УДК 510.6:683.3:531

doi:10.15217/issn1684-8853.2015.1.35

КОМБИНИРОВАННОЕ ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНОЕ И ЛИНГВИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТКАЗОВ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

А. Е. Городецкий[а]*, доктор техн. наук, профессор*
И. Л. Тарасова[б]*, канд. техн. наук, доцент*
В. Ю. Зиняков[а]*, аспирант*
[а]*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Санкт-Петербург, РФ*
[б]*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, РФ*

Цель: *рассмотрение логико-вероятностного моделирования отказов блоков сложной системы различного типа с учетом связей между блоками, основанного на логико-лингвистическом подходе.* ***Результаты:*** *описана процедура моделирования, сочетающая логико-вероятностный и логико-лингвистический методы моделирования процессов изменения во времени параметров блоков сложной системы в процессе ее эксплуатации. Разработана модель, реализующая упрощенный подход к проблеме учета связей между блоками сложной системы с использованием логико-вероятностного и лингвистического метода моделирования. Реализован алгоритм моделирования изменения во времени вероятности отказа сложной системы в виде компьютерной программы в среде C#.* ***Практическая значимость:*** *предложенный подход к проблеме учета связей между блоками сложной системы при моделировании изменения во времени вероятностей их отказа позволяет повысить точность прогнозирования вероятности отказа как для одного блока, так и для связанных с ним других блоков, что приводит к отказу всей системы. Полученная модель может быть применена для управления живучестью сложной системы, например гидроэлектростанции. Результаты, полученные при моделировании, открывают возможности для дальнейших исследований, таких как адаптация алгоритма, для моделирования большого множества объектов, а также создания в будущем экспертной системы, позволяющей обслуживать сложные системы и предотвращать аварии и катастрофы. По результатам эксплуатации и прогнозирования отказов конкретных систем можно провести коррекцию вводимых в процессе моделирования коэффициентов связи и интервалов квантования фаззифицируемых данных, за счет чего может быть повышена достоверность и точность моделирования.*

Ключевые слова *— логико-вероятностное моделирование, логико-лингвистическое моделирование, теория вероятности, экспертные системы, случайные процессы.*

Введение

При эксплуатации любого блока системы существует воздействие на него различных факторов, из-за чего происходит изменение (ухудшение) во времени его технического состояния, что приводит к увеличению вероятности отказа как отдельного блока, так и системы в целом. Особенностью этих факторов является их колебание во времени, носящее стохастический характер. К наиболее существенным факторам относятся технологические нагрузки, прочностные характеристики материала детали, ее геометрические размеры. Кроме них целесообразно выделить также соблюдение условий технологического процесса, качество технического обслуживания, ремонт и др. [1]. Указанные факторы являются случайными и, соответственно, сроки отказов тоже представляют собой случайную величину. Поэтому анализ изменения во времени вероятности отказа сложной системы и прогнозирование ее отказов целесообразно осуществлять на основе математического и компьютерного моделирования.

При моделировании обычно выделяют четыре типа исходной информации: статистика ремонтов, данные о технологических нагрузках, оценки ресурса, статистика диагностик [2]. Это позволяет разделить имеющиеся модели на четыре вида, а именно: ресурсная модель, основанная на данных о сроках ремонта; силовая модель, основанная на прочностных и геометрических характеристиках блоков и статистики технологических нагрузок; диагностическая модель, основанная на данных диагностики, и экспертная модель, основанная на экспертных оценках ресурсов блоков системы. При использовании любой из перечисленных моделей изначально определяются параметры к прогнозированию, а затем выполняется процедура прогнозирования.

Экспертная модель наиболее простая из всех параметризирующих моделей. Ее параметры определяются на основании экспертных оценок ресурсов блоков системы. Совокупность исходных данных для этой модели представляется как «Экспертные оценки». Использование данной модели рационально на ранней стадии эксплуатации оборудования, когда нет достаточного количества статистической информации о ремонтах и техническом обслуживании оборудования.

Одним из перспективных направлений при создании экспертных моделей является разработка логико-вероятностных методов, математическая сущность которых заключается в использовании функций алгебры логики (ФАЛ) для аналитической записи условий работоспособности системы, и строгих способов перехода от ФАЛ к вероятностным функциям, объективно выражающим надежность этой системы [3–7]. Привлекательность логико-вероятностных методов для инженеров заключается в основном в их исключительной четкости, однозначности и больших возможностях при анализе влияния любого элемента на надежность всей системы. Однако существуют и трудности на пути активного использования этих методов. В частности, для сложных задач и структур, описываемых ФАЛ произвольной формы, непосредственный переход к вероятности истинности ФАЛ не прост.

При алгебраизации ФАЛ путем представления ее в виде полинома Жегалкина вычисление вероятности полученной сложной логической функции (СЛФ) легко формализуется [8]. Однако СЛФ, описывающая отказ сложной системы, содержащей большое число блоков, будет содержать большое число слагаемых. Соответственно, еще большее число слагаемых будет в формуле вычисления ее вероятности, поскольку число слагаемых в выражении для вероятности СЛФ возрастает по экспоненте от числа составляющих ее логических слагаемых. Вряд ли можно ожидать, что будет найден алгоритм, принципиально уменьшающий экспоненциальную сложность вычислительных процедур. В случае приведения СЛФ к ортогональному виду (совершенной дизъюнктивной нормальной форме) число ее слагаемых также имеет экспоненциальную зависимость от исходной размерности. Поэтому вычисление вероятности логической функции «в лоб», без предварительных приближенных оценок числа «удерживаемых» членов, приводит к неоправданно большим затратам машинного времени или памяти ЭВМ [9].

Тем не менее можно значительно сократить объем вычислений, если оценивать погрешности, вносимые составляющими, входящими в группу удаленных от начала полинома вероятности слагаемых, слабо влияющих на величину вычисляемой вероятности. Это позволит существенно уменьшить объем вычислений путем «отсечения хвостов», дающих малый вклад в значение вероятности СЛФ, описывающей отказ системы [9]. При расчете вероятности СЛФ полином вероятности которой содержит, например, 45 слагаемых, достаточно учитывать 10–15 первых, тогда выигрыш во времени будет более чем в 3 раза [10]. Кроме того, лексикографическое упорядочение фундаментального вектора СЛФ обеспечивает независимое вычисление слагаемых в полиномиальном выражении для ее вероятности, что дает возможность при проведении вычислений контролировать вычислительный процесс и принимать решение о его прекращении при достижении требуемой точности [10]. Недостатком данного подхода к вычислению вероятности отказа сложной системы является необходимость выполнять требования независимости логических переменных, входящих в СЛФ, характеризующую отказ системы.

Вычисление вероятности отказа сложной системы можно также проводить на основе ортогонализации в алгебре кортежей [4]. Это является весьма трудоемкой операцией, однако разработаны методы сокращения ее трудоемкости [5], которые во многих случаях позволяют существенно уменьшить время вычисления для формул с большим числом переменных. В частности, если результат вычисления предназначен для многократного применения с изменяющимися значениями вероятностей событий, то затраты времени для получения окончательной формулы являются оправданными. Существенно сократить число вычислительных операций можно в тех случаях, когда исходная логическая формула последовательно изменяется в силу того, что изменяется структура исследуемой системы [5]. Кроме того, в алгебре кортежей получение расчетной формулы для точного вычисления вероятности может быть выполнимо и для случаев, когда в дизъюнкции составные подформулы не являются взаимно независимыми [6]. Однако при оценке изменения во времени СЛФ, описывающей отказ системы с учетом связей между блоками, за исключением простейших схем, возникают определенные сложности и неоднозначности [3, 7]. В данной статье рассматриваются возможные пути решения проблемы моделирования изменения во времени вероятности отказа сложной системы с учетом связей между блоками.

Вычисление вероятностей отказов сложной системы

При использовании изложенного в работах [1, 3, 7] метода алгебраизации ФАЛ получаемую СЛФ, описывающую отказ системы, содержащей n блоков, можно записать в виде

$$\mathbf{Y} = \mathbf{AF}, \tag{1}$$

где $\mathbf{A}$ — прямоугольная двоичная матрица, содержащая идентификационные строки $\mathbf{C}_j$ j-отказов, имеющие размерность $N = 2^n - 1$ и состоящие из нулей и единиц; $\mathbf{F}$ — фундаментальный вектор логической системы неисправностей блоков φ_i ($\varphi_i = 1$ означает отказ i-го блока системы) также размерностью $N = 2^n - 1$.

Фундаментальный вектор $\mathbf{F}$ представляет собой упорядоченное множество элементов декартового произведения базисного вектора отказов блоков системы:

$$\mathbf{\Phi}^{\text{T}} = <\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n>. \qquad (2)$$

Поэтому

$$\mathbf{F}^{\text{T}} = <\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_1, \varphi_3, ...,$$
$$\varphi_{n-1}, \varphi_n, ..., \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, ..., \varphi_{n-1}, \varphi_n>. \qquad (3)$$

Естественно, что расположение нулей и единиц в идентификационных строках $\mathbf{C}_j$ j-отказов должно соответствовать физически реализуемым неисправностям системы. Например, при $n = 4$ и учете отказов только первого и второго блоков системы строка может быть следующей:

$$\mathbf{C}_j = <1,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0>. \qquad (4)$$

Это означает, что ($\varphi_1 = 1 \vee \varphi_2 = 1$) или ($\varphi_1 = 1 \wedge \wedge\ \varphi_2 = 1$), а все остальные члены равны 0. Следовательно, в зависимости от типа отказа $\mathbf{Y}_j$ будут те или иные сочетания единиц и нулей в идентификационной строке $\mathbf{C}_j$. Тогда вид отказа будет определяться следующей формулой:

$$\mathbf{Y}_j = \mathbf{C}_j\mathbf{F}. \qquad (5)$$

Если известны вероятности отказов i-х блоков системы $P_{\text{o}\,i}\{x_i = 1\}$, то при независимости их отказов вероятности тех или иных j-х видов отказов системы $P_{\text{c}\,j}\{\mathbf{Y}_j = 1\}$ можно вычислить приближенно, используя следующую полиномиальную формулу [2]:

$$P_{\text{ñ}j} = (-1)^0 \sum_{\gamma-1}^{r} P_\gamma + (-1)^1 \sum_{\gamma\eta} P_\gamma P_\eta +$$
$$+ \ldots + (-1)^{r-1} \prod_{\gamma-1}^{r} P_\gamma, \qquad (6)$$

где r — размерность $\mathbf{Y}_j$ или число единиц в строке $\mathbf{C}_j$; $j \neq \eta$ — номера членов полинома (5); P_i — вычисленные либо заданные значения вероятности i-го члена полинома (5). При этом следует задаться требуемой точностью вычисления $\Delta P_{\text{c}\,j}$, и процесс вычисления, начиная с первого члена полинома (6), продолжать до тех пор, пока добавка будет меньше $\Delta P_{\text{c}\,j}$. В результате вычислений мы получим вектор вероятностей отказов системы

$$\mathbf{P}_{\text{c}}^{\text{T}} = <P_{\text{c}1}P_{\text{c}2}...P_{\text{c}\,j}...P_{\text{c}\,M}>, \qquad (7)$$

где M — число j-идентификационных строк системы.

Очевидно, что надежность системы следует оценивать по максимальной вероятности из всех $P_{\text{c}\,j}$, которая будет соответствовать идентификационной строке $\mathbf{C}_j$, содержащей одни единицы.

С течением времени T эксплуатации сложной системы (обычно $T = \max\{t_{ik}\}$) вероятности безотказной работы ее блоков $P_{\text{б}\,i}(t_{ik})$, где t_{ik} — k-й момент времени эксплуатации i-го блока, убывают с разной скоростью, кроме того, у разных блоков t_{ik} может быть различным. Последнее требует периодического в процессе эксплуатации системы перевычисления всех $P_{\text{c}\,j}$ и переоценки текущей надежности системы. Чаще всего время эксплуатации блоков t_{ik} совпадает с временем работы T системы в целом. Однако могут быть и другие ситуации. Например, какие-либо i-е блоки системы могут иметь резервные блоки, которые включаются в работу только по сигналу υ_i отказа резервируемого блока. В системе могут быть j-е блоки, промежутки эксплуатации Δt_{jk} которых во время эксплуатации T системы жестко заданы. В системе также могут быть s-е блоки, которые включаются и выключаются по внешним сигналам θ_s, например, инициируемым оператором. Кроме того, могут быть q-е блоки, надежность которых характеризуется не временем наработки на отказ и вероятностью безотказной работы, а числом включений и выключений g_{qk}, как, например, различные переключатели. В последнем случае необходимо в течение времени эксплуатации T системы следить за числом включений таких блоков и в зависимости от этого числа уменьшать вероятность его безотказной работы по заданному.

Далее будем считать, что убывание вероятности $P_{\text{б}\,i}(t_{ik})$ безотказной работы каждого блока происходит, как это обычно бывает, по экспоненциальному закону [8]

$$Ð_{\text{á}\,i}(t_{ik}) = \exp(-\alpha_{ik}t_{ki}), \qquad (8)$$

где α_{ik} — коэффициент убывания вероятности безотказной работы, соответствующий k-му моменту времени эксплуатации i-го блока [для q-х блоков в уравнении типа (8) вместо t_{ik} надо подставлять g_{qk}]. Начальный коэффициент α_{i0} может быть найден из уравнения вида (8), если для блоков системы заданы наработка на отказ t_i и вероятность безотказной работы $P_{\text{б}\,i}(t_i)$ в этот момент времени. Как правило, указанные параметры блоков приводятся в их технических характеристиках. Аналогично можно вычислить значения α_{q0} и для q-х блоков. Поэтому оценка текущей надежности блоков, а также системы в целом при независимости отказов ее блоков не вызывает затруднений, так как в этом случае можно считать, что коэффициенты убывания вероятностей безотказной работы всех блоков не зависят от времени.

В случае если какая-либо вероятность P_γ неизвестна либо нет уверенности в независимости отказов блоков системы, предложенный подход к вычислению отказов системы может дать значительные погрешности [4]. В ряде случаев вычисление вероятности отказа сложной системы можно проводить на основе ортогонализации в алгебре кортежей. Однако при этом значительно усложняется процесс получения ФАЛ, описывающей отказы системы, и сами вычисления. Указанную задачу можно решить приближенно при использовании предлагаемого упрощенного учета связей между блоками системы.

Упрощенный подход к проблеме учета связей между блоками сложной системы

В случае если о системе известно только наличие или отсутствие связей между блоками, т. е. известна ее топология, но характеристики связей не известны, точность моделирования изменения во времени вероятности отказа такой системы можно повысить за счет предлагаемой процедуры упрощенного учета влияния изменения параметров одних блоков на параметры связанных с ними блоков и, следовательно, на значения вероятностей отказов этих блоков. Это будет означать, что в уравнении (6) для расчета вероятностей отказов системы будут использоваться вероятности, приближенно соответствующие значениям условных вероятностей.

Убывание вероятностей отказов блоков с течением времени связано, прежде всего, с уходом их параметров. Например, с течением времени происходит изменение размеров деталей за счет трения. Это вызывает увеличение амплитуды вибраций. Соответственно увеличивается вероятность отказа такого блока. Таким образом, вероятность отказа связана с математическим ожиданием (МО) параметра блока. При нормальном распределении указанная связь может быть описана следующим широко известным соотношением [9]:

$$P_{\hat{\imath}\, i}(t_{ik}) = 1 - \Phi\left(\left(b_i - m_i(t_{ik})\right)/\sigma_i\right) + \\ + \Phi\left(\left(-b_i - m_i(t_{ik})\right)/\sigma_i\right) = 1 - P_{\hat{a}\, i}(t_{ik}), \qquad (9)$$

где b_i — предельно допустимое значение параметра i-го блока; $m_i(t_{ik})$ и σ_i — его МО и среднеквадратическое отклонение (СКО) соответственно; $\Phi(x)$ — интеграл вероятности Гаусса, который не выражается через элементарные функции, но существуют таблицы его значений [9] либо его приближенные выражения в виде ряда с убывающими членами, например в виде [10]

$$\hat{O}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(x - \frac{x^3}{1!3} + \ldots + \frac{(-1)^l}{l!(2l+1)} x^{2l+1} + \ldots\right). \quad (10)$$

Поскольку обычно для каждого блока известны начальные значения МО их параметров $m_i(t_{i0})$ и значения t_i, $P_{\text{б}\, i}(t_i)$, b_i, то величина СКО σ_i для каждого блока может быть вычислена из соотношений вида (9) с использованием либо таблицы значений $\Phi(x)$ [9], либо упрощенного выражения $\Phi(x)$ в виде ряда (10).

Величина СКО σ_i конкретного параметра каждого блока связана с физическими процессами в этом блоке, которые слабо изменяются в ходе эксплуатации исправно работающего блока. Поэтому будем считать, что СКО σ_i не зависят от времени исправно работающего блока, хотя это и снижает несколько точность моделирования. Кроме того, для каждого i-го блока могут быть вычислены начальные значения их коэффициентов убывания α_{i0} из уравнения вида (8).

В связи с этим перед началом моделирования изменения во времени вероятности отказа сложной системы, содержащей n связанных определенным образом блоков, необходимо составить таблицу связей между блоками системы, исходя из ее топологии, задать зависимости времен работы каждого блока t_{ik} от времени работы системы, например в виде таблиц. Затем для каждого блока по известным значениям наработки на отказ и вероятности безотказной работы по уравнению вида (8) вычислить начальные значения их коэффициентов убывания α_{i0} и, задав предельно допустимые значения их параметров b_i и начальные значения их МО $m_i(t_{i0})$, вычислить их СКО σ_i из соотношений вида (9) с использованием таблицы значений $\Phi(x)$ или ряда (10).

В системе могут быть блоки, которые:

— во время T работы системы работают все время t_{ik} (табл. 1);

— во время работы T системы работают эпизодически (табл. 2);

— имеют резервные. Тогда основной блок за время работы T системы работает до тех пор, пока вероятность его отказа $P_{\text{о}\, i}(t_{ik})$ меньше допустимой вероятности $P^{\text{д}}_{\text{о}\, i}$, а после этого включается резервный блок и вероятность его отказа $P^{\text{р}}_{\text{о}\, i}\ (t^{\text{р}}_{ik})$ начнет расти по экспоненциальному закону (табл. 3), где $t^{\text{р}}_{ik}$ — время работы резервного блока;

— во время работы T системы включаются и выключаются в зависимости от наличия или отсутствия внешнего сигнала θ_i (табл. 4).

Кроме того, в процессе моделирования средние значения параметров блоков $M_i(t_{ik})$ с течением времени эксплуатации t_{ik}, изменяясь, будут

Таблица 1

k	1	2	3	4	5	6	...	K
t_{ik}, ч	10^4	$2\cdot10^4$	$3\cdot10^4$	$4\cdot10^4$	$5\cdot10^4$	$6\cdot10^4$	...	T

Таблица 2

k	1	2	3	4	5	6	...	K
t_{2k}, ч	10^4	10^4	$2\cdot10^4$	$2\cdot10^4$	$3\cdot10^4$	$3\cdot10^4$	...	T
t_{3k}, ч	0	10^4	10^4	$2\cdot10^4$	$2\cdot10^4$	$3\cdot10^4$	...	$T - 10^4$

■ *Таблица 3*

k	1	2	3	4	5	6	...	K
$P_{\text{о}\,4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$\geq P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$\geq P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	...	$\geq P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$
t_{i4}, ч	10^4	$2\cdot10^4$	$3\cdot10^4$	$4\cdot10^4$	$5\cdot10^4$	0	...	0
$P^{\text{р}}_{i4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$	...	$<P^{\text{д}}_{\text{о}\,4}$
$t^{\text{р}}_{i4}$, ч	0	0	0	0	0	10^4	...	$(K-5)\Delta T$

■ *Таблица 4*

k	1	2	3	4	5	6	7	...	K
θ_i	0	0	1	1	0	0	1	...	1
t_{ik}, ч	0	0	10^4	$2\cdot10^4$	$2\cdot10^4$	$2\cdot10^4$	$3\cdot10^4$	...	$\left(\dfrac{K-1}{2}\right)\Delta T$

приближаться к опасному (критическому) d_i, которое перед началом моделирования должно быть задано, и тем более к предельно допустимому b_i значению. Очевидно, что такая ситуация сказывается на вероятности отказов этих и связанных с ними блоков. Например, изменение выходного напряжения блока питания естественно приводит к изменению коэффициента усиления связанного с ним блока усиления. Однако проблема учета влияния параметров одних блоков системы на параметры связанных с ними блоков при расчете вероятностей отказов до сих пор не имеет приемлемого для практики решения [10]. Соответственно, нет простого решения учета влияния на значения вероятностей отказов связанных блоков, что приводит к большим ошибкам при вычислении изменения во времени вероятности отказа сложной системы в процессе ее эксплуатации. Аналитический учет данного факта в сложной системе, даже если известны необходимые зависимости, носящие, как правило, стохастический характер, неизбежно приводит к весьма трудоемким вычислениям. Поэтому и предлагается упрощенный подход к данной проблеме.

Моделирование можно осуществлять дискретно с некоторым шагом ΔT, который задается перед началом моделирования. Тогда время работы системы $T = k\Delta T$, где k = 0, 1, 2, ..., K и K — задаваемое перед началом моделирования конечное число шагов моделирования.

На первом шаге ($k = 0$) моделирования значения МО параметров блоков известны, а на последующих шагах в моменты времени $k\Delta T$ для каждого блока определяют их время работы t_{ik} и по уравнению (8) вычисляют вероятности безотказной работы $P_{\text{б}\,i}(t_{ik})$ и соответствующие им вероятности отказов $P_{\text{о}\,i}(t_{ik}) = 1 - P_{\text{б}\,i}(t_{ik})$. Затем по уравнению (9) с использованием таблицы [9] либо приближенного выражения $\Phi(x)$ вычисляют значения МО их параметров $m_i(t_{ik})$.

В процессе моделирования на каждом шаге k для каждого i-го блока вычисляют H значений случайных параметров ξ^n_{ih} с нормальным распределением и известными значениями их математических ожиданий $m_i(t_{ik})$ и СКО σ_i. Для этого можно, например, каждый параметр ξ^n_{ih} вычислять по формуле

$$\xi^n_{ih} = m_i(t_{ik}) + \sigma_i\left(\sum_{j=1}^{12}\xi_j - 6\right), \tag{11}$$

где ξ_j — случайное число, распределенное по равномерному закону в интервале от 0 до 1, которое можно получить, используя стандартный генератор случайных чисел, имеющийся практически в любом компьютере.

После этого вычисляют средние значения этих параметров:

$$M_i(t_{ik}) = \left(\sum_{h=1}^{H}(\xi^n_{ih})\right)/\,H. \tag{12}$$

При попадании среднего значения $M_i(t_{ik})$ параметров какого-либо i-го блока в некоторый момент времени его эксплуатации t_i в опасную зону $d_i \leq |M_i(t_{ik})| < b_i$ для этого блока устанавливаем коэффициенты связей $w(i)$, характеризующие состояния i-го оборудования, и $u(i)$, характеризующие удаленности i-го блока от аварийного или опасного. Эти параметры могут быть заданы следующим образом:

$w(i) = 0$ — аварийный, $w(i) = 2$ — опасный, $w(i) = 1$ — нормальный;

$u(i) = 0$ — удаленность более чем через один, $u(i) = 1$ — удаленность через один, $u(i) = 2$ — непосредственно связанный, $u(i) = 3$ — непосредственно сам.

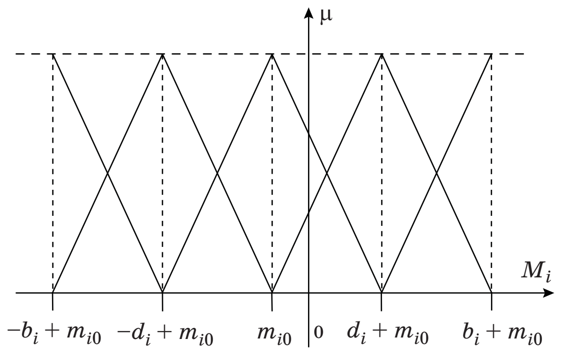
Тогда для данного i-го блока в рассматриваемый момент времени $w(i) = 2$ и $u(i) = 3$.

После чего осуществляем сдвиг МО:

$$m_i^*(t_{ik}) = m_i(t_{ik}) + \sigma_i w(i)u(i)M_i(t_{ik})\mu\big(M_i(t_{ik})\big), \tag{13}$$

где $m_i^*(t_{ik})$ — сдвинутое МО i-го блока; $\mu\big(M_i(t_{ik})\big)$ — функция принадлежности вычисленного среднего значения к тому или иному интервалу, которая определяется в соответствии со следующими правилами (рис. 1):

1) если $-\infty \leq M_i(t_{ik}) < b_i + m_i(t_{i0})$, то $\mu(M_i(t_{ik})) = 1$;
2) если $-b_i + m_i(t_{i0}) \leq M_i(t_{ik}) \leq -d_i + m_i(t_{i0})$, то $\mu(M_i(t_{ik})) = \max\{(M_i(t_{ik}) - m_i(t_{i0}) + d_i)/(d_i - b_i); (M_i(t_{ik}) - m_i(t_{i0}) + b_i)/(b_i - d_i)\}$;
3) если $-d_i + m_i(t_{i0}) \leq M_i(t_{ik}) \leq m_i(t_{i0})$, то $\mu(M_i(t_{ik})) = \max\{(M_i(t_{ik}) + m_i(t_{i0}))/d_i; (M_i(t_{ik}) - m_i(t_{i0}) + d_i)/d_i\}$;
4) если $m_i(t_{i0}) \leq M_i(t_{ik}) \leq d_i + m_i(t_{i0})$, то $\mu(M_i(t_{ik})) = \max\{(-M_i(t_{ik}) + m_i(t_{i0}) + d_i)/d_i; (M_i(t_{ik}) - m_i(t_{i0}))/d_i\}$;



■ ***Рис. 1.*** Фаззификация

5) если $d_i + m_i(t_{i0}) \le M_i(t_{ik}) \le b_i + m_i(t_{i0})$, то $\mu(M_i(t_{ik})) = \max\{(M_i(t_{ik}) - m_i(t_{i0}) - b_i)/(d_i - b_i);$ $(M_i(t_{ik}) - m_i(t_{i0}) - d_i)/(b_i - d_i)\}$;

6) если $b_i + m_i(t_{i0}) \le M_i(t_{ik}) \le \infty$, то $\mu(M_i(t_{ik})) = 1$.

Затем устанавливаем j-е номера блоков, непосредственно связанных с блоком, параметры которого попали в опасную зону, и для них устанавливаем значения коэффициентов связи $w(j) = 1$, $u(j) = 2$ и также осуществляем сдвиг МО, как в формуле (13), а $\mu(M_j(t_{jk}))$ вычисляем по тем же правилам вида 1)–6).

После этого определяем номера q-х блоков, связанных с найденным i-м через один блок, и для них устанавливаем $w(q) = 1$, $u(q) = 1$ и также осуществляем сдвиг МО, как в формуле (13), а $\mu(M_q(t_{qk}))$ вычисляем по тем же правилам вида 1)–6).

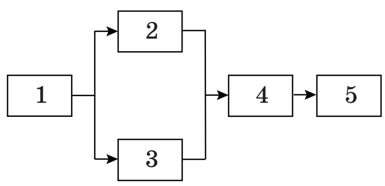
Если теперь на первом шаге моделирования ($k = 0$), после сдвига МО, окажется, что абсолютное значение какого-то блока будет больше допустимого значения ($|m_i\cdot(t_{ik})| > b_i$), то этот блок признается неработоспособным, вероятность его отказа приравнивается единице ($P_{\text{o}\,i} = 1$) и, соответственно, приравнивается единице вероятность отказа всей системы ($P_{\text{с}} = 1$). В противном случае следует вычислять, исходя из сдвинутых значений МО, значения вероятностей отказов всех блоков по формуле (9), что будет упрощенным эквивалентом расчета условных вероятностей. После этого можно вычислить вероятность отказа всей системы, используя, например, полиномиальную формулу (6). Точность расчета для конкретной системы можно повысить за счет настройки коэффициентов связей w и u по результатам экспериментов.

На следующих шагах моделирования ($k > 0$) по вычисленным на предыдущем шаге значениям вероятностей отказов всех блоков и моментам времени их работы из уравнения вида (8) вычисляют новые значения коэффициентов убывания вероятностей их отказов α_{ik}. Затем в следующий момент времени $k\Delta T$ для каждого блока снова определяют их время работы t_{ik}, по уравнению (8) вычисляют их вероятности отказов $P_{\text{o}\,i}(t_{ik})$, по уравнению (9) вычисляют значения МО их параметров $m_i(t_{ik})$, вычисляют новые H значений случайных ξ_{ih}^{n} и т. д. При этом если на каком-то шаге у какого-то блока его абсолютное значение $m_i(t_{ik})$ будет больше допустимого ($|m_i{*}(t_{ik})| > b_i$), то этот блок признается неработоспособным, вероятность его отказа приравнивается единице ($P_{\text{o}\,i} = 1$) и, соответственно, приравнивается единице вероятность отказа всей системы ($P_{\text{с}} = 1$). В противном случае следует вычислить, исходя из сдвинутых значений МО, значения вероятностей отказов всех блоков по формуле (9), что будет упрощенным эквивалентом расчета условных вероятностей. После этого можно вычислить вероятность отказа всей системы, используя, например, полиномиальную формулу (6).

Таким образом, в предлагаемом варианте моделирования учет связей между блоками системы при наступлении опасной ситуации достигается за счет скачкообразного изменения МО параметров данного и связанных с ним блоков, что позволяет в первом приближении учесть взаимовлияния параметров блоков на изменения вероятности их отказов в процессе эксплуатации системы. Процедуру можно еще более упростить, если сразу скачком изменять значения коэффициентов убывания вероятностей их отказов α_{ik}.

Пример моделирования изменения во времени вероятности отказа сложной системы

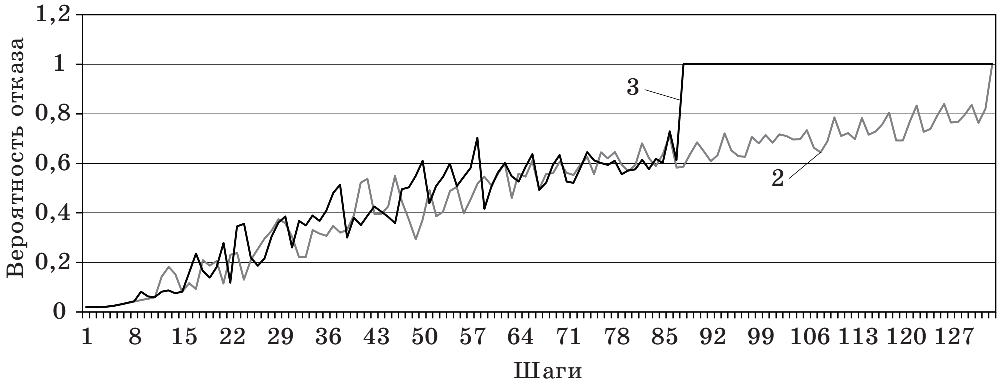
Рассмотрим, как изменяется во времени вероятность отказа системы, структура которой имеет вид, показанный на рис. 2. По результатам анализа этой структурной схемы получена таблица связей между блоками системы (табл. 5).



■ ***Рис. 2.*** Структурная схема системы

■ ***Таблица 5***

Аварийный блок, i	Блоки, связанные с аварийным напрямую, j	Блоки, связанные с аварийным через один, k
1	2, 3	4
2	4	5
3	4	5
4	5	–
5	–	2, 3



■ *Рис. 3.* График изменения вероятности отказа системы в процессе эксплуатации с учетом связей (ряд *3*) и без учета связей (ряд *2*) между блоками

Предположим, что в системе (см. рис. 2) заданы следующие начальные условия:

— блок *1* во время T работы системы работает все время t_{1k} (см. табл. 1);

— блоки *2* и *3* работают попеременно (см. табл. 2);

— блок *4* имеет резервный (см. табл. 3);

— блок *5* включается и выключается по внешнему сигналу θ_5 (см. табл. 4);

— количество блоков $n = 5$;

— время наработки на отказ i-го блока t_{i0}: $t_{10} = 40\,000$ ч, $t_{20} = t_{30} = 15\,000$ ч, $t_{40} = 25\,000$ ч, $t_{50} = 27\,000$ ч;

— вероятность безотказной работы для всех блоков этой системы $P_б = 0{,}996$;

— МО состояния i-го блока до учета связей $m_i = 0$;

— предельно допустимое значение параметров i-го блока (отказ блока) $b_i = 0{,}15$;

— допустимая вероятность отказа i-го блока $P^{д}_{о\,i} = 0{,}5$;

— шаг моделирования $\Delta T = 10^4$ ч.

Далее задаем следующий тип отказа системы $\mathbf{Y} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 + \varphi_5$, которому соответствует идентификационная строка

$$\mathbf{C} = <1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,\\ 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0>.$$

Результаты моделирования представлены на рис. 3. В каждом случае было проведено 20 тестовых моделирований.

Как видно из рис. 3, учет связей между блоками приводит к более быстрому увеличению вероятности отказа системы с течением времени эксплуатации, что согласуется с теорией и практикой эксплуатации сложных систем со взаимозависимыми блоками. Неучет связей может привести к излишне оптимистическим прогнозам возможных отказов. Например, при учете связей в рассматриваемой системе вероятность отказа ($P_о = 1$) происходит в районе $90 \cdot 10^4$ ч эксплуатации, а при неучете связей — в районе $133 \cdot 10^4$ ч эксплуатации. Следовательно, расхождение в прогнозе весьма существенное, что может привести при неучете связей к запоздалому вмешательству в процессе эксплуатации (профилактика, ремонт, замена блока и др.), а в ряде случаев — и к катастрофическим последствиям.

Заключение

Предложенный подход к проблеме учета связей между блоками сложной системы при моделировании изменения во времени вероятности ее отказа позволяет в первом приближении учесть влияния параметров одних блоков на другие и тем самым повысить точность прогнозирования вероятности отказа.

Алгоритм моделирования изменения во времени вероятности отказа сложной системы реализован в виде компьютерной программы в среде C#. Достоверность и точность моделирования может быть повышена за счет коррекции коэффициентов связи и интервалов фаззификации по результатам эксплуатации и прогнозирования отказов конкретных систем.

Литература

1. **Городецкий А. Е., Дубаренко В. В.** Комбинаторный метод вычисления вероятности сложных логических функций // ЖВМ и МФ. 1999. Т. 39. № 7. С. 1246–1249.
2. **Городецкий А. Е., Тарасова И. Л.** Нечеткое математическое моделирование плохо формализуемых процессов и систем. — СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2010. — 336 с.
3. **Городецкий А. Е., Кулик Б. А.** Вычисление вероятностей логических функций при логико-вероят-

ностном моделировании сложных систем // Математическое моделирование. 2013. Т. 25. № 2. С. 125–136.
4. **Кулик Б. А.** Вероятностная логика на основе алгебры кортежей// Изв. РАН. Теория и системы управления. 2007. № 1. С. 118–127.
5. **Кулик Б. А., Зуенко А. А., Фридман А. Я.** Алгебраический подход к интеллектуальной обработке данных и знаний. — СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2010. — 235 с.
6. **Городецкий А. Е.** Основы теории интеллектуальных систем управления. — Berlin: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. — 314 с.
7. **Городецкий А. Е., Курбанов В. Г., Тарасова И. Л.** Экспертная система анализа и прогнозирования аварийных ситуаций в энергетических установках // Информационно-управляющие системы. 2012. № 4. С. 59–63.
8. **Венцель Е. С.** Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969. — 576 с.
9. **Бейтмен Г., Эрдейи А.** Высшие трансцендентные функции. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. — М.: Наука, 1974. — 297 с.
10. **Рябинин И. А.** Надежность и безопасность структурно-сложных систем. — СПб.: Политехника, 2000. — 248 с.

UDC 510.6:683.3:531
doi:10.15217/issn1684-8853.2015.1.35

Combined Logical-Probabilistic and Linguistic Modeling of Complex System Failures

Gorodetsky A. E.[a], Dr. Sc., Tech., Professor, g27764@yandex.ru
Tarasova I. L.[b], PhD, Tech., Associate Professor, g17265l@yandex.ru
Zinyakov V. Y.[a], Post-Graduate Student, vziniakov@gmail.com
[a]National Research University Saint-Petersburg State Polytechnical University, 29, Polytechnicheskaya St., 195251, Saint-Petersburg, Russian Federation
[b]Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS, 61, Bolshoi Pr. V. O., 199178, Saint-Petersburg, Russian Federation

Purpose: Logical-probabilistic modeling of failures happening to complex system units of various types, taking into account the links between the units and using the logical-linguistic approach. **Results:** A modeling procedure was described which combines logical-probabilistic and logical-linguistic methods of modeling temporal changes in the parameters of complex system units during their operation. A model was developed implementing a simplified approach to the problem of taking into account the links between the units using the logical-probabilistic and linguistic modeling method. An algorithm was proposed of modeling the temporal changes in the probability of failure of a complex system. This algorithm was implemented as a C# computer program. **Practical relevance:** The proposed approach can increase the accuracy of predicting the probability of failure either for a single unit or for other related units fraught with the danger of a general system failure. The obtained model can be used to control the survivability of a complex system, such as a hydroelectric power station. The results obtained in the simulation open up opportunities for further research, such as the adaptation of the algorithm for modeling large sets of objects, as well as creating an expert system for maintaining complex systems and preventing accidents and disasters. The reliability and accuracy of the simulation can be improved by correcting the coupling coefficients introduced in the simulation and the quantification intervals of the fuzzified data.

Keywords — Logical-Probabilistic Modeling, Logical-Linguistic Modeling, Probability Theory, Expert Systems, Random Processes.

References

1. Gorodetsky A. E., Dubarenko V. V. Combinatorial Method for Calculating the Probability of Complex Logic Functions. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematichskoi fiziki*, 1999, vol. 39, no. 7, pp. 1201–1203 (In Russian).
2. Gorodetsky A. E., Tarasova I. L. *Nechetkoe matematicheskoe modelirovanie ploho formalizuemyh processov i sistem* [Fuzzy Mathematical Modeling Difficult to Formalize Processes and Systems]. Saint-Petersburg, Politekhnicheskii universitet Publ., 2010. 336 p. (In Russian).
3. Gorodetsky A. E., Kulik B. A. Probability Calculation Logic Functions with Logical-Probabilistic Modeling of Complex Systems. *Matematiheskoe modelirovanie*, 2013, vol. 25, no. 2, pp. 125–136 (In Russian).
4. Kulik B. A. Probabilistic Logic Based on the Algebra of Tuples. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, 2007, no. 1, pp. 118–127 (In Russian).
5. Kulik B. A., Zuenko A. A., Friedman A. J. *Algebraicheskii podhod k intellektual'noi obrabotke dannyh i znanii* [Algebraic Approach to Data Mining and Knowledge]. Saint-Petersburg, Politekhnicheskii universitet Publ., 2010. 235 p. (In Russian).
6. Gorodetsky A. E. *Osnovy teorii intellektual'nyh sistem upravleniia* [Fundamentals of the Theory of Intelligent Control Systems]. Berlin, LAP LAMBERT Academic Publ., 2011. 314 p. (In Russian).
7. Gorodetsky A. E., Kurbanov V. G., Tarasova I. L. Expert System of Analysis and Forecasting Emergencies in Power Generating Systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2012, no. 4, pp. 59–63 (In Russian).
8. Vencel' E. S. *Teoriia verojatnostei* [Probability Theory]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 576 p. (In Russian).
9. Bejtmen G., Jerdeji A. *Vysshie transcendentnye funkcii. Funkcii Besselja, funkcii parabolicheskogo cilindra, ortogonal'nye mnogochleny* [Higher Transcendental Functions. Bessel Functions, Parabolic Cylinder Functions, Orthogonal Polynomials]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 297 p. (In Russian).
10. Rjabinin I. A. *Nadezhnost' i bezopasnost' strukturno-slozhnyh sistem* [Reliability and Safety of Structurally Complex Systems]. Saint-Petersburg, Politekhnika Publ., 2000. 248 p. (In Russian).