

УДК 681.3

АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ СО СТРУКТУРНЫМ РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ И ПЕРИОДИЧЕСКИМ ВОССТАНОВЛЕНИЕМ РАБОТОСПОСОБНОГО СОСТОЯНИЯ УЗЛОВ

С. Л. Максименко,

старший преподаватель

В. Ф. Мелехин,

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Предлагается метод оценки надежности цифровых устройств, представленных в виде сети троированных узлов, учитывающий цикличность вычислительных процессов и периодическое восстановление информации в узлах. Метод основан на разбиении устройства на ячейки с независимыми отказами. Для произвольной ячейки предложена приближенная оценка вероятности безотказной работы для случая, когда период восстановления информации в узлах много меньше среднего интервала между отказами. Получена зависимость интенсивности отказов ячейки от периода восстановления информации и показано, что эта зависимость линейная независимо от структуры связей в ячейке.

Ключевые слова — цифровые устройства, интегральные схемы, сбои, отказы, периодическое восстановление, надежность, резервирование, оценка, модель, структура, троирование, мажоритар.

Введение

Анализ влияния радиационных эффектов на информационные процессы в цифровых устройствах [1, 2] подтверждает актуальность совместного использования методов повышения устойчивости к радиационным воздействиям на различных уровнях организации системы. Основным методом, применяемым на уровнях функциональной организации и схемотехнической реализации устройств управления и обработки информации, является структурное резервирование узлов с использованием голосующих элементов (мажоритаров) для блокирования отказов.

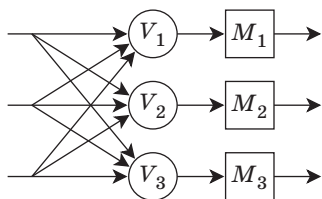
В статье [2] на основе аналитического обзора работ по влиянию радиации на цифровую аппаратуру установлено, что восстанавливаемые отказы, проявляющиеся в искажении информации, возникают значительно чаще, чем невосстанавливаемые отказы, проявляющиеся в изменении полупроводниковой структуры. Показано также, что существенно повысить надежность устройства можно путем организации циклической работы узлов с периодическим восстановле-

нием информации. В ходе проектирования необходимо осуществить выбор оптимального варианта резервирования с учетом процессов восстановления информации при ограничениях на аппаратные ресурсы и быстродействие устройства.

Для выбора оптимального варианта необходимо иметь механизм построения оценки параметров надежности при заданном варианте резервирования и организации вычислительных процессов.

В работе [3] предложена модель, позволяющая оценить надежность троированного узла при периодическом восстановлении информации. Оценка основана на предположении, что работа узла организована циклически, и с началом нового цикла происходит загрузка в узел новой информации, что обеспечивает восстановление узла после отказа, если он имел место на предыдущем цикле. Показано, что при низкой вероятности отказа за один цикл работы узла и при большом количестве циклов интенсивность потока отказов троированного узла пропорциональна периоду восстановления информации.

Цифровое устройство можно представить как сеть резервированных узлов. Будем рассматри-



■ Рис. 1. Сеть троированных узлов с троированными мажоритарными

вать широко распространенный на практике вариант резервирования, когда каждый узел троится и тройки узлов (a_i, c_i, d_i) соединены через троированные мажоритары (b_i). Пример такой системы показан на рис. 1.

Будем считать систему исправной, если в каждой тройке элементов хотя бы два формируют правильное выходное значение. В свою очередь, элемент формирует правильный выход, если он исправен и на его входы поступают правильные значения. Мажоритар формирует правильное значение, если он исправен и хотя бы на два его входа поступают правильные значения.

Оценка надежности сети троированных узлов даже при известных параметрах элементов является сложной задачей, так как отказы узлов в сети в общем случае не являются независимыми.

Рассмотрим устройство, структура которого представлена на рис. 1. Сбой в мажоритаре b_1 приводит к отказу узлов c_1 и d_1 , причем восстановление информации в узлах произойдет только

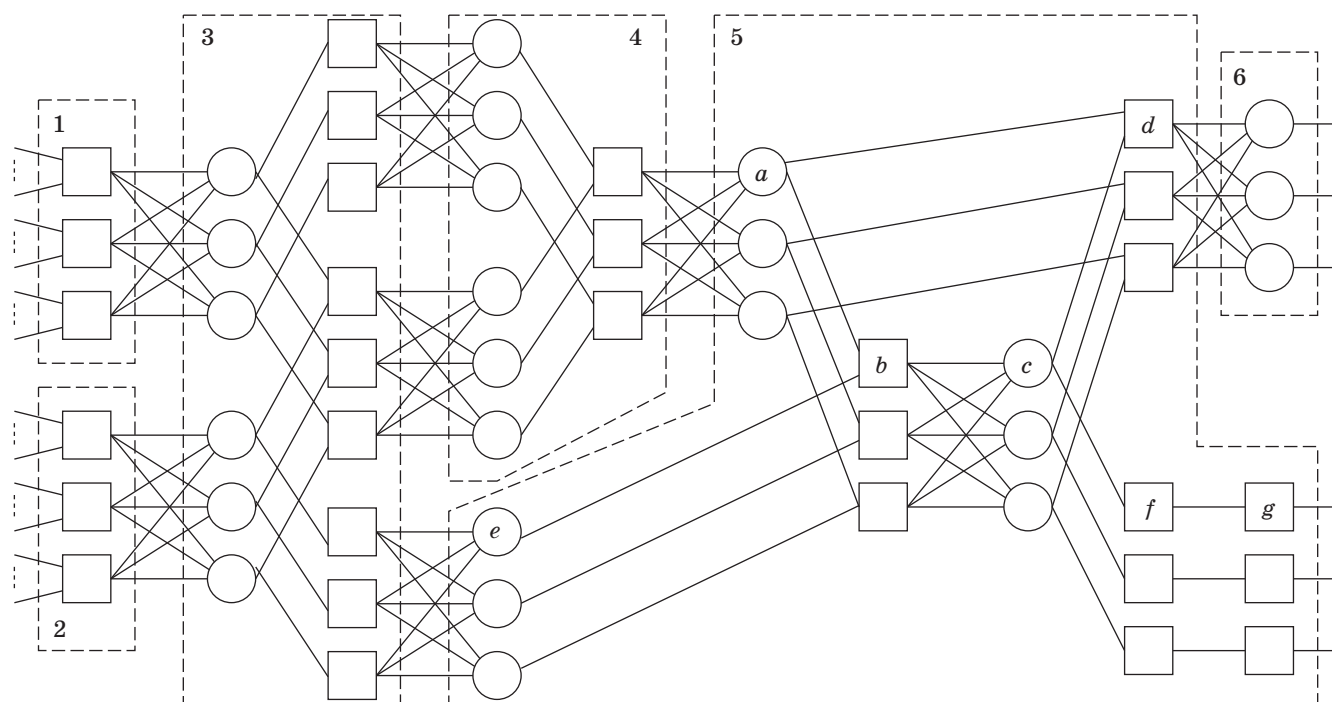
с началом их следующего цикла работы. Для оценки вероятности исправности системы необходимо определить все сочетания отказов элементов, при которых система остается исправной, и вероятности наступления данных комбинаций отказов. Далее мы построим аналитическую оценку, параметрами которой являются интенсивности отказов элементов и периоды их работы.

Структура сети резервированных элементов

Система, представляющая собой сеть из троированных узлов, соединенных мажоритарными с соблюдением ряда ограничений, может быть разбита на «домены» — «наборы не связанных друг с другом узлов с голосующим устройством на входе и ациклической структурой» [4].

Рассмотрение системы как множества доменов удобно тем, что в силу наличия в доменах голосующих элементов на входе отказы доменов происходят независимо, что позволяет существенно сократить сложность задачи анализа системы: в некоторый момент времени вероятность нахождения системы в исправном состоянии равна произведению вероятностей исправности всех доменов.

Близкий подход, использующий разбиение системы на группы резервированных узлов, предложен в работе [5]. Ее авторы показывают, что любая сеть троированных элементов TMR network может быть разбита на ячейки (TMR cells). На рис. 2 пун-



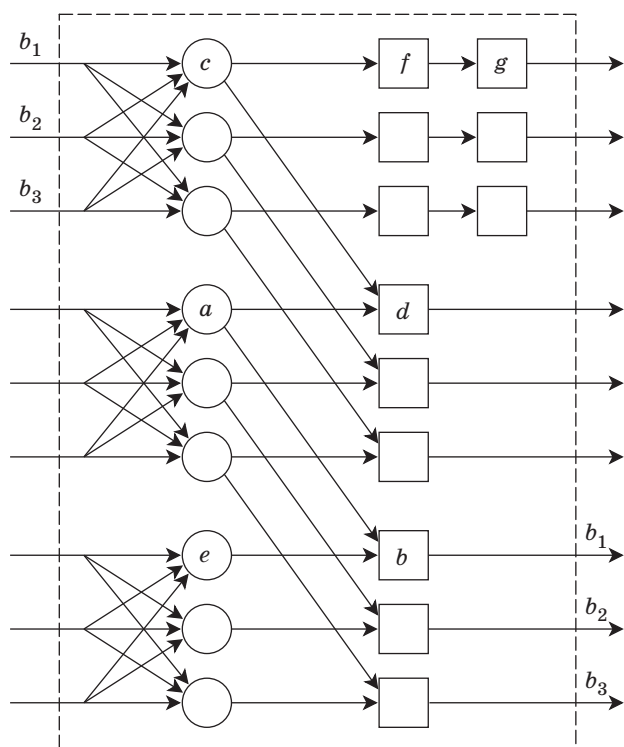
■ Рис. 2. Сеть, разбитая на ячейки

ктером приведен пример сети TMR network, где выделены TMR cells 1–6. Ячейка состоит из троек мажоритаров и троек резервированных модулей. Функция работоспособности ячейки задается как условие, что в каждой тройке модулей, входящей в ячейку, как минимум два сформируют правильное значение (т. е. будут исправны они сами и все мажоритары на их входе). В работе [5] предложен алгоритм численного расчета надежности ячейки, однако он не позволяет учесть цикличность работы элементов и процессы восстановления информации.

Отметим, что наличие мажоритара на входе некоторой группы не связано с привязкой мажоритара к входу или выходу блока. В любом случае граф, описывающий структуру устройства, можно разбить на ячейки или домены для расчета надежности. В случае размещения мажоритаров на выходах групп узлов количество мажоритаров может быть несколько меньше, однако несколько групп резервированных узлов могут попасть в одну ячейку, что усложнит расчет.

Рассмотрим пример сети, приведенный на рис. 2. В ячейке 5 выходы узлов b не являются выходами ячейки, а используются как входы мажоритаров c . Выделение групп c и d в отдельную ячейку невозможно, поскольку узлы d связаны по входу непосредственно с мажоритаром a .

Наличие у ячейки «многослойной» структуры, когда она включает мажоритары, не являю-



■ Рис. 3. Преобразованная ячейка

щиеся входными элементами ячейки, усложняет задачу анализа, так как не позволяет построить простой критерий допустимости заданной комбинации отказов.

Не изменяя структуры связей, можно рассматривать выходы узлов b как выходы ячейки, а входы узлов c — как входы ячейки. Тогда мы получим структуру, показанную на рис. 3.

С точки зрения расчета надежности узлы f и g можно рассматривать как один узел. В результате ячейка представляется «двухслойной» структурой: в первом слое стоят мажоритары, а во втором — резервированные узлы. Входы каждого узла подключены к одному или нескольким мажоритарам.

Любую ячейку, применяя описанное преобразование ко всем мажоритарам, не являющимся входными элементами, можно привести к «двухслойному» виду. Далее будем строить оценки надежности такой преобразованной ячейки.

Оценка надежности ячейки с учетом периода восстановления информации

Пусть M — множество троек узлов (modules) ячейки, $|M| = N_m$; V — множество троек мажоритаров (voters), $|V| = N_v$. К выходу каждого мажоритара подключен один или несколько узлов. Найдем функцию $out:V \rightarrow 2^M$, определяющую множество троек узлов, подключенных к выходам заданной тройки мажоритаров. Например, на рис. 2 $out(a) = \{b, d\}$.

Для построения оценки надежности ячейки с учетом процессов восстановления рассмотрим более подробно отказы в узлах и мажоритарях.

Пусть поток отказов каждого узла i и каждого мажоритара i — пуассоновский с интенсивностью λ_i и δ_i соответственно.

Пусть обновление информации в узле M_i выполняется периодически с периодом t_{Ri} . Будем рассматривать поведение ячейки на интервале времени T таким, что T кратно любому t_{Ri} , причем для $\forall i \in 1:N_v, \delta_i T \ll 1$ и $\forall i \in 1:N_m, \lambda_i T \ll 1$.

Отказы в узлах и мажоритарях по-разному влияют на работоспособность ячейки. Отказ в узле нарушает его работоспособность до конца текущего периода обновления. Ячейка (и вся система) выходит из строя, если на каком-либо периоде обновления произошел отказ в двух или более экземплярах какого-либо узла.

Сам по себе информационный отказ мажоритара не приводит к отказу ячейки, поскольку мажоритар не имеет элементов памяти, и состояние его выходов восстанавливается, как только рассасывается заряд, порожденный попаданием частицы. Однако отказ мажоритара вызывает отказ всех подключенных к нему узлов, причем отказ

в узле устраняется только с началом следующего цикла обновления соответствующего узла. Ячейка откажет, если отказы в мажоритарях (в одном или нескольких) произойдут на одном цикле обновления некоторого узла и выведут из строя хотя бы два его элемента.

Поскольку узлы имеют пуассоновский поток отказов, вероятность ровно одного отказа в элементе j за период T равна $\lambda_j T e^{-\lambda_j T} \approx \lambda_j T (1 - \lambda_j T)$.

Вероятность двух отказов равна $\frac{\lambda_j^2 T^2}{2} e^{-\lambda_j T} \approx \frac{\lambda_j^2 T^2}{2} (1 - \lambda_j T)$. Будем рассматривать разложение функции вероятности безотказной работы ячейки по степеням T до второй степени. Из приведенных выражений видно, что для этого достаточно рассмотреть случаи возникновения нуля, одного и двух отказов в элементах.

Рассмотрим вероятность исправности ячейки как сумму вероятностей трех несовместных событий, когда произошло ни одного, один и два отказа: $P(T) = S_0 + S_1 + S_2$. Случаи трех и более отказов рассматривать не будем, поскольку это величины малого порядка, и их разложение в степенной ряд имеет слагаемые со степенями T не менее трех.

Вероятность того, что не отказал ни один элемент в тройке, равна

$$e^{-3\lambda_j T} = 1 - 3\lambda_j T + \frac{9\lambda_j^2 T^2}{2} + o(T^2).$$

Для нуля отказов имеем

$$\begin{aligned} S_0 &= \prod_{j \in \mathbb{1}:N_m} \left(1 - 3\lambda_j T + \frac{9\lambda_j^2 T^2}{2} \right) \prod_{j \in \mathbb{1}:N_v} \left(1 - 3\delta_j T + \frac{9\delta_j^2 T^2}{2} \right) \approx \\ &\approx 1 - 3 \sum_{j \in \mathbb{1}:N_m} \lambda_j T + 9 \sum_{\substack{i, j \in \mathbb{1}:N_m \\ i < j}} \lambda_i \lambda_j T^2 + 9 \sum_{i \in \mathbb{1}:N_m} \frac{\lambda_i^2 T^2}{2} - \\ &\quad - 3 \sum_{j \in \mathbb{1}:N_v} \delta_j T + 9 \sum_{\substack{i, j \in \mathbb{1}:N_v \\ i < j}} \delta_i \delta_j T^2 + \\ &\quad + 9 \sum_{i \in \mathbb{1}:N_v} \frac{\delta_i^2 T^2}{2} + 9 \sum_{\substack{i \in \mathbb{1}:N_m, \\ j \in \mathbb{1}:N_v}} \lambda_i \delta_j T^2. \end{aligned}$$

При ровно одном отказе в любом элементе система остается работоспособной.

Найдем вероятность ровно одного отказа в тройке узлов j :

$$3\lambda_j T e^{-\lambda_j T} \left(e^{-\lambda_j T} \right)^2 \approx 3\lambda_j T (1 - 3\lambda_j T).$$

Тогда вероятность одного отказа узла в ячейке (и отсутствия отказов в мажоритарях)

$$\begin{aligned} S_{1M} &= \sum_{j \in \mathbb{1}:N_m} \left\{ 3(\lambda_j T - 3\lambda_j^2 T^2) \prod_{\substack{i \in \mathbb{1}:N_m \\ i \neq j}} \left[1 - 3\lambda_i T + \frac{9\lambda_i^2 T^2}{2} \right] \right\} \times \\ &\quad \times \prod_{i \in \mathbb{1}:N_v} \left[1 - 3\delta_i T + \frac{9\delta_i^2 T^2}{2} \right] \approx 3 \sum_{j \in \mathbb{1}:N_m} (\lambda_j T - 3\lambda_j^2 T^2) \times \\ &\quad \times \left[1 - 3 \sum_{\substack{i \in \mathbb{1}:N_m \\ i \neq j}} \lambda_i T + 9 \sum_{\substack{i, k \in \mathbb{1}:N_m \\ i, k \neq j, i < k}} \lambda_i \lambda_k T^2 + 9 \sum_{\substack{i \in \mathbb{1}:N_m \\ i \neq j}} \frac{\lambda_i^2 T^2}{2} \right] \times \\ &\quad \times \left(1 - 3 \sum_{i \in \mathbb{1}:N_v} \delta_i T \right) \approx 3 \sum_{j \in \mathbb{1}:N_m} \left(\lambda_j T - 3\lambda_j^2 T^2 - 3 \sum_{\substack{i \in \mathbb{1}:N_m, \\ i \neq j}} \lambda_i \lambda_j T^2 \right) \times \\ &\quad \times \left(1 - 3 \sum_{i \in \mathbb{1}:N_v} \delta_i T \right) \approx 3 \sum_{j \in \mathbb{1}:N_m} \lambda_j T - 9 \sum_{\substack{i, j \in \mathbb{1}:N_m \\ i \neq j}} \lambda_i \lambda_j T^2 - \\ &\quad - 9 \sum_{i \in \mathbb{1}:N_m} \lambda_i^2 T^2 - 9 \sum_{\substack{i \in \mathbb{1}:N_v \\ j \in \mathbb{1}:N_m}} \delta_i \lambda_j T^2. \end{aligned}$$

Аналогично вероятность одного отказа в мажоритаре

$$\begin{aligned} S_{1V} &= 3 \sum_{j \in \mathbb{1}:N_v} \delta_j T - 9 \sum_{\substack{i, j \in \mathbb{1}:N_v \\ i \neq j}} \delta_i \delta_j T^2 - \\ &\quad - 9 \sum_{i \in \mathbb{1}:N_v} \delta_i^2 T^2 - 9 \sum_{\substack{i \in \mathbb{1}:N_v \\ j \in \mathbb{1}:N_m}} \delta_i \lambda_j T^2. \end{aligned}$$

Вероятность возникновения ровно одного отказа $S_1 = S_{M1} + S_{V1}$.

Оценим теперь вероятность исправности ячейки при двух отказах:

$$S_2 = \sum_{j, k \in \mathbb{1}:N_e} P_{\text{отк}(j, k)} P_{\text{испр_отк}(j, k)} P_{\text{испр_ост}(j, k)},$$

где N_e — количество всех троек в ячейке ($N_e = N_m + N_v$); $P_{\text{отк}(j, k)}$ — вероятность возникновения по одному отказу в тройках j и k (если $j = k$ — то вероятность двух отказов в одной тройке); $P_{\text{испр_отк}(j, k)}$ — апостериорная вероятность того, что система останется исправной после двух таких отказов; $P_{\text{испр_ост}(j, k)}$ — вероятность того, что в остальных тройках отказов не будет. При разложении в ряд $P_{\text{испр_ост}(j, k)}$ по степеням T получим $1 + k_1 T + k_2 T^2 + \dots$. Поскольку мы рассматриваем разложение $P(T)$ до второй степени, данным множителем можно пренебречь, и далее он не указывается.

Будем отдельно рассматривать взаимоисключающие варианты, когда отказы возникли в различных тройках узлов, в одной тройке узлов,

в различных тройках мажоритаров, одной тройке мажоритаров, мажоритаре и узле:

$$\begin{aligned}
 S_2 &= S_{M2} + S_{M1} + S_{V2} + S_{V1} + S_{VM} \approx \\
 &\approx \sum_{j, k \in 1:N_m} P_{\text{отк}_M(j, k)} P_{\text{испр}_\text{отк}_M(j, k)} + \\
 &+ \sum_{j \in 1:N_m} P_{\text{отк}_M(j, j)} P_{\text{испр}_\text{отк}_M(j, j)} + \\
 &+ \sum_{j, k \in 1:N_v} P_{\text{отк}_V(j, k)} P_{\text{испр}_\text{отк}_V(j, k)} + \\
 &+ \sum_{j \in 1:N_m} P_{\text{отк}_V(j, j)} P_{\text{испр}_\text{отк}_V(j, j)} + \\
 &+ \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ j \in 1:N_m}} P_{\text{отк}_{V_i M_j}} P_{\text{испр}_\text{отк}_{V_i M_j}}.
 \end{aligned}$$

В отличие от приведенных ранее рассуждений здесь необходимо отдельно рассматривать узлы и мажоритары.

Для случая одного отказа в двух различных тройках узлов (система при этом всегда остается исправной)

$$\begin{aligned}
 S_{M2} &= \sum_{\substack{j, k \in N_m \\ j < k}} 3\lambda_j T e^{-3\lambda_j T} 3\lambda_k T e^{-3\lambda_k T} \cdot 1 \approx \\
 &\approx 9 \sum_{\substack{j, k \in N_m \\ j < k}} \lambda_j \lambda_k T^2.
 \end{aligned}$$

Для случая двух отказов в одной тройке узлов важно, произошли ли отказы в одном экземпляре или в разных. Если отказы произошли в одном экземпляре, система останется исправной. Если отказы произошли в разных экземплярах на одном периоде обновления, система откажет, иначе останется исправной.

Найдем вероятность двух отказов в тройке:

$P_{j \text{ разн}}$ — вероятность возникновения отказов в различных экземплярах узла;

$P_{j \text{ одинак}}$ — вероятность возникновения двух отказов в одном экземпляре узла.

Вероятность двух отказов равна

$$\begin{aligned}
 P_{j, \text{разн}} + P_{j, \text{одинак}} &= C_3^2 (\lambda_j T e^{-\lambda_j T})^2 e^{-\lambda_j T} + \\
 &+ C_3^1 \frac{\lambda_j^2 T^2}{2} e^{-3\lambda_j T} \approx \frac{9}{2} \lambda_j^2 T^2.
 \end{aligned}$$

$P_{1\text{гр}}$ — вероятность того, что два отказа произойдут в одном экземпляре при условии, что сбой произошли, равна 1/3;

$P_{2\text{гр}}$ — вероятность того, что два отказа произойдут в разных экземплярах при условии, что сбой произошли, равна 2/3;

$P_{\text{испр}_{1\text{гр}}}$ — вероятность того, что система останется исправной при условии, что два отказа произойдут в одном экземпляре, равна 1;

$P_{\text{испр}_{2\text{гр}}}$ — вероятность того, что система останется исправной при условии, что два отказа произойдут в разных экземплярах, равна вероятности того, что отказы не произойдут на одном цикле обновления, и составит $1 - \frac{t_{Rj}}{T}$.

$$\begin{aligned}
 S_{M1} &= \sum_{j \in 1:N_m} (P_{j, \text{разн}} + P_{j, \text{одинак}}) \times \\
 &\times (P_{1\text{гр}} P_{\text{испр}_{1\text{гр}}} + P_{2\text{гр}} P_{\text{испр}_{2\text{гр}}});
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{M1} &= \sum_{j \in 1:N_m} \frac{9}{2} \lambda_j^2 T^2 \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \left(1 - \frac{t_{Rj}}{T} \right) \right) = \\
 &= \frac{9}{2} \sum_{j \in 1:N_m} \lambda_j^2 T^2 - 3 \sum_{j \in 1:N_m} \lambda_j^2 t_{Rj} T.
 \end{aligned}$$

Вероятность отказа в двух различных мажоритарях j и k составляет $9\delta_j \delta_k T^2$.

Система откажет, если отказы произойдут на одном цикле обновления хотя бы для одного узла, подключенного к обоим мажоритарам, причем отказы произойдут в разных элементах тройки:

$$S_{V2} = \sum_{j, k \in 1:N_v} 9\delta_j \delta_k T^2 \cdot P_{\text{испр}_\text{отк}_V(j, k)}.$$

Можно показать, что вероятность появления отказов на одном цикле обновления составляет

$$\frac{K \cdot t_{R_{\max(j, k)}}}{T},$$

где $1 \leq K \leq 2$, а $t_{R_{\max(j, k)}} = \max\{t_{Ri} \mid i \in \text{out}(j) \cap \text{out}(k)\}$.

При кратных периодах обновления в узлах $K = 1$.

Если два мажоритара, в которых произошли отказы, не имеют общих выходных узлов, такое событие не может вызвать отказа ячейки. Учтем этот случай, определив $t_{R_{\max(j, k)}} = 0$ при $\text{out}(j) \cap \text{out}(k) = \emptyset$.

Вероятность появления отказов в разных элементах при условии, что отказы возникли, составляет 2/3. Тогда вероятность исправности ячейки при двух отказах в различных тройках мажоритаров

$$\begin{aligned}
 S_{V2} &= \sum_{j, k \in 1:N_v} 9\delta_j \delta_k T^2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{K_{jk} \cdot t_{R_{\max(j, k)}}}{T} \right) = \\
 &= 9 \sum_{j, k \in 1:N_v} \delta_j \delta_k T^2 - 6 \sum_{j, k \in 1:N_v} \delta_j \delta_k K_{jk} \cdot t_{R_{\max(j, k)}} T.
 \end{aligned}$$

Вероятность возникновения двух сбоев в тройке мажоритаров j составляет $\frac{9}{2} \delta_j^2 T^2$. Аналогично предыдущему случаю, система откажет, если отказы произойдут на одном цикле обновления хотя бы для одного узла, подключенного к мажоритарам.

ритару, причем отказы произойдут в разных элементах тройки:

$$\begin{aligned} S_{V1} &= \sum_{j \in 1:N_v} \frac{9}{2} \delta_j^2 T^2 \cdot P_{\text{испр_отк_}V(j)} = \\ &= \sum_{j \in 1:N_v} \frac{9}{2} \delta_j^2 T^2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{K_j \cdot t_{R_max(j)}}{T} \right) = \\ &= \frac{9}{2} \sum_{j \in 1:N_v} \delta_j^2 T^2 - 3 \sum_{j \in 1:N_v} \delta_j^2 K_j \cdot t_{R_max(j)} T, \\ t_{R_max(j)} &= \max\{t_{Ri} \mid i \in \text{out}(j)\}. \end{aligned}$$

Осталось рассмотреть случай, когда возникает один сбой в мажоритаре и один в узле. Система откажет, если узел подключен к данному мажоритару и если отказы произойдут на одном цикле обновления, причем в разных элементах.

Определим $L(i, k)$ следующим образом:

$$L(i, k) = \begin{cases} 1, & k \in \text{out}(i) \\ 0, & k \notin \text{out}(i) \end{cases}$$

Вероятность возникновения двух отказов в мажоритаре i и узле j

$$P_{\text{отк_}V_i M_j} = 3\delta_i T e^{-3\delta_i T} 3\lambda_k T e^{-3\lambda_k T}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} S_{VM} &= \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ j \in 1:N_m}} P_{\text{отк_}V_i M_j} P_{\text{испр_отк_}V_i M_j} = \\ &= \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ k \in 1:N_m}} \left(3\delta_i T e^{-3\delta_i T} 3\lambda_k T e^{-3\lambda_k T} \left(1 - L(i, k) \cdot \frac{2}{3} \frac{t_{Ri}}{T} \right) \right) = \\ &= 9 \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ k \in 1:N_m}} \delta_i \lambda_k T^2 - 6 \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ k \in 1:N_m}} L(i, k) \cdot \delta_i \lambda_k t_{Rk} T = \\ &= 9 \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ k \in 1:N_m}} \delta_i \lambda_k T^2 - 6 \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ j \in \text{out}(i)}} \delta_i \lambda_j t_{Rj} T; \\ S_2 &= 9 \sum_{\substack{j, k \in N_m \\ j < k}} \lambda_j \lambda_k T^2 + \frac{9}{2} \sum_{j \in 1:N_m} \lambda_j^2 T^2 - 3 \sum_{j \in 1:N_m} \lambda_j^2 t_{Rj} T + \\ &+ 9 \sum_{j, k \in 1:N_v} \delta_j \delta_k T^2 - 6 \sum_{j, k \in 1:N_v} \delta_j \delta_k K_{jk} \cdot t_{R_max(j, k)} T + \\ &+ \frac{9}{2} \sum_{j \in 1:N_v} \delta_j^2 T^2 - 3 \sum_{j \in 1:N_v} \delta_j^2 K_j \cdot t_{R_max(j)} T + \\ &+ 9 \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ k \in 1:N_m}} \delta_i \lambda_k T^2 - 6 \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ j \in \text{out}(i)}} \delta_i \lambda_j t_{Rj} T. \end{aligned}$$

Построим теперь выражение для $P(T)$, суммируя выражения, полученные для S_0, S_1, S_2 , и выполняя сокращения слагаемых:

$$\begin{aligned} P(T) &= S_0 + S_1 + S_2 = \\ &= 1 - 3 \sum_{j \in 1:N_m} \lambda_j^2 t_{Rj} T - 6 \sum_{j, k \in 1:N_v} \delta_j \delta_k K_{jk} \cdot t_{R_max(j, k)} T - \\ &- 3 \sum_{j \in 1:N_v} \delta_j^2 K_j \cdot t_{R_max(j)} T - 6 \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ j \in \text{out}(i)}} \delta_i \lambda_j t_{Rj} T. \end{aligned}$$

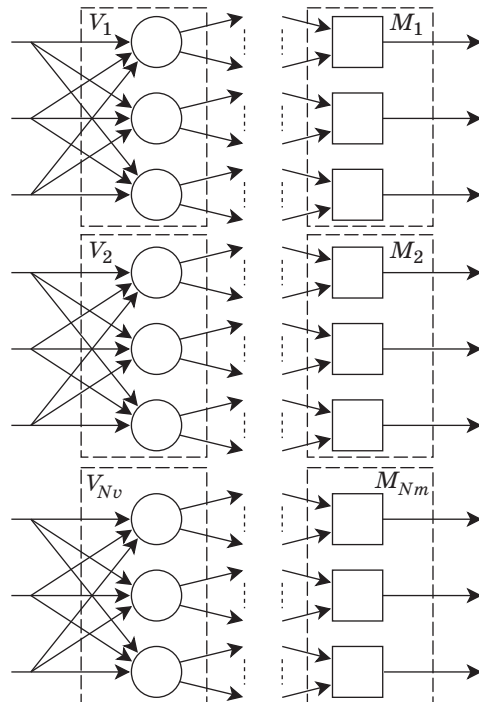
Получим теперь оценку вероятности исправного состояния системы через время T_M после старта. Пусть $T_M = NT$. Тогда $P(T_M) = P(T)^N = e^{\ln(P(T))N} \approx e^{(1-P(T))\frac{T_M}{T}}$.

Подставляя $P(T)$, получаем, что $P(T_M) \approx e^{-\lambda_s T_M}$, где

$$\begin{aligned} \lambda_s &= 3 \sum_{j \in 1:N_m} \lambda_j^2 t_{Rj} + 3 \sum_{j \in 1:N_v} \delta_j^2 K_j \cdot t_{R_max(j)} + \\ &+ 6 \sum_{j, k \in 1:N_v} \delta_j \delta_k K_{jk} \cdot t_{R_max(j, k)} + 6 \sum_{\substack{i \in 1:N_v \\ j \in \text{out}(i)}} \delta_i \lambda_j t_{Rj}. \end{aligned}$$

Таким образом, для произвольной ячейки с «двухслойной» структурой, показанной на рис. 4, получена оценка вероятности безотказной работы с учетом процессов восстановления информации в узлах. Из полученного выражения видно, что суммарная интенсивность потока отказов ячейки линейно зависит от периода восстановления информации.

Поскольку отказы в ячейках независимы, вероятность исправности системы составит $P_{\text{sys}}(T_M) = \prod_{i \in 1:N_{\text{cell}}} P_i(T_M)$, где P_i — вероятность исправности



■ Рис. 4. Двухслойная структура ячейки

сти i -й ячейки. Периоды восстановления узлов различных ячеек могут быть разными.

Заключение

Предложенный метод расчета надежности устройств учитывает периодичность процессов в резервированных узлах, а также структуру информационных связей, расположение и параметры надежности мажоритаров. Учет влияния мажоритаров на надежность устройства особенно важен при резервировании на уровне отдельных регистров или операционных узлов, когда сложность мажоритаров сравнима со сложностью ре-

зервируемого узла, а количество мажоритаров велико. Метод может быть обобщен на узлы, защищенные не троированием, а помехоустойчивым кодированием информации.

Полученные результаты позволяют не только рассчитывать надежность, но и решать задачи синтеза. Можно планировать распределение «ненадежности» по узлам с учетом их уязвимости к внешним воздействиям и рассчитывать необходимые периоды восстановления. Это позволяет разработать методику проектирования устройств с учетом требований ко всем трем показателям: надежности, сложности реализации и быстродействию.

Литература

1. Глухих М. И., Максименко С. Л., Мелехин В. Ф., Филиппов А. С. Организация и проектирование высоконадежных вычислительных систем // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2011. № 6.1(138). С. 54–61.
2. Максименко С. Л., Мелехин В. Ф., Филиппов А. С. Анализ проблемы построения радиационно-стойких информационно-управляющих систем // Информационно-управляющие системы. 2012. № 2. С. 18–25.
3. Максименко С. Л., Мелехин В. Ф. Анализ надежности функциональных узлов цифровых СБИС со структурным резервированием и периодическим восстановлением работоспособного состояния // Информационно-управляющие системы. 2013. № 2. С. 18–23.
4. Глухих М. И. Разработка методов синтеза информационно-управляющих систем специального назначения со структурным резервированием: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — СПб.: СПбГПУ, 2006. — 29 с.
5. Jacob A. Abraham, Daniel P. Siewiorek. An Algorithm for the Accurate Reliability Evaluation of Triple Modular Redundancy Networks // IEEE Transactions on Computers. 1974. Vol. C-23. N 7. P. 682–692.