



Оценка времен задержки по временным рядам кольцевых автоколебательных систем с запаздыванием

В. И. Пономаренко^{а,б}, доктор физ.-мат. наук, профессор, orcid.org/0000-0002-1579-6465, pnomarenkovj@gmail.com

Е. Е. Лапшева^б, старший преподаватель, orcid.org/0000-0001-6632-1083

М. Д. Прохоров^а, доктор физ.-мат. наук, профессор РАН, orcid.org/0000-0003-4069-9410

^аСаратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Зеленая ул., 38, Саратов, 410019, РФ

^бСаратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Астраханская ул., 83, Саратов, 410012, РФ

Введение: задача оценки времени задержки в кольцевых автоколебательных системах с запаздыванием по временным рядам возникает в самых различных областях науки и имеет большое значение при исследовании реальных систем, генерирующих хаотические временные ряды. **Цель:** провести сравнительный анализ работы методов реконструкции систем с запаздыванием по хаотическим временным рядам в отсутствие и при наличии аддитивного шума. **Методы:** применялись методы оценки времени запаздывания по статистике экстремумов, с использованием автокорреляционной функции и метод порядковой временной асимметрии. На основе последнего метода предложен метод, ориентированный на оценку времен запаздывания в системах с двумя задержками. **Результаты:** проведен сравнительный анализ работы четырех методов реконструкции времен запаздывания в автоколебательных системах с запаздыванием по хаотическим временным рядам на примере систем Икеды с одним и двумя временами запаздывания. Показано, что в отсутствие аддитивного шума метод оценки времени запаздывания, основанный на статистике экстремумов, является наиболее точным для случая анализа временных рядов систем как с одним, так и с двумя запаздываниями. При наличии аддитивного шума предложенный в рамках работы модифицированный метод порядковой временной асимметрии при анализе систем с одним временем запаздывания работает не хуже, чем метод автокорреляционной функции и порядковой временной асимметрии. В случае двух времен запаздывания модифицированный метод порядковой временной асимметрии работает лучше других. **Практическая значимость:** описанные методы могут иметь практическое приложение при оценке времени запаздывания в автоколебательных системах, при этом уровень аддитивного шума может влиять на точность оценки.

Ключевые слова — системы с запаздыванием, автоколебательные системы, оценка параметров, реконструкция уравнений, хаотические временные ряды.

Для цитирования: Пономаренко В. И., Лапшева Е. Е., Прохоров М. Д. Оценка времен задержки по временным рядам кольцевых автоколебательных систем с запаздыванием. *Информационно-управляющие системы*, 2022, № 6, с. 53–61. doi:10.31799/1684-8853-2022-6-53-61, EDN: SOYXID

For citation: Ponomarenko V. I., Lapsheva E. E., Prokhorov M. D. Estimation of delay times from time series of ring self-oscillatory time-delay systems. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 6, pp. 53–61 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-6-53-61, EDN: SOYXID

Введение

Системы, поведение которых определяется не только текущими значениями динамической переменной, но и одним или более задержанными состояниями, широко распространены в природе и технике. Задержка в распространении сигнала в различных реальных системах может быть часто связана с конечностью скорости распространения потока информации, определяющей характеристики системы. Запаздывание играет ключевую роль в формировании хаотического сигнала в радиофизических генераторах с запаздыванием [1], оптических системах [2–4], а также проявляется в целом ряде биологических и физиологических систем [5–8]. В динамике популяций запаздывание связано с тем, что особи

участвуют в репродукции лишь после периода взросления [9]. Одним из практических применений кольцевых автоколебательных систем с задержкой является построение систем передачи информации на хаотической несущей [10], в том числе в оптическом диапазоне [11, 12].

Оценка запаздывания по временным рядам колебаний является важной задачей для многих научных дисциплин и может помочь в понимании принципа функционирования исследуемых систем, а также для целей моделирования и прогнозирования поведения. Для решения задачи оценки параметров систем с запаздыванием используют специально разработанные методы, которые постоянно совершенствуются. При оценке параметров используют теоретико-информационные подходы [13, 14], регрессионный анализ

[15, 16], анализ экстремумов временных рядов [17], метод множественной стрельбы [18], метод ближайших соседей [19], энтропию перестановок [20], взвешенную энтропию перестановок [21], методы машинного обучения [22] и др. Внимание исследователей привлекают новые методы, применимые для оценки времени запаздывания по экспериментальному временному ряду, и способы расширения их функциональности.

Задача оценки времени запаздывания существенно осложняется, когда динамика системы зависит не от одного, а от двух и более задержанных координат. Так, в работе [23] был предложен новый метод оценки одного запаздывания по временному ряду, который может быть развит для эффективной оценки параметров в системах с двумя запаздываниями. В настоящей работе проведены сравнительный анализ трех методов оценки времен запаздывания в автоколебательной системе с одним запаздыванием, модификация метода для оценки двух времен запаздывания [23] и сравнение нового метода с методами, основанными на анализе экстремумов и автокорреляционной функции.

Методы оценки времени запаздывания

Системы с запаздыванием, описываемые дифференциальным уравнением первого порядка, могут быть записаны в достаточно общем виде как

$$\varepsilon \dot{x} = f(x, x(t - \tau_1), x(t - \tau_2), \dots, x(t - \tau_s)), \quad (1)$$

где ε — параметр инерционности системы; f — некоторая нелинейная функция; x — динамическая переменная; $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_s$ — времена запаздывания; s — число времен запаздывания в системе.

В работе рассмотрены три часто используемых метода для оценки времени запаздывания по временным рядам и предложена модификация одного из методов, ориентированная на оценку двух времен запаздывания.

Первый метод основан на анализе статистики экстремумов [17]. Принцип его работы базируется на том, что расстояние между экстремумами временного ряда кольцевой системы с запаздыванием не может принимать значения, равные времени запаздывания. Таким образом, если построить зависимость количества временных интервалов между экстремумами от длительности этих временных интервалов, то количество временных интервалов длительности, равной времени запаздывания в системе, будет минимальным.

Метод статистики экстремумов был применен к временным рядам автоколебательных систем

с двумя запаздываниями в цепи обратной связи. Показано [24], что в зависимости от числа пар экстремумов временной реализации, удаленных друг от друга на некоторое пробное время запаздывания, присутствует два минимума, соответствующих двум временам запаздывания.

Для оценки времени задержки в системах с запаздыванием часто применяется автокорреляционная функция, например, при оценке времени запаздывания по временным рядам интенсивности лазеров, описываемых уравнением с запаздыванием [25]. Автокорреляционная функция определяет зависимость взаимосвязи между сигналом и его сдвинутой копией от величины временного сдвига. По временному ряду колебаний $x(t)$ исследуемой системы автокорреляционная функция может быть определена как

$$R(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T - \tau} x(t)x(t + \tau)dt, \quad (2)$$

где $x(t)$ — исследуемый временной ряд; τ — временной сдвиг; t — текущее время; T — время наблюдения. Автокорреляционная функция имеет экстремумы на временных сдвигах, близких к времени задержки и кратным ему временам. Метод оценки времени задержки, основанный на расчете автокорреляционной функции, является вторым из рассматриваемых в данной работе методов.

В работе [23] предложен метод порядковой временной асимметрии для оценки единственной задержки по временному ряду. Этот метод был применен для нелинейного фильтра скользящего среднего с задержкой, хаотического отображения с задержкой и реальных климатических рядов.

Вкратце суть метода заключается в следующем. Порядковое символическое представление получается из исходного временного ряда путем построения векторов из трех значений переменных с лагом τ (в дискретном времени n) ($x(i), x(i - n), x(i - 2n)$). При этом значение динамической переменной заменено на числа от 1 до 3 в зависимости от его величины. Самое маленькое значение соответствует 1, среднее 2, самое большое 3. Таким образом, из временного ряда длиной N выборок можно построить $N - 2$ векторов (шаблонов), каждый из которых представляет собой перестановку вектора (1, 2, 3). Количество возможных вариантов равно шести ($\pi_1 = (1, 2, 3)$, $\pi_2 = (1, 3, 2)$, $\pi_3 = (2, 1, 3)$, $\pi_4 = (2, 3, 1)$, $\pi_5 = (3, 1, 2)$, $\pi_6 = (3, 2, 1)$). Затем оценивается вероятность каждого шаблона. Для гауссова случайного процесса вероятность шаблона не зависит от лага τ . В то же время, как показано в [23], для уравнения скользящего среднего с задержкой эти веро-

ятности демонстрируют отклонение от среднего значения при величине лага, соответствующей истинному времени задержки τ_1 .

Для оценки времени запаздывания предложено [23] также использовать порядковую временную асимметрию (Ordinal Temporal Asymmetry, ОТА):

$$ОТА = |\pi_1 - \pi_6| + |\pi_2 - \pi_4| + |\pi_3 - \pi_5|. \quad (3)$$

Эта мера достигает максимума при $\tau = \tau_1$, что было показано в работе [23] на примере нелинейного фильтра, хаотических дискретных отображений и реальных примерах.

В настоящей работе описанный метод применяется для кольцевой системы с запаздыванием, а также на его базе предложен новый метод для исследования временных рядов систем с одним и двумя временами запаздывания.

Предлагаемый нами модифицированный метод порядковой временной асимметрии заключается в том, что для построения шаблонов используется не один лаг, как это было сделано в [23], а два, т. е. рассматриваются векторы $[x(i), x(i - n), x(i - n - m)]$. Другими словами, анализируются три точки временного ряда, но не с равными расстояниями между ними, как в методе порядковой временной асимметрии, а с разными: между первой и второй точками расстояние равно n , а между второй и третьей — m . Затем проводится суммирование вероятностей появления шаблонов и нахождение ОТА для каждой пары m, n в соответствии с (3). Таким образом, пробным временам запаздывания соответствуют две координаты, m и n , и каждой паре значений m, n соответствует своя величина ОТА. Величина ОТА отображается цветовой гаммой на плоскости пробных лагов (m, n) .

Результаты оценки времени запаздывания по временному ряду

Сравнение методов оценки времени задержки для системы с одним запаздыванием

В данном разделе проведено сравнение работы всех четырех перечисленных выше мер оценки времени запаздывания по временному ряду для типичного представителя системы первого порядка с одним запаздыванием — уравнения Икеды [2] вида

$$\varepsilon \dot{x} = -x + \alpha \sin(x(t - \tau_1)), \quad (4)$$

где время запаздывания $\tau_1 = 100$; параметр инерционности $\varepsilon = 4$; параметр нелинейности $\alpha = 4$. Расчеты проводились методом Эйлера с шагом 1 и длиной временного ряда 10^5 точек.

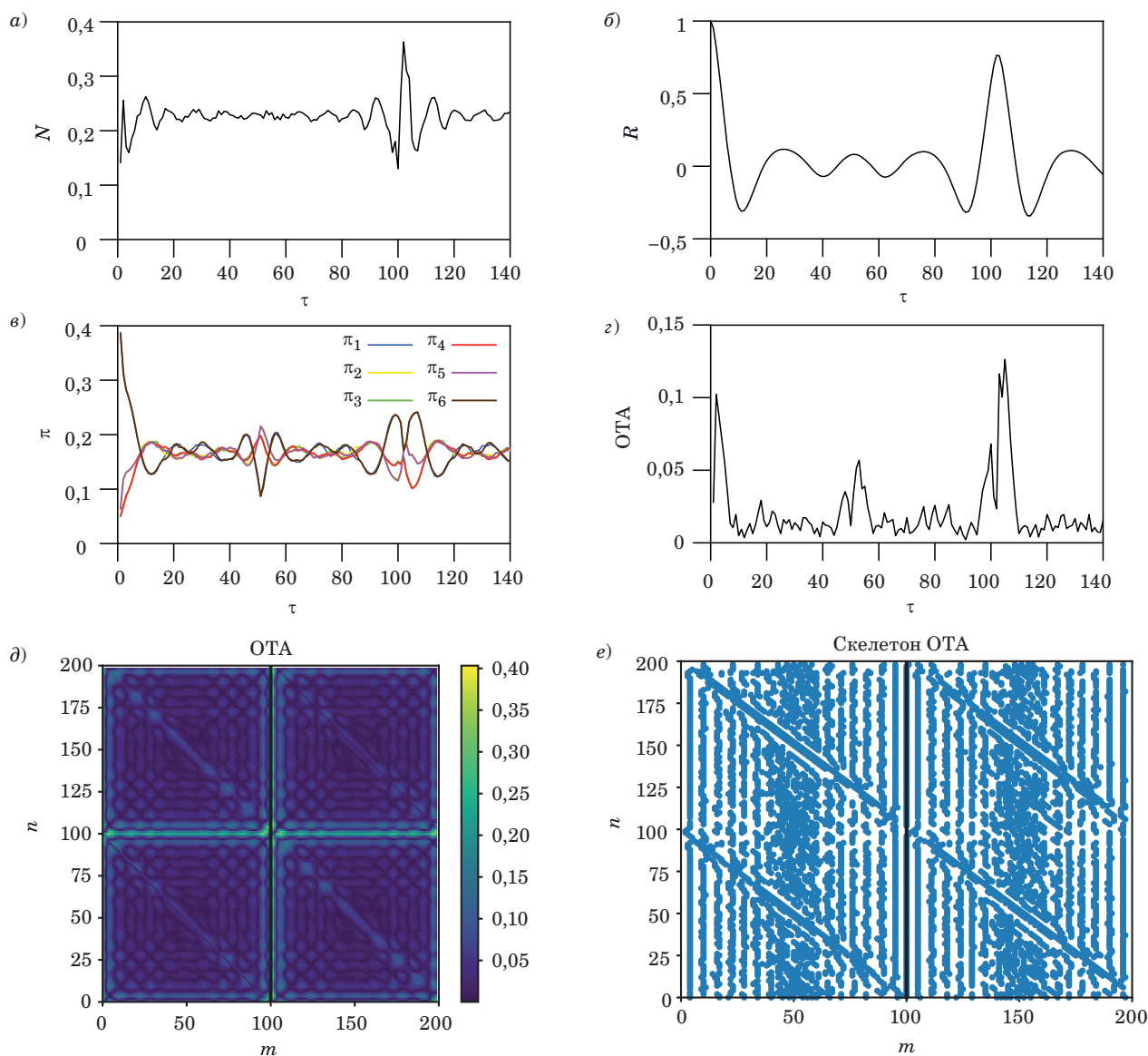
Примеры применения выбранных мер к временному ряду системы (4) представлены на рис. 1, *a–e*. На рис. 1, *e* светлые области соответствуют более высоким значениям ОТА, темные — более низким. Время запаздывания хорошо оценивается по вертикальной линии, соответствующей максимальным значениям ОТА. Также для иллюстрации построена картина локальных максимумов, подобно тому, как строятся скелетоны в вейвлет-спектрах. Черная вертикальная линия соответствует времени запаздывания системы (4). Видно, что один из максимумов хорошо соответствует времени запаздывания.

Как и ожидалось, метод статистики экстремумов является наиболее точным. Минимум $N(\tau)$ строго соответствует времени запаздывания $\tau_1 = 100$. Автокорреляционная функция демонстрирует особенности вблизи времени запаздывания, максимум $R(\tau)$ соответствует значению 102 и смещен на две единицы дискретного времени относительно истинного времени запаздывания. Экстремумы в вероятности порядковых паттернов на рис. 1, *b* смещены относительно истинного значения. Так, паттерн π_6 демонстрирует максимумы на временах 99 и 103. Кроме того, есть также экстремумы на времени, близком к половинному времени запаздывания. Это существенно затрудняет оценку времени запаздывания по временному ряду. В суммарном значении порядковой временной асимметрии ОТА (рис. 1, *d*) есть максимумы, мешающие оценке времени запаздывания в системе. На плоскости рис. 1, *d* и *e* время запаздывания определяется более уверенно и составляет 101, что отличается от истинного на 1 %.

При добавлении аддитивного шума минимум $N(\tau)$ при истинном времени запаздывания на рис. 1, *a* становится менее выраженным. При уровне добавленного шума 2 % от дисперсии сигнала системы (4) минимум перестает соответствовать точному времени запаздывания, демонстрируя смещение в большую или меньшую сторону. При этом автокорреляционная функция, метод ОТА и модифицированный метод ОТА не демонстрируют изменения оценки запаздывания по сравнению с сигналом без шума. При дальнейшем увеличении уровня шума появляется возможность оценить время запаздывания с погрешностью лишь по максимуму $N(\tau)$, в то время как минимум становится неразличимым. Другие методы еще продолжают работать.

Сравнение методов оценки времени задержки для системы с двумя запаздываниями

Интересно исследовать возможность реконструкции времен задержки в кольцевых автоколебательных системах с двумя запаздываниями, поскольку в реальных сетевых системах со сложными связями часто присутствуют процес-



■ **Рис. 1.** Примеры применения выбранных мер к временному ряду системы (4): *a* – статистика экстремумов; *b* – автокорреляционная функция; *c* – вероятности порядковых паттернов с $D = 3$; *d* – модифицированная порядковая временная асимметрия ОТА; *e* – скелетон модифицированной порядковой временной асимметрии

■ **Fig. 1.** Examples of applying the selected measures to the time series of the system (4): *a* – statistics of extrema; *b* – autocorrelation function; *c* – ordinal patterns probabilities with $D = 3$; *d* – modified ordinal temporal asymmetry ОТА; *e* – modified ordinal temporal asymmetry skeleton

сы, динамика которых определяется не одной, а большим количеством задержек.

В этой статье проанализирована работа четырех мер для временного ряда модифицированной системы Икеды с двумя временами запаздывания:

$$\dot{x} = -x + 0,5(\alpha \sin(x(t - \tau_1))) + 0,5(\alpha \sin(x(t - \tau_2))), \quad (5)$$

где $\tau_1 = 80$, $\tau_2 = 100$, $\varepsilon = 5$, $\alpha = 4$. Расчеты проводились по временному ряду длиной 10^5 точек, шаг интегрирования составлял 1.

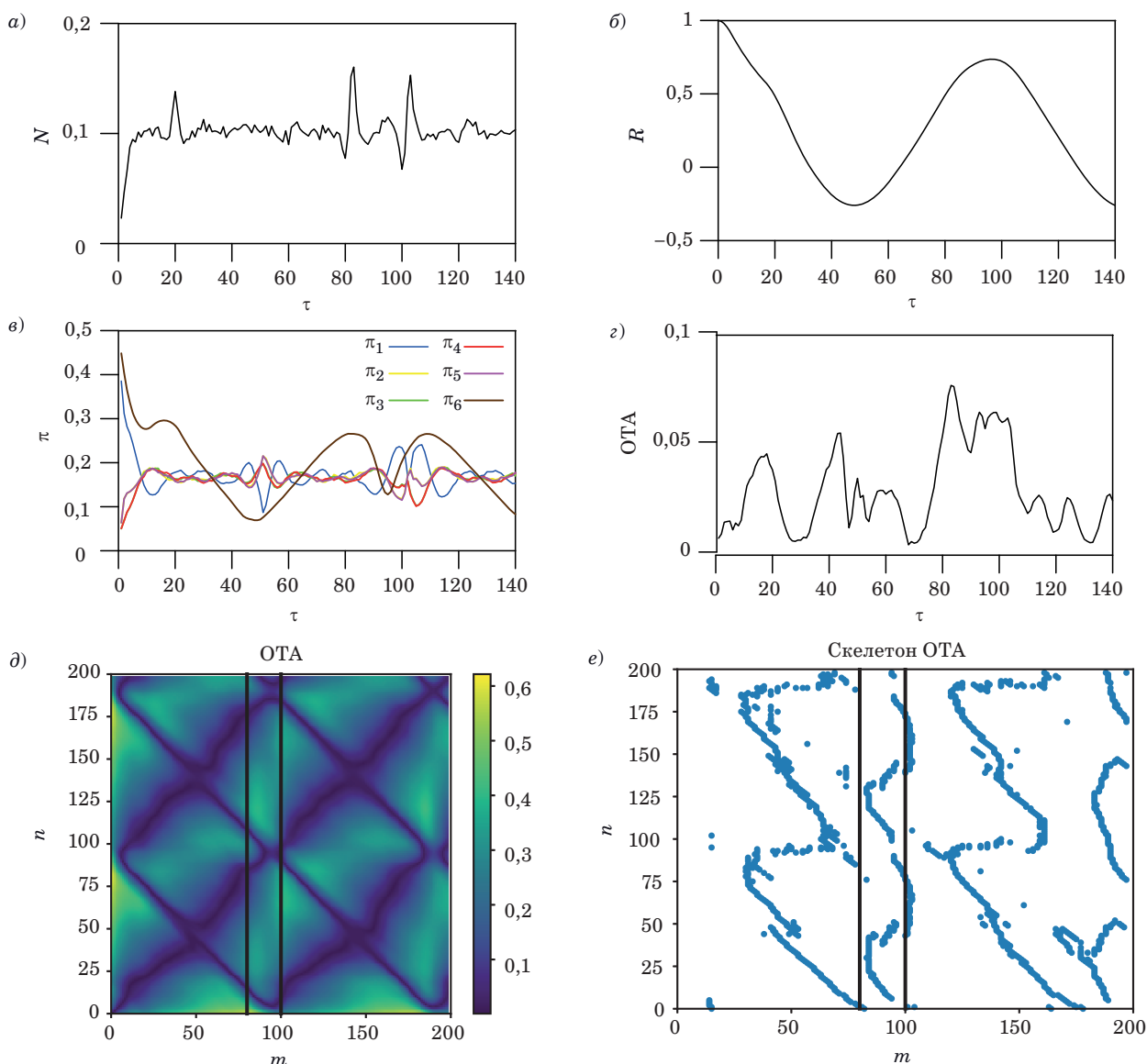
Так же, как и для системы с одним временем запаздывания, описанные методы применялись к временному ряду системы (5).

Метод статистики экстремумов дает точные значения обоих времен запаздывания, соответствующих минимумам на рис. 2, *a*. Автокорреляционная функция $R(\tau)$ демонстрирует единственный максимум на $\tau = 97$ (рис. 2, *b*), так что в этом случае оценить задержки по временному ряду не удастся.

Результаты использования метода порядковой временной асимметрии представлены

на рис. 2, в, г. Графики вероятности порядковых паттернов с $D = 3$ (см. рис. 2, в) построены в зависимости от лага τ для системы (5). Полученные зависимости сложно интерпретировать, поскольку они содержат целый ряд экстремумов, не соответствующих ни одному из времен запаздывания. В суммарном значении порядковой временной асимметрии ОТА на рис. 2, г также есть целый ряд максимумов, которые не соответствуют ни одному из времен запаздывания.

В модифицированном методе порядковой временной асимметрии (рис. 2, д) временам запаздывания соответствуют горизонтальные и вертикальные светлые полосы, отражающие максимальные величины ОТА. По максимальным значениям можно провести вертикальные полосы при $m = 83$ и $m = 102$, что является достаточно близкой оценкой времен запаздывания в системе (5). Смещение оценки в большую сторону связано с наличием инерционности в системе. Для иллюстрации на рисунке проведены верти-



■ **Рис. 2.** Примеры применения выбранных мер к временному ряду системы (5): а – статистика экстремумов; б – автокорреляционная функция; в – вероятности порядковых паттернов с $D = 3$; г – порядковая временная асимметрия ОТА; д – модифицированная порядковая временная асимметрия; е – скелетон модифицированной порядковой временной асимметрии

■ **Fig. 2.** Examples of applying the selected measures to the time series of the system (5): а – statistics of extrema; б – autocorrelation function; в – ordinal patterns probabilities with $D = 3$; г – ordinal temporal asymmetry ОТА; д – modified ordinal temporal asymmetry; е – modified ordinal temporal asymmetry skeleton

кальные черные линии, соответствующие временам задержки в системе (5).

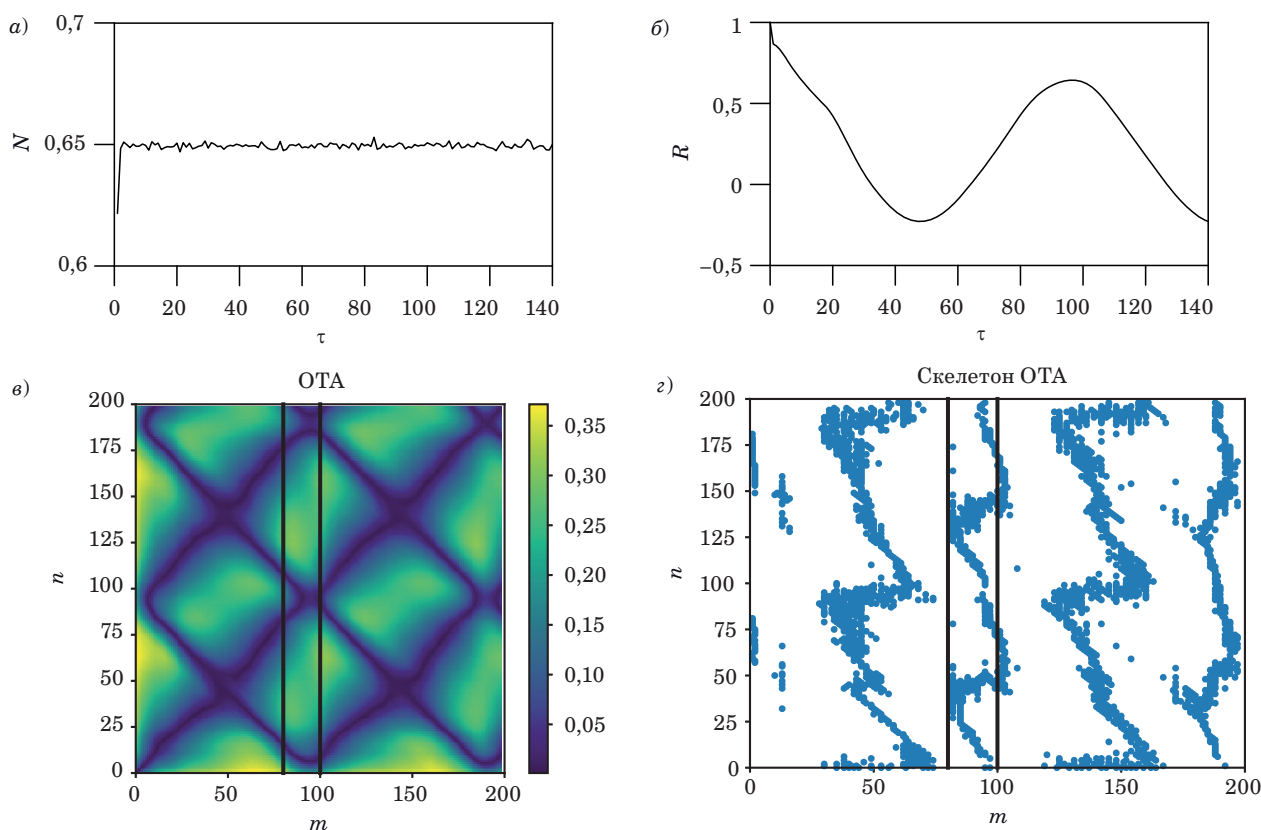
Более наглядно времена запаздывания определяются по скелетону (рис. 2, е). Этот рисунок представляет собой не такую прямую линию, как это было для системы с одним запаздыванием (см. рис. 1, е), а извилистую линию с границей слева 83, справа — 102. Эти границы представляют собой оценку времен запаздывания в системе. Вертикальные черные линии, проведенные на рис. 2, е, как и на рис. 2, д, соответствуют временам запаздывания 80 и 100 в уравнении (5).

«Присутствие шума во временных рядах приводит к появлению дополнительных экстремумов, не связанных с собственной динамикой системы с запаздыванием. Вследствие высокочастотного шума вероятность обнаружить пару экстремумов на удалении τ друг от друга в общем случае должна возрасти. В результате с увеличением уровня шума наблюдается увеличение среднего значения N . Вероятность обнаружить пару экстремумов на удалении τ_1 друг от друга тоже растет. Однако при не слишком больших

уровнях шума эта вероятность все же меньше, чем вероятность встретить пару экстремумов на удалении $\tau \neq \tau_1$. То есть качественные особенности зависимости $N(\tau)$, обусловленные динамикой системы с запаздыванием, сохраняются при умеренном шуме» [24].

На рис. 3 представлены расчеты метода статистики экстремумов, автокорреляционной функции и модифицированного метода порядковой временной асимметрии при достаточно большой дисперсии аддитивного шума, равной 0,5 [что составляет 15 % дисперсии сигнала системы (5)]. При этом минимумы в статистике экстремумов не видны совсем (рис. 3, а), а экстремумы становятся распределенными по временному ряду почти равномерно. В первую очередь это связано с плохой оценкой производной, что также нами отмечалось в работе [24]. Автокорреляционная функция практически не изменилась, демонстрируя один максимум на времени запаздывания 97, как и в примере без шума (рис. 3, б).

В то же время следует отметить хорошую работу модифицированного метода порядковой временной асимметрии, предложенного в данной



■ **Рис. 3.** Примеры применения выбранных мер к временному ряду системы (5) с добавленным шумом: а — статистика экстремумов; б — автокорреляционная функция; в — модифицированная порядковая временная асимметрия ОТА; г — скелетон модифицированной порядковой временной асимметрии

■ **Fig. 3.** Examples of applying the selected measures to the time series of system (5) with additive noise: а — statistics of extrema; б — autocorrelation function; в — modified ordinal temporal asymmetry ОТА; г — modified ordinal temporal asymmetry skeleton

статье (рис. 3, в). Светлые области, соответствующие истинным временам запаздывания и максимальным значениям ОТА, также находятся примерно на уровне $m = 83$ и $m = 102$, как и в случае без добавления аддитивного шума. На скелетоне ОТА (рис. 3, г) видны характерные максимумы в районе $m = 83$ и $m = 102$. Вертикальные черные линии соответствуют истинным временам запаздывания 80 и 100 в (5).

Заключение

В рамках данной работы проведен анализ трех методов оценки времени задержки по временному ряду в автоколебательных системах с запаздыванием и предложена модификация метода, ориентированная на оценку параметров систем с двумя временами запаздывания. Показано, что метод статистики экстремумов хорошо работает при достаточно низких уровнях аддитивного шума для оценки как одного, так и двух времен запаздывания. Метод автокорреляционной функции хорошо работает для систем с одним запаздыванием при небольшом времени инерционности исследуемых систем (по сравнению со временем запаздывания), хотя и дает сме-

щенную оценку. В то же время для систем с двумя временами запаздывания этот метод работает плохо. Метод порядковой временной асимметрии для систем с одним запаздыванием также дает смещенную оценку времени запаздывания, а для систем с двумя временами запаздывания не позволяет хорошо оценить величины времен запаздывания. Модифицированный метод порядковой временной асимметрии в отсутствие аддитивного шума уступает в точности методу статистики экстремумов как для одного, так и для двух времен запаздывания. С другой стороны, при наличии шума в случае анализа систем с двумя запаздываниями модифицированный метод работает лучше других.

Таким образом, при оценке времен запаздывания по временному ряду различных реальных систем необходимо пользоваться всем спектром доступных методов, что позволит более эффективно оценивать параметры исследуемых систем.

Финансовая поддержка

Работа выполнена в рамках государственного задания СФ ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН № 075-03-2022-016.

Литература

1. Кислов В. Я., Залогин Н. Н., Мясин Е. А. Исследование стохастических автоколебаний в генераторе с задержкой. *Радиотехника и электроника*, 1979, т. 24, № 6, с. 1118–1130.
2. Ikeda K. Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light a ring cavity system. *Optics Communications*, 1979, vol. 30, no. 2, pp. 257–261. doi:10.1016/0030-4018(79)90090-7
3. Lang R., Kobayashi K. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1980, vol. 16, no. 3, pp. 347–355.
4. Zou G., Wang H., and Ji Y. Electro-optic chaos system with time delay signature concealment based on XOR operation and multi-bit PRBS. *Opt. Express*, 2021, vol. 29, pp. 7327–7341. doi:10.1364/OE.416768
5. Karavaev A. S., Ishbulatov Yu. M., Ponomarenko V. I., Bezruchko B. P., Kiselev A. R., Prokhorov M. D. Autonomic control is a source of dynamical chaos in the cardiovascular system. *Chaos*, 2019, vol. 29, 121101. doi:10.1063/1.5134833
6. Ringwood J. V., Malpas S. C. Slow oscillations in blood pressure via a nonlinear feedback model. *American Journal of Physiology – Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*, 2001, vol. 280, pp. R1105–R1115. doi:10.1152/ajpregu.2001.280.4.R1105
7. Glass L., Mackey M. *From clocks to chaos. The rhythms of life*. Princeton University Press, 1988. 272 p.
8. Karamched B., Hripesak G., Albers D., Ott W. Delay-induced uncertainty for a paradigmatic glucose-insulin model. *Chaos*, 2021, vol. 31, 023142. doi:10.1063/5.0027682
9. Kuang Y. *Delay differential equations with applications in population dynamics*. Academic Press, Boston, 1993. 398 p.
10. Karavaev A. S., Kulminskiy D. D., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. An experimental communication scheme based on chaotic time-delay system with switched delay. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2015, vol. 25, no. 10, 1550134. doi:10.1142/S0218127415501345
11. Kingni S. T., Ainamon C., Tamba V. V., Orou B. C. Directly modulated semiconductor ring lasers: Chaos synchronization and applications to cryptography communications. *Chaos Theory and Applications*, 2020, vol. 2, no. 1, pp. 31–39. <https://dergipark.org.tr/en/pub/chaos/issue/53876/730370> (дата обращения: 05 августа 2021).
12. Bai J., Wang H., and Ji Y. Time-delay signature concealing electro-optic chaotic system with multiply feedback nonlinear loops. *Opt. Express*, 2021, vol. 29, pp. 706–718. doi:10.1364/OE.413941
13. Udaltsov V. S., Larger L., Goedgebuer J. P., Loquet A., Citrin D. S. Time delay identification in cha-

- otic cryptosystems ruled by delay-differential equations. *J. Opt. Technol.*, 2005, vol. 72, iss. 5, pp. 373–377. doi.org/10.1364/JOT.72.000373
14. Zunino L., Soriano M. C., Fischer I., Rosso O. A., Mirasso C. R. Permutation-information-theory approach to unveil delay dynamics from time-series analysis. *Phys. Rev. E*, 2010, vol. 82, no. 4, 046212. doi:10.1103/PhysRevE.82.046212
 15. Voss H., Kurths J. Reconstruction of non-linear time delay models from data by the use of optimal transformations. *Phys. Lett. A*, 1997, vol. 234, iss. 5–6, pp. 336–344. doi:10.1016/S0375-9601(97)00598-7
 16. Ellner S. P., Kendall B. E., Wood S. N., McCauley E., Briggs C. J. Inferring mechanism from time-series data: Delay-differential equations. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1997, vol. 110, iss. 3–4, pp. 182–194. doi:10.1016/S0167-2789(97)00123-1
 17. Bezruchko B. P., Karavaev A. S., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Reconstruction of time-delay systems from chaotic time series. *Phys. Rev. E*, 2001, vol. 64, no. 5, 056216. doi:10.1103/PhysRevE.64.056216
 18. Horbelt W., Timmer J., Voss H. U. Parameter estimation in nonlinear delayed feedback systems from noisy data. *Phys. Lett. A*, 2002, vol. 299, iss. 5–6, pp. 513–521. doi.org/10.1016/S0375-9601(02)00748-X
 19. Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Khorev V. S. Recovery of delay time from time series based on the nearest neighbor method. *Phys. Lett. A*, 2013, vol. 377, iss. 43, pp. 3106–3111. doi:10.1016/j.physleta.2013.09.046
 20. Bandt C., Pompe B. Permutation entropy: A natural complexity measure for time series. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, vol. 88, 174102. doi:10.1103/PhysRevLett.88.174102
 21. Fadlallah B., Chen B., Keil A., Principe J. Weighted-permutation entropy: A complexity measure for time series incorporating amplitude information. *Phys. Rev. E*, 2013, vol. 87, 022911. doi:10.1103/PhysRevE.87.022911
 22. Gao X., Zhu W., Yang Q., Zeng D., Deng L., Chen Q., and Cheng M. Time delay estimation from the time series for optical chaos systems using deep learning. *Opt. Express*, 2021, vol. 29, pp. 7904–7915. doi:10.1364/OE.419654
 23. Soriano M. C., Zunino L. Time-delay identification using multiscale ordinal quantifiers. *Entropy*, 2021, vol. 23, 969. doi:10.3390/e23080969
 24. Пономаренко В. И., Прохоров М. Д., Караваяев А. С., Безручко Б. П. Определение параметров систем с запаздывающей обратной связью по хаотическим временным реализациям. *ЖЭТФ*, 2005, т. 127, вып. 3, с. 515–527.
 25. Porte X., D’Huys O., Jungling T., Brunner D., Soriano M. C., Fischer I. Autocorrelation properties of chaotic delay dynamical systems: A study on semiconductor lasers. *Physical Review E*, 2014, vol. 90, 052911. doi:10.1103/PhysRevE.90.052911

UDC 530.182

doi:10.31799/1684-8853-2022-6-53-61

EDN: SOYXID

Estimation of delay times from time series of ring self-oscillatory time-delay systems

V. I. Ponomarenko^{a,b}, Dr. Sc., Phys.-Math., Professor, orcid.org/0000-0002-1579-6465, ponomarenkovi@gmail.com

E. E. Lapsheva^b, Senior Lecturer, orcid.org/0000-0001-6632-1083

M. D. Prokhorov^a, Dr. Sc., Phys.-Math., RAS Professor, orcid.org/0000-0003-4069-9410

^aSaratov Branch of the Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, 38, Zelyonaya St., 410019, Saratov, Russian Federation

^bSaratov State University named after N. G. Chernyshevsky, 83, Astrakhanskaya St., 410012, Saratov, Russian Federation

Introduction: The problem of delay time estimation in ring self-oscillatory time-delay systems arises in various fields of science and is of great importance in the study of real systems generating chaotic time series. **Purpose:** To conduct a comparative analysis of the operation of methods for the reconstruction of time-delay systems from chaotic time series in the absence and presence of additive noise. **Methods:** Methods for estimating the delay time according to the statistics of extrema, using the autocorrelation function and the method of order time asymmetry are used. Based on the latter method, a method is proposed that is focused on estimating the delay times in systems with two delays. **Results:** We carry out a comparative analysis of the operation of four methods for reconstructing the delay times in self-oscillating time-delay systems from chaotic time series using the example of Ikeda systems with one and two delay times. We demonstrate that in the absence of additive noise, the delay time estimation method based on statistics of extrema is the most accurate one for the case of time series analysis of systems with both one and two delays. In the presence of additive noise, the modified method of order time asymmetry proposed in the work in the case of the analysis of systems with one delay time works no worse than the method of the autocorrelation function and order time asymmetry. In the case of two delay times, the modified order time asymmetry method works better than others. **Practical relevance:** The described methods can have a practical application in estimating the delay time of self-oscillating systems, yet the level of additive noise can affect the accuracy of the estimate.

Keywords – time-delay systems, self-oscillating systems, estimation of parameters, reconstruction of equations, chaotic time series.

For citation: Ponomarenko V. I., Lapsheva E. E., Prokhorov M. D. Estimation of delay times from time series of ring self-oscillatory time-delay systems. *Informatsionno-upravliayushchie sistemy* [Information and Control Systems], 2022, no. 6, pp. 53–61 (In Russian). doi:10.31799/1684-8853-2022-6-53-61, EDN: SOYXID

Financial support

This study was carried out this work within the framework of the state task of SB IRE RAS No. 075-03-2022-016.

References

- Kislov V. Ya., Zalogin N. N., Miasin E. A. Study of stochastic self-oscillations in a time-delay generator. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 1979, vol. 24, no. 6, pp. 1118–1130 (In Russian).
- Ikeda K. Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light a ring cavity system. *Optics Communications*, 1979, vol. 30, no. 2, pp. 257–261. doi:10.1016/0030-4018(79)90090-7
- Lang R., Kobayashi K. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1980, vol. 16, no. 3, pp. 347–355.
- Zou G., Wang H., and Ji Y. Electro-optic chaos system with time delay signature concealment based on XOR operation and multi-bit PRBS. *Opt. Express*, 2021, vol. 29, pp. 7327–7341. doi:10.1364/OE.416768
- Karavaev A. S., Ishbulatov Yu. M., Ponomarenko V. I., Bezruchko B. P., Kiselev A. R., Prokhorov M. D. Autonomic control is a source of dynamical chaos in the cardiovascular system. *Chaos*, 2019, vol. 29, 121101. doi:10.1063/1.51348
- Ringwood J. V., Malpas S. C. Slow oscillations in blood pressure via a nonlinear feedback model. *American Journal of Physiology – Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*, 2001, vol. 280, pp. R1105–R1115. doi:10.1152/ajpregu.2001.280.4.R1105
- Glass L., Mackey M. *From clocks to chaos. The rhythms of life*. Princeton University Press, 1988. 272 p.
- Karamched B., Hripcsak G., Albers D., Ott W. Delay-induced uncertainty for a paradigmatic glucose-insulin model. *Chaos*, 2021, vol. 31, 023142. doi:10.1063/5.0027682
- Kuang Y. *Delay differential equations with applications in population dynamics*. Academic Press, Boston, 1993. 398 p.
- Karavaev A. S., Kulminskiy D. D., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. An experimental communication scheme based on chaotic time-delay system with switched delay. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2015, vol. 25, no. 10, 1550134. doi:10.1142/S0218127415501345
- Kingni S. T., Ainamon C., Tamba V. V., Orou B. C. Directly modulated semiconductor ring lasers: Chaos synchronization and applications to cryptography communications. *Chaos Theory and Applications*, 2020, vol. 2, no. 1, pp. 31–39. Available at: <https://dergipark.org.tr/en/pub/chaos/issue/53876/730370> (accessed 5 August 2021).
- Bai J., Wang H., and Ji Y. Time-delay signature concealing electro-optic chaotic system with multiply feedback nonlinear loops. *Opt. Express*, 2021, vol. 29, pp. 706–718. doi:10.1364/OE.413941
- Udaltsov V. S., Larger L., Goedgebuer J. P., Locquet A., Citrin D. S. Time delay identification in chaotic cryptosystems ruled by delay-differential equations. *J. Opt. Technol.*, 2005, vol. 72, iss. 5, pp. 373–377. doi.org/10.1364/JOT.72.000373
- Zunino L., Soriano M. C., Fischer I., Rosso O. A., Mirasso C. R. Permutation-information-theory approach to unveil delay dynamics from time-series analysis. *Phys. Rev. E*, 2010, vol. 82, no. 4, 046212. doi:10.1103/PhysRevE.82.046212
- Voss H., Kurths J. Reconstruction of non-linear time delay models from data by the use of optimal transformations. *Phys. Lett. A*, 1997, vol. 234, iss. 5–6, pp. 336–344. doi:10.1016/S0375-9601(97)00598-7
- Ellner S. P., Kendall B. E., Wood S. N., McCauley E., Briggs C. J. Inferring mechanism from time-series data: Delay-differential equations. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1997, vol. 110, iss. 3–4, pp. 182–194. doi:10.1016/S0167-2789(97)00123-1
- Bezruchko B. P., Karavaev A. S., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Reconstruction of time-delay systems from chaotic time series. *Phys. Rev. E*, 2001, vol. 64, no. 5, 056216. doi:10.1103/PhysRevE.64.056216
- Horbelt W., Timmer J., Voss H. U. Parameter estimation in nonlinear delayed feedback systems from noisy data. *Phys. Lett. A*, 2002, vol. 299, iss. 5–6, pp. 513–521. doi.org/10.1016/S0375-9601(02)00748-X
- Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Khorev V. S. Recovery of delay time from time series based on the nearest neighbor method. *Phys. Lett. A*, 2013, vol. 377, iss. 43, pp. 3106–3111. doi:10.1016/j.physleta.2013.09.046
- Bandt C., Pompe B. Permutation entropy: A natural complexity measure for time series. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, vol. 88, 174102. doi:10.1103/PhysRevLett.88.174102
- Fadlallah B., Chen B., Keil A., Principe J. Weighted-permutation entropy: A complexity measure for time series incorporating amplitude information. *Phys. Rev. E*, 2013, vol. 87, 022911. doi:10.1103/PhysRevE.87.022911
- Gao X., Zhu W., Yang Q., Zeng D., Deng L., Chen Q., and Cheng M. Time delay estimation from the time series for optical chaos systems using deep learning. *Opt. Express*, 2021, vol. 29, pp. 7904–7915. doi:10.1364/OE.419654
- Soriano M. C., Zunino L. Time-delay identification using multiscale ordinal quantifiers. *Entropy*, 2021, vol. 23, 969. doi:10.3390/e23080969
- Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D., Karavaev A. S., Bezruchko B. P. Recovery of parameters of delayed-feedback systems from chaotic time series. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2005, vol. 100, pp. 457–467 (In Russian). doi:10.1134/1.1901758
- Porte X., D’Huys O., Jungling T., Brunner D., Soriano M. C., Fischer I. Autocorrelation properties of chaotic delay dynamical systems: A study on semiconductor lasers. *Physical Review E*, 2014, vol. 90, 052911. doi:10.1103/PhysRevE.90.052911