on Problems of Dynamic Objects Logic- Linguistic Control DOLLC'97. SPb., 1997., p. 55–58

[9] *Фрадков А. Л*. Адаптивное управление в сложных системах. М.: Наука,1990, 292 с.

[10] *Cona J.* Developing a genetic programming system AI Expert, 1995,v. 10, №2, p. 20

[11] *Марчук Г. И*. Методы вычислительной математики. М.: Мир. 1977, 286 с.

[12] *Базара М., Шетти К.* Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М.: Мир.1982, 583 с.