

# ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕГРАДАЦИИ ЗАПАСОВ ОСЕТРОВЫХ РЫБ СО СЛОЖНОЙ ВНУТРИПОПУЛЯЦИОННОЙ СТРУКТУРОЙ

Т. Н. Соловьева<sup>а</sup>, канд. техн. наук, доцент

А. Ю. Переварюха<sup>б</sup>, канд. техн. наук, старший научный сотрудник

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, РФ

<sup>б</sup>Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, РФ

**Постановка проблемы:** все чаще отмечаются случаи деградации запасов ценных промысловых рыб. Деградация объясняется не только частными ошибками контроля над промыслом и недостатками методов учета, но и последствиями системной проблемы организации управления промыслом при действии пороговых эффектов. Для анализа этих эффектов требуется построить адекватную модель динамики численности популяций. **Результаты:** разработана модель формирования численности поколений осетровых рыб с использованием предикативно переопределяемой вычислительной структуры. Получена бистабильная неунимодальная зависимость воспроизводства, предполагающая существование интервального аттрактора с близкой граничной точкой. После трансформации аттрактора в непритягивающее хаотическое множество процесс деградации развивается необратимо. **Практическая значимость:** разработанная гибридная модель позволила описать общую нелинейную особенность развития процесса истощения обильных запасов при повышении промысловой смертности, затрудняющую своевременное выявление стремительного снижения эффективности воспроизводства.

**Ключевые слова** — гибридные динамические системы, нелинейные модели популяций, сценарий истощения запасов рыб.

## Введение

Истощение рыбных запасов все чаще отмечается международными организациями, и в ряде случаев промысел не восстанавливается. Сокращение численности, после которого популяция более не достигает былого размера (деградация), происходит стремительно. Запасы не просто медленно исчерпываются по ожидаемым данным учета, но быстро «коллапсируют» [1].

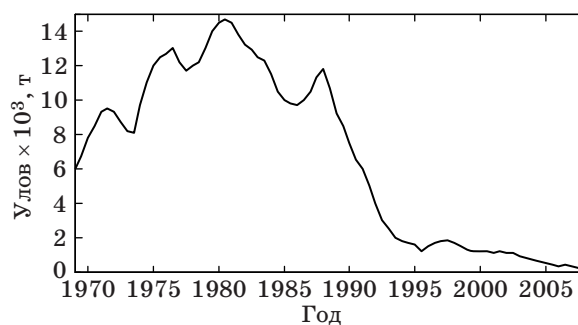
Анализируя различные примеры неудачного управления динамической системой «запас — промысел», можно выявить общие аспекты критических состояний этой системы, классифицируемые как характерные метаморфозы поведения фазовой траектории. Классические математические модели промысловой ихтиологии не описывают подобные эффекты, проявляющиеся при чрезмерном изъятии. Нами разрабатывается гибридная вычислительная структура, предполагающая рассмотрение специфических факторов в эффективности воспроизводства рыб, определяющих нестабильные темпы восполнения запасов в зависимости от состояния нерестующей части популяции.

## Динамические аспекты случаев деградации

Крупнейшим отечественным примером деградации ценных биоресурсов служит динамика популяции трех видов осетровых Каспийского

моря: белуги, севрюги и русского осетра (рис. 1) [3]. В начале XX в. крупные рыбы, обладающие большой плодовитостью, осваивали удаленные речные нерестилища и обеспечивали большие уловы, однако в этот период были истощены запасы отдельных локальных популяций. В конце 1970-х гг., после перекрытия русла Волги, промысел снова достиг максимума [2]. Затем уловы волжского осетра заметно снизились, но далее продемонстрировали тенденцию к увеличению за счет особой озимой расы.

В 1980-е гг. гидрологические условия при трансгрессии моря считались благоприятными, был организован искусственный выпуск молоди, и прогнозировалось получение стабильных уловов порядка 30 тыс. т [3]. Однако в 1989 г. последовало стремительное и не остановленное



■ Рис. 1. Динамика уловов русского осетра

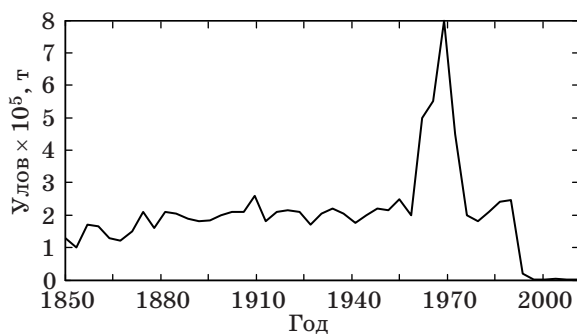
до сих пор сокращение численности (см. рис. 1). С 2010 г. осетровые внесены в «Красную книгу». Как о причине деградации осетровых, говорят об огромном неучтенном изъятии, которое должно было бы по расчетам превышать официальное.

С сокрушительными последствиями плохо предсказуемого перелова сталкиваются и такие страны с налаженной научной практикой регулирования промысла, как Норвегия и Канада. В 1992 г. прекращен промысел атлантической трески северного побережья Канады (рис. 2), причем непосредственно перед «коллапсом» перспективы промысла считались благополучными.

Промысел трески показал максимальные результаты на рубеже 1960–70-х гг., но далее не удержался и на среднемноголетнем уровне. Из графика видно, что неотвратимое истощение последовало не сразу вслед за годами рекордных уловов: первичное падение приостановилось и наступило десятилетие (1981 г. — 1990-е гг.) не столь обильных, но приемлемых колеблющихся объемов вылова. В работе [4] ход событий объяснялся тем, что естественное снижение численности трески могло совпасть с увеличением реального процента промысловой смертности из-за системной переоценки запасов.

В 2015 г. в прессе распространились данные о явных признаках аналогичного критического истощения запасов южной трески из залива Мэн.

В обоих случаях коллапса специалисты не смогли представить реалистичный прогноз о темпах регенерации запасов, и в результате введенный изначально двухлетний мораторий пришлось заменить неожиданным для ихтиологов двадцатитрехлетним вынужденным прекращением промысла трески, пагубным для экономики северного региона. Оказалось, что популяция после перелова восстанавливается совсем не так быстро, как должно следовать из полученной ранее статистики о смене возрастных когорт при благополучном состоянии популяции. Есть основания полагать, что за подобным развитием событий скрыты неучтенные ранее особенности репродуктивного процесса.



■ Рис. 2. Падение уловов трески у побережья Канады

### Моделирование воспроизводства запасов

Известно достаточно много моделей воспроизводства рыбных запасов, в которых учтены внутренние механизмы регуляции численности популяций и имеется возможность имитировать последствия организованного промысла. Например, на основании «логистического» уравнения Ферхюльста была построена теория максимизации устойчивого вылова (Maximum sustainable yield — MSY). В этой модели изолированная популяция подразумевалась равномерно вполне управляемой системой, переводимой управляемым воздействием в состояние  $\hat{S}$  наиболее интенсивного приращения. Авторы этой модели считают, что для того, чтобы контролируемый промысел не подверг запасы риску сокращения, достаточно оценить константный параметр репродуктивного потенциала. Подход MSY подвергается резкой критике со стороны экологов из-за его оптимистических прогнозов [5], основанных на постоянстве прироста и идеализации стабильности природных воздействий. В основе моделей эксплуатируемых популяций рыб должна содержаться нетривиальная формализация зависимости баланса воспроизводства и смертности от различных факторов, так как естественная убыль на ранних этапах жизни рыб очень велика, и малейшие ее изменения сказываются на благополучии популяций крупных хищников.

При подборе оптимального промыслового режима для особенностей нереста некоторых видов рыб используется построение «кривых воспроизводства». При этом определение вида эмпирической зависимости величины пополнения  $R$  от промыслового запаса  $S$  на основе данных наблюдений должно способствовать обоснованию прогнозов восполнения промыслового запаса [6]. Основная идея моделей пополнения заключается в описании лимитирующих факторов  $v(S)$ , регулирующих величину пополнения  $R$  при повышении плотности рыб на нерестилищах с характерной фертильностью  $a > 1$ :  $R = aS/v(S)$ . Рикером предложено экспоненциальное описание  $v(S) = e^{bS}$ , где  $b < 1$  — показатель влияния лимитирующих факторов. Шепард обобщил эту идею в форме вариативной зависимости  $v(S) = 1 + (S/K)^b$ ; здесь учтен объем запаса  $K$ , соответствующий необременительной емкости среды.

Если анализ моделей проводить в виде функциональных итераций  $R_{n+1} = \psi(R_n)$ , то при изменении параметра нелинейных кривых,  $a$  Рикера или  $b$  Шепарда, происходят бифуркации образования циклов увеличивающегося периода  $2^i$  с переходом к хаотическому режиму и аттрактору  $A$  в форме нигде не плотного множества, так как модели удовлетворяют критериям теоремы Сингера [7]. Одним из математических свойств

рассматриваемых моделей является реализация каскада бифуркаций Фейгенбаума [8] при изменении некоторого параметра. Однако нельзя однозначно сказать, что это свойство является преимуществом или недостатком рассматриваемых моделей. Аналогичным свойством обладают и итерации тригонометрических зависимостей, не имеющие никакого популяционного истолкования. Для того чтобы сделать обоснованные выводы, необходимо выявить условия всех метаморфоз поведения моделей популяций.

Следует отметить, что качественные изменения поведения траектории двух моделей могут быть взаимно противоречивы при их биологической интерпретации. Например, дополнение функции  $R = aSe^{-bS}$  Рикера учетом доли промыслового изъятия  $H$  при итерационном моделировании  $R_{n+1} = \psi((1-H)R_n)$  стабилизирует флуктуации. В то же время учет искусственного выпуска партий молоди рыб  $R_{n+1} = \psi(R_n) + GR_n$  хаотизирует фазовую траекторию.

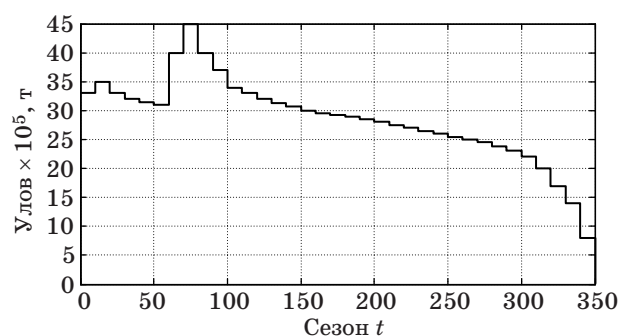
Простые модели могут обладать сложными динамическими режимами и неожиданными метаморфозами (переменяемостью, субдукцией, кризисами связности аттракторов), однако для всего разнообразия подобных моделей топология предполагает только три типа аттракторов.

Предложена [9] модель формирования пополнения в виде системы двух уравнений убыли численности  $N(t)$  на отрезке времени  $t$  до полового созревания рыб:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = -(\alpha w(t)N(t) + \theta(S)\beta)N(t); \\ \frac{dw}{dt} = \frac{g}{N^k(t) + \sigma}, k \in \left[ \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right], \theta(S) = \frac{1}{1 - e^{-cS}}. \end{cases} \quad (1)$$

Вспомогательная величина  $w(t)$  отражала изменение пищевых потребностей по мере развития особей. Модель расчета пополнения  $R = N(T)$  включала коэффициенты смертности  $\alpha$  и  $\beta$ , действующие на интервале уязвимости  $t \in [0, T]$  в раннем онтогенезе рыб. При компьютерном моделировании была получена куполообразная зависимость с ненулевой горизонтальной асимптотой и двумя нетривиальными стационарными точками пересечения с биссектрисой координатного угла, меньшей граничной репеллерной и большей устойчивой. Фазовая кривая не удовлетворяла критериям Сингера и позволила преодолеть частные недостатки двух известных кривых воспроизводства.

Однако при сходстве с экспериментальными данными об аквариумных популяциях итерации дискретно-непрерывной модели (1), как и ранние модели, не описывают отмеченную проблему стремительной деградации. В случае установления чрезмерной доли промыслового изъятия се-



■ Рис. 3. Сценарий сокращения уловов при перелове согласно (1)

зонные уловы  $Y_n = HR_n$ , согласно модели, после пика до момента перехода к безвозвратной деградации сокращаются монотонно, за 35 сезонов модельного времени (рис. 3), что не соответствует реальным данным.

При существующих методах прогнозирования, используя рассмотренные модели, крайне сложно определить точку, в которой произойдет резкое падение улова.

### Новая модель формирования поколений

Как отмечалось ранее, деградация — это не просто вялотекущий и монотонный процесс истощения, а неожиданный переход в состояние с минимальной за историю наблюдений численностью. Существующие модели неадекватно отображают процесс деградации и, следовательно, не могут быть использованы при выявлении его причин. В сценарии с экспертно регулируемым воздействием промысла необходимо ввести ранее не учтенные, качественно другие свойства динамики итераций системы «запас — пополнение».

Расширим модель репродуктивного цикла с использованием организации непрерывно-событийной вычислительной структуры. При этом учтем, что кривая воспроизводства совсем не обязательно должна быть куполообразной унимодальной с единственным экстремумом функции (подобные примеры отмечал в обзоре [6] Рикер).

У рыб может быть выделено несколько хорошо выраженных стадий развития: предличинки на питании из желточного мешка, активно питающиеся личинки, свободно мигрирующая к местам нагула молодь. Факторы смертности должны различаться по стадиям, при этом момент достижения перехода личинка — молодь может регулироваться вспомогательным показателем развития  $w(t)$ . На старших стадиях успешное развитие должно сокращать действие квадратичной смертности  $\alpha$ , и замедление развития становится значимым фактором.

Опишем убыль начальной численности  $N(0)$  от момента вылупления из икринок дифференциальным уравнением на кадрированном промежутке времени  $t \in [0...t, \tau_1...T]$ . Учтем изменения действия факторов смертности по ходу прохождения стадий развития особей. Также примем, что смертность молодежи от нападения хищников обусловлена обилием доступных для нападений жертв на второй стадии:

$$\frac{dN}{dt} = \begin{cases} -(\alpha w(t)N(t) + U(S)\beta)N(t), & t < \tau; \\ -(\alpha_1 N(\tau) + \beta)N(t), & w(t) < w_d; \\ -\left(\alpha_2 \frac{N(\tau_1)}{w(\tau_1)}\right)N(t), & \tau_1 < t < T. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент, зависящий от плотности компенсационной смертности;  $\beta$  — коэффициент нейтральной убыли. От агрегированного «репродуктивного потенциала» разумно перейти к естественному показателю средней плодовитости  $\lambda$ . Начальные условия для уравнения (1) с дважды переопределяемой правой частью будут иметь вид  $N(0) = \lambda S$ . Длительность стадии с эндогенным питанием  $\tau$  для рыб обычно постоянна. Длительность  $\tau_1$  стадии активного питания до начала миграции в море зависит от условного уровня развития  $w_d$ , при достижении которого ослабляется действие факторов смертности. Вспомогательное уравнение для  $\dot{w}(t)$  оставим как в (1).

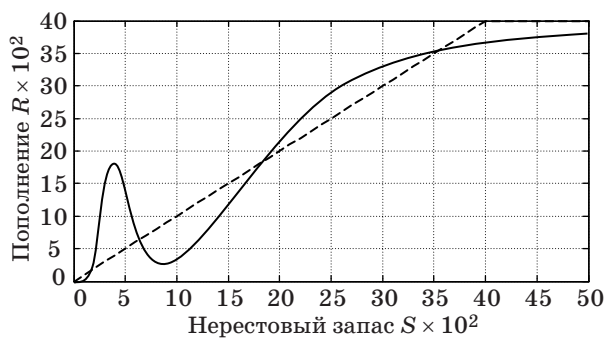
При низкой плотности уменьшается вероятность образования нерестовых пар, что сильно сокращает продуктивность нереста, особенно осетровых рыб, для которых характерно образование репродуктивно изолированных локальных групп. В связи с этим правую часть (2) при  $t < \tau$  дополним триггерным функционалом  $U(S) = 1 + e^{-cS^2}$  с областью значений  $[2, 1]$ , где  $c < 1$  определяет степень выраженности фактора, называемого в экологии эффектом Олли. Функционал быстро стремится к единичному значению  $\lim_{S \rightarrow S^*} U(S) = 1$  и не влияет на расчеты при оптимальном состоянии запаса. Интервал ювенальной уязвимости  $[0, T]$  разделен на тройку кадров гибридного модельного времени. При смене кадров происходит реинициализация начальных условий.

При моделировании в инструментальной среде алгоритмически формируется непрерывно-событийная переопределяемая вычислительная структура из трех форм правой части уравнения убыли (2) и условий завершения их активности. Последовательность численных решений задач Коши для допустимых значений  $S \in 0^+$  определит итоговую интересующую нас зависимость (рис. 4) для дискретно-непрерывной динамической системы.

Как видно из графика, на основе модели (2) получена зависимость, при которой диапазоны избыточного восполнения нерестового запаса ( $\psi(S) > S$ ) чередуются с состояниями, в которых имеющийся нерестовый запас восполняется не полностью. Минимум числа особей  $N(T)$  соответствует локальному максимуму промежуточного  $N(\tau)$ . Волнообразная форма зависимости соответствует реальным наблюдениям [10]. Такая зависимость обосновывается предпочтительной реакцией хищников на наиболее доступную добычу.

О количестве производителей лососевых имеются более точные данные.

При учете особей горбуши было отмечено, что положения стационарных точек могут масштабироваться вдоль биссектрисы (рис. 5) в зависимости от дополнительных факторов смертности. Пунктиром показано, как положение граничного равновесия может смещаться к  $B'$  при включении дополнительных факторов смертности молодежи. Из показанного графика гипотетической функции воспроизводства  $f(S)$  непонятно, как популяция могла ранее преодолеть граничное равновесие  $B$ , так как для этого необходимо существование интервала  $s \in (S_m, S_w)$ ,  $s < B$ , такого, что  $f(S) > B$ , но подобные свойства кривой воспроизводства будут противоречить гипотезе [10] о наличии нижнего устойчивого стационарного состояния для популяции. Описанный далее сце-



■ Рис. 4. Кривая воспроизводства на основе модели (2)



■ Рис. 5. Волнообразная кривая воспроизводства горбуши

нарий успешно разрешает данное противоречие, так как исходит из той идеи, что состояние при малой численности для популяции совершенно не соответствует критериям устойчивого экологического равновесия со средой.

### Вычислительный сценарий деградации

В отличие от кривой воспроизводства горбуши (см. рис. 5), в предлагаемой модели (см. рис. 4) не три, а четыре нетривиальные стационарные точки  $\psi(R_i^*) = R_i^*$ . Устойчивым является только наибольшее из равновесий  $R_4^*$  так же, как и тривиальное  $\psi(0) = 0$ . Три первых пересечения кривой воспроизводства с биссектрисой  $R_1^* < R_2^* < R_3^*$  по причине превышения в этих точках угла наклона касательной значения  $\frac{\pi}{4}$  оказываются неустойчивы (критерий устойчивости  $|\psi'(R^*)| < 1$ ). При итерационном моделировании для оценки устойчивости точек будем использовать вычисление второй итерации  $\psi(\psi(x))$ . Тогда необходимым и достаточным условием устойчивости неподвижной точки функциональной итерации  $x^*$  является выполнение неравенств  $\psi^2(x) > x$  при  $x < x^*$  и  $\psi^2(x) < x$  при  $x > x^*$ .

Поскольку в окрестности максимума модельная кривая немного превосходит третье равновесие:  $\psi(R_{\max} \pm \varepsilon) > R_3^*$ , в случае если исходное состояние популяции  $R_0$  соответствует диапазону  $R_0 \in (R_1^*, R_3^*) \cap \{\psi^{-n}(R_2^*)\}$ , через ряд аperiodических флуктуаций достигается состояние высокой стабильной численности  $R_4^*$ .

Аperiodическое движение чувствительно к выбору начального значения  $R_0$ , а это означает принципиальную невозможность делать прогнозы при подобном характере популяционной динамики. Фундаментальное свойство появления хаотичности (пусть и в транзитивном варианте) означает отсутствие предсказуемости: как бы точно не настраивались параметры модели, невозможно узнать исходное состояние нерестового запаса с точностью до каждой самки. В малочисленном диапазоне популяция подвержена влиянию неустойчивости среды, и переходная хаотизация отражает именно эту неопределенность.

Наблюдаемый в вычислительных экспериментах аperiodический режим вызван локально-несвязным характером области притяжения аттрактора  $R_4^*$ , так как эта область не включает множество не притягивающихся к аттрактору прообразов двух неустойчивых точек:  $\{\psi^{-n}(R_2^*)\} \cup \{\psi^{-n}(R_3^*)\}$ . Точка  $R_1^*$  представляет собой неустойчивое «критическое» равновесие: если  $R_0 < R_1^* - \varepsilon$ , то реализуется необратимая деградация  $\psi^n(R_0) \rightarrow 0$ . В случае негативного внешнего воздействия на выживаемость изменится конфигурация стационарных точек у масштабируемой

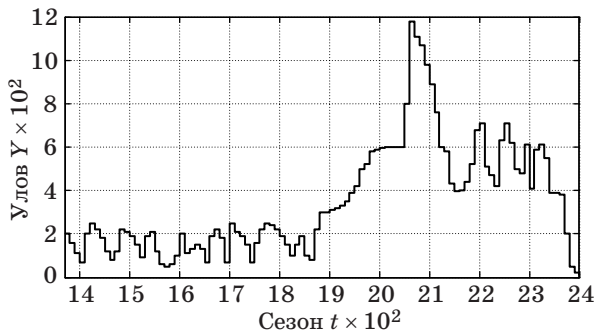
по оси ординат кривой. Для модели возможна обратная касательная бифуркация: при слиянии  $R_3^*$  и  $R_4^*$  с исчезновением устойчивой стационарной точки при сохранении точек  $R_1^*$  и  $R_2^*$ . Изменения означают пребывание популяции при существенно меньшей среднемноголетней численности в режиме флуктуаций значительной амплитуды, которому отвечает интервальный аттрактор, третьего топологического типа по Гукенхеймеру [11]. Продолжительность колебаний зависит от положения минимума кривой, если  $\psi(R_{\min}) < R_1^*$ . Таким образом описывается сценарий деградации, реализованный как граничный кризис интервального аттрактора.

Интересна динамика, наблюдаемая в вычислительных экспериментах для полученной зависимости при резком повышении доли промышленного изъятия, производимом при благополучном состоянии запаса  $\bar{\psi}(R_n) \approx R_4^*$ . При этом задача регулирования вылова состоит в том, чтобы не допустить редуцирования равновесия возмущенной системы  $\bar{\psi}$  выше  $R_3^*$  и, следовательно, перехода запаса в режим неблагоприятных для промысла и непредсказуемых колебаний.

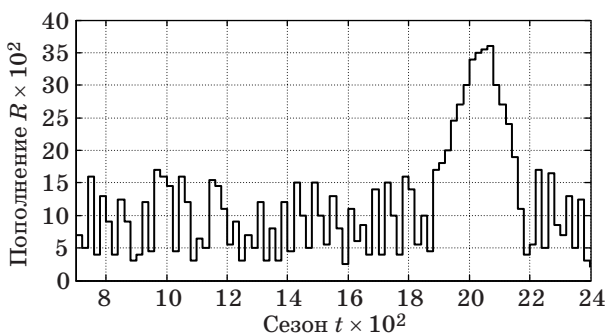
При негативном развитии событий короткий мораторий может стать действенным решением по возвращению нестабильных, но приемлемых уловов в устойчивое состояние. Так, например, в 1967 г. случилось резкое падение уловов сельди Британской Колумбии, был введен четырехлетний мораторий, и промысел удалось восстановить, ограничив  $H \leq 0,2$ . Однако так как оценка реальной убыли сложна, эта ситуация затем повторилась, но уже в худшем варианте развития коллапса.

В случае если популяция после долгой нестабильности восстановилась до своего оптимума, уловы плавно пошли вверх и принимается решение о чрезмерной интенсификации режима промысла, уловы  $Y$  сначала демонстрируют исторические максимумы, но затем довольно очевидно снижаются и успешно проходят локальный минимум, не попадая сразу в окрестность критического состояния. Р. Майерс признал [4], что методика оценки запасов «недостаточно чувствительна» для того, чтобы показать начавшееся сокращение численности, так как промысловые прогнозы учитывают в расчетах высокую эффективность воспроизводства в предыдущие годы и то, что уловы после спада немного возвращают былые объемы. Однако подобное восстановление обманчиво (рис. 6).

Численность запаса после интенсификации промысла возвращается в аperiodический малочисленный режим с сжимающейся амплитудой колебаний, но не задерживается там даже в случае запоздалого установления неистощительной доли изъятия. После кратких колебаний следует второе, уже критическое падение (рис. 7).



■ **Рис. 6.** Динамика уловов в сценарии существенно-го перелома по модели (2)



■ **Рис. 7.** Динамика численности популяции при коллапсе запасов

Недолгое увеличение уловов непосредственно перед коллапсом следует из характера нелинейности модели кривой воспроизводства, связанного с существованием двух уровней численности популяции.

Эффект граничного кризиса интервального аттрактора описывает явление деградации осетровых, происходящее в два этапа. При подобной разновидности изменения структуры аттрактора по классификации из работы [12] аттрактор соприкасается с границей своей области притяжения  $\psi(R_{\min}) = R_1^*$  и нарушается свойство инвариантности  $\bar{\psi}(A) \in A$ . После кризиса появляется непритягивающее хаотическое множество, где ограниченное число шагов пребывает траектория, но в итоге  $\bar{\psi}(R) \rightarrow 0$ . Из-за кризиса, вызванного сдвигом минимума кривой, единственным инвариантным замкнутым притягивающим множеством оказывается точка начала координат. Таким образом, ключевым аспектом сценария деградации является положение минимума рассматриваемой зависимости и объяснение его смещения.

Одна из причин установления чрезмерной доли изъятия может состоять в игнорировании внутривидовой дифференциации, так как в результате этого создается иллюзия избытка за-

пасов. Например, может сложиться ситуация, когда запас из двух относительно изолированных репродуктивных групп в соотношении 1:3 оценивается как благополучный, но меньшая по численности группировка попадает под действие эффекта Олли и не восстанавливает убыль запаса. Тогда все промысловое давление переносится на оставшуюся группу (подобная ситуация сложилась в начале 1980 г., когда было решено увеличить долю изъятия озимых), в результате чего по описанному выше сценарию развивается деградация всей популяции.

### Заключение

Отличительной особенностью разработанной динамической модели внезапного коллапса является учет сложной внутривидовой структуры осетровых рыб. Введенная дифференциация связана с тем, что нерестовая активность осетровых Каспия определяется двумя сезонными расами, причем исторически доминирующей считалась озимая. Промысловая статистика ранее не разделяла эти субпопуляционные группы и даже два разных биологических вида *Acipenser gueldenstaedtii* и *Acipenser persicus* учитывала под одним названием осетр. Определение индивидуальной идентификации по отношению к репродуктивной группе сложно, но в современных работах установлены иммунохимические различия для групп особей каспийской севрюги [13].

Учет существования нескольких внутривидовых групп особей позволил существенно приблизить результаты моделирования к реально наблюдаемой картине динамики численности в случае деградации.

Проведенные компьютерные эксперименты показали, что игнорирование внутривидовой дифференциации является одной из причин рисков экспертного управления режимом эксплуатации, так как появляется иллюзия избытка запасов (например, в результате применения экстраполяции данных траловых учетных обловов), что дает повод для увеличения объемов добычи и приводит к деградации всей популяции. Подобные рассуждения о необходимости изменения режима промысла описаны в работе [14].

Предлагаемая динамическая модель внезапного коллапса, учитывающая сложную структуру популяции осетровых, может быть использована при оценке аспектов, увеличивающих вероятность неожиданной деградации обильных ранее запасов, долгое время выдерживавших большой процент изъятия.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 16-37-00028 для молодых ученых.

Литература

1. Jeremy B. C., et al. Historical Overfishing and the Recent Collapse of Coastal Ecosystems // *Science*. 2001. Vol. 293. Iss. 5530. P. 629–637. doi:10.1126/science.1059199
2. Лепилина И. Н., Васильева Т. В., Абдусаматов А. С. Состояние запасов каспийских осетровых в многолетнем аспекте (литературный обзор) // Юг России: экология, развитие. 2010. № 3. С. 57–65.
3. Рубан Г. П., Ходоревская Р. П., Кошелев В. Н. О состоянии осетровых в России // Астраханский вестник экологического образования. 2015. № 1. С. 42–50.
4. Myers R. A., Hutchings J. A., Barrowman N. J. Why do Fish Stocks Collapse? The Example of Cod in Atlantic Canada // *Ecological Applications*. 1997. Vol. 7. Iss. 1. P. 91–106.
5. Larkin P. A. An Epitaph for the Concept of Maximum Sustained Yield // *Transactions of the American Fisheries Society*. 1977. Vol. 106. Iss. 1. P. 1–11. doi:10.1577/1548-8659(1977)106<1:AEFTCO>2.0.CO;2
6. Ricker W. E. Stock and Recruitment // *Journal Fisheries Research Board of Canada*. 1954. Vol. 11. N 5. P. 559–623.
7. Singer D. Stable Orbits and Bifurcations of the Maps on the Interval // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 1978. Vol. 35. P. 260–268.
8. Feigenbaum M. J. Universal Behavior in Nonlinear Systems // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 1983. Vol. 7. Iss. 1. P. 16–39.
9. Переварюха А. Ю. Нелинейная динамическая модель системы запас-пополнение // Информационно-управляющие системы. 2008. № 2(33). С. 9–14.
10. Peterman R. M. A Simple Mechanism that Causes Collapsing Stability Regions in Exploited Salmonid Populations // *Journal Fisheries Research Board of Canada*. 1977. Vol. 34. N 8. P. 1130–1142.
11. Guckenheimer J. Sensitive Dependence on Initial Conditions for One Dimensional Maps // *Communications in Mathematical Physics*. 1979. Vol. 70. N 2. P. 133–160.
12. Grebogi C., Ott E., Yorke J. A. Chaotic Attractors in Crisis // *Physical Review Letters*. 1982. Vol. 48. Iss. 22. P. 1507–1510.
13. Борисова Т. Ю. Антигенная дифференциация популяций севрюги *Acipenser Stellatus* Каспийского моря: дис. ... канд. биол. наук/АГТУ. Астрахань, 2010. – 151 с.
14. Сливка А. П., Павлов А. В. Биологические основы изменения режима промысла осетровых (*Acipenseridae*) в дельте Волги // *Вопросы ихтиологии*. 1982. № 5. С. 738–745.

UDC 639.215.2

doi:10.15217/issn1684-8853.2016.4.60

Dynamic Model of Depletion of Sturgeon Stocks with Complex Intrapopulation Structure

Solov'eva T. N.<sup>a</sup>, PhD, Tech., Associate Professor, al2tn@yandex.ru

Perevaryukha A. Yu.<sup>b</sup>, PhD, Tech., Senior Researcher, spiiaras@pisem.net

<sup>a</sup>Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaya St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation

<sup>b</sup>Saint-Petersburg Institute for Informatics and Automation of the RAS, 39, 14 Line, 199178, Saint-Petersburg, Russian Federation

**Purpose:** The depletion of commercial fish stocks becomes more and more common, which is caused not only by partial mistakes in the control over the fisheries or by shortcomings of the accounting methods. There is also a systemic problem about the expert control in the presence of threshold effects. To analyze these effects, we should develop an adequate model of population size dynamics. **Results:** A model has been developed for calculating the size of sturgeon generations, using a predicatively redefined computing structure. A bistable non-unimodal dependence has been obtained for the reproduction curve, which presupposes the existence of an interval attractor with a nearby boundary point. After the attractor is transformed into a non-attracting chaotic set, the degradation process evolves irreversibly. **Practical relevance:** The developed hybrid model allows you to describe the general nonlinear feature in the depletion of copious stocks at a higher fishing mortality which makes it difficult to timely detect and predict a rapid decrease in the reproduction efficiency.

**Keywords** — Hybrid Dynamic Systems, Nonlinear Models of Populations, Depletion of Fish Stocks.

References

1. Jeremy B. C., et al. Historical Overfishing and the Recent Collapse of Coastal Ecosystems. *Science*, 2001, vol. 293, iss. 5530, pp. 629–637. doi:10.1126/science.1059199
2. Lepilina I. N., Vasilieva T. V., Abdusamadov A. C. The State of Caspian Sturgeon Stocks in Long-Term Aspect (Review of Literature), 2010, no. 3, pp. 57–65 (In Russian).
3. Ruban G. I., Hodorevskaja R. P., Koshelev V. N. On the Status of Sturgeon in Russia. *Astrakhanskii vestnik ekologicheskogo obrazovaniia*, 2015, no. 1, pp. 42–50 (In Russian).
4. Myers R. A., Hutchings J. A., Barrowman N. J. Why do Fish Stocks Collapse? The Example of Cod in Atlantic Canada. *Ecological Applications*, 1997, vol. 7, iss. 1, pp. 91–106.
5. Larkin P. A. An Epitaph for the Concept of Maximum Sustained Yield. *Transactions of the American Fisheries Society*, 1977, vol. 106, iss. 1, pp. 1–11. doi:10.1577/1548-8659(1977)106<1:AEFTCO>2.0.CO;2

6. Ricker W. E. Stock and Recruitment. *Journal Fisheries Research Board of Canada*, 1954, vol. 11, no. 5, pp. 559–623.
7. Singer D. Stable Orbits and Bifurcations of the Maps on the Interval. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1978, vol. 35, pp. 260–268.
8. Feigenbaum M. J. Universal Behavior in Nonlinear Systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1983, vol. 7, iss. 1, pp. 16–39.
9. Perevaryukha A. Yu. A Non-Linear Dynamic Model of the Stock-Recruitment System. *Informatsionno-upravliayushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2008, no. 2(33), pp. 9–14 (In Russian).
10. Peterman R. M. A Simple Mechanism that Causes Collapsing Stability Regions in Exploited Salmonid Populations. *Journal Fisheries Research Board of Canada*, 1977, vol. 34, no. 8, pp. 1130–1142.
11. Guckenheimer J. Sensitive Dependence on Initial Conditions for One Dimensional Maps. *Communications in Mathematical Physics*, 1979, vol. 70, no. 2, pp. 133–160.
12. Grebogi C., Ott E., Yorke J. A. Chaotic Attractors in Crisis. *Physical Review Letters*, 1982, vol. 48, iss. 22, pp. 1507–1510.
13. Borisova T. Yu. *Antigennaia differentsiatsiia populatsii sevriugi Acipenser Stellatus Kaspiiskogo moria*. Dis. kand. biol. nauk [Antigenic Differentiation of Population of Acipenser Stellatus in Caspian Sea. Cand. biol. sci. diss.], Astrakhan', AGTU Publ., 2010. 151 p. (In Russian).
14. Slivka A. P., Pavlov A. V. Biological Basics of Regime Change Sturgeon Fishery (Acipenseridae) in the Volga Delta. *Journal of Ichthyology*, 1982, no. 5, pp. 738–745.

**Научный журнал  
«ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ»  
выходит каждые два месяца.**

Стоимость годовой подписки (6 номеров) для подписчиков России — 4800 рублей, для подписчиков стран СНГ — 5400 рублей, включая НДС 18%, таможенные и почтовые расходы.

Подписку на печатную версию журнала можно оформить в любом отделении связи по каталогу:

«Роспечать»: № 48060 — годовой индекс, № 15385 — полугодовой индекс,

а также через посредство подписных агентств:

«Северо-Западное агентство „Прессинформ“»

Санкт-Петербург, тел.: (812) 335-97-51, 337-23-05,

эл. почта: [press@crp.spb.ru](mailto:press@crp.spb.ru), [zajavka@crp.spb.ru](mailto:zajavka@crp.spb.ru),

сайт: <http://www.pinform.spb.ru>

«МК-Периодика» (РФ + 90 стран)

Москва, тел.: (495) 681-91-37, 681-87-47,

эл. почта: [export@periodicals.ru](mailto:export@periodicals.ru), сайт: <http://www.periodicals.ru>

«Информнаука» (РФ + ближнее и дальнее зарубежье)

Москва, тел.: (495) 787-38-73, эл. почта: [informnauka3@yandex.ru](mailto:informnauka3@yandex.ru),

сайт: <http://www.informnauka.com>

«Деловая пресса»

Москва, тел.: (495) 962-11-11, эл. почта: [podpiska@delpress.ru](mailto:podpiska@delpress.ru),

сайт: <http://delpress.ru/contacts.html>

«Коммерсант-Курьер»

Казань, тел.: (843) 291-09-99, 291-09-47, эл. почта: [kazan@komcur.ru](mailto:kazan@komcur.ru),

сайт: <http://www.komcur.ru/contacts/kazan/>

«Урал-Пресс» (филиалы в 40 городах РФ)

Сайт: <http://www.ural-press.ru>

«Идея» (Украина)

Сайт: <http://idea.com.ua>

«ВТЛ» (Узбекистан)

Сайт: <http://btl.sk.uz/ru/cat17.html> и др.

На электронную версию нашего журнала (все выпуски, годовая подписка, один выпуск, одна статья)

вы можете подписаться на сайтах НЭБ: <http://elibrary.ru>;

РУКОНТ: <http://www.rucont.ru>; ИВИС: <http://www.ivis.ru/>

Полнотекстовые версии журнала за 2002–2015 гг.

в свободном доступе на сайте журнала (<http://www.i-us.ru>),

НЭБ (<http://www.elibrary.ru>)

и Киберленинки (<http://cyberleninka.ru/>

[journal/n/informatsionno-upravlyayushchiesistemy](http://journal/n/informatsionno-upravlyayushchiesistemy)).