УДК 681.51

СИНТЕЗ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Л. И. Чубраева[а], *член-корр. РАН, доктор техн. наук, профессор*
А. В. Шишлаков[б], *инженер-программист*
[а]*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, РФ*
[б]*ОАО «Концерн «НПО «Аврора», Санкт-Петербург, РФ*

Постановка проблемы: *рассматривается решение задачи синтеза параметров регуляторов электромеханических систем автоматического управления при аналитической аппроксимации характеристик нелинейных элементов. В качестве математического аппарата решения применяется обращение прямого вариационного метода анализа — обобщенного метода Галеркина.* ***Результаты:*** *получены рекуррентные аналитические соотношения вида «вход-выход», определяющие интегралы Галеркина для нелинейных характеристик, аппроксимированных аналитически, при экспоненциальных процессах на их входах. Применение соотношений позволило полностью алгебраизировать решение задачи синтеза непрерывных систем автоматического управления с данным видом аппроксимации нелинейных характеристик.* ***Практическая значимость:*** *обобщенный метод Галеркина распространен на новый класс объектов управления с нелинейными характеристиками, аппроксимированными аналитически. Показано преимущество данного способа аппроксимации нелинейностей для электромеханических и электроэнергетических устройств, исключающее необходимость определять точки переключения нелинейных характеристик при работе алгоритма.*

Ключевые слова *— аналитическая аппроксимация, нелинейные характеристики, обобщенный метод Галеркина.*

Введение

При решении задачи синтеза нелинейных систем автоматического управления (САУ), в том числе электромеханических и электроэнергетических, не всегда целесообразно использовать кусочно-линейную аппроксимацию, поскольку адекватность данного вида аппроксимации в случае гладких нелинейных характеристик связана с двумя обстоятельствами:

1) допустимостью данного вида аппроксимации для реальной характеристики;

2) ограничением числа участков аппроксимации кусочно-линейной характеристики, определяющим точность интегрирования вычислительной модели или используемый метод синтеза системы.

Электромеханические и электроэнергетические устройства, как правило, имеют гладкие нелинейные статические характеристики, а применимость кусочно-линейной аппроксимации к гладким нелинейным характеристикам связана как с физикой процесса функционирования исследуемой системы, так и с видом нелинейной характеристики. Теоретически любую характеристику можно аппроксимировать кусочно-линейными участками, однако с точки зрения функционирования системы подобная модель может оказаться не адекватной реальной САУ.

Для решения задачи синтеза нелинейных САУ произвольной структуры и порядка при кусочно-линейной аппроксимации нелинейных характеристик хорошо зарекомендовал себя метод, математическую основу которого составляет обращение на решение задачи синтеза одного из прямых вариационных методов анализа — обобщенного метода Галеркина [1–6]. Его применение дает возможность с единых математических, методологических и алгоритмических позиций решать задачу синтеза параметров регулятора по заданным показателям качества работы САУ в переходном режиме для широкого класса линейных и нелинейных систем управления: непрерывных, импульсных (различными видами модуляции сигнала), дискретных (с несколькими импульсными элементами, работающими как синхронно, так и не синхронно, с одной и несколькими частотами прерывания), дискретно-непрерывных, в том числе со звеньями чистого запаздывания. Метод позволяет решать задачу параметрического синтеза САУ указанных классов при минимальных вычислительных затратах, что достигается путем алгебраизации решения задачи и сведения ее к задаче нелинейного программирования с целевой функцией, построенной на основе уравнений Галеркина.

С помощью данного метода были решены задачи параметрического синтеза:

— одномерных линейных и нелинейных систем управления приводами наведения перископического зеркала большого наземного радиотелескопа РТ-70 (динамика САУ описывается дифференциальным уравнением 10-го порядка) [1, 2];

— одномерной линейной САУ с амплитудно-импульсной модуляцией большой наземной антенной установкой (уравнение движения САУ 17-го порядка) [1, 2];

— регуляторов как непрерывных, так и импульсных многорежимных систем управления торможением колес тяжелых самолетов Ил-86, Ил-96-300 (уравнения, описывающие модель торможения, 10–15-го порядка) [1–3].

Поэтому целесообразно распространить данный подход на решение задачи синтеза нелинейных САУ при аналитической аппроксимации нелинейных характеристик.

Постановка задачи синтеза и общая схема ее решения

Задача синтеза САУ, содержащих аналитически аппроксимированные нелинейные характеристики, рассматривается в следующей постановке: параметры регулятора при известной структуре определяются из условия приближенного обеспечения заданных показателей качества работы САУ при ее переходе из одного установившегося состояния в другое при гарантии абсолютной устойчивости и грубости системы по варьируемым параметрам.

Задача синтеза САУ, как любой технической системы, решается при ограничениях, которые накладываются на значения варьируемых параметров из условия их технической реализуемости:

$$c_k^- \le c_k \le c_k^+, \quad k = 1, 2, \ldots, m, \tag{1}$$

где c_k^-, c_k^+ — минимально и максимально допустимые значения варьируемых параметров.

Ограничения на грубость системы по варьируемым параметрам имеют вид

$$\Delta = \frac{\delta c_k}{c_k} \le \Delta^0, \tag{2}$$

где δc_k — вариации параметров, в пределах которых обеспечивается устойчивость системы; Δ^0 — заданное значение грубости системы.

Для определенности задачу синтеза рассмотрим при внешнем скачкообразном входном воздействии $f(t) = H1(t)$ и нулевых начальных условиях для момента времени $t = -0$, т. е. до приложения к системе воздействия амплитудой H:

$$x_{-0} = 0;\ \dot{x}_{-0} = 0;\ \ddot{x}_{-0} = 0, \ldots, x_{-0}^{(n-1)} = 0. \tag{3}$$

При синтезированных параметрах система должна быть устойчива, поэтому

$$x(\infty) = H;\ \dot{x}(\infty) = 0;\ \ddot{x}(\infty) = 0, \ldots, x^{(n-1)} = 0. \tag{4}$$

Выбираем систему из m непрерывно дифференцируемых линейно-независимых координатных функций

$$\varphi_1(t), \varphi_2(t), \ldots, \varphi_q(t), \ldots, \varphi_m(t). \tag{5}$$

В соответствии с требуемыми показателями качества работы синтезируемой системы управления в переходном режиме зададимся желаемым программным движением в виде

$$x^0(t) = \Omega_0(t) + \sum_{i=1}^{l} a_i \Omega_i(t), \quad i = 1, 2, \ldots, l, \tag{6}$$

где $\Omega_0(t) = \omega_0(t)1(t)$ — функция, удовлетворяющая заданным граничным [начальным (3) и конечным (4)] условиям; $\Omega_i(t) = \omega_i(t)1(t)$ — функции, удовлетворяющие однородным граничным условиям; a_i — известные коэффициенты.

Динамика непрерывной САУ, содержащей один нелинейный элемент с однозначной статической характеристикой, описывается дифференциальным уравнением вида

$$\begin{gathered} Q(c_k, D)x(t) + R(c_k, D)y(t) = S(c_k, D)f(t), \\ y(t) = F[x(t)], \end{gathered} \tag{7}$$

где $x(t)$ — исследуемая координата на входе нелинейного элемента, относительно которой записано уравнение движения синтезируемой САУ; $f(t)$ — внешнее входное воздействие; $y(t) = F[x(t)]$ — нелинейные функции;

$$Q(c_k, D) = \sum_{i=0}^{n} a_i(c_k)D^i;\ R(c_k, D) = \sum_{i=0}^{u} b_i(c_k)D^i;$$

$$S(c_k, D) = \sum_{i=0}^{v} e_i(c_k)D^i$$

— полиномы оператора обобщенного дифференцирования D с вещественными постоянными коэффициентами степеней n, u, v соответственно.

Необходимо отметить, что запись уравнения движения относительно координаты входа нелинейного звена, которая впервые была предложена И. А. Орурком, дает несомненные преимущества при реализации метода синтеза систем на основе обобщенного метода Галеркина. Это связано с упрощением процедуры определения соотношений вида «вход-выход» интегралов Галеркина, что подробно показано в работах [1, 2].

Поставим желаемое программное движение (6) в уравнение движения системы (7) и образуем невязку

$$\begin{gathered} \psi(c_k, t) = Q(c_k, D)x^0(t) + \\ + R(c_k, D)F[x^0(t)] - S(c_k, D)f(t). \end{gathered} \tag{8}$$

Если предположить, что система с синтезированными параметрами заведомо устойчива, то значения искомых параметров определяются из условия ортогональности невязки (8) координатным функциям $\varphi_q(t)$:

$$\int_0^\infty \psi(c_k,t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t = 0, \quad k,q = 1,2,\ldots,m, \tag{9}$$

что приводит к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty Q(c_k,D)x^0(t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t + \\ &+\int_0^\infty R(c_k,D)F[x^0(t)]\varphi_q(t)\mathrm{d}t - \\ &-\int_0^\infty S(c_k,D)f(t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t = 0, \\ &k,q = 1,2,\ldots,m.\end{aligned} \tag{10}$$

После определения интегралов Галеркина система (10) будет иметь вид

$$\sum_{i=0}^{n} a_i(c_k)A_{qi} + \sum_{i=0}^{u} b_i(c_k)B_{qi} - \sum_{i=0}^{v} e_i(c_k)C_{qi} = 0, \quad q = 1,2,\ldots,m, \tag{11}$$

где

$$\begin{aligned}A_{qi} &= \int_0^\infty D^i\left\{x^0(t)\right\}e^{-\rho_q t}\mathrm{d}t, \quad i = 0,1,\ldots,n;\\ B_{qi} &= \int_0^\infty D^i\left\{F[x^0(t)]\right\}e^{-\rho_q t}\mathrm{d}t, \quad i = 0,1,\ldots,u;\\ C_{qi} &= \int_0^\infty D^i\left\{f(t)\right\}e^{-\rho_q t}\mathrm{d}t, \quad i = 0,1,\ldots,v.\end{aligned} \tag{12}$$

Решая систему из m алгебраических уравнений (11), определяем значения варьируемых параметров оператора управления. Однако задача синтеза решается при ограничениях на значения искомых параметров, наложенных исходя из возможности их технической реализации; ограничениях на устойчивость и грубость САУ с синтезированными параметрами, а также, как правило, имеет место нелинейная зависимость между варьируемыми параметрами. Поэтому строго равенство (9) выполняться не будет, в силу чего задача синтеза параметров обобщенным методом Галеркина в вычислительном плане представляет собой задачу нелинейного программирования с целевой функцией, построенной на основе уравнений (10) и имеющей вид

$$J = \sum_{q=1}^{m}\left\{\int_0^\infty \psi(c_k,t)\varphi_q(t)\mathrm{d}t\right\}^2, \quad \min_{c_k} J \to 0, \tag{13}$$

оптимум которой определяется при ограничениях, отмеченных выше, путем использования известных методов поиска экстремума функционала [7, 8].

Задание программного движения и координатных функций

Для электромеханических и электроэнергетических систем и комплексов характерным является экспоненциальное движение, поэтому в соответствии с рекомендациями по аппроксимации движения систем [2], описываемых дифференциальными уравнениями высокого порядка основными составляющими, зададим желаемый процесс в виде

$$x^0(t) = \left(x_y + H^* e^{-\alpha t}\right)1(t), \tag{14}$$

где x_y — значение желаемого процесса $x^0(t)$ при $t = \infty$; $H^* = x_0 - x_y$; x_0 — начальное значение желаемого процесса в момент времени $t = +0$, а показатель затухания процесса α определяется исходя из соотношения

$$\alpha = \frac{3 \div 4}{T_{\text{п.п}}},$$

где $T_{\text{п.п}}$ — время переходного процесса.

Систему из m непрерывно дифференцируемых линейно-независимых координатных функций выбираем в виде ряда вещественных экспонент [1–8], представляющих собой полную систему функций

$$e^{-\rho_1 t}, e^{-\rho_2 t}, \ldots, e^{-\rho_q t}, \ldots, e^{-\rho_m t}, \; q = 1,2,\ldots,m.$$

Опыт проектирования САУ показывает, что для наилучшего приближения желаемого программного движения $x^0(t)$ к реальному процессу, протекающему в системе с синтезированными параметрами, коэффициент затухания ρ_1 координатных функций целесообразно выбрать в виде $\rho_1 = \alpha$.

Остальные коэффициенты затухания ряда ρ_{m-1} следует выбрать в виде геометрической прогрессии (со знаменателем прогрессии $r = 2$), т. е.

$$\rho_q = \rho_1 r^{q-1} = \rho_1 2^{q-1}, \quad q = 1,2,\ldots,m,$$

что обеспечивает меньшее время затухания каждой из $m - 1$ экспонент по сравнению со временем затухания первой координатной функции.

Аппроксимация нелинейных характеристик

Если при решении задачи синтеза САУ обобщенным методом Галеркина используется кусочно-линейная аппроксимация нелинейных характеристик, то алгоритм программного комплекса, реализующего данный подход, имеет в своем составе модуль, определяющий точки переключения нелинейной характеристики для процесса заданного вида на ее входе. В процессе работы данного модуля формируется массив данных о значениях моментов переключения (переход с одного линейного участка на другой) для любой типовой кусочно-линейной характеристики. Причем значения моментов переключения можно определить с точностью до половины величины приращения координаты времени, т. е. наибольшее значение погрешности будет составлять $\delta = \frac{\Delta t}{2}$. Погрешность в определении моментов переключения нелинейных характеристик [2], особенно если число переключений велико, приводит к снижению точности в вычислении интеграла B_{qi}, а следовательно, и результатов, получаемых при синтезе параметров регулятора САУ.

Несомненное достоинство аналитической аппроксимации нелинейных характеристик, которую целесообразно использовать для различных электромеханических и электроэнергетических устройств (асинхронных и синхронных электрических машин (при асинхронном пуске) и т. д.), состоит в том, что для подобных характеристик и монотонных процессов на их входах точки переключения будут отсутствовать. Это не только повысит точность определения значений варьируемых параметров, но и ускорит работу программного комплекса.

Широко используемая в электротехнике аналитическая, в частности полиномиальная, аппроксимация статических экспериментально полученных характеристик элементов и устройств в теории автоматического управления не нашла широкого применения. Для синтеза нелинейных САУ был разработан метод гармонического баланса (гармонической линеаризации), дающий возможность рассматривать нелинейные САУ в виде гармонически линеаризованных. Несмотря на очевидные, достаточно приближенные допущения, связанные, прежде всего, с тем, что эквивалентное прохождение первой гармоники разложения сигнала произвольной формы в ряд Фурье далеко не в полной мере дает возможность учитывать влияние нелинейных характеристик на динамические свойства САУ в целом, данный подход был вполне пригоден для инженерных расчетов. Совершенно очевидно, что широкое применение метода гармонического баланса для нелинейных САУ сопряжено, преимущественно, с тем, что данный подход позволил получить для инженерных расчетов практический результат, с использованием которого были реализованы проекты по построению САУ различной степени сложности. Кроме того, требовалась реализация соответствующих уровню научно-технического прогресса (в определенной степени опережающего теоретическую базу) технических задач при отсутствии достаточной вычислительной мощности.

Таким образом, решение любой поставленной задачи, связанной с синтезом и исследованием динамических свойств нелинейной САУ, требует необходимого и достаточного времени (которое всегда ограничено).

Как было отмечено выше, аналитическая аппроксимация экспериментальных нелинейных статических характеристик широко применяется в электротехнике, поэтому распространение данного подхода к САУ кажется целесообразным.

В этом случае статическая характеристика нелинейного звена представляется в виде конечной комбинации аналитических функций, например вида

$$F[x(t)] = \sum_{g=0}^{l} z_g (x(t))^g, \quad g = 0, 1, \ldots, l,$$

где z_g — вещественные постоянные коэффициенты, значения которых определяются, как показано, в частности, в работе [9].

Определение интегралов Галеркина

Алгебраизация решения задачи синтеза САУ обобщенным методом Галеркина достигается тем, что в функционале (13), построенном на основе уравнения (11), используются рекуррентные аналитические соотношения (12), определяющие интегралы Галеркина.

Соотношения C_{qi} для различных видов внешних входных воздействий были определены ранее [1, 2] и для внешнего скачкообразного входного воздействия имеют вид

$$C_{qi} = \int_0^{\infty} D^i \{H1(t)\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t = C_q \rho_q^{i-1},$$
$$i = 1, 2, \ldots, v, \quad q = 1, 2, \ldots, m,$$

где $C_q = H$.

Интеграл A_{qi} был получен [1, 2] для колебательного затухающего процесса, от которого легко перейти к желаемому программному движению вида (14)

$$A_{qi} = \int_0^{\infty} D^i \left\{(x_y + H^* e^{-\alpha t})1(t)\right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t = A_q \rho_q^{i-1},$$
$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

где

$$A_q = x_y + \frac{H^* \rho_q}{\alpha + \rho_q}, \quad q = 1, 2, \ldots, m.$$

Таким образом, для решения задачи синтеза САУ с аналитической аппроксимацией нелинейной характеристики требуется вычислить интеграл

$$B_{qi} = \int_0^\infty D^i \left\{ F[x^0(t)] \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t =$$
$$= \int_0^\infty D^i \left\{ \sum_{g=0}^{l} z_g (x^0(t))^g 1(t) \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t,$$
$$i = 0, 1, \ldots, u, \qquad (15)$$

который по виду соответствует аналитическому представлению эквивалентных преобразований нелинейных характеристик [1] применительно к кусочно-линейным элементам

$$F[x^0(t)] = \sum_{g=1}^{l} F_g[x^0(t)],$$

где $F_g[x^0(t)]$ — типовые кусочно-линейные элементы, алгебраическая сумма характеристик которых дает возможность синтезировать обобщенным методом Галеркина кусочно-линейные САУ с характеристиками, отличными от типовых.

Таким образом, соотношение

$$F[x^0(t)] = \sum_{g=0}^{l} z_g (x^0(t))^g, \quad g = 0, 1, \ldots, l \qquad (16)$$

представляет собой распространение принципа эквивалентных преобразований на нелинейные характеристики при их аналитической аппроксимации, что существенно упрощает вычисление интеграла (15).

Для вычисления интеграла (15) необходимо определять обобщенную производную i-го порядка от непрерывной функции $x^0(t)$:

$$D^i \left\{ F[x(t)] 1(t) \right\} = F[x(t)]^{(i)} 1(t) 1(t) +$$
$$+ F[x(0)]^{(i-1)} \delta(t) + \ldots + F[x(0)] \delta^{(i-1)}(t),$$

а также использовать фильтрующее свойство δ-функции, существующей в момент времени $t = 0$:

$$\int_0^\infty f(t) \delta^{(k)}(t) \mathrm{d}t = (-1)^k f^{(k)}(0), \quad k = 0, 1, \ldots .$$

В результате проведенных вычислений для процесса

$$x^0(t) = x_0 e^{-\alpha t} 1(t),$$

соответствующего записи уравнения движения системы относительно сигнала ошибки, действующего на входе нелинейного элемента, получаем

$$B_{qi} = \int_0^\infty D^i \left\{ \sum_{g=0}^{l} z_g [x_0 e^{-\alpha t}]^g 1(t) \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t = B_{qg} \rho_q^{i-1},$$
$$i = 1, 2, \ldots, u, \quad q = 1, 2, \ldots, m, \quad g = 1, 2, \ldots, l. \qquad (17)$$

где $B_{qg} = \sum_{g=0}^{l} \frac{z_g x_0^g \rho_q}{g\alpha + \rho_q}, \quad g = 1, 2, \ldots, l.$

Сложнее обстоит дело с вычислением интеграла Галеркина, если в случае записи на входе нелинейного элемента будет процесс

$$x^0(t) = x_y (1 - e^{-\alpha t}) 1(t). \qquad (18)$$

Тогда интеграл будет иметь вид

$$B_{qi} = \int_0^\infty D^i \left\{ \sum_{g=0}^{l} z_g [x_y (1 - e^{-\alpha t})]^g 1(t) \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t =$$
$$= \int_0^\infty D^i \left\{ z_0 1(t) \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t \ +$$
$$+ \sum_{g=1}^{l} z_g \int_0^\infty D^i \left\{ [x_y (1 - e^{-\alpha t})]^g 1(t) \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t,$$
$$i = 0, 1, \ldots, u, \quad q = 1, 2, \ldots, m, \quad g = 1, 2, \ldots, l. \qquad (19)$$

Первый интеграл суммы (17) аналогичен C_{qi} и равен

$$\int_0^\infty D^i \left\{ z_0 1(t) \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t \ = z_0 \rho_q^{i-1},$$
$$i = 0, 1, \ldots, u, \quad q = 1, 2, \ldots, m. \qquad (20)$$

Рассмотрим вычисление второго интеграла суммы (17) для различных значений g:

— при $g = 1$

$$z_1 \int_0^\infty D^i \left\{ [x_y (1 - e^{-\alpha t}) 1(t)] \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t =$$
$$= z_1 \left[\frac{x_y \alpha}{(\alpha + \rho_q)} \right] \rho_q^{i-1},$$
$$i = 0, 1, \ldots, u, \quad q = 1, 2, \ldots, m;$$

— при $g = 2$

$$z_2 \int_0^\infty D^i \left\{ [x_y (1 - e^{-\alpha t}) 1(t)]^2 \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t =$$
$$= z_2 \left[\frac{2 x_y^2 \alpha^2}{(\alpha + \rho_q)(2\alpha + \rho_q)} \right] \rho_q^{i-1},$$
$$i = 0, 1, \ldots, u, \quad q = 1, 2, \ldots, m;$$

— при $g = 3$

$$z_3 \int_0^\infty D^i \left\{ [x_y (1 - e^{-\alpha t}) 1(t)]^3 \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t =$$
$$= z_3 \left[\frac{6 x_y^3 \alpha^3}{(\alpha + \rho_q)(2\alpha + \rho_q)(3\alpha + \rho_q)} \right] \rho_q^{i-1},$$
$$i = 0, 1, \ldots, u, \quad q = 1, 2, \ldots, m;$$

— при $g = 4$

$$z_4 \int_0^\infty D^i \left\{ [x_y (1 - e^{-\alpha t}) 1(t)]^4 \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t =$$

$$= z_4 \left[\frac{24 x_y^4 \alpha^4}{(\alpha + \rho_q)(2\alpha + \rho_q)(3\alpha + \rho_q)(4\alpha + \rho_q)} \right] \rho_q^{i-1},$$

$$i = 0, 1, \ldots, u, \quad q = 1, 2, \ldots, m.$$

Обобщая приведенные соотношения, с учетом (20) получаем рекуррентное выражение, определяющее интеграл Галеркина для нелинейной характеристики вида (16) при сигнале на входе нелинейности (18):

$$B_{qi} = \int_0^\infty D^i \left\{ z_0 1(t) + \sum_{g=1}^{l} z_g \left[x_y (1 - e^{-\alpha t}) \right]^g 1(t) \right\} e^{-\rho_q t} \mathrm{d}t =$$

$$= B_{qg} \rho_q^{i-1},$$

$$i = 0, 1, \ldots, u, \quad q = 1, 2, \ldots, m, \quad g = 1, 2, \ldots, l, \qquad (21)$$

где

$$B_{qg} = z_0 + \sum_{g=1}^{l} \frac{z_g (x_y \alpha)^g g!}{\prod_{k=1}^{g} (g\alpha + \rho_q)},$$

$$g = 1,\ 2,\ \ldots,\ l, \quad k = 1,\ 2,\ \ldots,\ g.$$

Таким образом, полученные рекуррентные соотношения (17), (21) дают возможность полностью алгебраизировать решение задачи синтеза параметров регуляторов нелинейных непрерывных САУ, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями произвольно высокого порядка и содержащих нелинейные элементы, характеристику которых целесообразно аппроксимировать аналитически.

Заключение

В ходе решения поставленной задачи обобщенный метод Галеркина был распространен на решение задачи синтеза непрерывных САУ при аналитической аппроксимации нелинейных характеристик. Показаны преимущества аналитической аппроксимации перед кусочно-линейной при использовании синтеза параметров регулятора обобщенного метода Галеркина в качестве математического аппарата. Получены рекуррентные выражения вида «вход-выход» для аналитической аппроксимации нелинейностей при монотонных процессах на их входах.

Литература

1. **Шишлаков В. Ф.** Синтез нелинейных САУ с различными видами модуляции: монография/ СПбГУАП. — СПб., 1999. — 268 с.
2. **Никитин А. В., Шишлаков В. Ф.** Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления: монография / под ред. В. Ф. Шишлакова; СПбГУАП. — СПб., 2003. — 358 с.
3. **Никитин А. В., Шишлаков В. Ф.** Параметрический синтез системы автоматического управления торможением колес транспортного средства // Изв. вузов. Приборостроение. 2004. № 5. С. 24–29.
4. **Шишлаков В. Ф., Шишлаков Д. В.** Параметрический синтез многосвязных систем автоматического управления обобщенным методом Галеркина // Информационно-управляющие системы. 2006. № 3. С. 51–62.
5. **Шишлаков В. Ф., Шишлаков Д. В.** Параметрический синтез многосвязных систем автоматического управления во временной области //Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2006. № 12. С. 49–54.
6. **Цветков С. А., Шишлаков В. Ф., Шишлаков Д. В.** Синтез многосвязных систем автоматического управления во временной области // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. № 12. С. 13–17.
7. **Анализ** и оптимальный синтез на ЭВМ систем управления / под ред. А. А. Воронова и И. А. Орурка. — М.: Наука, 1984. — 340 с.
8. **Алгоритмы** динамического синтеза нелинейных автоматических систем / под ред. А. А. Воронова и И. А. Орурка. — СПб.: Энергоатомиздат, 1992. — 334 с.
9. **Львовский Е. Н.** Статистические методы построения эмпирических формул: учеб. пособие для втузов. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1988. — 239 с.

UDK 681.51

Synthesis of Electromechanical Automatic Control Systems Using an Analytical Approximation of Nonlinear Component Characteristics

Chubraeva L. I.[a], Corr. Member of RAS, Dr. Sc., Tech., Professor, kaf_32@aanet.ru
Shyshlakov A. V.[b], Programmer Engineer, shyshlakov@yahoo.com

[a]Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67, B. Morskaia St., 190000, Saint-Petersburg, Russian Federation
[b]Group of companies RSC «Aurora», OJSC, 15, Karbyshev St., 194021, Saint-Petersburg, Russian Federation

Purpose: There has been considered a solution of the problem of electromechanical automatic control systems synthesis by analytical approximation of nonlinear component characteristics. The mathematical apparatus applied for the problem solving is represented by a conversion of a direct variation analytical method – the extended Galerkin technique. **Results:** There have been obtained recurrent analytical "input/output" relations defining Galerkin integrals for analytically approximated nonlinear characteristics in case of exponential processes at their inputs. Application of the relations has provided complete algebraization of a solution of the problem of continuous automatic control systems synthesis using the given type of the approximation of nonlinear characteristics. **Practical relevance:** The generalized Galerkin technique has been extended to a new class of control objects with analytically approximated nonlinear characteristics. There have been demonstrated the benefits of the technique of nonlinearities approximation for both electromechanical and electric power devices excluding the necessity to define switch points of nonlinear characteristics during the algorithm operation.

Keywords — Analytical Approximation, Nonlinear Characteristics, Extended Galerkin Technique.

References

1. Shishlakov V. F. *Sintez nelineinykh SAU s razlichnymi vidami moduliatsii* [Synthesis of Nonlinear Systems with Different Types of Modulation]. Saint-Petersburg, GUAP Publ., 1999. 268 p. (In Russian).
2. Nikitin A. V., Shishlakov V. F. *Parametricheskii sintez nelineinykh sistem avtomaticheskogo upravleniia* [Synthesis of the Parameters of Nonlinear Automatic Control Systems]. Saint-Petersburg, GUAP Publ., 2003. 358 p. (In Russian).
3. Nikitin A. V., Shishlakov V. F. Parametric Synthesis of the System of Automatic Control of the Braking of the Wheels of the Vehicle. *Izvestiia vuzov. Priborostroenie*, 2004, no. 5, pp. 24–29 (In Russian).
4. Shishlakov V. F., Shishlakov D. V. Parametric Synthesis of Multiply Connected Automatic Control Systems by a Generalized Galerkin Method. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2006, no. 3, pp. 51–62 (In Russian).
5. Shishlakov V. F., Shishlakov D. V. Parametric Synthesis of Multiply Connected Systems of Automatic Control in the Time Domain. *Izvestiia vuzov. Problemy energetiki*, 2006, no. 12, pp. 49–54 (In Russian).
6. Cvetkov S. A., Shishlakov V. F., Shishlakov D. V. Synthesis of Multiply Connected Systems of Automatic Control in the Time Domain. *Izvestiia vuzov. Priborostroenie*, 2007, no. 12, pp. 13–17 (In Russian).
7. *Analiz i optimal'nyi sintez na EVM sistem upravleniia* [Computer Analysis and Optimal Synthesis Automatic Control Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 340 p. (In Russian).
8. *Algoritmy dinamicheskogo sinteza nelineinykh avtomaticheskikh sistem* [Algorithms of Dynamic Synthesis of Nonlinear Automatic Control Systems]. Saint-Petersburg, Energoatomizdat Publ., 1992. 334 p. (In Russian).
9. L'vovskii E. N. *Statisticheskie metody postroeniia empiricheskikh formul* [Statistic Methods of Designing Empirical Equations]. Moscow, Vysshaia shkola Publ., 1988. 239 p. (In Russian).